

Математическо описание на алгоритъма на Чайкин:

1. Входни данни:

Нека имаме начална полигонална линия, описана с множество върхове $P = \{P_0, P_1, \dots, P_n\}$, където всеки връх P_i е точка в двумерното пространство R^2 , т.е. $P_i = (x_i, y_i)$.

Параметри u и v (първоначално $u = v = 0.25$) контролират как се генерират новите точки чрез изрязване на ъглите.

2. Алгоритъмът на Чайкин:

Алгоритъмът извършва следните стъпки за всяка двойка съседни точки P_i и P_{i+1} от оригиналната полигонална линия:

- Изчисляват се две нови точки Q_i и R_i , където:

$$Q_i = P_i + u(P_{i+1} - P_i)$$

$$R_i = P_i + (1 - v)(P_{i+1} - P_i)$$

- Тези нови точки Q_i и R_i заместват съответната двойка P_i и P_{i+1} , което води до нов набор от върхове,

които формират по-гладка полигонална линия.

3. Итерации:

След всяка итерация броят на върховете в полигоналната линия се увеличава, а кривата става по-гладка.

Ако кривата е затворена, се добавя допълнителна стъпка, за да се гарантира, че първата и последната точка са свързани.

4. Пример за първата итерация:

За дадена начална полигонална линия с 3 точки: P_0, P_1, P_2 , алгоритъмът генерира нова полигонална линия с 6 точки:

$$\{Q_0, R_0, Q_1, R_1, Q_2, R_2\}.$$

5. Ограничения:

Параметрите u и v трябва да удовлетворяват условията $0 \leq u, v \leq 0.5$ и $u + v \leq 1$, за да се гарантира валидна интерполация.

Това описание съответства на алгоритъма, имплементиран в предоставения Python скрипт, където върховете се актуализират итеративно с помощта на тази техника за изрязване на ъглите.