

Problem sečenja šipke (engl. *Rod cutting*)

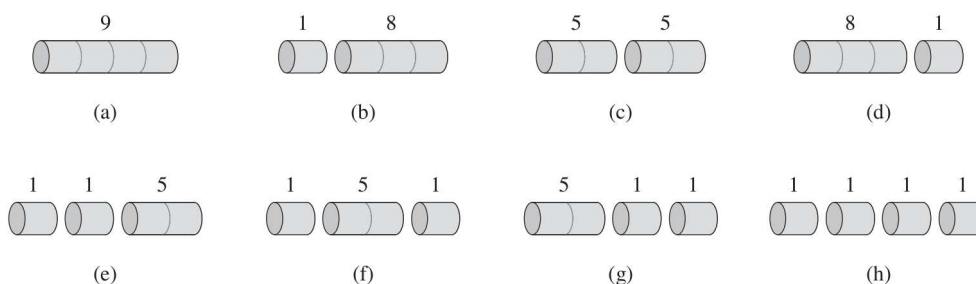
Data je šipka dužine n i tabela cene čelične šipke na osnovu dužine. Potrebno je preseći šipku na k manjih delove dužine i , na takav način, da se ostvari najveći prihod. Minimalna dužina jednog dela je jedan metar. Može se primetiti, da u slučaju kada je cena p_n za datu dužinu n najveća, nije potrebno seći šipku na manje delove.

U tabeli 1 je dat primer cene čelične šipke na osnovu dužine.

dužina i (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
cena p_i (x1000 din)	1	5	8	9	10	17	17	20	24	30

Tabela 1 – Primer tabele cene šipke [din] na osnovu dužine [m].

Na slici 1 je prikazano 8 mogućih načina na koje je moguće preseći šipku dužine 4 metra. U slučaju šipke dužine n , šipka se može preseći na 2^{n-1} načina.

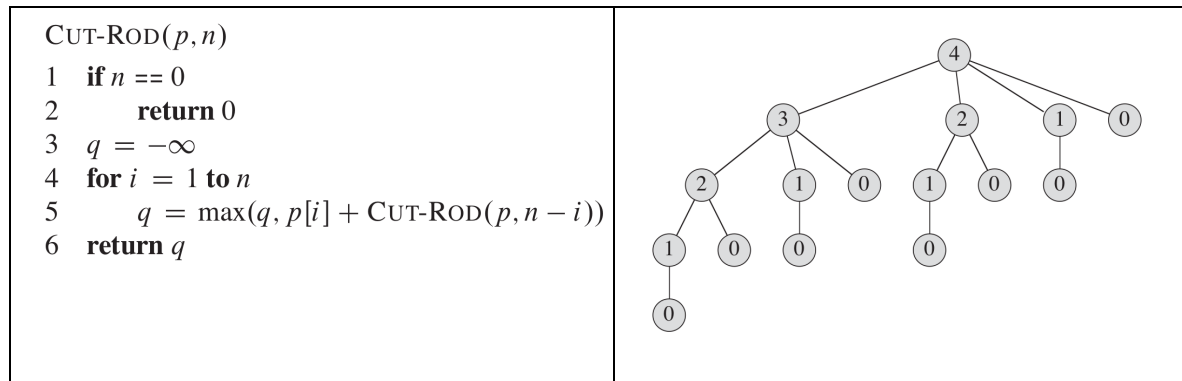


Slika 1 – Primer kako se šipka dužine 4m može preseći na više delova.

Na osnovu cene u tabeli 1 može se primetiti da šipku od 4 metra možemo preseći na dva dela dužine od 2 metra i tako ostvariti najveći prihod: $p_2 + p_2 = 5 + 5 = 10$.

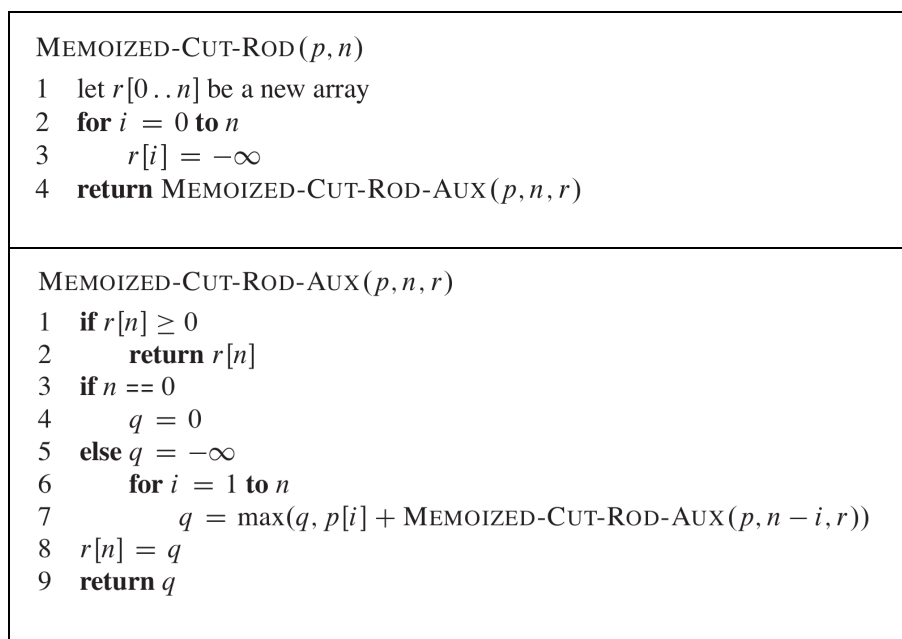
Zadaci

1. Implementirati rešenje problema sečenja šipke pomoću rekurzivnog pristupa od vrha ka dnu ("top-down" pristup). Analizirati vreme izvršavanja i skicirati grafik. Pseudokod algoritma je dat na slici 2.



Slika 2 – Pseudokod algoritma rekurzivnog pristupa od vrha ka dnu ("top-down" pristup).

2. Implementirati rešenje problema sečenja šipke pomoću rekurzivnog pristupa od vrha ka nadole primenom dinamičkog programiranja (engl. *Top-down with memoization*). Analizirati vreme izvršavanja i skicirati grafik. Uporediti vreme izvršavanja sa rešenjem iz prethodnog zadatka. Pseudokod algoritma je dat na slici 3.



Slika 3 – Pseudokod algoritma za rešenje problema sečenja šipke primenom dinamičkog programiranja.

3. Implementirati rešenje problema sečenja šipke pomoću dinamičkog programiranja primenom pristupa od dna ka vrhu (“bottom-up” pristup). Analizirati vreme izvršavanja i skicirati grafik. Uporediti vreme izvršavanja sa rešenjem iz zadatka 2. Pseudokod algoritma je dat na slici 4.

```
BOTTOM-UP-CUT-ROD( $p, n$ )
1  let  $r[0..n]$  be a new array
2   $r[0] = 0$ 
3  for  $j = 1$  to  $n$ 
4       $q = -\infty$ 
5      for  $i = 1$  to  $j$ 
6           $q = \max(q, p[i] + r[j - i])$ 
7       $r[j] = q$ 
8  return  $r[n]$ 
```

Slika 4 – Pseudokod algoritma pomoću pristupa od dna ka vrhu (“bottom-up” pristup).

4. Proširiti zadatak 3 tako da ispisuje listu dužina delova na koje je šipka presečena. Pseudokod algoritma je dat na slici 5.

```
EXTENDED-BOTTOM-UP-CUT-ROD( $p, n$ )
1  let  $r[0..n]$  and  $s[0..n]$  be new arrays
2   $r[0] = 0$ 
3  for  $j = 1$  to  $n$ 
4       $q = -\infty$ 
5      for  $i = 1$  to  $j$ 
6          if  $q < p[i] + r[j - i]$ 
7               $q = p[i] + r[j - i]$ 
8               $s[j] = i$ 
9       $r[j] = q$ 
10 return  $r$  and  $s$ 

PRINT-CUT-ROD-SOLUTION( $p, n$ )
1   $(r, s) = \text{EXTENDED-BOTTOM-UP-CUT-ROD}(p, n)$ 
2  while  $n > 0$ 
3      print  $s[n]$ 
4       $n = n - s[n]$ 
```

Slika 5 – Pseudokod algoritma dinamičkog programiranja primenom pristupa od dna ka vrhu.