

Министерство образования и науки РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

VII ВСЕРОССИЙСКАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
**СИСТЕМНЫЙ СИНТЕЗ И
ПРИКЛАДНАЯ СИНЕРГЕТИКА**

Сборник научных трудов



Таганрог 2015

УДК 681.51

Сборник трудов 7-й Всероссийской научной конференции «Системный синтез и прикладная синергетика» (ССПС-2015). – Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2015. – 395 с.

Сборник состоит из трудов 7-й Всероссийской научной конференции «Системный синтез и прикладная синергетика» (ССПС-2015), посвященной рассмотрению новой нелинейной проблемы системного синтеза, опирающейся на синергетические законы единства процессов самоорганизации и управления, что позволяет впервые решить крупные прикладные задачи управления в таких важных областях, как нелинейные многомерные механические, электромеханические и энергетические системы, охватывающие значительную часть современной технологической деятельности.

Сборник трудов адресуется специалистам, преподавателям университетов и аспирантам, интересующимся междисциплинарными нелинейными проблемами прикладной синергетики, системного синтеза и науки управления.



*Юбилей профессора
А.А. Колесникова*

*Заслуженному деятелю науки и техники РФ,
доктору технических наук, профессору
А.А. Колесникову исполнилось 80 лет*

Анатолий Аркадьевич Колесников – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры синергетики и процессов управления Южного федерального университета, Заслуженный деятель науки и техники РФ, член Академии естественных наук, Академии электротехнических наук и Академии навигации и управления движением, лауреат гранта губернатора Ростовской области, лауреат более 30 грантов России в области фундаментальных исследований, лауреат Государственной научной стипендии президиума РАН, член редколлегии журнала «Авиакосмическое приборостроение». В 2002 г. за научные и педагогические достижения Указом Президента России профессор Колесников А.А. награжден орденом «Дружбы».

Выдающиеся научные достижения профессора Колесникова А.А. связаны с созданием основ и методов принципиально новой синергетической теории управления нелинейными многомерными и многосвязными динамическими системами. На основе развитого профессором А.А. Колесниковым синергетического подхода осуществлен своего рода прорыв в решении фундаментальной проблемы синтеза объективных законов единства процессов самоорганизации и управления в различных областях техники, биомеханики, социологии, экономики и естествознания. Под его руководством были разработаны и внедрены новые классы систем управления в оборонной, энергетической, авиационной, атомной, химической отраслях народного хозяйства, позволившие получить крупный научно-технический эффект.

Им опубликовано около 30 монографий и учебных пособий, более 250 научных статей и докладов, патентов и авторских свидетельств. Научные труды А.А. Колесникова успешно сочетают в себе верность фундаментальным научным принципам и истинное новаторство, тем самым, подтверждая международный приоритет отечественной науки в новых областях знания.

В своей научной и педагогической деятельности А.А. Колесников является ярким носителем замечательной традиции российской высшей школы: быть ученым, философом, учителем, воспитателем и человеком. Эти неординарные черты привлекают к нему талантливую молодежь, многих учеников и последователей. Он руководитель известной научной школы, в которой подготовлено более 50 кандидатов и докторов наук.

Сердечно поздравляем Анатолия Аркадьевича со знаменательным юбилеем, желаем ему крепкого здоровья, стойкости духа, новых творческих свершений, благополучия и счастья.

Оглавление

Колесников А.А.

«Кибернетика – информатика – синергетика» – концептуальный синтез 6

I. СИНЕРГЕТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ СЛОЖНЫМИ СИСТЕМАМИ 17

Веселов Г.Е., Скляров А.А., Скляров С.А.

Синергетический подход к управлению группой мобильных роботов 17

Душин С.Е., Исупова Е.Д.

Анализ и синтез систем управления процессами биологической очистки сточных вод методом АКАР 28

Кузьменко А.А., Колесниченко Д.А.

Интегральная адаптация и скользящее управление в задаче робастного управления возбуждением синхронного генератора 40

Зеленина Н.А., Попов А.Н.

Синергетическое управление процессами орбитального маневрирования 49

Попов А.Н., Радионов И.А.

Синергетический синтез систем автоворедения с комплексной оптимизацией тяги подвижного состава 59

Синицын А.С.

Синергетический синтез системы управления адаптивной подвеской 72

Скляров А.А., Скляров С.А., Веселов Г.Е.

Аттракторно-репеллерная методика управления беспилотным летательным аппаратом в недетерминированной среде 86

Братищев А.В.

О допустимых нульмерных аттракторах при синергетическом управлении динамической системой 96

II. УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМАМИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ 106

Першин И.М., Веселов Г.Е., Першин М.И.

Методы аппроксимации передаточных функций распределенных объектов 106

Зайцев С.В.

Адаптивный распределенный высокоточный регулятор с векторной адаптацией 118

Воронин А.Ю., Нецеваева К.И.

Математическая модель тепловых процессов, протекающих в реакторе гидроочистки дизельного топлива 123

Ляшенко А.Л.

Синтез распределенной системы управления тепловыми полями в парогенераторных установках 131

Мартиросян К.В., Мартиросян А.В.

Передаточная функция распределенной системы управления для модельного пласта месторождения минеральных вод 139

Першин И.М., Кухарова Т.В.

Описание многомерных объектов дифференциальным уравнением в частных производных 150

Чернышев А.Б., Антонов В.Ф.

Анализ устойчивости распределенных систем на основе разложения передаточных функций по пространственным модам 159

III. НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И СИСТЕМНЫЙ СИНТЕЗ	167
Заковоротный В.Л., Губанова А.А., Лукьянов А.Д., Курская И.А.	
Анализ притягивающих множеств, формируемых в окрестности стационарных траекторий при фрезеровании концевыми фрезами	167
Абрамкин С.Е., Душин С.Е., Кузьмин Н.Н.	
Исследование модели взаимосвязанных управляемых массообменных процессов комплекса технологических систем «абсорбция–десорбция»	185
Афанасьев А.Г.	
Системы автоматического регулирования с параллельным корректирующим устройством	196
Веселова Д.Г., Скляров А.А.	
Исследование устойчивости буровых установок в условиях функционирования с переменными нагрузками	205
Грудяева Е.К., Душин С.Е.	
Синтез логико-динамической системы управления технологическими процессами биологической очистки сточных вод.....	213
Львов А.А., Светлов М.С., Мартынов П.В., Журавлева Е.В.	
Повышение информационной надежности цифровых систем в условиях действия помех большой интенсивности	224
Марутян А.С.	
Управляемые легкие металлические конструкции зданий и сооружений из перекрестных систем	234
Первухин Д.А., Ильюшин Ю.В.	
Динамика полета высокоскоростного подвижного объекта	247
Романов С.А.	
Оценивание параметров экспоненциальной устойчивости полиномиальных систем в ограниченной области	257
Садомцев Ю.В., Щукина Е.В.	
Синтез коррекции вертикального канала БИНС с учетом помех в измерительной информации	263
Самиорин Н.И., Честнов В.Н.	
К синтезу регуляторов при параметрической неопределенности и ограниченных по мощности внешних возмущениях	271
Ульянина Ю.А., Львов А.А., Светлов М.С., Афанасьев М.Ю.	
Синтез критерия эффективности моделей информационных каналов	283
Уткин М.А., Федоров М.С.	
Синтез нелинейных систем с наблюдающим устройством в контуре управления	294
Честнов В.Н., Чеканов В.А.	
Синтез многомерных систем по заданным инженерным критериям качества на базе H_{∞} -оптимизации	301

IV. ИНТЕЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ	311
Колесников А.А., Дзюба Ю.Н., Мушенко А.С.	
Синергетический подход к созданию хаосодинамических систем скрытой передачи информации.....	311
Брыкалова А.А., Минкина Т.В., Котова Т.Н.	
Анализ возможности частичной кооперации в разработке инновационных технологий ..	319
Воронин В.В., Давыдов О.А.	
Моделирование диагностических экспертических систем.....	328
Горбатюк В.Ф.	
Самоорганизация, самообучение и взаимное обучение в студенческой группе.....	334
Ерофеева В.В., Ивашев С.П.	
Системно-информационная организация диалога детей и подростков со специалистом «горячей линии» в интересах психологического благополучия несовершеннолетних.....	345
Комаров В.В.	
Система мониторинга автоматизированного комплекса оптического телескопа Цейсс-1000	351
Мамедов Р.А.	
Системный анализ метода фильтрации нелегитимных запросов на сетевом уровне модели OSI	358
Межаков О.Г.	
Цифровой понижающий преобразователь напряжения под управлением микроконтроллера	364
Мельников В.П., Васильева Т.Ю.	
Адаптивно-сituационное управление информационно-технологическими ресурсами России с применением экспертных моделей	371
Минкина Т.В., Ворошилов Р.А., Брыкалова А.А.	
Вопросы синергетического управления системой непрерывного образования.....	382
Уткин В.А., Папуш Е.Г.	
К проблеме определения величин атрибутивных и труднодоступных параметров в совокупности разнотипных статистических наблюдений	388

Колесников Анатолий Аркадьевич

Южный Федеральный Университет

«КИБЕРНЕТИКА – ИНФОРМАТИКА – СИНЕРГЕТИКА» – КОНЦЕПТУАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ

*«Развитие любой динамической системы происходит
в окрестности некоторого аттрактора.»*

Никита Моисеев

Введение

В наше время все в большей мере проявляется кризис технократического мышления, который связан с фундаментальными основами современного мировоззрения. Этот кризис является составной частью общего цивилизационного кризиса науки и общества конца XX – начала XXI веков и во многом обусловлен отчуждением естественно-технической и гуманитарной составляющих науки, как части общей культуры. Неизбежным следствием этого является фрагментарность в понимании окружающего мира, неадекватность реакции на разрушительные тенденции в современном мире и, как следствие, нарастающие угрозы экологического, техногенного и, вообще, общесистемного характера.

В основе научно-фундаментальных знаний лежит, как известно, та научная картина мира, которая формируется в процессе изучения принятой базовой концепции естествознания. Существовавшая до настоящего времени научная картина мира опиралась в основном на классический редукционистский подход, согласно которому окружающие нас природные явления состоят из мира вещей и мира законов. Такое представление означает, что свойства целого объясняются свойствами частного, т.е. характеристики целого полностью определяются некоторой суммой характеристик его элементарных составляющих. Редукционистская парадигма естествознания, берущая свое начало еще от Платона, нашла яркое и успешное воплощение в научном методе Галилея, который был затем обоснован и принципиально развит Ньютоном. Современное общество обязано этой парадигме крупными успехами в области науки, технологий и промышленности. Фундаментальными, основополагающими понятиями редукционистской картины мира являются материя и движение; согласно им природа – это машина, состоящая, как и любой механизм, из отдельных частей со своими индивидуальными свойствами и описываемая раз и навсегда установленными законами математического естествознания.

Однако до Галилея и Ньютона доминировала, в основном, аристотелева система мира, согласно которой в природных процессах целое важнее его составляющих. Это так называемый холистический, т.е. целостный, глобальный подход к пониманию картины мира. По Аристотелю, наш мир представляет собой иерархическую систему, в которой одни формы подчинены другим формам, т.е. находятся в динамической взаимосвязи друг с другом. Холистический, целостный подход ориентирован на системный характер того или иного явления, для него целое представляет собой нечто большее, чем простая сумма составляющих. Этот подход уделяет важное внимание связям и взаимодействию между частями целого как некоторой системы.

В предисловии «Наука и изменение» к знаменитой книге И. Пригожина и И. Стенгерса [1] известный философ О. Тоффлер в порядке диалога с авторами писал: «Современная западная цивилизация достигла необычайных высот в искусстве расчленения целого на части, а именно в разложении целого на мельчайшие компоненты. Мы изрядно преуспели в этом искусстве, преуспели настолько, что нередко забываем собрать разъятые части в то единое целое, которое они некогда составляли. Особенно изощренные формы искусства разложения

целого на составные части принял в науке. Мы имеем обыкновение не только вдребезги разбивать любую проблему на осколки размером в байт или того меньше, но и нередко вычленяем такой осколок с помощью весьма удобного трюка. Мы произносим: «*Ceteris paribus*» – при прочих равных, и это заклинание позволяет нам пренебречь сложными взаимосвязями между интересующей нас проблемой и прочей частью Вселенной». Однако еще в древнекитайском учении Дао утверждалось, что «*все в одном, и одно во всем*». В этой связи приведем высказывание выдающегося российского ученого Н.Н. Моисеева: «Принцип материального единства мира и принцип развития – только такое соединение и может послужить гносеологической базой системы знаний, в которую однажды окажется уложенной растущая, как снежный ком, совокупность сведений о всех тех процессах развития, с которыми нас сталкивает человеческий опыт и которые являются лишь фрагментами единого процесса – мирового процесса самодвижения, самоорганизации материи!»

Базовая триада «вещество – энергия – управление»

Сегодня, когда формируется постиндустриальное информационное общество, кардинальной проблемой становится существенное увеличение удельного веса искусственных регуляторов в единой целостной системе «общество – природа». Основное внимание ученых, политиков и общественности все в большей мере концентрируется на фундаментальных проблемах управления, связанных с *ресурсосберегающими технологиями*, новой организацией социально-экономических систем, экологической и ядерной безопасностью информационного открытого общества [2].

Очевидное существенное отличие стратегий технологической деятельности в начале XXI века состоит в освоении принципиально новых типов объектов и процессов, представляющих собой весьма сложные саморазвивающиеся макросистемы. Помимо других, важное место будут занимать *человекоразмерные* системы, которые включают в себя человека в качестве особого компонента [3]. Это означает, что наступило время создания целостных человекомашинных комплексов, представляющих собой развивающиеся динамические макросистемы «человек – техническая система – среда», в которые внедряются новые перспективные технологии с учетом особенностей социокультурной среды. В таких комплексах, как в открытых самоорганизующихся макросистемах, возникают, как известно, кооперативные явления, базирующиеся, в первую очередь, не на силовых, а на информационных взаимодействиях. В результате проявления кооперативных эффектов развивающиеся системы порождают новые структуры без каких-либо внешних силовых воздействий. Иначе говоря, в сложных системах возникают процессы самоорганизации, изучаемые современной нелинейной динамикой и синергетикой. Такого рода принципиально новые кооперативные явления в сложных макросистемах следует непременно учитывать при разработке эффективных стратегий деятельности человека. Эти явления и стратегии естественным образом должны быть включены в образовательные процессы новой мировоззренческой ориентации, связанные с переходом современного общества от индустриального к постиндустриальному развитию [3].

Совершенно очевидно, что при проектировании и создании новой техносфера необходима, помимо выполнения заданных технических и экономических требований, учитывать важнейшие параметры взаимодействия новой технологии с природной средой, а именно негативные экологические последствия реализации и особенно тиражирования этой технологии. На современном этапе развития цивилизации угроза для природной среды исходит, прежде всего, от вещественно-энергетических компонентов техносферы, что приводит к трудным инженерным и политическим проблемам. Такой важнейшей стратегической проблемой современной науки и техники является разработка новых подходов, направленных как на создание принципиально нового поколения ресурсосберегающих, экологически чистых и экономичных технологий, так и на формирование нового общественного взгляда и выработку рациональных решений в области эффективного использования имеющихся в стране природных ресурсов и особенно

производства энергии. Дело в том, что, с одной стороны, энергетика – это ядро современной техносферы, а с другой стороны, энергетика – это системообразующий фактор, важнейший компонент любой экосистемы, т.к. все природные процессы в своей основе являются, в первую очередь, энергетическими. В этой связи естественно возникает вопрос об энергетическом совершенствовании современных и особенно перспективных технологий и сравнение их с энергетическими свойствами природных систем. Этот вопрос непосредственно связан с выявлением базовых направлений в решении проблем эффективного использования энергии и вообще ресурсосбережения в широком смысле этого слова.

Основным и традиционным из таких направлений до настоящего времени было термодинамическое и электроэнергетическое совершенствование технологических процессов в различных энергообъектах. Такое совершенствование связано, в первую очередь, с принятой конструкторами технологической схемой объекта и природой протекающих в них процессов. Вплоть до последнего времени наука и техника уделяли основное внимание изучению и совершенствованию, в первую очередь, естественно-энергетической организации технологических процессов в энергоемких объектах. На этом пути к настоящему времени достигнуты крупные успехи, а в мировой конструкторской практике накоплен огромный опыт, найдены многие типовые решения и схемы построения и организации технологических процессов. Следует, однако, подчеркнуть, что во многих областях энергетики и промышленности уже близко подошли к достижению пределов совершенствования, хотя указанный путь все еще остается традиционным.

Для поиска путей кардинального энергетического совершенствования современных и перспективных технологических процессов, в том числе и с учетом экологических факторов, требуется перейти на новые идеальные и концептуальные основы. На наш взгляд, уже давно наступило время рассмотрения технических и природных систем в *неразрывной динамической взаимосвязи*, когда протекающие в них технологические и экологические процессы оказывают непосредственное динамическое влияние друг на друга, образуя саморазвивающуюся макросистему. Такой фундаментальной направляющей концепцией, на наш взгляд, является базовая концепция *управляемого динамического взаимодействия вещества, энергии и информации*, которая позволит совершить принципиальный прорыв в решении проблемы эффективного использования энергии и ресурсосбережения в их широком понимании [4, 5].

Возникает естественный вопрос, почему кардинальные проблемы поиска новых подходов к эффективному использованию энергии и ресурсосбережению лежат в русле анализа и синтеза *взаимоотношений между вещественно-энергетическими и информационно-управляющими процессами техносферы и техноэволюции*? Иначе говоря, почему именно информационно-управляющий подход позволяет эффективно решить проблему ресурсосбережения с минимальным технологическим риском для окружающей природной среды? Действительно, хотя в настоящее время в технологическом обороте находится грандиозный и ранее небывалый объем вещественно-энергетических ресурсов, однако в сформулированной здесь концепции на первое место все же выводятся информационно-управляющие процессы. Суть дела состоит в том, что именно информация и управление позволяют эффективно овладеть этими ресурсами, рационально извлечь их из природной среды, а затем оптимально использовать в соответствующих технологических процессах [4-7].

Выдвигаемый в настоящее время приоритет информационно-управляющей компоненты в фундаментальной триаде «вещество–энергия–управление» наиболее проявляется в принципиальной, первостепенной роли науки об управлении технологическими процессами и объектами различной физической (химической, экологической и т.д.) природы [4-7]. Итак, возникает важнейшая проблема эффективного использования энергии и вообще ресурсосбережения в управляемых природно-технических макросистемах с естественным учетом социокультурных, экономических, экологических и других факторов. Понимание сущности этой глобальной междисциплинарной проблемы XXI века потребует подготовки

высококвалифицированных системных специалистов новой генерации и различного профиля – от инженеров, физиков и биологов до экологов и социологов.

В основу решения поставленной здесь крупной проблемы предлагается положить указанную концепцию управляемого динамического взаимодействия вещества, энергии и информации в протекающих процессах различной физической (химической, биологической и др.) природы. Конкретнее говоря, эту общую концепцию на основе отражающих ее сущность ключевых понятий: «кибернетика (Cybernetic) – информатика (Informatics) – синергетика (Synergetic)» можно сформулировать как фундаментальную системообразующую *CIS-концепцию*.

Современное естествознание показало, что в основе системных конструкций живой природы лежат именно кибернетические, информационные и синергетические принципы их построения. Распространение этих принципов на искусственные, в частности технические системы, открывает ранее неизвестные новые перспективы колossalного практического значения. Рассмотрим теперь базовые компоненты, входящие в развивающую здесь CIS-концепцию высшего образования.

Кибернетическая компонента CIS-концепции

Среда жизнедеятельности и существования современного человека – это мир весьма разнообразных систем – живых, технических, природных (экологических) и социальных, непрерывно взаимодействующих друг с другом. Окружающая нас техносфера стала несравненно сложнее и гораздо подвижнее, чем когда-либо ранее.

Такие сложные и динамичные комплексы, как авиационно-космические, энергосистемы, гибкие автоматизированные производства, биотехнические и транспортные системы и многие другие, а также отдельные современные агрегаты и установки имеют огромные мощности протекания происходящих в них процессов и создают для человека острые технические, экологические, этические и социально-политические проблемы, требующие от него быстрых и целесообразных управляющих воздействий. Ответом на эту ситуацию с целью проектирования и эксплуатации такого рода сложных систем явилось рождение множества новых научно-технических направлений, в которых нередко обособляются, разрабатываются свои частные методы и технические средства, но, по существу, занимаются весьма узкой областью знаний. Однако в современной науке и технике имеется и противоположная тенденция формирования общих единых представлений и принципов. К таким объединяющим наукам как раз и относится теория управления – кибернетика [8], которая находит все расширяющееся применение в различных областях знаний.

Наука об управлении является неотъемлемой и одной из основных частей научной революции нашего времени [9]. С помощью этой науки могут быть решены многие конкретные сложные проблемы, стоящие перед современной техникой, экономикой и социальным прогрессом общества. Наука об управлении возникла в результате осмыслиния и обобщения многих наук. Благодаря такому синтезу эта наука дала в руки человека методы и средства для отыскания и реализации эффективных стратегий управления в весьма широких областях – от технических комплексов до сложных биосистем, экономических и производственных систем. Другими словами, наука об управлении является наукой нового, синтетического типа, она базируется на *единых принципах* управления живыми, техническими, экономическими, экологическими и, во многом, социальными системами [8].

В общем случае управлять – значит достигать каких-либо целей, а любой процесс целенаправленной деятельности – это всегда управление. Ни одна наука, возможно, за исключением физики, не знала столь стремительного развития и не вовлекла в свою сферу так много людей и технических средств, как кибернетика – теория управления. Яркие примеры фундаментальной роли управления дает нам природа. Принципиальное отличие биологических процессов от процессов, протекающих в неживой природе, состоит в том, что биологические – это, как правило, управляемые процессы. Именно это свойство обеспечивает

живые организмы высокой адаптивностью (приспособляемостью). Для живых систем одна из главных целей управления состоит в максимальном самосохранении (гомеостазисе) при действии различных возмущений со стороны внешней среды.

В основу базовой концепции кибернетики, как известно, были положены идея слежения, принцип отрицательной обратной связи и вход-выходные соотношения. Реализуемые на основе этой концепции разнообразные технические системы строятся по широко известной схеме: на входе системы имеется некоторое задающее воздействие, программа (эталонный сигнал); необходимо синтезировать регулятор, который стремится свести к нулю отклонение (ошибку), т.е. разность между входным задающим воздействием и выходными координатами системы. Указанная концепция оказалась настолько плодотворной для технических систем (в первую очередь, линейных), что с подачи Н. Винера она была за последние 50 лет в работах многих ученых формально распространена на биологию, экономику, социологию и другие науки. Кибернетику, основанную на описанной здесь концепции гомеостазиса, можно отнести к кибернетике первого рода.

Однако кибернетика – наука об управлении в своем классическом и современном развитии так и не смогла в должной мере удовлетворить потребности промышленности, экономики и, вообще, общества. Здесь много причин, связанных, в первую очередь, с аксиоматическими основами этой науки. Так, например, кибернетика первого рода, уделив основное внимание нейтрализации нежелательных отклонений от заданного движения, похоже, упустила из рассмотрения обширный класс систем, нередко доминирующий в природе, в которых преобладают внутренние взаимодействия, усиливающие отклонение системы от ее исходного состояния. Такого рода самоорганизующиеся системы весьма распространены в биологии, экологии, экономике, социологии и др. Эти системы, основанные на нелинейной динамике, включают в себя также положительные обратные связи и базируются на принципе внутренней генерации, когда система в результате ее эволюции неизбежно выходит на некоторый аттрактор – притягивающее многообразие или множество в ее пространстве состояний. Назовем такие системы синергетическими. Тогда синергетику, опирающуюся на идею кооперативного движения и целенаправленной самоорганизации, можно назвать кибернетикой второго рода [4, 5]. Именно с синергетикой и нелинейной динамикой связаны принципиально новые перспективы в науке, технике и, вообще говоря, развитии постиндустриального информационного общества.

Информационная компонента CIS-концепции

В технических системах сигнал управления обычно очень мал по сравнению с силовым воздействием через усилитель мощности на соответствующий объект. Для задач управления важна не столько мощность сигнала управления, а в большей мере его смысловое содержание, отражаемое информационными символами.

Современная теория самоорганизации показала, что аналогичные информационные процессы протекают не только в искусственно созданных системах управления, но и могут возникать в естественных физических системах, находящихся на границе устойчивости. Маломощные сигналы, действующие на такие системы в точках их бифуркаций, могут привести к значительным и даже катастрофическим последствиям. Это так называемые сложные *открытые системы*. Попав в область неравновесности, эти системы показывают сложное динамическое поведение, в том числе и хаотическое. Для такого рода сложных систем существенно важно двойственное рассмотрение их поведения: как с точки зрения динамики, когда доминирующую роль играет энергия, так и с точки зрения протекающих в них информационных процессов, когда основную роль играет «смысловое» содержание сигналов управления [10]. Иначе говоря, возникает крупная проблема исследования совместного взаимодействия энергии, вещества и информации в сложных нелинейных системах в условиях их термодинамической неравновесности и влияния бифуркаций. В таких условиях в системе может возникнуть самоорганизация, когда оба процесса – энергетический

(и, следовательно, динамический) и информационный – образуют неразрывное единое целое, приводящее к когерентному поведению огромного числа переменных нелинейной системы.

Итак, возникает новая актуальная проблема изучения нелинейных процессов в сложных физических открытых системах, через которые протекают потоки энергии, вещества и информации (негэнтропии) [10–12]. В таких системах могут формироваться сложные диссипативные структуры и протекать кооперативные процессы, т.е. проявляться свойство самоорганизации.

В открытой макросистеме со сложной внутренней структурой может произойти разделение, по меньшей мере, на две подсистемы: динамическую (силовую) и информационную (управляющую), которые тесно взаимодействуют друг с другом. Указанное явление расслоения единой макросистемы суть следствие существенной сложности ее фазового портрета, когда параметры порядка, описывающие поведение системы в неравновесной области, находятся в сложной нелинейной зависимости друг от друга. В этом случае траектории системы могут быть чрезвычайно чувствительны к малым флюктуациям, проходя последовательно многие точки бифуркаций. В результате изображающая точка системы будет легко перебрасываться с одной траектории на другую вследствие действия малых внешних возмущений или небольших структурных изменений в системе. Учитывая возможность указанного структурного разделения, в таких системах целесообразно выделить в отдельную *структуру управления* те блоки, которые оказывают сильное влияние на динамику систем с помощью малых информационных сигналов. Отсюда следует, что сложные физические системы могут сами собой разделяться на два иерархических уровня: во-первых, энергетический (динамический) и, во-вторых, информационно-управляющий. При этом, вообще говоря, в качестве второй, управляющей подсистемы может выступать весь внешний мир. Более подробно эти проблемы поведения естественных физических систем излагаются, в частности, в книге [12].

Подытожим сказанное здесь о разложимости сложных самоорганизующихся макросистем различной природы. Такого рода макросистемы состоят из некоторой совокупности локальных систем, каждая из которых, в свою очередь, включают в себя энерго-вещественную (т.е. динамическую или силовую) и информационную или управляющую подсистемы, находящиеся друг с другом в тесном взаимодействии. Иначе говоря, на общем энергетическом фоне силовой динамики поведение сложной макросистемы, находящейся в изменяющейся внешней среде, будет также определяться и ее информационными свойствами. Добавление к энергетической компоненте макросистемы ее информационной составляющей расширяет область фазового пространства ее устойчивого существования. Информационная составляющая такой макросистемы связана с ее целью и во многом определяется структурой формируемых обратных связей, а энергетическая или силовая составляющая создает основу для ее информационного поведения [10–12]. В свою очередь, каждая из указанных локальных подсистем, входящих в общую макросистему, может содержать несколько уровней иерархии, когда на более высокий уровень поступает некоторая обобщенная информация, а на низших уровнях эта информация конкретизируется. Пользуясь биологическим языком, можно сказать, что объект более высокого уровня иерархии выступает по отношению к объекту более низкого уровня как *род к виду* [13]. Очевидно, что повышение статуса объекта в иерархии общей макросистемы ведет к соответствующему увеличению числа его степеней свободы, т.е. к расширению фазового пространства системы путем, например, перевода ряда ее существенных показателей и параметров в разряд новых переменных. Другими словами, для преодоления «проклятия размерности» необходимо, согласно *принципу «расширения – сжатия»* фазового пространства, выдвинутому в [4, 5], уметь рассматривать систему в пространстве с большим числом координат. Очевидно, что такое расширение должно производиться с учетом *целей* – атTRACTоров, поставленных перед синтезируемой системой. В целом это означает, что сложные системы необходимо рассматривать в виде некоторой иерархической макросистемы, динамика которой на каждом уровне иерархии описывается динамикой подсистем с переменными состояния и параметрами, соответствующими данному

конкретному уровню [12]. На каждом таком иерархическом уровне макросистема имеет свои инварианты – локальные цели. Изложенные здесь положения позволяют выдвинуть тезис о «благотворности высокой размерности» управляемых макросистем.

Подведем итоги. Современная теория самоорганизации позволила существенно продвинуться в решении проблемы изучения процессов иерархического расслоения сложных систем, а также процессов управления динамикой таких иерархически организованных систем. Сущность нового подхода к исследованию проблем управления и информации в подобного рода макросистемах состоит в идее самоорганизации – образовании в пространстве состояний этих систем совокупности аттракторов (синергий), т.е. некоторых притягивающих множеств [4, 5]. В основе таких систем лежит *информационная динамика*, отличительная особенность которой состоит не в значительных затратах энергии на управление, как это обычно осуществляется в классической теории управления, а в использовании информации о возможных вариантах асимптотически устойчивых состояний движения систем и в способах перехода в такие состояния. Очевидно, что реальная нелинейная система той или иной физической природы может обладать многими асимптотически устойчивыми состояниями, которым будут соответствовать свои области перемежаемости траекторий с различным динамическим поведением. Отсюда следует, что для перевода системы в желаемый асимптотический режим движения достаточно иметь лишь информацию о том, к какому аттрактору относится в данный момент времени соответствующая траектория системы. Другими словами, управление будет сводиться к «подкорректировке» системы и, следовательно, к ее удержанию на желаемом семействе асимптотически устойчивых траекторий. Такого рода *информационное управление* динамикой сложных макросистем требует не столько значительных энергетических затрат на управление, а информации о «метке» траектории. В синергетическом подходе роль указанной метки выполняют динамические макропараметры (синергетические информаторы), формирующие желаемые инвариантные многообразия – аттракторы систем [4, 5, 10–12, 14].

Синергетическая компонента CIS-концепции

В настоящее время чрезвычайно актуальна проблема целостного видения и понимания окружающего мира – природы, техники, человека и общества – как единого эволюционного процесса. Учитывая же существующую непомерно узкую специализацию многих наук, в первую очередь физических и технических, необходимо поставить непростой вопрос о единой научной основе для формирования такого целостного взгляда на мир. В последние годы в силу самой логики развития науки в ней начались и значительно ускорились интеграционные процессы, связанные с изучением кооперативных явлений в системах существенно разной природы. В этой связи синергетика – наука о кооперативных процессах – стала претендовать на роль базовой и целостной парадигмы современного естествознания. Принципиальное отличие синергетического подхода от редукционистских методов классической науки, на которых во многом основано существующее естественнонаучное знание, состоит в выявлении фундаментальной роли свойства самоорганизации в нелинейных динамических системах. Синергетика соединяет два противоположных подхода в науке – редукционистский и холистический. При этом рассмотрение нелинейных процессов происходит на промежуточном (мезо-) уровне, а макроскопические свойства этих процессов возникают вследствие явлений самоорганизации [12, 14].

Между синергетикой и другими физическими, техническими, химическими, биологическими, экономическими науками имеется внутренняя взаимосвязь. В то же время синергетика в каждую из наук вносит свои особенности и подходы, которые были не присущи или даже чужды традиционным направлениям этих наук [14]. В основе классического понимания науки всегда лежала некоторая совокупность экспериментальных результатов и выдвинутых учеными принципов или гипотез. Современная же наука, в отличие от классической, все в большей мере становится *концептуальной*. В этом отношении синергетика – это не новая наука в классическом понимании слова, а по существу новая

концепция, базирующаяся на свойстве самоорганизации систем различной природы. Синергетический подход стремится, в первую очередь, выявить макроскопические свойства того или иного процесса, например, целых образований, популяций и т.д. Указанный подход не выделяет поведение отдельной особи или частицы, как это делается, например, в классической механике, для него наиболее важным является количество отдельных компонентов, входящих в общую систему. В синергетическом подходе предполагается, что само это *количество – параметр порядка* – управляет поведением каждого компонента (особи, частицы и т.д.) системы. В основе самоорганизующихся процессов лежит синергетический *принцип подчинения*, согласно которому исходная сложная система может быть представлена в виде некоторой сложной иерархической системы, состоящей из совокупности динамических подсистем. Эти подсистемы подчинены друг другу и находятся между собой в определенной динамической взаимосвязи.

Важно подчеркнуть, что основные принципы синергетики в полной мере согласуются с фундаментальными идеями современной физики, в которой кардинальное значение придается не силовым внешним воздействиям, на чем основана классическая механика, а *взаимодействиям* между компонентами системы [15]. Причем эти взаимодействия реализуются через динамические *паттерны* – некоторые энергетические «сгустки» (*аттракторы*) в окружающем поле, пронизывающем все пространство системы. Именно паттерны отражают динамическую, преходящую природу рассматриваемых явлений. И чем больше энергия, которая перераспределяется в результате образования новых паттернов, тем быстрее протекают процессы обмена между компонентами и, следовательно, тем сильнее взаимодействие.

Динамические взаимодействия отражают основную идею современной физики. В классической физике вся сущность окружающего мира объяснялась через понятие «силы», извне действующей на расстоянии. В отличие от этого, в современной физике силовые представления заменяются взаимодействиями между частицами, осуществляемыми посредством полей. Основная идея современной физики состоит в самосогласованности и внутренней последовательности всех законов природы. Здесь, по-видимому, уместно напомнить, что знаменитое древнекитайское учение Дао также рассматривает окружающий нас мир как динамический процесс взаимодействий и изменений. В «И цзин» – «Книге перемен» указывается: «Природные законы не являются внешними силами по отношению к вещам, они воплощают гармонию движения, своюственную самим вещам». Приведем еще один из постулатов учения Дао: «Вещи получают свое существование и свою природу посредством взаимозависимости и не являются ничем сами по себе» [15]. Эти определения в современном научном толковании означают понимание сил взаимодействия как проявление некоторых динамических паттернов, присущих компонентам (частицам) системы. Иначе говоря, в современной физике, как и в учении Дао, картина мира понимается как непрерывная цепь взаимоотношений со своими внутренними динамическими связями, т.е. определяется в терминах взаимодействий между компонентами системы, имеющими собственную динамическую природу. Основная, базовая идея современной физики состоит в самосогласованности и внутренней последовательности всех явлений и процессов природы. В синергетике изложенная здесь фундаментальная идея взаимодействий проявляется в процессах упорядочения и самоорганизации динамических систем.

Таким образом, в основе синергетики лежит фундаментальное явление самоорганизации в сложных нелинейных динамических системах. Однако синергетика еще не построила всеобщую и единую теорию самоорганизации, справедливую для всех видов природных и технических систем, поэтому в зависимости от конкретных свойств предметной области той или иной науки синергетический подход приобретает свои отличительные особенности и содержание. В этой связи в настоящее время мы можем говорить о синергетическом подходе как о некоторой направляющей концепции в соответствующей науке. Синергетика становится тем эволюционным естествознанием, которое позволяет теперь уже говорить о возникновении своего рода метаязыка целостного понимания

различных природных и технических явлений на основе единой научной концепции. Эта концепция позволяет построить новое отношение к процессу интегрального познания различных наук.

Однако недостаточно указать лишь на те или иные особенности синергетической парадигмы современной постнеклассической науки. Не менее важным для проблемы познания природных процессов является усвоение нелинейного способа мышления, избавление от повсеместного доминирования линейного подхода. А. Эйнштейн указывал, что «... истинные законы не могут быть линейными». Кардинальным в познании процессов самоорганизации природных систем является понимание неотделимости «порядка и хаоса», их парной дополнительности друг к другу.

Синергетика показала, что между процессами управления в технических системах и процессами самоорганизации в природных системах существует глубокая и весьма нетривиальная связь. Отсюда возникает фундаментальная проблема переноса основных положений синергетики на идеи и методы современной физической (химической, биологической и др.) теории управления. Однако в подходах этих наук существуют и определенные различия. Так, Г. Хакен утверждает, что «... и кибернетика, и синергетика придают первостепенное значение понятию *управления*, но при этом преследуют совершенно различные цели. Кибернетика занимается разработкой алгоритмов и методов, позволяющих управлять системой для того, чтобы та функционировала заранее заданным образом. В синергетике мы изменяем управляющие параметры более или менее непредсказуемым образом и изучаем *самоорганизацию* системы, т.е. различные состояния, в которые она переходит под воздействием «рычагов управления» [14]. Приведенное высказывание Г. Хакена в отношении аналогий и отличий в подходах синергетики и кибернетики, с одной стороны, указывает на охват этими интегральными науками общих закономерностей, включающих частные законы других наук. Однако, с другой стороны, вовсе не следует противопоставлять цели синергетики и кибернетики в отношении проблемы управления. В конечном итоге суть любой науки, в том числе и синергетики, состоит, во-первых, в познании человеком окружающего его мира и самого себя, и, во-вторых, в конструктивном использовании полученных знаний для формирования гармоничной окружающей среды и затем, по В.И. Вернадскому, ноосфера в составе мирового эволюционного процесса [16]. Кибернетика и, следовательно, теория управления отражают современный взгляд на науку как на некоторое конструктивное начало, а не только как на пассивное наблюдение за природными процессами и явлениями. Дело в том, что вплоть до последнего времени наука уделяла основное внимание изучению естественно-энергетической организации природных систем, оставляя несколько в стороне такую важную их особенность, как управление с целью самосохранения, причем в максимально возможной степени. В настоящее время возникла настоятельная необходимость выявления механизмов управления, действующих в природных системах и лежащих в основе их функционирования и развития. Представляется достаточно очевидным, что указанные механизмы должны базироваться на *концепции управляемого динамического взаимодействия* вещества, энергии и информации в природных системах [4, 5].

Итак, по Г. Хакену, в синергетических процессах, где отсутствуют целеполагающие причины, происходит стихийное изменение управляющих параметров, что дает возможность изучить свойство самоорганизации на диссипативных структурах фактически неуправляемой нелинейной системы. Другими словами, здесь важнейшими свойствами являются *самодвижение* и *самоорганизация*, а истинное понимание процессов заключается в изучении причин самоорганизации. Отсюда вытекает важный методологический вывод: для эффективного применения идеологии синергетики в проблемах управления следует осуществить переход от непредсказуемого поведения системы по алгоритму диссипативной структуры к *целенаправленному движению* *вдоль желаемых синергий – инвариантных многообразий*, к которым будут подстраиваться все другие переменные динамической системы. В данном случае цель уже выступает как определяющая сущность процесса, а его

истинное понимание состоит в *самоуправлении* и *самоорганизации* в соответствии с поставленной целью. Таким образом, в нелинейных динамических системах необходимо различать *причинный* и *целенаправленный* способы *самоорганизации*. Эти способы реализуются соответственно в синергетике с помощью обычных (адиабатических) связей [14], а в синергетической теории управления – путем введения динамических связей [4, 5].

В терминах синергетики обычные и динамические связи могут быть интерпретированы как способы введения соответственно «жестких» и «гибких» синергий. Существенное отличие этих синергий друг от друга состоит в том, что «гибкие синергии» образуют некоторую *информационную модель*, т.е. своеобразный «временный творческий коллектив» [17], который формируется законом управления для решения требуемой целевой задачи. И после решения указанной задачи этот «коллектив» может быть распущен и сформирован новый для реализации другой программы движения. Указанное динамическое осуществление инвариантных многообразий является практически важной и привлекательной особенностью с точки зрения основной задачи теории управления – синтеза эффективных систем. В распоряжении конструктора системы управления обычно имеется математическая модель объекта, однако модель – это не воплощенная в реальность жесткая, в частности, механическая конструкция, а некоторое адекватное информационное отражение объекта, в которое можно нежестко «ввести» различные внутренние динамические связи. Эти связи реализуются не с помощью неизменных, например, механических звеньев (твердых тел, соединенных шарнирами, и т.д.), а в виде информационных сигналов управления. Тем самым, условно говоря, «конструируется» фактически новый электромеханикоинформационный объект в виде замкнутой системы «исходный объект – регулятор». Новый объект обладает, по сравнению с исходным, расширенными показателями и характеристиками. Синтезируя таким образом соответствующие динамические регуляторы, т.е. вводя динамические связи, можно придать замкнутой системе (новому объекту) желаемые свойства с точки зрения решаемой ею технологической задачи управления. Следовательно, в механической интерпретации такой подход может быть представлен как своеобразный способ конструирования новых объектов с меняющимися по нашему желанию их динамическими свойствами и характеристиками [4, 5].

Подведем теперь итоги. В последнее время формируется *синергетическое видение и познание* окружающего нас мира, что отражает постнеклассический, бифуркационный этап развития современной науки. Синергетика, впитав в себя основополагающие идеи кибернетики и теории нелинейных динамических систем, принципиально обогащает их концептуальной идеей универсального эволюционизма [16], идеей возникновения и формирования самоорганизующихся диссипативных структур в системах различной природы.

Список литературы:

1. Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. М.: Прогресс, 1986.
2. Назаретян А.П., Новотный У. Русский космизм и современная прогностика // Вестник РАН, 1998, том 68, № 5.
3. Степин В.С. Саморазвивающиеся системы и перспективы техногенной цивилизации // Синергетическая парадигма. М.: Прогресс-Традиция, 2000.
4. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. М.: Энергоатомиздат, 1994.
5. Колесников А.А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. –М.: УРСС/КомКнига, 2006, 2012.
6. Келле В.В. Информация и технологический риск // Системная концепция информационных процессов. Сб. тр. ВНИИСИ, вып. 3, М.: 1988.
7. Красовский А.А. Проблемы физической теории управления // Автоматика и телемеханика, 1990, № 11.
8. Винер Н. Кибернетика или управление и связь в животном и машине. М.: Сов. радио, 1968.
9. Неймарк Ю.И., Коган Н.Я., Савельев В.П. Динамические модели в теории управления. М.: Наука, 1983.
10. Кадомцев Б.Б. Динамика и информация. М.: УФН, 1997.

11. Хакен Г. Информация и самоорганизация. М.: Мир, 1991.
12. Николис Дж. Динамика иерархических систем. Эволюционное представление. М.: Мир, 1989.
13. Лобковский Б.А. Наука изобретать. СПб.: Нордмет-Издат, 2000.
14. Хакен Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир, 1985.
15. Капра Ф. Дао физики. СПб.: Орис, 1994.
16. Моисеев Н.Н. Расставание с простотой. М.: Аграф, 1998.
17. Беркинблит М.Б., Гельфанд И.М., Фельдман А.Г. Двигательные задачи и работа параллельных программ // Интеллектуальные процессы и моделирование. Организация движения. М.: Наука, 1991.

I. СИНЕРГЕТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ СЛОЖНЫМИ СИСТЕМАМИ

УДК 681.51

*Веселов Геннадий Евгеньевич, Скляров Андрей Анатольевич,
Скляров Сергей Анатольевич.*

Южный Федеральный Университет

СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К УПРАВЛЕНИЮ ГРУППОЙ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ¹

В статье освещается проблема синтеза законов группового управления движением мобильных роботов. Для решения данной задачи в статье предлагается новый подход к синтезу систем группового управления, базирующийся на принципах и методах синергетической теории управления. Задача синергетического синтеза системы группового управления квадрокоптерами рассматривается с учетом анализа математической модели и специфики поставленной конечной цели. В синергетической теории управления совокупность критериев управления системы принято выражать в виде соответствующей системы инвариантов. Инварианты выступают в роли цели управления, на них обеспечивается выполнение заданной технологической задачи, а процедура синергетического синтеза сводится к поиску законов управления, при которых эти заданные инварианты выполняются. В статье в качестве условий, предъявляемых к синтезируемому закону группового управления, выступают асимптотически устойчивое движение ведущего мобильного и ведомых мобильных роботов к заданной точке пространства с заданным типом строя.

Ключевые слова: Групповое управление; квадрокоптер; математическая модель; синергетическая теория управления.

Veselov G.E., Sklyarov A.A., Sklyarov S.A.

SYNERGISTIC APPROACH TO CONTROL DESIGN OF A GROUP OF MOBILE ROBOTS

This paper explores the problem of synthesis of synergetic control of a group of mobile robots. To solve this problem in article presents new approach to control of a group of mobile robot based on principals and methods of synergetic control theory. The task of the synergistic synthesis of control of a group of quadrocopters is considered with the analysis of mathematic model and specifics of the specified aim. In the theory of synergetic control the set of criteria for the control system is usually expressed in the form of an appropriate system of invariants. Invariants play the role of control objectives, they enforced a given technological problem, and the synergetic synthesis procedure reduces to process of finding control laws, which these given invariants are satisfied. At this paper as imposed condition on synthesized control law, serve an asymptotically stable movement of a group of mobile robots with specified type of formation.

Keywords: Group control; quadrocopter; mathematical model; synergetic control theory.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант №13-08-00794А).

Введение.

В настоящее время мощностей одного, отдельно взятого мобильного робота, не достаточно для решения таких технологических задач, как зондирование и исследование больших по площади поверхностей, сборка нетривиальных конструкций в экстремальных условиях космоса или под водой, выполнение тушения пожара или других масштабных действий [1]. Очевидно, что для решения подобных задач необходимо задействовать большое количество однотипных [1, 2] или разнотипных [3, 4] (в зависимости от решаемой задачи) автономных мобильных роботов. При этом задача управления такой группой роботов по достижению глобальной цели называется групповое управление.

Существует множество преимуществ данного подхода к решению масштабных задач. К ним можно отнести охват больших территорий [1] за меньшее время по сравнению с одиночными автономными роботами. Данное преимущество достигается за счет назначения рабочих областей каждому роботу в группе. Также одним из преимуществ группового применения роботов является расширение функциональных возможностей, за счет установки индивидуальных технических средств на каждого робота группы. Очевидно, что единичный автономный робот не сможет содержать тот набор технических средств, который можно использовать при групповом применении роботов. Однако наиболее ценным свойством роботов, работающих в группе, является общая отказоустойчивость системы и высокая вероятность достижения целей поставленных перед групповой робототехнической системой (РТС). Данное свойство достигается за счет перераспределения ролей между роботами в случае выхода из строя одной или нескольких единиц группы [5].

При множестве достоинств группового применения РТС, существует ряд проблем, возникающих в связи с необходимостью организации «коллективного» поведения роботов, решающих единую технологическую задачу. Одной из таких проблем является создание алгоритмов организации эффективного взаимодействия между роботами группы на всех уровнях иерархии, при которой достигается конечная цель (или целевая ситуация) за минимальное время и при минимальных затратах. Задача организации эффективного взаимодействия между роботами группы разбивается на ряд подзадач, а именно:

- определение состава группы, необходимого и достаточного для эффективного решения технологической задачи;
- распределение функций между роботами группы для достижения конечной цели за минимальное время и при минимальных затратах;
- реализация законов управления отдельно взятыми роботами, которые одновременно обеспечивают как автономность робота, так и выполнение глобальной задачи в целом.

Для решения данных задач применяется централизованный подход к групповому управлению [6, 7]. При таком подходе формирование тактических стратегий для группы роботов возлагается на одного, ведущего робота, в то время как поведение остальных, ведомых, мобильных роботов группы (МРГ) определяется поведением ведущего. При централизованном подходе к групповому управлению мощным комплексом технических средств достаточно оснастить только ведущего мобильного робота [6], ведомые комплектуются минимальным набором оборудования, которое необходимо для выполнения задач, сформированных ведущим МРГ.

Цель управления.

В качестве мобильных роботов группы, в данной работе, рассматриваются четырехмоторные летательные аппараты с вертикальным вектором тяги или квадрокоптеры. В настоящее время данный вид беспилотных летательных аппаратов применяются во многих сферах жизнедеятельности человека, в частности: в геодезии при построении карт высот местности [7], в полиции для фиксации нарушений и отслеживания преступников. Так как квадрокоптеры являются достаточно неустойчивыми объектами управления [8], то основной

проблемой, возникающей при создании групповой стратегии управления, является осуществление устойчивого передвижения группы роботов в заданную точку пространства. Данная задача является многомерной, так как включается в себя множество поведений мобильных роботов, а если учесть, что квадрокоптер является нелинейным объектом управления [8], то общая модель поведения группы роботов дополняется нелинейными составляющими динамики как самих МРГ, так и функциональных отношений между ними.

В настоящее время, в связи с необходимостью решения многомерных нелинейных задач формируется новая интегральная наука – синергетика. Данная наука изучает процессы самоорганизации и охватывает современные знания о косной и живой природе, экономические и в особенности технические науки. Базируясь на новых знаниях о природе происходящих процессов в сложных нелинейных системах, была сформирована новая прикладная синергетическая теория управления [9 – 11], основанная на принципе направленной самоорганизации. В рамках данной теории был разработан метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [9], позволяющий синтезировать законы управления для расширенных математических моделей объектов управления без линеаризации или других упрощений. В данном методе цели задачи управления выступают в виде инвариантных многообразий, а учет нелинейной динамики системы достигается путем применения асимптотического перехода от одного инвариантного многообразия к другому с последовательным понижением размерности многообразий. При таком подходе к задаче управления нет необходимости строгого соответствия параметров реального объекта параметрам заложенной в регулятор модели, нужно лишь обеспечить попадание замкнутой системы в область притяжения инвариантных многообразий, на которых, в свою очередь, поддерживается желаемое конечное состояние объекта управления. Поэтому для реализации группового управления мобильными роботами в данной работе предлагается использовать принципы и методы синергетической теории управления [9 – 14].

Математическая модель группы квадрокоптеров.

Для определения математической модели группы квадрокоптеров необходимо определить динамику поведения одного МРГ. Квадрокоптер (рис. 1) является разновидностью летательного аппарата с вертикальным вектором тяги [15, 16], приводящимся в движение четырьмя роторами со скоростью вращения $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$, закреплённых в центре масс робота M на двух пересекающихся крест-накрест металлических балках, вращающихся диагонально в противоположных направлениях (рис. 2).



Рис. 1. Внешний вид квадрокоптера

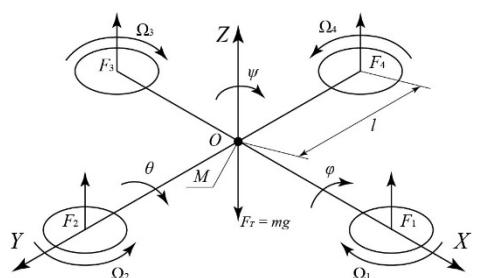


Рис. 2. Схема перемещения квадрокоптера в пространстве

Для синтеза стратегий управления верхнего уровня необходимо построить математическую модель квадрокоптера, рассматриваемого как твердое тело. Движение квадрокоптера можно считать суммой поступательного движения центра масс и сферического движения тела относительно центра масс [15, 16]. Предположим, что квадрокоптеры, входящие в состав группы, имеют одинаковую конструкции и массо-инерционные

характеристики, при этом центр масс каждого робота находится на пересечении балок, на которых закреплены винты. Режим движения группы квадрокоптеров будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}^k &= V_x^k; \quad \dot{y}^k = V_y^k; \quad \dot{z}^k = V_z^k; \\
 \dot{V}_x^k &= (\sin \psi^k \sin \varphi^k + \cos \psi^k \sin \theta^k \cos \varphi^k) U_1^k / m; \\
 \dot{V}_y^k &= (-\cos \psi^k \sin \varphi^k + \sin \psi^k \sin \theta^k \cos \varphi^k) U_1^k / m; \\
 \dot{V}_z^k &= \frac{U_1^k}{m} \cos \theta^k \cos \varphi^k - g; \\
 \dot{\theta}^k &= \omega_\theta^k; \quad \dot{\varphi}^k = \omega_\varphi^k; \quad \dot{\psi}^k = \omega_\psi^k; \\
 \dot{\omega}_\theta^k &= \frac{(I_{yy} - I_{zz}) \omega_\theta^k \omega_\psi^k - J_{TP} \omega_\theta^k \Omega^k + U_2^k}{I_{xx}}; \\
 \dot{\omega}_\varphi^k &= \frac{(I_{zz} - I_{yy}) \omega_\varphi^k \omega_\psi^k + J_{TP} \omega_\varphi^k \Omega^k + U_3^k}{I_{yy}}; \\
 \dot{\omega}_\psi^k &= \frac{(I_{xx} - I_{yy}) \omega_\varphi^k \omega_\theta^k + U_4^k}{I_{zz}},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где x^k, y^k, z^k – координаты центра масс k -го квадрокоптера группы; V_x^k, V_y^k, V_z^k – проекции вектора линейной скорости k -го робота; $\theta^k, \varphi^k, \psi^k$ – угол тангенса, угол крена и угол рыскания k -го робота соответственно, ω_θ^k – угловая скорость тангенса k -го робота; ω_φ^k – угловая скорость крена k -го робота; ω_ψ^k – угловая скорость рыскания k -го робота; $U_1^k, U_2^k, U_3^k, U_4^k$ – каналы управления k -ым МРГ; Ω^k – общая скорость четырех винтов k -го робота; m – масса квадрокоптера; I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} – моменты инерции вокруг оси X, Y и Z соответственно; J_{TP} – общий вращательный момент инерции вокруг оси винта. Уравнения связи каналов управления $U_1^k, U_2^k, U_3^k, U_4^k$ со скоростями вращения винтов $\Omega_1^k, \Omega_2^k, \Omega_3^k, \Omega_4^k$ имеют вид:

$$\begin{aligned}
 \Omega_1^k &= \sqrt{\frac{1}{4b} U_1^k - \frac{1}{2bl} U_3^k - \frac{1}{4d} U_4^k}; \\
 \Omega_2^k &= \sqrt{\frac{1}{4b} U_1^k - \frac{1}{2bl} U_2^k + \frac{1}{4d} U_4^k}; \\
 \Omega_3^k &= \sqrt{\frac{1}{4b} U_1^k + \frac{1}{2bl} U_3^k - \frac{1}{4d} U_4^k}; \\
 \Omega_4^k &= \sqrt{\frac{1}{4b} U_1^k + \frac{1}{2bl} U_2^k + \frac{1}{4d} U_4^k}; \\
 \Omega^k &= -\Omega_1^k + \Omega_2^k - \Omega_3^k + \Omega_4^k,
 \end{aligned}$$

где l – расстояние между центром квадрокоптера и центром пропеллера, b и d – аэродинамические составляющие тяги и коэффициента сопротивления соответственно.

В качестве основной задачи управления выберем асимптотически устойчивое передвижение группы квадрокоптеров в заданную позицию с удержанием заданного угла рыскания. Синтезированные стратегии управления являются задающими воздействиями для подсистем управления микродвигателями квадрокоптеров [15, 16]. Однако в рамках данной статьи синтез локальных законов управления подсистемами исполнительных механизмов квадрокоптера не рассматривается.

Управление группой квадрокоптеров является не тривиальной задачей, требующей, при использовании классических методов теории управления, применения процедуры линеаризации нелинейных составляющих, что неизбежно приводит к проблемам устойчивости всей системы. Поэтому для синтеза законов группового управления в данной

работе предлагается использовать методы и подходы синергетической теории управления (СТУ).

Процедура синтеза.

В СТУ совокупность критериев управления системы принято выражать в виде соответствующей системы инвариантов, которые выступают в роли цели управления, на них обеспечивается выполнение заданной технологической задачи, а процедура синергетического синтеза сводится к поиску законов управления, при которых эти заданные инварианты выполняются. Следуя централизованному подходу группового управления [6] в качестве первых инвариантов системы необходимо выбрать перемещение центра масс первого ($k = 1$) или ведущего МРГ в точку с заданными координатами x^*, y^*, z^* , а также задать удержание угла ориентации ψ^1 в заданном направлении ψ^* . Таким образом, подмножество целей для ведущего МРГ будет иметь вид:

$$\Sigma_1^1 = \{x^1 = x^*, \quad y^1 = y^*, \quad z^1 = z^*, \quad \psi^1 = \psi^*\}. \quad (2)$$

В свою очередь ведомые МРГ ($k = 2, 3, \dots, n$, где n – количество МРГ) должны выполнять задачу следящей системы, поэтому подмножества целей управления ведомых МРГ будут иметь следующий вид:

$$\Sigma_k^k = \{x^k = x^1 + \Delta_x^k, \quad y^k = y^1 + \Delta_y^k, \quad z^k = z^1 + \Delta_z^k, \quad \psi^k = \psi^1 + \Delta_\psi^k\}, \quad (3)$$

где $\Delta_x^k, \Delta_y^k, \Delta_z^k, \Delta_\psi^k$ – коэффициенты смещения ведомых МРГ относительно ведущего, k – номер ведомого МРГ.

Для осуществления синтеза методом АКАР [9] выразим определенные подмножества целей управления ведущего МРГ (2) через совокупности макропеременных:

$$\begin{aligned} \Psi_1^1 &= V_{x_{\max}}^1 - V_{x_{\max}}^1 \tanh(x^* - x^1); \\ \Psi_2^1 &= V_{y_{\max}}^1 - V_{y_{\max}}^1 \tanh(y^* - y^1); \\ \Psi_3^1 &= V_{z_{\max}}^1 - V_{z_{\max}}^1 \tanh(z^* - z^1); \\ \Psi_4^1 &= \omega_\theta^1 - k_1^1 (\theta_1^* - \theta^1); \\ \Psi_5^1 &= \omega_\phi^1 - k_2^1 (\phi_1^* - \phi^1); \\ \Psi_6^1 &= \omega_\psi^1 - k_3^1 (\psi^* - \psi^1), \end{aligned} \quad (4)$$

где $V_{\max}^1 = [V_{x_{\max}}^1, V_{y_{\max}}^1, V_{z_{\max}}^1]$ – вектор максимально допустимой скорости движения ведущего МРГ, k_1^1, k_2^1, k_3^1 – положительные константы, θ_1^* и ϕ_1^* – желаемые значения углов тангажа и крена платформы ведущего квадрокоптера. При задании совокупности макропеременных (4) был применен иерархический подход [13, 14] к построению синергетических законов управления. Согласно данному подходу исходная задача разбивается на несколько иерархически связанных подзадач, в данном случае на задачу перемещения робота в пространстве и задачу стабилизации углов поворота платформы, от которой зависит выполнение первой. Система макропеременных (4) при этом должна удовлетворять решению $\Psi_i^1 = 0$ ($i = 1, 2, \dots, 6$) системы функциональных уравнений:

$$\dot{\Psi}_i^1 + \lambda_i^1 \Psi_i^1 = 0, \text{ при } i = \overline{1, 6}. \quad (5)$$

где $\lambda_i^1, i = \overline{1, 6}$ – положительные константы.

Из первых трех уравнений системы (5) определяется «внешний» закон управления ведущего МРГ U_1^1 и углы θ^1 и ϕ^1 , которые выступают в качестве целей для системы стабилизации платформы ведущего квадрокоптера $\Psi_4^1 = 0$ и $\Psi_5^1 = 0$:

$$\begin{aligned} \theta^1 &= \theta_1^*; \\ \phi^1 &= \phi_1^*. \end{aligned} \quad (6)$$

Из оставшихся уравнений системы (5) с учетом уравнений связи (6) и заданных макропараметров Ψ_4^1 , Ψ_5^1 и Ψ_6^1 определяются «внешние» законы управления U_2^1 , U_3^1 , U_4^1 , отвечающие за повороты платформы ведущего МРГ при передвижении к заданной точке.

Далее, для осуществления слежения за ведущим МРГ, выразим подмножество целей управления ведомых МРГ (3) через следующие совокупности макропараметров:

$$\begin{aligned}\Psi_1^k &= V_x^k - V_x^1 - V_{x_{\max}}^k \tanh(x^1 + \Delta_x^k - x^k); \\ \Psi_2^k &= V_y^k - V_y^1 - V_{y_{\max}}^k \tanh(y^1 + \Delta_y^k - y^k); \\ \Psi_3^k &= V_z^k - V_z^1 - V_{z_{\max}}^k \tanh(z^1 + \Delta_z^k - z^k); \\ \Psi_4^k &= \omega_\theta^k - k_1^k (\theta_k^* - \theta^k); \\ \Psi_5^k &= \omega_\phi^k - k_2^k (\varphi_k^* - \varphi^k); \\ \Psi_6^k &= \omega_\psi^k - \omega_\psi^1 - k_3^k (\psi^1 + \Delta_\psi^k - \psi^k),\end{aligned}\tag{7}$$

где $V_{\max}^k = [V_{x_{\max}}^k, V_{y_{\max}}^k, V_{z_{\max}}^k]$ – вектор максимально допустимой скорости движения ведомых МРГ, k_1^k, k_2^k, k_3^k – положительные константы, θ_k^* и φ_k^* – желаемые значения углов порота платформы k -го ведомого квадрокоптера. Согласно СТУ система макропараметров (7) должны удовлетворять решению $\Psi_i^k = 0$ ($i = 1, 2, \dots, 6$) системы функциональных уравнений:

$$\dot{\Psi}_i^k + \lambda_i^k \Psi_i^k = 0, \text{ при } i = \overline{1, 6}. \tag{8}$$

Решением системы функциональных уравнений (12) с учетом уравнений связи

$$\begin{aligned}\theta^k &= \theta_k^*; \\ \varphi^k &= \varphi_k^*,\end{aligned}$$

являются «внешние» законы управления ведомых МРГ U_1^k , U_2^k , U_3^k , U_4^k , которые обеспечивают перевод изображающей точки замкнутой системы в окрестность пересечения многообразий $\Psi_i^k = 0$ ($i = 1, 2, \dots, 6$), в результате которого происходит динамическая декомпозиция исходной системы (1). В итоге поведение группы мобильных роботов на пересечении инвариантных многообразий $\Psi_i^1 = 0$ и $\Psi_i^k = 0$ ($i = 1, 2, \dots, 6$) будет описываться следующей системой:

$$\begin{aligned}\dot{x}^1 &= V_{x_{\max}}^1 \tanh(x^* - x^1); & \dot{x}^k &= V_x^1 + V_{x_{\max}}^k \tanh(x^1 + \Delta_x^k - x^k); \\ \dot{y}^1 &= V_{y_{\max}}^1 \tanh(y^* - y^1); & \dot{y}^k &= V_y^1 + V_{y_{\max}}^k \tanh(y^1 + \Delta_y^k - y^k); \\ \dot{z}^1 &= V_{z_{\max}}^1 \tanh(z^* - z^1); & \dot{z}^k &= V_z^1 + V_{z_{\max}}^k \tanh(z^1 + \Delta_z^k - z^k); \\ \dot{\theta}^1 &= k_1^1 (\theta_1^* - \theta^1); & \dot{\theta}^k &= k_1^k (\theta_k^* - \theta^k); \\ \dot{\varphi}^1 &= k_2^1 (\varphi_1^* - \varphi^1); & \dot{\varphi}^k &= k_2^k (\varphi_k^* - \varphi^k); \\ \dot{\psi}^1 &= k_3^1 (\psi^* - \psi^1); & \dot{\psi}^k &= \omega_\psi^1 + k_3^k (\psi^1 + \Delta_\psi^k - \psi^k).\end{aligned}\tag{9}$$

Для того чтобы замкнутая система (9) была асимптотически устойчива необходимо чтобы $k_1^1 > 0, k_2^1 > 0, k_3^1 > 0$, $k_1^k > 0, k_2^k > 0, k_3^k > 0$ и проекции вектора максимально допустимой скорости движения для ведущего и ведомых МРГ вычислялись следующим образом:

$$\begin{aligned}
X_1 &= x^* - x^1; & X_k &= x^1 + \Delta_x^k - x^k; \\
Y_1 &= y^* - y^1; & Y_k &= y^1 + \Delta_y^k - y^k; \\
Z_1 &= z^* - z^1; & Z_k &= z^1 + \Delta_z^k - z^k; \\
n_1 &= \sqrt{X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2}; & n_k &= \sqrt{X_k^2 + Y_k^2 + Z_k^2}; \\
V_{x_{\max}}^1 &= \frac{\text{sign}(X_1)X_1 V_0^1}{n_1}; & V_{x_{\max}}^k &= \frac{\text{sign}(X_k)X_k V_0^k}{n_k}; \\
V_{y_{\max}}^1 &= \frac{\text{sign}(Y_1)Y_1 V_0^1}{n_1}; & V_{y_{\max}}^k &= \frac{\text{sign}(Y_k)Y_k V_0^k}{n_k}; \\
V_{z_{\max}}^1 &= \frac{\text{sign}(Z_1)Z_1 V_0^1}{n_1}; & V_{z_{\max}}^k &= \frac{\text{sign}(Z_k)Z_k V_0^k}{n_k},
\end{aligned} \tag{10}$$

где V_0^1 и V_0^k – желаемая скорость перемещения ведущего и ведомого МРГ соответственно.

Таким образом, с учетом математической модели мобильного робота (1) и «внешних» управлений ведущего МРГ $U_1^1, U_2^1, U_3^1, U_4^1$ и ведомых МРГ $U_1^k, U_2^k, U_3^k, U_4^k$, можно получить стратегии группового управления реализующие централизованное поведение, слаженное движение ведомых МРГ относительно главного ведущего МРГ, перемещающегося в заданную точку рабочего пространства.

Компьютерное моделирование.

Проведем компьютерное исследование синтезированной замкнутой системы группового управления квадрокоптерами. Предположим, что задачу группового построения в пространстве выполняют один ведущий и два ведомых ($k = 3$) квадрокоптера. В качестве общих параметров квадрокоптеров возьмем значения, представленные в таблице 1.

Примем в качестве внутренних параметров регулятора ведущего МРГ значения, представленные в таблице 2. Ограничим скорость перемещения ведущего МРГ порогом в $V_0^1 = 3$ м/с. Зададим целевые координаты ведущего МРГ следующим образом: $x^* = 150$ м, $y^* = 0$ м, $z^* = 100$ м и угол рыскания $\psi^* = 0$ рад.

Таблица 1 – Параметры квадрокоптеров группы

Параметр	Обозначение	Ед. изм.	Значение
Масса квадрокоптера	m	кг	0,5
Расстояние между центром масс МР и центром пропеллера	l	м	0,3
Аэродинамическая составляющая тяги каждого ротора МР	b	Нс^2	$12,5 \times 10^{-6}$
Аэродинамическая составляющая сопротивления среды	d	Нмс^2	$0,27 \times 10^{-6}$
Момент инерции вокруг оси X	I_{xx}	Нмс^2	0,05
Момент инерции вокруг оси Y	I_{yy}	Нмс^2	0,05
Момент инерции вокруг оси Z	I_{zz}	Нмс^2	0,05
Общий вращательный момент инерции вокруг оси каждого винта	J_{TP}	Нмс^2	0,002

Таблица 2 – Параметры регулятора ведущего МРГ

Параметр	Обозн.	Знач.
Параметр 1-го функционального уравнения ведущего МРГ (5)	λ_1^1	2
Параметр 2-го функционального уравнения ведущего МРГ (5)	λ_2^1	2
Параметр 3-го функционального уравнения ведущего МРГ (5)	λ_3^1	2

Параметр 4-го функционального уравнения ведущего МРГ (5)	λ_4^1	20
Параметр 5-го функционального уравнения ведущего МРГ (5)	λ_5^1	20
Параметр 6-го функционального уравнения ведущего МРГ (5)	λ_6^1	20
Параметр макропеременной $\Psi_4^1(4)$	k_1^1	35
Параметр макропеременной $\Psi_5^1(4)$	k_2^1	35
Параметр макропеременной $\Psi_6^1(4)$	k_3^1	35

Примем в качестве внутренних параметров регуляторов ведомых МРГ значения, представленные в таблице 3. Ограничим скорость перемещения ведомых МРГ порогом в $V_0^k = 8$ м/с.

Таблица 3 – Параметры регуляторов ведомых МРГ

Параметр	Обозн.	Знач.
Параметр 1-го функционального уравнения ведомых МРГ (8)	λ_1^k	2
Параметр 2-го функционального уравнения ведомых МРГ (8)	λ_2^k	2
Параметр 3-го функционального уравнения ведомых МРГ (8)	λ_3^k	2
Параметр 4-го функционального уравнения ведомых МРГ (8)	λ_4^k	20
Параметр 5-го функционального уравнения ведомых МРГ (8)	λ_5^k	20
Параметр 6-го функционального уравнения ведомых МРГ (8)	λ_6^k	20
Параметр макропеременной $\Psi_4^k(7)$	k_1^k	35
Параметр макропеременной $\Psi_5^k(7)$	k_2^k	35
Параметр макропеременной $\Psi_6^k(7)$	k_3^k	35

Примем в качестве параметров смещения ведомых МРГ относительно ведущего значения, представленные в таблице 4.

Таблица 4 – Параметры смещения ведомых МРГ относительно ведущего

Параметр	Обозначен ие	Значение
Смещение 1-го ведомого МРГ по оси X	Δ_x^2	-20
Смещение 1-го ведомого МРГ по оси Y	Δ_y^2	20
Смещение 1-го ведомого МРГ по оси Z	Δ_z^2	0
Смещение 1-го ведомого МРГ по углу рыскания	Δ_ψ^2	0,3
Смещение 2-го ведомого МРГ по оси X	Δ_x^3	-20
Смещение 2-го ведомого МРГ по оси Y	Δ_y^3	-20
Смещение 2-го ведомого МРГ по оси Z	Δ_z^3	0
Смещение 2-го ведомого МРГ по углу рыскания	Δ_ψ^3	-0,3

Примем в качестве начальных условий ведущего и ведомых МРГ нулевые значения проекций вектора линейной ($V_x^k(0) = V_y^k(0) = V_z^k(0) = 0$) и угловой скоростей ($\omega_\theta^k(0) = \omega_\phi^k(0) = \omega_\psi^k(0) = 0$) квадрокоптера, а также нулевые значения углов тангажа, крена и рыскания ($\theta^k(0) = \varphi^k(0) = \psi^k(0) = 0$). В качестве начального расположения квадрокоптеров в рабочем пространстве примем следующие значения:

$$\begin{aligned} x^1(0) &= 0, y^1(0) = 0, z^1(0) = 0; \\ x^2(0) &= -100, y^2(0) = 100, z^2(0) = 0; \\ x^3(0) &= -30, y^3(0) = -100, z^3(0) = 0. \end{aligned}$$

На рис. 3 – 9 представлены переходные процессы изменения координат полученной замкнутой системы. Обозначения на рисунках: 1 – ведущий МРГ; 2, 3 – ведомые МРГ.

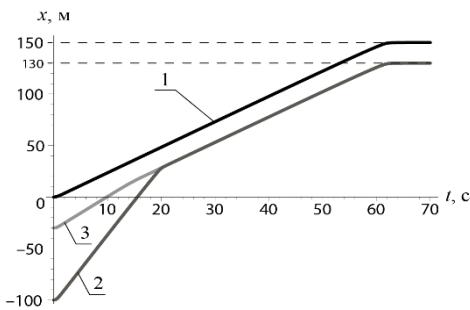


Рис. 3. Изменение проекции вектора перемещения роботов группы на ось X

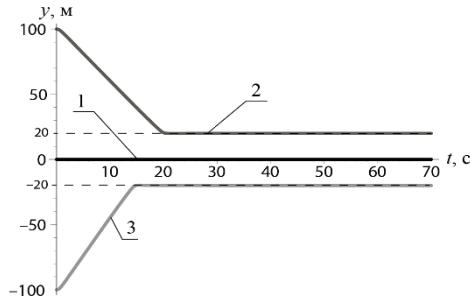


Рис. 4. Изменение проекции вектора перемещения роботов группы на ось Y

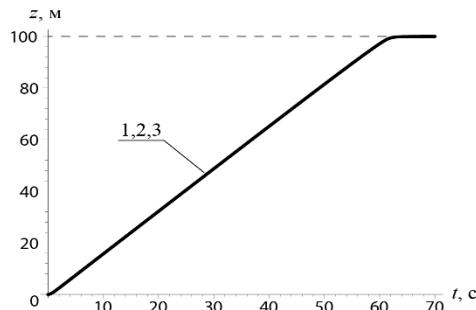


Рис. 5. Изменение проекции вектора перемещения роботов группы на ось Z

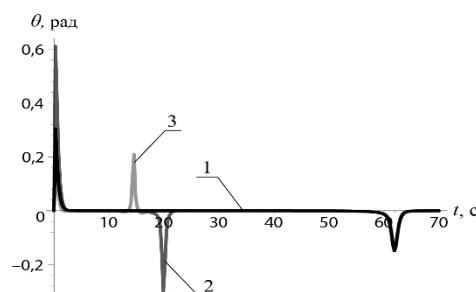


Рис. 6. Изменение угла тангенса роботов группы.

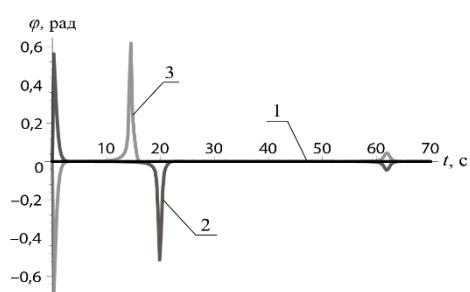


Рис. 7. Изменение угла крена роботов группы.

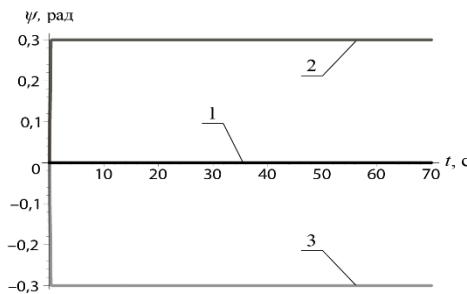


Рис. 8. Изменение угла рыскания роботов группы.

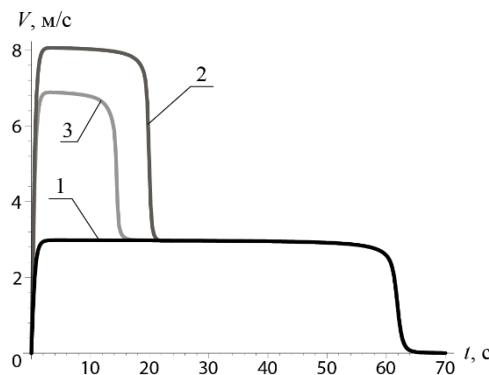


Рис. 9. Изменение вектора линейной скорости полета мобильных роботов группы.

Представленные результаты моделирования подтверждают, что в синтезированной замкнутой системе управления группой роботов (4) – (10), с учетом (1) обеспечивается выполнение введенной системы инвариантов: передвижение ведущего МРГ к заданной точке в трехмерном пространстве (рис. 3 – рис. 5), выдерживание ведомыми МРГ заданного смещения относительно ведущего МРГ (рис. 4 – рис. 5), а также выполнения всеми МРГ ограничения по максимальной скорости перемещения (рис. 9).

Заключение.

Таким образом, в статье представлен важный научный результат – разработана процедура аналитического синтеза стратегии группового управления мобильными роботами с использованием полных нелинейных моделей движения. Указанная стратегия управления обеспечивает асимптотическую устойчивость замкнутых систем, и четкое исполнение заданных инвариантов. Использование нелинейных составляющих при синтезе законов группового управления позволяет точно выдерживать требуемое смещение ведомых квадрокоптеров относительно положения ведущего. Вариация смещений ведомых МРГ позволяет формировать различные типы строя группы роботов. В рамках данной работы предложены базовые законы управления механическими подсистемами мобильных роботов группы. Для построения полной системы управления в дальнейшем предполагается включение в модель системы динамики исполнительных приводов, а также динамики связей между роботами группы для повышения энергоэффективности и общей устойчивости системы.

Список литературы:

1. *P. Avanzini, E. Royer, B. Thuilot, and J.-P. Durutin, “Using monocular visual SLAM to manually convoy a fleet of automatic urban vehicles,”* in Proc. IEEE Int. Conf. Robotics Automation, Karlsruhe, Germany, 2013, pp. 3219 – 3224.
2. *P. Petrov, “A mathematical model for control of an autonomous vehicle convoy,”* Trans. syst. control, vol. 3, no. 9, 2008, pp. 835–848.
3. *G. Antonelli, F. Arrichiello, F. Caccavale, and A. Marino, “Decentralized centroid and formation control for multi-robot systems,”* in IEEE Int. Conf. Robotics Automation, Karlsruhe, Germany, 2013, pp. 3511–3516.

4. C. A. Kitts and I. Mas, "Cluster space specification and control of mobile multirobot systems," IEEE/ASME Trans. Mechatronics, vol. 14, no. 2, Apr. 2009, pp. 207 – 218.
5. T. Liu and Z. Jiang, "Distributed formation control of nonholonomic mobile robots without global position measurements," Automatica, vol. 49, no. 2, 2013, pp. 592–600.
6. G. Mariottini *et al.*, "Vision-based localization for leader-follower formation control," IEEE Trans. Robot., vol. 25, no. 6, Dec. 2009, pp. 1431-1438.
7. Agnew, M.S., Dal Canto, P., Kitts, C.A., Li, S., "Cluster space control of aerial robots," Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2010 IEEE/ASME International Conference on, 2010, pp. 1305 – 1310.
8. Tommaso Bresciani. Modeling, identification and control of a quadrotor helicopter. – Lund: Master thesis, 2008. – 170 p.
9. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
10. Колесников А.А. Синергетическая теория управления: концепции, методы, тенденции развития// Известия ТРТУ. 2001. – Т. 23. – № 5. – С. 7-27.
11. Колесников А.А. Синергетическая концепция системного синтеза: единство процессов самоорганизации и управления// Известия ТРТУ. 2006. – Т. 61. –№ 6. – С. 10-38.
12. Колесников А.А., Веселов Г.Е., Попов А.Н., Мушенко А.С. и др. Синергетические методы управления сложными системами: механические и электромеханические системы. – М.: КомКнига, 2006. – 304 с.
13. Веселов Г.Е. Синергетический подход к синтезу иерархических систем управления// Известия ТРТУ. 2006. –Т. 61. –№ 6. –С. 73-84.
14. Веселов Г.Е. Прикладная теория синергетического синтеза иерархических систем управления// Известия ТРТУ. Тематический выпуск. Прикладная синергетика и системный синтез. –2006. –№5. –С. 66–76.
15. Веселов Г. Е., Скляров А. А., Скляров С. А. Синергетический подход к управлению беспилотным летательным аппаратом//Известия Южного федерального университета. Технические науки. - Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2013. - №5 -С. 65–70.
16. Веселов Г. Е., Скляров А. А., Скляров С. А. Синергетическая стратегия обхода недетерминированных препятствий беспилотным летательным аппаратом//Материалы всероссийской научной конференции «Вузовская наука Северо-Кавказскому федеральному округу». - Пятигорск: Издательство ФГАОУ ВПО «СФУ» (филиал) в г. Пятигорске, 2013. Т. 2. - С. 64–73.

Душин Сергей Евгеньевич, Исупова Елена Дмитриевна

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В. И. Ульянова (Ленина)

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССАМИ БИОЛОГИЧЕСКОЙ ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД МЕТОДОМ АКАР

Представленное разнообразие моделей биологической очистки сточных вод ставит вопрос об их применимости и адекватности применительно к реальным процессам с целью построения систем управления. Исследование условий общности положения и наблюдаемости моделей отмечает особенности их поведения, вследствие чего позволяет судить о возможности построения качественных систем управления на их основе. Результаты моделирования системы, построенной по методу АКАР, показывают принципиальную применимость данного подхода в будущем.

Ключевые слова: очистка сточных вод, биологический реактор, условие общности положения, нелинейный критерий наблюдаемости, метод АКАР

Dushin S.E., Isupova E.D.

ANALYSIS AND SYNTHESIS OF THE CONTROL SYSTEMS OF WASTEWATER TREATMENT OF BIOLOGIC PROCESSES USING ACAR METHOD

The big amount of biologic wastewater treatment mathematical models causes arguments about their adequacy and applicability in the context of the real processes with the aim of synthesizing control systems. State commonness condition and observability researches note the behavior features of the models resulting in giving opportunity to synthesize high-quality control systems based on them. The results of the system modeling built using the ACAR method allow speaking about principle future applicability of the approach.

Keywords: State Commonness Condition, Biologic Reactor, Non-linear Observability Criterium, Wastewater Treatment, ACAR Method

Введение.

Одной из главных проблем современности становится снижение потребления водных ресурсов в связи с их ограниченностью и неравномерным распространением на Земле. В промышленности существуют три основных направления решения данной задачи: многократное использование воды в рамках одного предприятия, изменение технологий с целью снижения потребляемых ресурсов и полноценная очистка сточных вод перед сбросом в гидросферу, выполняемая в соответствии с требованиями экологических стандартов.

Одним из видов очистки сточных вод выступает биологическая, которая заключается в переработке неорганических веществ в органические благодаря активному илу. При этом субстрат, растворенный в сточных водах, служит в качестве пищи для активного ила, который при достаточном наличии питания способен размножаться, увеличивая при этом численность популяции.

Построение систем управления (СУ) технологическими процессами (ТП) в биологических реакторах на основе известных математических моделей (ММ), применение современных аналитических методов анализа и синтеза и численного моделирования позволяет повысить эффективность работы очистных сооружений. В связи с этим возникают

вопросы о соответствии используемых моделей реально протекающим ТП, их управляемости и наблюдаемости.

Условия общности положения и наблюдаемости. Постановка задачи.

Пусть управляемые процессы в биореакторе могут быть представлены аффинной моделью вида

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}, \quad (1)$$

где $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ – матрица-столбец с элементами $f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, f_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$; матрица $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ – матрица размером $m \times n$ с элементами $f_{ij}(x_1, x_2, \dots, x_n), i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$; \mathbf{u} – вектор управления с компонентами u_1, u_2, \dots, u_m .

Данная форма представления объекта управления (ОУ) широко применяется при исследовании свойств управляемости и наблюдаемости. Поскольку ММ биоочистки являются нелинейными, использование критерии управляемости и наблюдаемости по Калману становится невозможным.

Условие общности положения (УОП), применяемое в качестве критерия управляемости для нелинейных систем [1], позволяет установить границы областей фазового пространства, при достижении которых ОУ становится неуправляемой. На основе дифференциальной геометрии методы исследования общности положения получили дальнейшее обобщение [2]. Так, для скалярного управления u с помощью коммутаторов векторных полей

$$\begin{aligned} \text{ad}_{\mathbf{A}}^0 \mathbf{B}(\mathbf{x}) &= \mathbf{B}(\mathbf{x}), \\ \text{ad}_{\mathbf{A}}^1 \mathbf{B}_{j-1}(\mathbf{x}, u) + \text{ad}_{\mathbf{B}}^1 \mathbf{B}_{j-1}(\mathbf{x}, u)u &= [\mathbf{A}(\mathbf{x}), \mathbf{B}_{j-1}(\mathbf{x}, u)] + [\mathbf{B}(\mathbf{x}), \mathbf{B}_{j-1}(\mathbf{x}, u)]u; \\ j &= 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

строится блочная матрица

$$\mathbf{D}_n = [\text{ad}_{\mathbf{A}}^0 \mathbf{B}(\mathbf{x}) \quad \text{ad}_{\mathbf{A}}^1 \mathbf{B}_1(\mathbf{x}, u) + \text{ad}_{\mathbf{B}}^1 \mathbf{B}_1(\mathbf{x}, u)u \quad \dots \\ \text{ad}_{\mathbf{A}}^1 \mathbf{B}_{n-1}(\mathbf{x}, u) + \text{ad}_{\mathbf{B}}^1 \mathbf{B}_{n-1}(\mathbf{x}, u)u]. \quad (2)$$

В общем случае УОП выполняется, если

$$\text{rank } \mathbf{D}_n = n.$$

Для скалярного управления УОП приобретает более простой вид

$$\det \mathbf{D}_n \neq 0. \quad (3)$$

Использование нелинейного критерия наблюдаемости [3] предполагает запись ММ (1) в новых координатах:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= \mathbf{G}(\mathbf{y}, \mathbf{v}, \mathbf{u}) = \mathbf{G}_0(\mathbf{y}, \mathbf{u}) + \mathbf{G}_1(\mathbf{y})\mathbf{v}; \\ \frac{dv}{dt} &= \mathbf{H}(\mathbf{y}, \mathbf{v}, \mathbf{u}) = \mathbf{H}_0(\mathbf{y}, \mathbf{u}) + \mathbf{H}_1(\mathbf{y})\mathbf{v}; \\ \mathbf{x} &= [\mathbf{y} \quad \mathbf{v}]^T, \end{aligned} \quad (4)$$

где \mathbf{y} – наблюдаемый k -мерный вектор состояния; \mathbf{v} – ненаблюдаемый m -мерный вектор состояния, причем $k + m = n$; $\mathbf{G}(\cdot), \mathbf{H}(\cdot)$ – непрерывные по своим аргументам нелинейные функции.

Система (4) является наблюдаемой, если

$$\text{rank}[\mathbf{G}_1^T(\mathbf{y}) \quad \mathbf{H}_1^T(\mathbf{y})\mathbf{G}_1^T(\mathbf{y}) \quad \dots \quad \mathbf{H}_1^T(\mathbf{y})^{m-1}\mathbf{G}_1^T(\mathbf{y})] = m, \quad \forall \mathbf{y} \in R^k. \quad (5)$$

Ставится задача выявления нарушения условий управляемости (на основе УОП) и наблюдаемости для базовых нелинейных моделей, используемых в процессе биоочистки сточных вод.

Модель Моно

Исторически первой базовой моделью очистки сточных вод стала модель Моно [4], состоящая из двух уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= -\frac{X}{T} + \frac{\mu_m XL}{K_L+L}; \\ \frac{dL}{dt} &= \frac{L^{\text{bx}} - L}{T} - \frac{\mu_m XL}{Y(K_L+L)},\end{aligned}\quad (6)$$

где X – концентрация активного ила; L^{bx} – концентрация реагента, поступающего в биореактор; L – текущая концентрация субстрата; T – период аэрации; μ_m – максимальная удельная скорость роста биомассы ила; K_L – константа полунасыщения, равная концентрации субстрата, при которой скорость процесса равна $\mu_m/2$; Y – коэффициент трансформации субстрата в биомассу.

В качестве управляемых параметров могут выступать начальные условия, а также входная концентрация субстрата. Кроме того, возможно управление периодом аэрации T с помощью добавления катализаторов в реактор. Для объекта (6) с параметрами $T=6.93$ ч; $\mu_m=0.15$ ч⁻¹; $K_L=17.56$ мг/л; $Y=0.67$ мг ила/мг ХПК; $L^{\text{bx}}=1500$ мг/л при начальных условиях $L_0=0$ мг/л и $X_0=500$ мг/л графики установления концентраций субстрата и ила приведены на рис. 1.

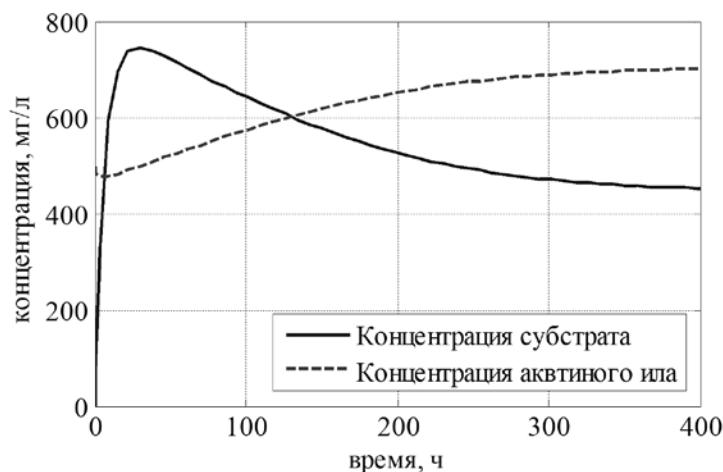


Рис. 1. Переходные процессы модели Моно

Положим, что управление процессом в биореакторе происходит с помощью изменения входной концентрации субстрата L^{bx} . Тогда соответствующие матрицы в (1) принимают вид:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{X}{T} + \frac{\mu_m XL}{K_L+L} \\ -\frac{L}{T} - \frac{\mu_m XL}{Y(K_L+L)} \end{pmatrix}; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ T^{-1} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Необходимая для анализа общности положения блочная матрица (2) записывается в виде:

$$\mathbf{D}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\mu_m K_L X}{(K_L+L)^2 T} \\ \frac{1}{T} & \frac{K_L X T \mu_m + K_L^2 Y + 2 K_L L Y + L^2 Y}{T^2 L (K_L+L)^2} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

На основании критерия (3) можно заключить, что ОУ утрачивает свойство общности положения, а детерминант обращается в ноль только в случае

$$0 = \frac{\mu_m K_L X}{(K_L+L)^2 T^2}. \quad (9)$$

Действительно, если в реакторе наблюдается полное отмирание биомассы, то процесс прекращается. Это происходит в связи с тем, что в системе не предполагается обновления активного ила.

Положим, что существует возможность управлять периодом аэрации в аппарате. Это означает представление матриц (1) как:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\mu_m XL}{K_L + L} \\ -\frac{\mu_m XL}{Y(K_L + L)} \end{pmatrix}; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -X \\ L^{bx} - L \end{pmatrix}. \quad (10)$$

С учетом (10) матрица УОП (2) принимает вид:

$$\mathbf{D}_2 = \begin{pmatrix} -X & \frac{\mu_m X K_L (-L^{bx} + L)}{(K_L + L)^2} \\ L^{bx} - L & -\frac{K_L X \mu_m (-L^{bx} + L)}{Y(K_L + L)^2} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Условие потери общности положения приобретает вид:

$$0 = \frac{\mu_m X K_L (-L^{bx} + L)(X - L^{bx} Y + YL)}{Y(K_L + L)^2}. \quad (12)$$

Как следует из (12), количество состояний, при которых нарушаются УОП, не единственно. Сохраняется ситуация отмирания ила, приводящая к неуправляемости системы. Кроме того, возможен случай равенства входной и текущей концентраций субстрата в некоторый ненулевой момент времени, что соответствует стационарному процессу, означающему прекращение процесса очистки. Выполнение в системе условия постоянства отношения концентраций $X/(L^{bx} - L) = Y$ также ведет к потере выполнения УОП. В этом случае, для управления процессом становится недостаточно изменять лишь время аэрации.

Если переписать модель Моно в координатах нелинейного критерия наблюдаемости (4), то получим систему вида:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= \frac{u-y}{T} + \left(-\frac{\mu_m y}{Y(K_L + y)} \right) v; \\ \frac{dv}{dt} &= 0 + \left(-\frac{1}{T} + \frac{\mu_m y}{K_L + y} \right) v, \end{aligned} \quad (13)$$

где y – измеряемая переменная, соответствующая концентрации субстрата на выходе; v – наблюдаемая переменная, соответствующая концентрации активного ила; u – функция управления, соответствующая входной концентрации субстрата (в дальнейшем принимается такое же соответствие переменных). Отсюда следует, что условие наблюдаемости (5) сводится к соотношению

$$-\frac{\mu_m y}{Y(K_L + y)} = 0. \quad (14)$$

Из равенства (14) вытекает, что потеря наблюдаемости происходит, когда измеряемая переменная y обращается в ноль. Это объясняется тем, что отсутствие субстрата в реакторе с одной стороны, приводит к отмиранию активного ила, а с другой – не позволяет оценивать значения концентрации активного ила.

Модель Герберта.

При учете снижения концентрации активного ила за счет самоокисления и разложения бактерий справедлива модель Герберта [5]:

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= -\frac{X}{T} + \frac{\mu_m XL}{K_L+L} - bX; \\ \frac{dL}{dt} &= \frac{L^{ex}-L}{T} - \frac{\mu_m XL}{Y(K_L+L)},\end{aligned}\tag{15}$$

где b – константа скорости самоокисления бактерий, которая описывает фазу отмирания микроорганизмов.

Условие потери общности положения модели Герберта совпадает с результатами для модели Моно (9) при управлении входной концентрацией субстрата. Представление матриц (1) имеет вид:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{X}{T} + \frac{\mu_m XL}{K_L+L} - bX \\ -\frac{L}{T} - \frac{\mu_m XL}{Y(K_L+L)} \end{pmatrix}; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ T^{-1} \end{pmatrix}.\tag{16}$$

Отмирание активного ила, в соответствии с (2) и (16), приводит к потере общности положения ОУ. С целью увеличения длительности ТП необходимо уменьшать приток субстрата в реактор.

Как и рассмотренная выше модель Моно, модель Герберта наблюдаема в тех областях фазового пространства, где концентрация субстрата не обращается в ноль. Действительно, если записать ММ в соответствии с представлением (4)

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dt} &= \frac{u-y}{T} + \left(-\frac{\mu_m y}{Y(K_L+y)}\right)v; \\ \frac{dv}{dt} &= 0 + \left(-\frac{1}{T} + \frac{\mu_m y}{K_L+y} - b\right)v,\end{aligned}\tag{17}$$

то из (17) следует, что нарушение свойства наблюдаемости (5) происходит при выполнении соотношения

$$-\frac{\mu_m y}{Y(K_L+y)} = 0.\tag{18}$$

Модель Халдейна.

Для описания системы с ингибирующими свойствами используется модель Халдейна [6]:

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= -\frac{X}{T} + \frac{\mu_m XL}{K_L+L+\frac{L^2}{K_i}}; \\ \frac{dL}{dt} &= \frac{L^{ex}-L}{T} - \frac{\mu_m XL}{Y\left(K_L+L+\frac{L^2}{K_i}\right)},\end{aligned}\tag{19}$$

где K_i – константа ингибирования.

Динамика модели Халдейна с коэффициентом ингибирования $K_i = 180000$ кг ХПК/м³ схожа с поведением модели Моно (рис. 1), но обладает большей длительностью переходных процессов. Если положить константу ингибирования бесконечно большой (диссоциация субстрата не происходит), то модель Халдейна вырождается в модель Моно.

Используя в качестве управляющего параметра приток субстрата в аппарат, ММ (1) в форме Коши представляется матрицами

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{X}{T} + \frac{\mu_m XL}{K_L+L+\frac{L^2}{K_i}} \\ -\frac{L}{T} - \frac{\mu_m XL}{Y(K_L+L+L^2/K_i)} \end{pmatrix}; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ T^{-1} \end{pmatrix}.\tag{20}$$

Тогда условие потери общности положения будет определяться равенством

$$0 = \frac{\mu_m X K_i (K_L K_i - L^2)}{T^2 (K_L K_i + K_i L + L^2)^2}. \quad (21)$$

Из (21) следует, что отмирание биомассы приводит к неуправляемости системы. Кроме того, возникает характерная точка в пространстве параметров, равная $L = \sqrt{K_L K_i}$. Результаты расчетов показывают, что данная точка находится вне области допустимых значений параметров.

Наблюдаемость системы определяется на основе (4), при этом модель Халдейна должна быть представлена следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= \frac{u-y}{T} + \left(-\frac{\mu_m y}{Y(K_L+y+\frac{y^2}{K_i})} \right) v; \\ \frac{dv}{dt} &= 0 + \left(-\frac{1}{T} + \frac{\mu_m y}{K_L+y+\frac{y^2}{K_i}} \right) v. \end{aligned} \quad (22)$$

Условие нарушения критерия наблюдаемости (5) сводится к выполнению

$$-\frac{\mu_m y}{Y(K_L+y+y^2/K_i)} = 0, \quad (23)$$

следовательно, система всегда наблюдаема за исключением случая отсутствия субстрата в аппарате.

Модель Кенейла.

Модель, описывающая трехзвенную пищевую цепь, называется моделью Кенейла [7]. Эта модель третьего порядка, где каждому уравнению соответствует динамика концентраций субстрата, бактерий и простейших. Она наиболее приближена к модели Моно (6), до которой деградирует в случае исключения простейших из системы.

Математическая модель процесса роста бактерий и простейших вследствие поглощения субстрата может быть представлена системой нелинейных дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= -\frac{X}{T} + \frac{\mu_m X L}{K_L + L} - \frac{f_m X P}{g(K_X + X)}; \\ \frac{dL}{dt} &= \frac{L^{ex} - L}{T} - \frac{\mu_m X L}{Y(K_L + L)}; \\ \frac{dP}{dt} &= -\frac{P}{T} + \frac{f_m X P}{K_X + X}, \end{aligned} \quad (24)$$

где P – концентрация простейших; g – экономический коэффициент простейших; f_m – максимальная удельная скорость роста простейших; L – концентрация бактерий; μ_m – максимальная удельная скорость роста бактерий; Y – экономический коэффициент бактерий; K_L – константа полусыщения, равная концентрации субстрата, при которой скорость процесса равна $\mu_m/2$; K_F – константа полусыщения, равная концентрации бактерий, при которой скорость процесса равна $f_m/2$. Исследование поведения модели Кенейла в ТП очистки сточных вод было произведено в [8].

Представление модели в форме (1) с управлением притоком субстрата в аппарат может быть записано:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{X}{T} + \frac{\mu_m XL}{K_L+L} - \frac{f_m XP}{g(K_X+X)} \\ -\frac{L}{T} - \frac{\mu_m XL}{Y(K_L+L)} \\ -\frac{P}{T} + \frac{f_m XP}{K_X+X} \end{pmatrix}; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ T^{-1} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Тогда условие потери общности положения приобретает вид:

$$0 = \frac{\mu_m^2 X^2 K_L^2 f_m P K_X}{T^3 (K_L+L)^4 (K_X+X)^2}. \quad (26)$$

Из полученной формулы вытекает: свойство общности положения данной модели теряется при вымирании бактерий или простейших. Это логично, поскольку отсутствие простейших означает разрушение модели Кенейла в принципе, а отсутствие бактерий приводит к вымиранию простейших (ввиду отсутствия питания) и прекращению очищения сточной воды.

Для анализа свойства наблюдаемости модели Кенейла необходимо разбить ее на две субмодели. Одна из субмоделей полностью совпадают с моделью Моно (14). В результате использования наблюдателя состояния можно получить оценку концентрации бактерий, которая принимается как измеряемая величина у во второй субмодели, имеющей вид:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= -\frac{y}{T} + \left(-\frac{f_m y}{g(K_X+y)} \right) v; \\ \frac{dv}{dt} &= 0 + \left(-\frac{1}{T} + \frac{f_m y}{K_X+y} \right) v. \end{aligned} \quad (27)$$

В случае ненулевой оценки концентрации бактерий, ОУ является наблюдаемым, что вытекает из условия

$$-\frac{f_m y}{g(K_X+y)} = 0. \quad (28)$$

Полученные выражения (14) и (28) накладывают ограничения на содержание минимального количества субстрата и ила в реакторе для наблюдаемости модели Кенейла.

Синтез управления по методу АКАР.

Рассмотрим задачу синтеза СУ биохимическими процессами в реакторе, представленными моделью Кенейла, с использованием метода АКАР [3]. Для ее решения необходимо модифицировать модель, введя новую переменную $L_{\text{пит}}$, отвечающую за поступление питательных веществ. Система уравнений примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= -\frac{X}{T} + \frac{\mu_m XL}{K_L+L} - \frac{f_m XP}{g(K_X+X)}; \\ \frac{dL}{dt} &= \frac{L^{\text{bx}} - L + L_{\text{пит}}}{T} - \frac{\mu_m XL}{Y(K_L+L)}; \\ \frac{dP}{dt} &= -\frac{P}{T} + \frac{f_m XP}{K_X+X}. \end{aligned} \quad (29)$$

По аналогии с [3] в качестве целевой траектории можно выбрать логистическое уравнение, характеризующее эволюцию популяции в природе:

$$\frac{dC}{dt} = r(1 - C/A)C, \quad (30)$$

где C — концентрация популяции, A — емкость экологической ниши популяции, r — удельная скорость роста популяции. Использование модели (30) приводит к следующему: при

любом начальном состоянии логистическая популяция со временем устойчиво выходит на стационарное состояние $C = A$, которое зависит от несущей способности окружающей среды.

В соответствии с алгоритмом построения закона управления по методу АКАР вводится макропеременная

$$\psi = \mu(L) - \frac{f(X)P}{Xg} - r \left(1 - \frac{X}{A}\right) - \frac{1}{T}, \quad (31)$$

где скорости изменения концентраций бактерий и субстрата обозначены как:

$$\mu(L) = \frac{\mu_m L}{K_L + L}; \quad f(X) = \frac{f_m X}{K_X + X}. \quad (32)$$

Тогда функциональное уравнение принимает вид:

$$\tau \dot{\psi}(t) + \psi = 0, \quad (33)$$

где параметр τ – скорость изменения макропеременной ψ , причем время установления желаемого состояния определяется значением 3τ . При подстановках макропеременной (31) и ее производной в уравнение (33) с учетом (32) можно выразить переменную питания через состояния и воздействия системы из (29):

$$L_{\text{пит}} = L - L^{\text{вх}} + \frac{\mu(L)XT}{Y} - \left[\frac{rT(K_L+L)^2}{A\mu_m K_L} + \frac{f_m(K_L+L)^2 T}{g(K_X+X)^2 \mu_m K_L} \right] \times \\ \times \left[-\frac{X}{T} + \frac{\mu_m LX}{K_L+L} - \frac{f_m XP}{g(K_X+X)} \right] - \psi \cdot \frac{(K_L+L)^2 T}{\tau \mu_m K_L}. \quad (34)$$

Выражение (34) определяет алгоритм управления регулятора для модели Кенейла. Управляющее воздействие переводит СУ на целевую инвариантную траекторию. Время выхода на траекторию определяется параметрами τ, r, A .

Анализ влияния параметров производился при следующих значениях: $f_m = 0,08 \text{ ч}^{-1}$; $K_X = 25 \text{ мг/л}$; $g = 0,6 \text{ мг ила/мг ХПК}$; $P_0 = 200 \text{ мг/л}$. В результате проведения серии вычислительных экспериментов были подобраны параметры регулятора, обеспечивающие в системе установление желаемых концентраций: $r = 0,07$; $A = 500$; $\tau = 0,1$. Начальное состояние принималось: $X_0 = 200$; $L_0 = 1500$; $P_0 = 50$; $L_{\text{пит}}^{\text{max}} = 2000$; $L_{\text{пит}}^{\text{min}} = 0$. На рис. 2 приведены графики изменения концентраций в системе, синтезированной по методу АКАР.

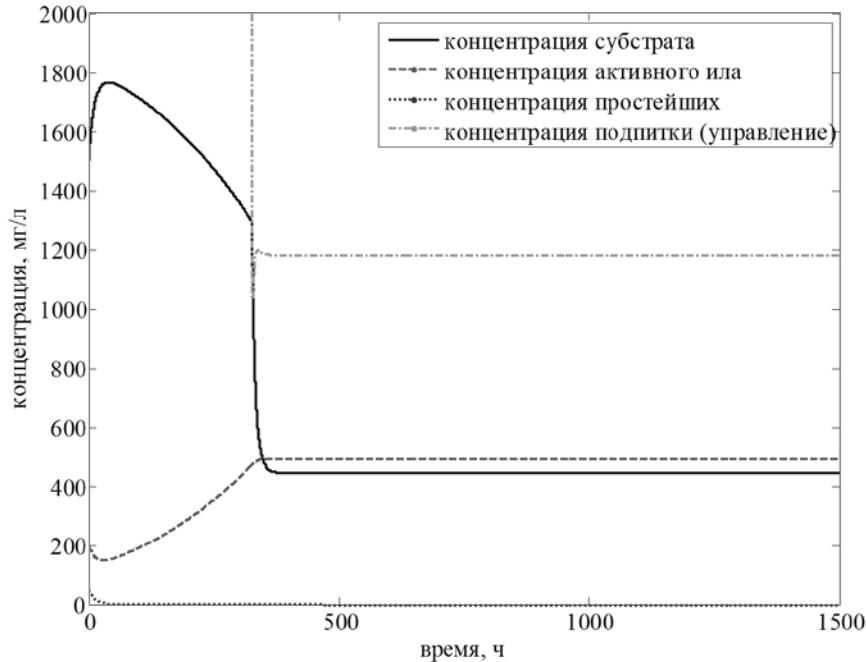


Рис. 2. Процессы установления управляемых концентраций модели Кенейла с использованием метода АКАР

Использование метода АКАР предполагает выбор трех параметров в соответствии с желаемым поведением системы. При изменении настроек системы управления было выявлено, что существенное влияние на процесс, протекающий в реакторе, оказывают параметр A , определяющий целевую концентрацию бактерий, и τ , отвечающий за быстродействие системы.

На рис. 3–5 приведены графики характеристик концентраций бактерий, субстрата и питательной смеси при различных значениях τ .

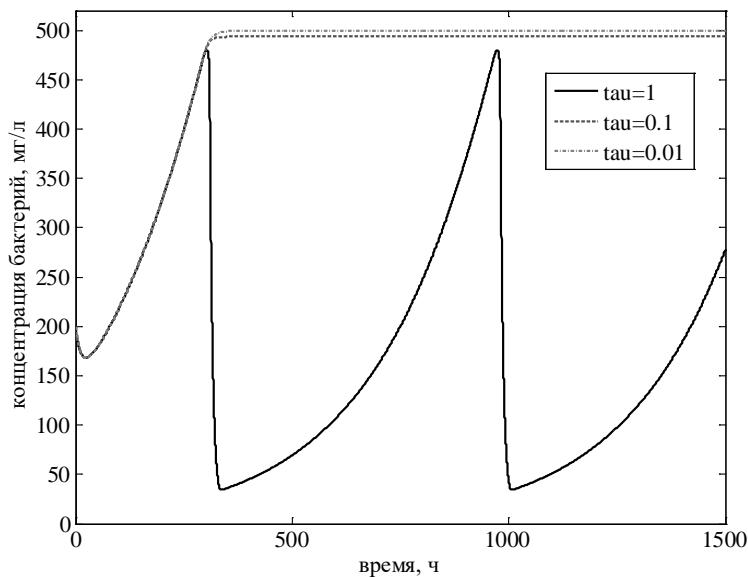


Рис. 3. Влияние параметра τ на концентрацию бактерий при $A = 500$ мг/л, $r = 0,07$

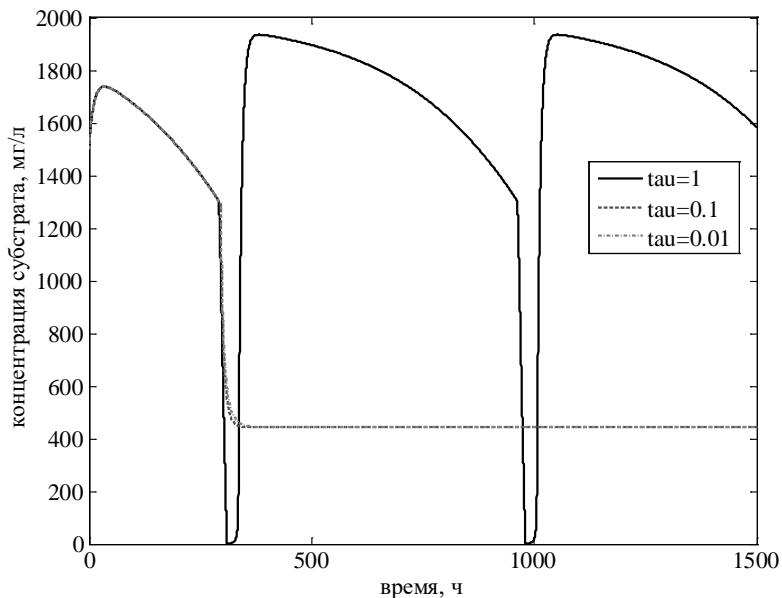


Рис. 4. Влияние параметра τ на концентрацию субстрата при $A = 500$ мг/л, $r = 0,07$

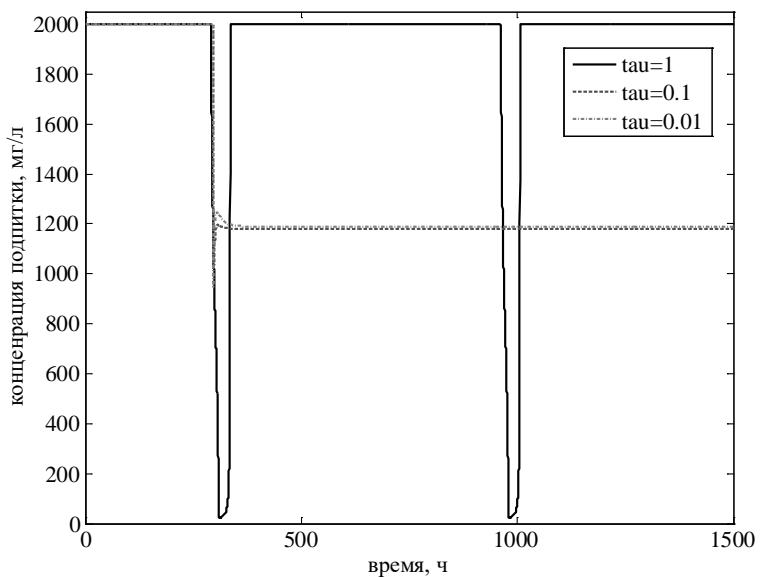


Рис. 5. Влияние параметра τ на концентрацию подпитки при $A = 500$ мг/л, $r = 0,07$

Выбор τ оказывает наиболее существенное влияние на качество процесса. При выборе большого значения τ процесс носит периодический характер. Выбор τ слишком малым слабо влияет на процесс, что следует иметь в виду при задании требований к поведению системы.

Целевая концентрация бактерий в реакторе – это параметр, определяющий желаемую траекторию процесса. На рис. 6–8 представлены зависимости концентраций смеси от вариации A .

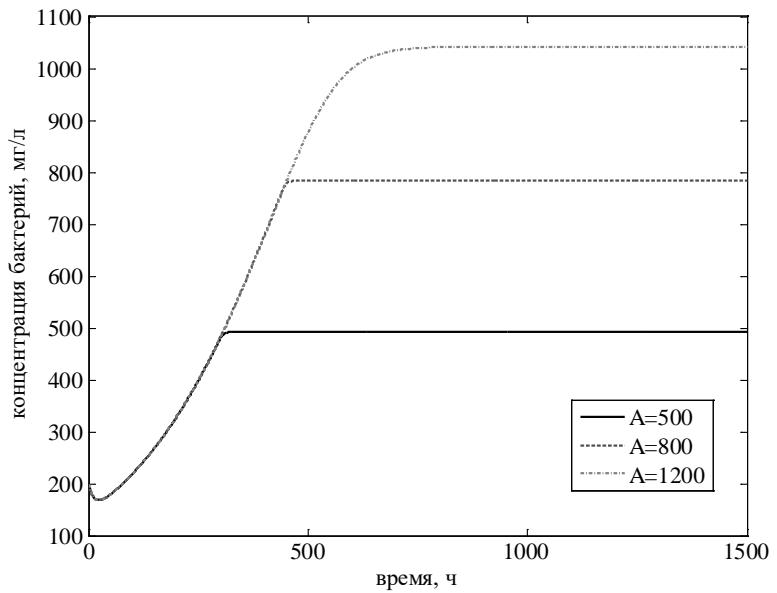


Рис. 6. Влияние параметра τ на концентрацию бактерий при $\tau = 0,1$, $r = 0,07$

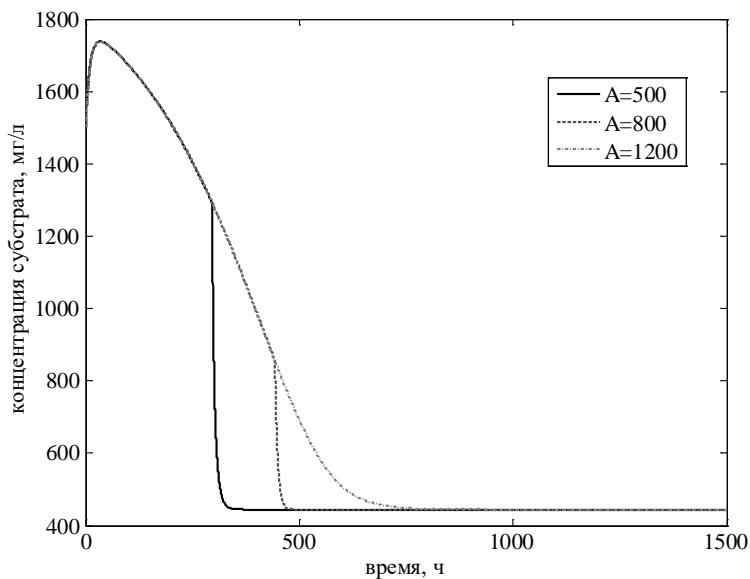


Рис. 7. Влияние параметра τ на концентрацию субстрата при $\tau = 0,1$, $r = 0,07$

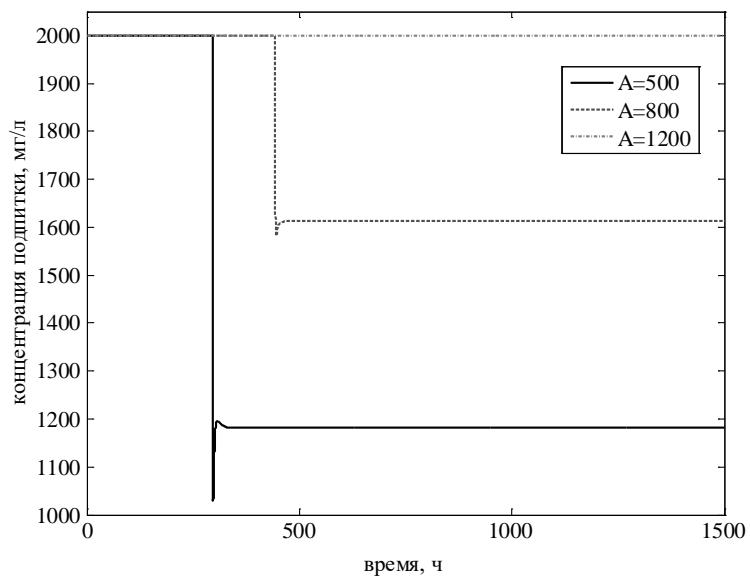


Рис. 8. Влияние параметра τ на концентрацию подпитки при $\tau = 0,1$, $r = 0,07$

Из рис. 6 видно, что выход системы на желаемую траекторию не обеспечивается только в случае $A = 1200$ мг/л. Управление стабилизирует выходную концентрацию бактерий на уровне 1040 мг/л. При этом по графику на рис. 8 можно судить о том, что максимальной концентрации подпитки (2000 мг/л) недостаточно для обеспечения выходной координаты на заданный режим. Таким образом, система не может выйти на желаемую траекторию, когда возникает нехватка субстрата и подпитки для поддержания численности популяции бактерий. Кроме того, важно отметить падение концентрации субстрата до некоторого значения вне зависимости от заданной траектории.

Влияние удельной скорости роста r представлено семейством графиков на рис. 9.

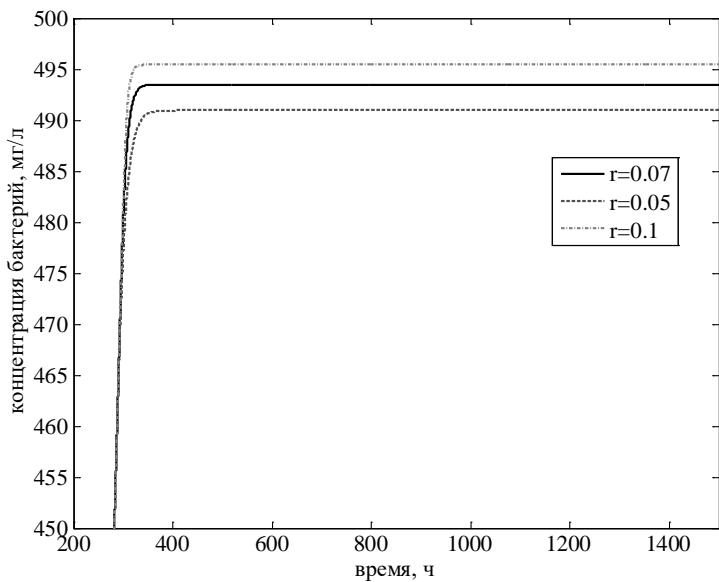


Рис. 9. Влияние параметра r на концентрацию бактерий при $\tau = 0,1$, $A = 500$ мг/л

Вариация данного параметра изменяет установившееся значение концентрации бактерий в пределах 0,01%, что можно считать несущественным, поэтому его значение предполагается фиксировать на уровне $r = 0,07$.

Заключение.

Таким образом, все базовые модели управляемы и наблюдаемы в технологическом пространстве рассмотренных биореакторов. Главным условием их управляемости является наличие активного ила или бактерий в реакторе в соответствии с нормами ТП очистки сточных вод. Предположение о возможности измерения концентрации субстрата в реакторе позволяет строить наблюдатели состояния для оценки концентрации активного ила (бактерий и простейших для модели Кенейла).

По результатам синтеза методом АКАР можно сделать вывод об эффективности его использования при очистке сточных вод.

Список Литературы:

- Олейников В.А. Оптимальное управление технологическими процессами в нефтяной и газовой промышленности. Л.: Недра, 1982. 216 с.
- Баранов А.В., Душин С.Е. Анализ условий общности положения нелинейных систем методами дифференциальной геометрии // Мехатроника, автоматизация, управление. М.: Изд-во «Новые технологии», 2006. №5.
- Колесников А.А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. М.: Едиториал УРСС, 2005. 228 с.
- Monod J. La technique de culture continue théorie and applications. – Ann. Institut Pasteur, 1950, 79.
- Herbert D. A theoretical analysis of continuous culture systems. – In: Symposium of continuous cultivation of microorganism, 1960, Sc I, Monograph №12. London, 1961.
- Вавилин В. А., Васильев В. Б. Математическое моделирование процессов биологической очистки сточных вод с активным илом. М.: Наука, 1979. 119 с.
- Canale R.P. Predator-prey relationships in a model for activated process. Biotech. Bioeng., 1969, 11, N5.
- Грудяева Е.К., Душин С.Е. Исследование математической модели Кенейла в технологическом процессе очистки сточных вод // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ», № 3, 2014. С. 44-49.

Кузьменко Андрей Александрович, Колесниченко Диана Андреевна

Южный Федеральный Университет

ИНТЕГРАЛЬНАЯ АДАПТАЦИЯ И СКОЛЬЗЯЩЕЕ УПРАВЛЕНИЕ В ЗАДАЧЕ РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ВОЗБУЖДЕНИЕМ СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА

Аннотация. Необходимость преодоления неопределенностей объекта управления обусловила возникновение методов робастного управления. Широкое практическое применение в области робастного управления нашел метод синтеза систем с разрывным управлением. Цель работы – дать описание процедур синтеза нелинейных законов робастного управления методами синергетической теории управления и сравнить полученные законы на примере задачи управления возбуждением синхронного генератора. В статье изложена процедура синергетического синтеза системы с разрывным управлением с нелинейной поверхностью скольжения и процедура синергетического синтеза нелинейного робастного закона управления, построенного в соответствии с принципом интегральной адаптации. Результаты сравнения показывают, что предложенные законы имеют схожее быстродействие, обеспечивают выполнение целевого инварианта, компенсацию параметрических возмущений. Однако закон, синтезированный в соответствии с принципом интегральной адаптации, имеет преимущества в том, что его структура проще и он формирует непрерывный сигнал, а это позволяет избежать недостатков систем с разрывным управлением. Таким образом, использование принципа интегральной адаптации для синтеза робастных законов управления нелинейными объектами управления имеет большую практическую перспективу, чем методы синтеза систем с разрывным управлением.

Ключевые слова: система с разрывным управлением, робастное управление, синергетическая теория управления, инвариант, интегральная адаптация, синхронный генератор, система возбуждения.

Kuz'menko A. A., Kolesnichenko D. A.

COMPARISON OF SYNERGETIC METHODS OF NONLINEAR ROBUST CONTROL FOR SYNCHRONOUS GENERATOR EXCITATION

Abstract. The emergence of robust control techniques was determined by necessity to overcome the uncertainties of a control object. Sliding control system design method is widely applied in a robust control. The aim of the paper is to compare synergetic methods of nonlinear robust control by giving the examples of synchronous generator excitation control law design procedures, that was described in this work. In the paper we present the procedure of sliding control system synergetic design with a nonlinear sliding function and the procedure of robust nonlinear control law synergetic design based on the principle of integrated adaptation. Obtained control laws are compared. The results of the comparison show that the proposed laws have similar performance (response rate), ensure compliance with the target invariant and compensation of parametric perturbations. However, the law designed in accordance with the principle of integrated adaptation is advantageous in that it has simpler structure and it generates a continuous signal. This avoids the disadvantages of systems with sliding control.

Keywords: sliding control system, robust control, synergetic control theory, invariant, integrated adaptation principle, synchronous generator, excitation system.

Характерной чертой нелинейных динамических объектов является их структурная и параметрическая неопределенность. Наиболее распространенными методами преодоления таких неопределенностей являются методы адаптивного и робастного управления [1]. Из этих методов наилучшую практическую эффективность показали методы теории систем с разрывным управлением, в которых за счет организации скользящего режима движения изображающей точки (ИТ) объекта можно обеспечить малую чувствительность к изменению параметров объекта (т.н. робастную систему) без их оценки. Эта теория развита в работах С.В. Емельянова [2], В.И. Уткина [3] и их учеников. В современной научной литературе по управлению этим методам посвящено значительное количество фундаментальных и прикладных работ [4]. Развитие теории систем с разрывным управлением привело к созданию и широкому использованию скользящих режимов высокого порядка, интегральных скользящих режимов [3, 4], робастных наблюдателей со скользящим режимом [3, 5], нечетких и нейросетевых систем управления со скользящим режимом [6, 7]. В скользящем режиме динамика системы зависит только от параметров поверхности (многообразия) переключения. Это и позволяет добиться нечувствительности к изменению параметров объекта. Очевидный недостаток таких систем состоит в том, что сигналы управления являются разрывными и имеют форму, подобную двуполярному меандру с высокой частотой переключения полярности [8]. Это ограничивает их использование в системах управления некоторыми объектами, например, силовыми приводами, ввиду возникающих вибраций. Также отмечается, что двуполярный сигнал приводит к повышению энергопотребления в системе [8]. Преодолеть указанные недостатки пытаются за счет адаптации по параметрам поверхности скольжения, например, методами теории адаптивного и интеллектуального управления. Необходимо также отметить, что в классических системах с разрывным управлением для организации скользящих режимов, как правило, используются линейные поверхности переключения, а это уже заведомо ограничивает возможности этих систем в сравнении с использованием нелинейных поверхностей.

Согласно [2] в общем случае задача синтеза систем с разрывным управлением заключается в решении следующих подзадач: 1) перевод ИТ объекта из произвольного начального положения (в определенной области фазового пространства) на некоторую поверхность скольжения $s = 0$ (поверхность разрыва управления); 2) обеспечение условий существования скользящего режима в любой точке поверхности скольжения; 3) обеспечение устойчивого движения ИТ к желаемому состоянию (в частном случае – началу координат). В [9] указывается, что эти подзадачи, как правило, решаются раздельно и в основном для линейных или линеаризованных объектов управления. Этих недостатков лишен основной метод синергетической теории управления (СТУ) – метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР), развитый научной школой проф. А.А. Колесникова. В рамках метода АКАР разработана регулярная процедура аналитического синтеза систем с разрывным управлением нелинейными многомерными и многоканальными объектами [9], в которой перечисленные выше подзадачи решаются совместно и используются *нелинейные* поверхности переключения. Дадим краткое описание синергетической процедуры синтеза системы с разрывным управлением на основе заданного инвариантного многообразия при скалярном управлении [9]. Пусть исходные дифференциальные уравнения объекта управления имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{x}_j(t) &= f_j(x_1, \dots, x_n), \quad j = \overline{1, n-1}; \\ \dot{x}_n(t) &= f_n(x_1, \dots, x_n) + u,\end{aligned}\tag{1}$$

где $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T$ – вектор переменных состояния, $\dim \mathbf{x} = n \times 1$; u – управление, $f_i(x_1, \dots, x_n)$, $i = \overline{1, n}$ – непрерывные дифференцируемые функции.

Для системы (1) ставится задача синтеза разрывного закона управления: требуется определить такое управление $u(\mathbf{x})$ в функции переменных состояния объекта (1), которое

обеспечивает перевод ИТ объекта из произвольного исходного состояния (в некоторой допустимой области) сначала на некоторое многообразие $\psi(\mathbf{x})=0$, в структуру которого входит поверхность скольжения $s=0$ и желаемый целевой инвариант, а затем устойчивое движение вдоль поверхности скольжения в заданное состояние, определяемое желаемым инвариантом объекта – целью управления.

Синтез системы с разрывным управлением методом АКАР предусматривает использование макропеременных $\psi(\mathbf{x})$ следующего вида:

$$\psi = \sum_{k=1}^{n-1} \beta_k x_k^2 + \beta_n |s|, \quad (2)$$

где в общем случае $s = F(x_n) + \varphi(x_1, \dots, x_{n-1})$ – поверхность скольжения (в частном случае $s = x_n + \varphi(x_1, \dots, x_{n-1})$), $\varphi(x_1, \dots, x_{n-1})$ – определенная функция, задающая желаемый инвариант объекта.

Многообразие $\psi = 0$ (2) должно удовлетворять решению основного функционального уравнения метода АКАР:

$$T\dot{\psi}(t) + \psi = 0, \quad (3)$$

условие устойчивости которого $T > 0$.

Раскрывая уравнение (3) с учетом введенной макропеременной (2) и ее полной производной, записанной с учетом уравнений объекта (1), получаем алгебраическое уравнение относительно искомого управления $u(\mathbf{x})$, которое имеет вид

$$u(\mathbf{x}) = -\frac{1}{\beta_n T} \left[2T \sum_{k=1}^{n-1} \beta_k x_k f_k(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^{n-1} \beta_k x_k^2 \right] \operatorname{sign} s - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} f_k(\mathbf{x}) - \frac{1}{T} s - f_n(\mathbf{x}).$$

Это управление переводит ИТ в окрестность многообразия $\psi = 0$ (2). В силу устойчивости уравнения (3) движение к поверхности скольжения также устойчиво. Так как выполняется соотношение $\psi = 0$, и, следовательно, $s = 0$, то декомпозированная система имеет размерность $n-1$. Уравнения декомпозированной системы в силу $s = 0$ получаются из (1) путем замены $x_n = -\varphi(x_1, \dots, x_{n-1})$ во всех уравнениях (1):

$$\dot{x}_j(t) = f_j(x_1, \dots, x_{n-1}, \varphi(x_1, \dots, x_{n-1})), \quad j = \overline{1, n-1}.$$

Устойчивость движения вдоль поверхности скольжения должно обеспечиваться устойчивостью данной декомпозированной системы. Условие возникновения скользящего режима [2] общеизвестно – $s \cdot \dot{s}(t) < 0$.

Другим способом обеспечения робастности нелинейных систем является использование принципа интегральной адаптации СТУ, подробно изложенного в [10, 11]. Принцип интегральной адаптации заключается в построении «гарантирующих регуляторов», обеспечивающих компенсацию наихудших возмущений – «... возмущений, которые за наименьшее время отклоняют объект управления на максимальное возможное расстояние от желаемого состояния в его фазовом пространстве» [10]. Указанное определение означает, что наихудшие возмущения – это кусочно-постоянные возмущения вида $M_i^{\sup}(t) = M_{i0} \operatorname{sign} \mu(t)$ со случайным изменением величины $M_{i0} = \text{const}$ на соответствующем интервале и знака функции $\mu(t)$. Для компенсации кусочно-постоянных возмущений «гарантирующий регулятор» должен включать в себя интегратор [9], т.е. реализовывать астатический закон управления. Аналогично, для компенсации линейного возмущения «гарантирующий регулятор» должен включать в себя уже два интегратора. Согласно идеологии метода АКАР для парирования внешних и параметрических возмущений

необходимо каждое из них представить в виде динамической модели, на выходе которой формируется аппроксимированное возмущение соответствующего класса. При этом в структуру этих моделей, согласно принципу интегральной адаптации, должны входить финишные макропеременные, включающие желаемые инварианты [9]. Так, если рассматриваются кусочно-постоянные возмущения, то такими моделями будут уравнения вида

$$\dot{z}_i(t) = \psi_i, \quad (4)$$

где z_i – динамическая переменная модели (оценка) возмущения, ψ_i – финишная макропеременная.

Таким образом, для использования принципа интегральной адаптации для синтеза робастных законов управления необходимо: 1) каждое из возмущений представить его моделью вида (4). Соответствующие модели возмущений добавляются к уравнениям объекта управления, образуя расширенную систему; 2) для расширенной системы осуществляется синтез законов управления в соответствии с базовой процедурой метода АКАР. Отметим, что в отличие от базовой процедуры метода АКАР при синтезе законов управления в соответствии с принципом интегральной адаптации финишные макропеременные всегда должны иметь структуру

$$\psi = \Phi + \sum_{i=1}^k \beta_i z_i, \quad (5)$$

здесь Φ – функция переменных состояния исходного объекта, отражающая желаемый инвариант; β_i – постоянные коэффициенты; k – количество переменных состояния в модели соответствующего возмущения. В базовой процедуре метода АКАР второе слагаемое в (5) отсутствует.

Итак, в данной работе будет выполнено сравнение законов нелинейного управления возбуждением синхронного генератора (СГ), построенных в соответствии с классическим и синергетическим подходами к синтезу систем с разрывным управлением, с законом, синтезированным с использованием принципа интегральной адаптации СТУ.

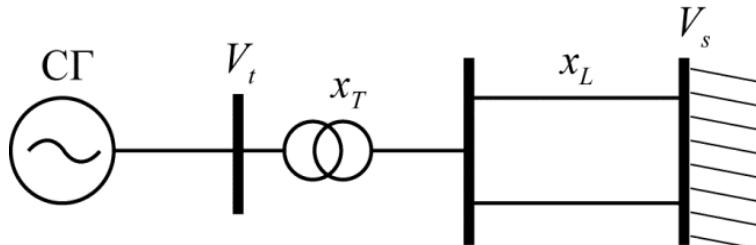


Рис. 1 Структура энергосистемы с одним СГ, работающим на шины большой мощности

Структура энергосистемы с одним СГ, работающим на шины большой (бесконечной) мощности, показана на рис. 1. СГ соединен с шинами через трансформатор, представленный эквивалентным индуктивным сопротивлением x_T , и линию передачи, представленную эквивалентным индуктивным сопротивлением x_L . Энергосистема с одним СГ в зависимости от степени детализации или упрощения может быть представлена различными моделями. Типовой нелинейной моделью энергосистемы с одним СГ при стандартных допущениях является классическая модель, состоящая из трех дифференциальных уравнений [12]:

$$\begin{aligned}\dot{\delta}(t) &= \omega - \omega_0; \\ \dot{\omega}(t) &= \frac{\omega_0}{2H} (P_m - P_e) - \frac{D}{2H} (\omega - \omega_0); \\ \dot{E}'_q(t) &= \frac{1}{T_{d0}} (-E'_q + E_f),\end{aligned}\quad (6)$$

здесь δ – синхронный угол СГ; ω – частота вращения ротора СГ; ω_0 – синхронная частота СГ; P_m – механическая мощность СГ, которая для данной модели предполагается постоянной, поскольку управление СГ осуществляется только со стороны возбуждения; P_e – активная электрическая мощность СГ, выдаваемая в сеть; E'_q – переходная ЭДС СГ по оси q ; E_f – ЭДС СГ по оси q ; E_f – напряжение возбуждения СГ (сигнал управления); T_{d0} – постоянная времени обмотки возбуждения СГ; H – постоянная инерции СГ; D – коэффициент демпфирования.

Модель СГ (6) является эталонной для иллюстрации методов современной теории управления СГ [12], а также лежит в основе построения модели многомашинной энергосистемы [13]. Дифференциальные уравнения модели СГ (6) необходимо дополнить следующими алгебраическими соотношениями:

$$\begin{aligned}E_q &= \frac{x_{d\Sigma}}{x'_{d\Sigma}} E'_q - (x_d - x'_d) I_d; \quad P_e = \frac{V_s E'_q}{x'_{d\Sigma}} \sin \delta; \quad I_d = \frac{E'_q}{x'_{d\Sigma}} - \frac{V_s}{x'_{d\Sigma}} \cos \delta; \quad I_q = \frac{V_s}{x'_{d\Sigma}} \sin \delta, \\ x_{d\Sigma} &= x_d + x_T + x_L; \quad x'_{d\Sigma} = x'_d + x_T + x_L,\end{aligned}$$

здесь x_d , x'_d – синхронное и переходное индуктивное сопротивление СГ по оси d соответственно; I_d, I_q – проекции тока статора СГ на оси d, q ; V_s – напряжение шин большой мощности.

В итоге, получим:

$$\begin{aligned}\dot{\delta}(t) &= \omega - \omega_0; \\ \dot{\omega}(t) &= a_0 - a_1 E'_q \sin \delta - a_2 (\omega - \omega_0); \\ \dot{E}'_q(t) &= -a_3 E'_q - a_4 \cos \delta + a_5 E_f,\end{aligned}\quad (7)$$

здесь $a_0 = \frac{\omega_0}{2H} P_m$, $a_1 = \frac{\omega_0}{2H} \frac{V_s}{x'_{d\Sigma}}$, $a_2 = \frac{D}{2H}$, $a_3 = \frac{1}{T_{d0}}$, $a_4 = \frac{x_d - x'_d}{T_{d0}} \frac{V_s}{x'_{d\Sigma}}$.

В соответствии с идеологией метода АКАР необходимо для объекта управления – СГ, представленного моделью (7), задать желаемый инвариант – цель управления. Количество независимых инвариантов, выполнение которых можно обеспечить, соответствует количеству каналов управления объекта [9]. В нашем случае для СГ (7) очевидным инвариантом является стабилизация терминального напряжения СГ V_t :

$$V_t - V_{t0} = 0, \quad (8)$$

здесь $V_t = \sqrt{\left(E'_q \left(1 - \frac{x'_d}{x'_{d\Sigma}} \right) - \frac{x'_d}{x'_{d\Sigma}} V_s \cos \delta \right)^2 + \left(\frac{x'_d}{x'_{d\Sigma}} V_s \sin \delta \right)^2}$, V_{t0} – желаемое (заданное) значение терминального напряжения.

В [10] показано, что для устойчивого функционирования СГ при управлении только по каналу возбуждения необходимо задавать инвариантное многообразие в следующем виде

$$\psi_0 = V_t - V_{t0} + \gamma(\omega - \omega_0) = 0. \quad (9)$$

Поскольку терминальное напряжение зависит от переходной ЭДС СГ, то представим поверхность скольжения $s = \psi_0 = 0$. На этой поверхности будет выполняться инвариант (9), а в силу этого и частота вращения ротора СГ устремляется к синхронной частоте ω_0 .

Итак, постановка задачи синтеза системы с разрывным управлением СГ заключается в следующем: необходимо методом АКАР синтезировать нелинейный закон управления возбуждением E_f СГ (7), который обеспечивает перевод ИТ объекта из начального положения (в определенной области фазового пространства) на поверхность скольжения $s = 0$, устойчивое движение по этой поверхности и выполнение целевого инварианта (8). Для этого зададим макропеременную вида (2) с поверхностью скольжения $s = \psi_0 = 0$:

$$\psi = \beta_1 \delta^2 + \beta_2 (\omega - \omega_0)^2 + \beta_3 |s| = \beta_1 \delta^2 + \beta_2 (\omega - \omega_0)^2 + \beta_3 |V_t - V_{t0} + \gamma(\omega - \omega_0)|. \quad (10)$$

Вводим основное функциональное уравнение метода АКАР (3). Полученное алгебраическое уравнение необходимо разрешить относительно неизвестного управления E_f . В итоге имеем

$$E_f = E'_q + \frac{a_4}{a_3} \cos \delta - \left(\begin{array}{l} \frac{\partial V_t}{\partial \delta} (\omega - \omega_0) + \gamma(a_0 - a_1 E'_q \sin \delta - a_2 (\omega - \omega_0)) + \\ - \frac{1}{a_3} \frac{\partial V_t}{\partial E'_q} \left(\begin{array}{l} + \frac{2}{\beta_3} (\omega - \omega_0) [\beta_1 \delta + \beta_2 (a_0 - a_1 E'_q \sin \delta - a_2 (\omega - \omega_0))] \text{sign } s + \\ + \frac{1}{T \beta_3} (\beta_1 \delta^2 + \beta_2 (\omega - \omega_0)^2 + \beta_3 |s|) \cdot \text{sign } s \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (11)$$

здесь $s = V_t - V_{t0} + \gamma(\omega - \omega_0)$. Согласно [9] условия возникновения скользящего режима для СГ (7) с законом управления (11): $\beta_1 > 0$, $\beta_2 > 0$, $\beta_3 > \beta_1$.

Рассмотрим теперь синтез робастного закона управления возбуждением СГ (7) в соответствии с принципом интегральной адаптации. В качестве параметрических возмущений будем рассматривать механическую мощность СГ P_m и эквивалентное индуктивное сопротивление x_L линии передачи. В правые части уравнений системы (7), где присутствуют эти изменяющиеся параметры, аддитивно добавляем динамические переменные кусочно-постоянного возмущения. В итоге имеем, расширенную систему:

$$\begin{aligned} \dot{\delta}(t) &= \omega - \omega_0; \\ \dot{\omega}(t) &= a_0 - a_1 E'_q \sin \delta - a_2 (\omega - \omega_0) + z; \\ \dot{E}'_q(t) &= -a_3 E'_q - a_4 \cos \delta + a_3 E_f + z; \\ \dot{z}(t) &= V_t - V_{t0} + \gamma(\omega - \omega_0). \end{aligned} \quad (12)$$

В модели возмущения (4) в качестве финишной макропеременной рассмотрена поверхность скольжения $s = \psi_0 = 0$.

Тогда постановка задачи синтеза закона управления возбуждением СГ (12) в соответствии с принципом интегральной адаптации заключается в следующем: необходимо методом АКАР синтезировать нелинейный закона управления возбуждением E_f , который

обеспечивает выполнение инварианта (8) и робастность к указанным параметрическим возмущениям. Для этого с учетом (9) и (5) зададим следующую макропеременную:

$$\psi = V_t - V_{t0} + \gamma(\omega - \omega_0) + \beta_4 z. \quad (13)$$

Вводим основное функциональное уравнение метода АКАР (3), которое записываем с учетом (13) и (12). Полученное алгебраическое уравнение необходимо разрешить относительно неизвестного управления E_f . В итоге, имеем

$$E_f = E'_q + \frac{a_4}{a_3} \cos \delta - \frac{1}{a_3} z - \frac{1}{a_3} \frac{\partial V_t}{\partial \delta} \left(\frac{\partial V_t}{\partial \delta} (\omega - \omega_0) + \gamma(a_0 - a_1 E'_q \sin \delta - a_2 (\omega - \omega_0)) + \beta_4 (V_t - V_{t0} + \gamma(\omega - \omega_0)) + \frac{1}{T} (V_t - V_{t0} + \gamma(\omega - \omega_0) + \beta_4 z) \right). \quad (14)$$

Законы управления возбуждением СГ (11), (14) примут окончательный вид, если подставить выражения для частных производных терминального напряжения по углу и ЭДС, полученные с учетом (8). Здесь это не сделано, чтобы сохранить компактный вид законов управления. Однако отметим, что если раскрыть выражения для этих частных производных, то будет наглядно видно, что закон управления (14) имеет более простую структуру.

Выполним моделирование замкнутой системы – системы (7) с синтезированным законом управления (11) и системы (12) с синтезированным законом управления (14). Параметры СГ [12]: $H = 3,5$; $T_{d0} = 8$; $x_d = 2,1$; $x'_d = 0,4$; $x_T = 0,016$; $x_{L0} = 0,054$; $V_s = 1$; $P_m = 0,9$; $\omega_0 = 1$; параметры законов управления: $\gamma = -0,05$; $\beta_1 = \beta_2 = 0,1$; $\beta_3 = 0,5$; $\beta_4 = 2$; $T = 2$; $V_{t0} = 1$.

В качестве возмущения, действующего на замкнутую систему, рассмотрим изменение эквивалентного индуктивного сопротивления линии электропередачи относительно номинального значения x_{L0} :

$$x_L = \begin{cases} x_{L0}, & t < 20, t > 25; \\ 20x_{L0}, & 20 \leq t \leq 25. \end{cases} \quad (16)$$

Результаты моделирования СГ с законами управления (11), (14) и возмущением (16) представлены на рис. 2, 3. Здесь и далее результаты моделирования с законом (11) показаны светлой линией, а с законом (14) – темной.

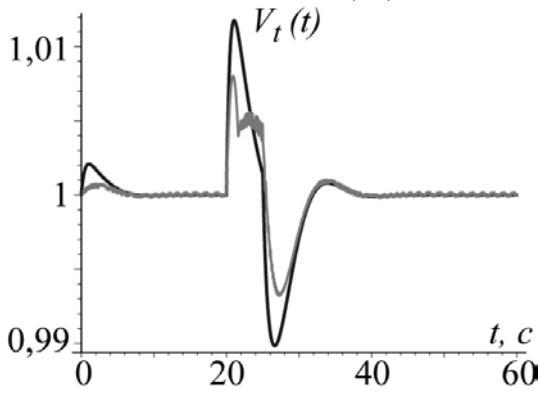


Рис. 2 График изменения терминального напряжения СГ

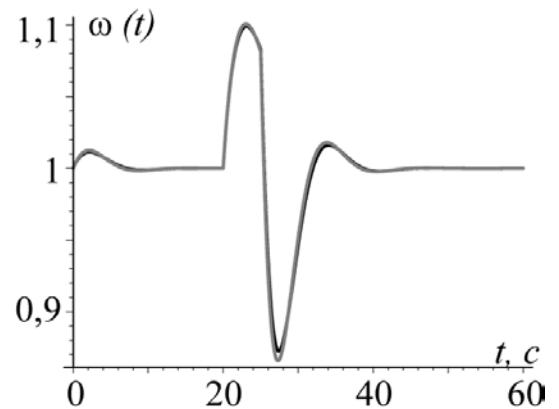


Рис. 3 График изменения частоты вращения

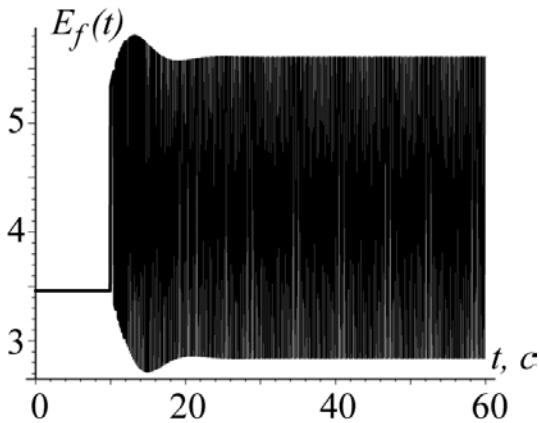


Рис. 6 График изменения управления (11)

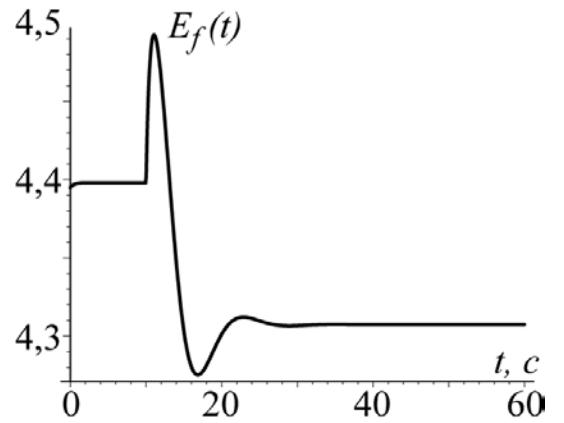


Рис. 7 График изменения управления (14)

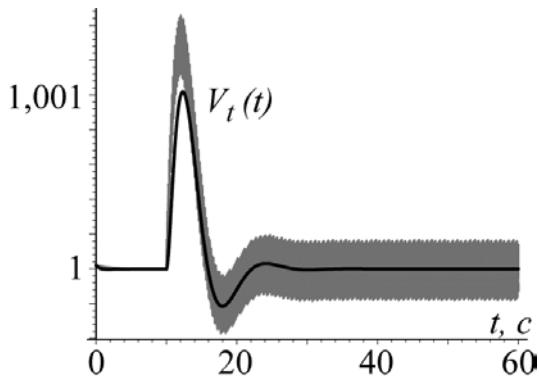


Рис. 4 График изменения терминального напряжения СГ

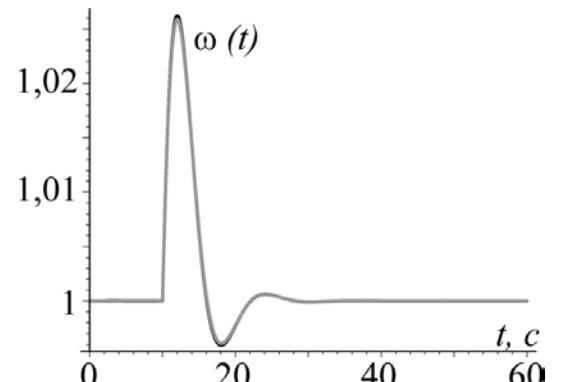


Рис. 5 График изменения частоты вращения

В качестве другого возмущения, действующего на замкнутую систему, рассмотрим изменение механической мощности СГ относительно номинального значения $P_m = 0,9$:

$$P_m = \begin{cases} 0,9, & t < 10; \\ 1,1, & t \geq 10. \end{cases} \quad (17)$$

Результаты моделирования СГ с возмущением (17) представлены на рис. 4–7. Как видим, при приведенных параметрических возмущениях (16), (17) целевой инвариант (8) выполняется (показано на рис. 2, 4) и частота вращения ротора СГ сохраняет неизменное значение $\omega_0 = 1$ (показано на рис. 3, 5), что говорит о робастности полученных законов управления к этим возмущениям. При этом графики изменения частоты при разных законах управления практически идентичны (на рисунках неразличимы), а на графиках изменения терминального напряжения с законом (11) прослеживается влияние скользящего режима. При сравнении графиков изменения сигналов управления (11), (14) наглядно видно, что закон управления (14) является непрерывным в отличие от закона (11), в котором осуществляется высокочастотное изменение амплитуды сигнала с переключением полярности.

Итак, поставленная в статье цель выполнена – приведены процедуры синергетического синтеза нелинейных законов робастного управления возбуждением СГ, выполнено сравнение полученных законов на примере задачи управления возбуждением СГ. Сравнение показывает, что предложенные законы имеют схожее быстродействие, обеспечивают выполнение целевого инварианта (8) и компенсацию параметрических возмущений. Однако закон, синтезированный в соответствии с принципом интегральной адаптации, имеет преимущества в том, что его структура проще и он формирует непрерывный сигнал, а это позволяет избежать недостатков систем с разрывным управлением, связанных с наличием вибраций, увеличением

энергопотребления в системе. Таким образом, использование принципа интегральной адаптации для синтеза робастных законов управления нелинейными объектами управления имеет большую практическую перспективу, чем методы синтеза систем с разрывным управлением.

Список литературы

1. Ioannou P.A., Sun J. Robust Adaptive Control. – New York, USA: Dover, 2012. – 848 c.
2. Теория систем с переменной структурой / Под ред. С.В. Емельянова. – М.: Наука, 1970. – 592 с.
3. Utkin V., Guldner J., Shi J. Sliding Mode Control in Electromechanical Systems. – London: Taylor and Francis, 1999. – 328 с.
4. Edwards C., Spurgeon S. Sliding Mode Control: Theory and Applications. – London: Taylor and Francis, 1998. – 237 с.
5. Ouassaid M., Maaroufi M., Cherkaoui M. Observer-based nonlinear control of power system using sliding mode control strategy // Electric Power System Research. – 2012. – Vol. 84. – Pp. 135-143.
6. Hung L.-Ch., Chung H.-Y. Decoupled sliding-mode with fuzzy-neural network controller for nonlinear systems// International Journal of Approximate Reasoning. – 2007. – Vol. 46. – Pp. 74–97.
7. Nekoukar V., Erfanian A. Adaptive fuzzy terminal sliding mode control for a class of MIMO uncertain nonlinear systems // Fuzzy Sets and Systems. – 2011. – Vol. 179. – Pp. 34-49.
8. Дыда А.А., Маркин В.Е. Системы управления с переменной структурой с парными и нелинейно деформируемыми поверхностями переключения // Проблемы управления. – 2005. – №1. – С. 22-25.
9. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
10. Колесников А.А., Кузьменко А.А., Веселов Г.Е. Новые технологии проектирования современных систем управления процессами генерирования электроэнергии. – М.: Издательский дом МЭИ, 2011. – 280 с.
11. Кузьменко А.А., Синицын А.С., Колесниченко Д.А. Принцип интегральной адаптации в задаче адаптивного управления системой «гидротурбина – синхронный генератор» // Системы управления и информационные технологии. – 2014. – №2.1(56). – С. 146-150.
12. Mahmud M.A., Pota H.R., Hossain M.J. Full-order nonlinear observer-based excitation controller design for interconnected power systems via exact linearization approach// Electrical Power and Energy Systems. – 2012. – Vol. 41. –Pp. 54–62.
13. Huerta H., Loukianov A.G., Canedo J.M. Robust multi-machine power systems control via high order sliding modes // Electric Power Systems Research. – 2011. – Vol. 81. – Iss. 7. – Pp. 1602–1609.

Зеленина Нелли Андреевна, Попов Андрей Николаевич

Южный Федеральный Университет

СИНЕРГЕТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ ОРБИТАЛЬНОГО МАНЕВРИРОВАНИЯ²

Решение большинства задач управления движением искусственных спутников Земли (ИСЗ) невозможно без осуществления орбитального маневрирования. Орбитальным маневрированием называют всякое целенаправленное изменение орбиты ИСЗ. Наибольшее распространение в практике орбитального маневрирования получили импульсные маневры, предполагающие создание мгновенного вектора тяги с помощью маневровых двигателей в определенных точках орбиты движения ИСЗ. Импульсный подход имеет ряд ограничений: зависимость оптимальности перелета от радиуса и значения угла наклонения конечной орбиты, необходимость с целью оптимального расхода топлива осуществлять маневрирование в точках орбиты, где скорость ИСЗ минимальна, и др.

В данной статье рассматривается применение принципов и методов синергетической теории управления для синтеза алгоритмов управления ИСЗ, обеспечивающих выполнение требуемых орбитальных маневров. Представлены процедуры синергетического синтеза для случая сохранения плоскости исходной орбиты (копланарное маневрирование) и для случая перехода в отличную от исходной орбитальную плоскость (пространственное маневрирование). Параметры желаемой орбиты (радиус, эксцентриситет и углы поворота плоскости орбиты относительно экваториальной плоскости) задаются в виде соответствующих инвариантов движения замкнутой системы, которые в свою очередь входят в структуру формируемых в ходе процедуры синтеза притягивающих инвариантных многообразий. В качестве инвариантов движения ИСЗ используются известные инварианты Кеплера, что позволяет говорить о соответствии разработанных алгоритмов естественным физическим закономерностям. Проведенное компьютерное моделирование полностью подтверждает теоретические выводы. Предлагаемые алгоритмы обеспечивают асимптотическую устойчивость процесса орбитального маневрирования и лишены известных недостатков импульсного маневрирования.

Ключевые слова: искусственные спутники Земли, орбитальное маневрирование, синергетический синтез регуляторов, инварианты движения.

Zelenina N.A. Popov A.N

SYNERGETIC CONTROL FOR ORBITAL MANEUVERING

The decision of the majority of tasks, assigned to satellites, can't be performed without implementation of an orbital maneuvering. The orbital maneuvering is any purposeful change of an orbit of a satellite. Pulse maneuvers, involving the creation of instant thrust vector using thrusters at certain points of the orbit motion of the satellite, received the most widely advancement. The pulse approach has several limitations: the dependence of optimality of flight from the radius and the angle of inclination of the final orbit, the need to carryout maneuvering in points of the orbit, where the satellite speed is minimal, for optimum fuel consumption, and others.

The application of the principles and methods of synergetic control theory for the synthesis of control algorithms of satellites that provide implementation of desired orbital maneuvers is

² Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант №13-08-00995-а)

considered in this article. The procedures of the synergistic synthesis for the case of preservation the plane of the initial orbit (coplanar maneuvering) and for the case of transition from the initial orbital plane to another plane (spatial maneuvering) are represented. Parameters of the desired orbit (radius, eccentricity and rotation angles of the orbital plane relative to the equatorial plane) are defined as the corresponding invariants of motion of a closed system, which in turn are part of the structure formed during the synthesis procedure of attracting invariant manifolds. The invariants of Kepler are used as invariants of motion of satellites that lets to say about the conformity of the developed algorithms with the natural physical laws. The carried out computer modeling fully confirms the theoretical conclusions. The proposed algorithms provide asymptotically stability of the process of the orbital maneuvering and are deprived of known deficiencies of the impulse maneuvering.

Keywords: artificial earth satellite, orbital maneuvering, synergetic synthesis, motion invariants.

Решение большинства задач управления движением искусственных спутников Земли (ИСЗ) невозможно без осуществления эффективного орбитального маневрирования. Орбитальным маневром называют целенаправленное изменение параметров движения космического аппарата, в результате которого первоначальная траектория свободного полета (начальная орбита) меняется на некоторую другую (конечная орбита). Существуют две разновидности маневров: компланарные маневры, связанные с межорбитальными перелетами в одной плоскости, и некомпланарные(пространственные) маневры, требующие изменения плоскости движения.

Наибольшее распространение в практике орбитального маневрирования получили так называемые импульсные маневры, предполагающие создание мгновенного вектора тяги с помощью маневровых двигателей в определенных точках орбиты движения ИСЗ. Импульсные маневры имеют ряд ограничений при их использовании, в частности: зависимость оптимальности перелета от радиуса и значения угла наклонения конечной орбиты, необходимость с целью оптимального расхода топлива осуществлять маневрирование в точках орбиты, где скорость ИСЗ минимальна, и др. [1-3].

В данной статье рассматривается решение задач синтеза алгоритмов автоматического управления движением ИСЗ, обеспечивающих осуществление компланарных и пространственных маневров и лишенных недостатков импульсного подхода. При синтезе систем управления используются нелинейные модели движения ИСЗ и методы синергетической теории управления [4-5].

Математическое описание орбитального движения.

В задачах орбитального маневрирования ИСЗ, как правило, рассматривается как материальная точка. В случае осуществления компланарных маневров уравнения движения спутника в плоскости орбиты выводятся из уравнения закона всемирного тяготения и закона сохранения количества движения и выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned}\dot{r} &= V_r, \\ \dot{V}_r &= V_\theta^2 r^{-1} - \frac{h^2}{p} r^{-2} + U_r, \\ \dot{\theta} &= V_\theta r^{-1}, \\ \dot{V}_\theta &= -V_r V_\theta r^{-1} + U_\theta,\end{aligned}\tag{1}$$

где r – расстояние от центра Земли до проекции ИСЗ на экваториальную плоскость; θ – угол, отсчитываемый в экваториальной плоскости от некоторой начальной оси по направлению полета ИСЗ; V_r и V_θ - радиальная и трансверсальная составляющие скорости; U_r и U_θ - составляющие вектора тяги; $\theta = \gamma + \chi$, где χ - истинная аномалия, γ - угловая

постоянная, которая определяет угол между линией апсид и осью Ox декартовой системы координат. Рис. 1 иллюстрирует основные кинематические параметры плоской орбиты.

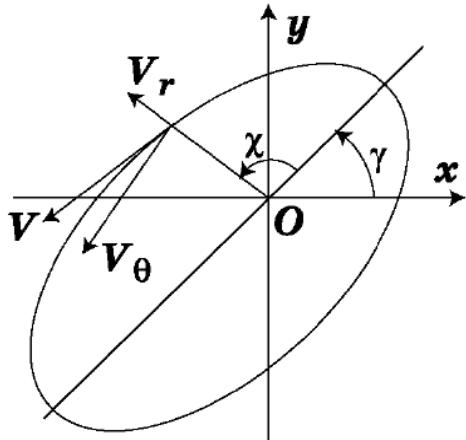


Рис. 1. Иллюстрация параметров плоской орбиты

Параметры орбиты определяются следующими соотношениями:

$$h = \frac{2\pi\sqrt{1-e^2} p^2}{(1-e^2)^2 T}, \frac{h^2}{p} = GM = \mu = 398600,4 \text{ km}^2 / \text{c}^2,$$
 где p – фокальный радиус, G – постоянная гравитации, M – масса притягивающего центра, T – время обращения, e – эксцентриситет эллипса.

В случае некомпланарных (пространственных) маневров конечная орбита находится в другой плоскости относительной плоскости исходной орбиты. Относительное положение плоскости орбиты и экваториальной плоскости характеризуется долготой восходящего угла Ω и углом наклонения орбиты i . Угол между восходящим узлом и радиус-вектором перицентра орбиты называют аргументом перицентра ω , а угол $u = \theta + \omega$ – аргументом широты. На рис. 2 дано графическое представление положения произвольной пространственной орбиты относительно базовой координатной системы, в которой ось O_x направлена в сторону весеннего равноденствия, ось O_z перпендикулярна плоскости экватора, ось O_y перпендикулярна векторам O_x и O_z .

Кинематические уравнения связи между углами ориентации орбиты и декартовыми координатами спутника относительно базовой системы отсчета имеют следующий вид [2]:

$$\begin{aligned} x &= r(\cos u \cos \Omega - \cos i \sin u \sin \Omega), \\ y &= r(\cos u \sin \Omega + \cos i \sin u \cos \Omega), \\ z &= r(\sin i \sin u). \end{aligned} \tag{2}$$

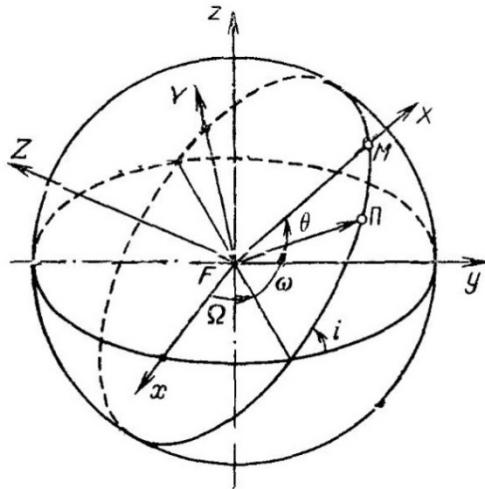


Рис. 2. Иллюстрация параметров пространственной орбиты (\overrightarrow{FM} – расстояние от центра масс Земли до спутника, $\overrightarrow{PP'}$ – радиус-вектор перицентра орбиты)

Тогда для описания динамики пространственного движения ИСЗ можно использовать следующую математическую модель:

$$\begin{aligned}\dot{r} &= V_r; \\ \dot{\theta} &= V_\theta r^{-1}; \\ \dot{z} &= V_z; \\ \dot{V}_r(t) &= V_\theta^2 r^{-1} - \mu r^{-2} + U_r; \\ \dot{V}_\theta(t) &= -V_r V_\theta r^{-1} + U_\theta; \\ \dot{V}_z(t) &= -\mu z r^{-3} + U_z,\end{aligned}\tag{3}$$

где Z – расстояние от плоскости экватора до ИСЗ; V_z – нормальная скорость (проекция скорости на перпендикуляр к плоскости экватора); U_z – нормальная составляющая вектора тяги.

Инварианты движения ИСЗ.

Любое орбитальное движение должно отвечать законами Кеплера. Первый закон Кеплера характеризует движение ИСЗ по коническому сечению (в зависимости от выбранных параметров e и p орбита будет иметь соответствующую форму).

$$r(1+e\cos\theta)-p=0.\tag{4}$$

Согласно второму закону Кеплера за равные промежутки времени радиус-вектор, соединяющий тело и притягивающий центр, описывает равные площади. Этому условию соответствует соотношение

$$r^2\dot{\theta}-h=rV_\theta-h=rV_\theta-\sqrt{p\mu}=0.\tag{5}$$

Поскольку законы Кеплера описывают свободную динамику орбитального движения, представляется вполне естественным использовать эти законы как инварианты движения при решении задачи синтеза законов автоматического управления ИСЗ.

Кроме того, динамика свободного орбитального движения соответствует динамике консервативной системы, энергия которой остается постоянной. Поэтому в качестве инварианта движения может быть рассмотрен интеграл энергии стационарного движения ИСЗ [1,2]:

$$0,5(V_r^2 + V_\theta^2) - \frac{\mu}{r} - \frac{(e^2 - 1)\mu}{2p} = 0. \quad (6)$$

При пространственном маневрировании необходимо обеспечивать заданные значения углов ориентации плоскости новой орбиты относительно базовой системы координат, а, следовательно, выдерживать кинематические соотношения (2). Применимально к используемой модели пространственного движения (3) это в конечном итоге выражается в выполнении соотношения

$$z - r \sin i \sin u = z - r \sin i \sin(\theta + \omega) = 0, \quad (7)$$

которое может быть назначено инвариантом системы при некомпланарном маневрировании.

Синтез законов управления для осуществления компланарных маневров ИСЗ.

Поставим задачу синтеза законов управления ИСЗ при компланарном маневрировании: требуется определить вектор управления U_r и U_θ как функцию координат состояния системы (1), обеспечивающий вывод на заданную орбиту вращения. Форма и размер конечной (целевой) орбиты характеризуется заданными значениями эксцентриситета e и фокального параметра p .

В качестве набора инвариантов используются соотношения (4) и (5), то есть первый и второй законы Кеплера. При таком наборе инвариантов следует ввести следующую совокупность инвариантных многообразий:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= V_r - \varphi_1(r, \theta) = 0, \\ \psi_2 &= V_\theta - \frac{\sqrt{p\mu}}{r} = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\varphi_1(r, \theta)$ – пока неизвестная функция («внутреннее» управление).

На пересечении инвариантных многообразий (8) динамика системы описывается уравнениями декомпозированной системы:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= \varphi_1(r, \theta), \\ \dot{\theta} &= \frac{\sqrt{p\mu}}{r^2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Для определения «внутреннего» управления введем следующее инвариантное многообразие, которое соответствует первому закону Кеплера:

$$\psi_3 = r - \frac{p}{1 + e \cos \theta} = 0.$$

«Внутреннее» управление $\varphi_1(r, \theta)$ ищется как решение основного функционального уравнения $T_3 \dot{\psi}_3(t) + \psi_3 = 0$ в силу уравнений модели (9):

$$\varphi_1(r, \theta) = z - \frac{T_3 p \sin \theta \sqrt{p\mu} - r^3 - 2r^3 e \cos \theta - r^3 e^2 \cos \theta^2 + pr^2 + pr^2 e \cos \theta}{T_3 r^2 (1 + 2e \cos \theta + e^2 \cos \theta^2)}.$$

Приведенная процедура поэтапной динамической декомпозиции позволяет определить структуру инвариантного многообразия $\psi_1 = 0$ и завершить синтез регулятора. Искомый закон управления ИСЗ представляет собой решение системы функциональных уравнений $T_1 \dot{\psi}_1(t) + \psi_1 = 0, T_2 \dot{\psi}_2(t) + \psi_2 = 0$ в силу уравнений модели (1) и имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
U_r = & (2pr^3 e \cos \theta + pr^3 e^2 \cos \theta^2 - 3zT_3 r^3 e \cos \theta - 3zT_3 r^3 e^2 \cos \theta^2 - \\
& 2T_1 z T_3 p e^2 \sin \theta \sqrt{p\mu} \cos \theta - 2T_1 z T_3 p e \sin \theta \sqrt{p\mu} + T_1 e p V_r r^2 \sin \theta - \\
& 3T_1 z r^3 e \cos \theta - 3T_1 z r^3 e^2 \cos \theta^2 - T_1 z r^3 e^3 \cos \theta^2 - 3T_1 V_r^2 T_3 r^2 e \cos \theta - \\
& 3T_1 V_r^2 T_3 r^2 e^2 \cos \theta^2 - T_1 V_r^2 T_3 r^2 e^3 \cos \theta^3 + 2T_1 e^2 p V_r T_3 \sin \theta^2 \sqrt{p\mu} + \\
& T_1 e p V_r T_3 \cos \theta \sqrt{p\mu} + T_1 e^2 p V_r T_3 \cos \theta^2 \sqrt{p\mu} + T_1 e^2 p V_r r^2 \sin \theta \cos \theta + \\
& 3T_1 \mu T_3 r e \cos \theta + 3T_1 \mu T_3 r e^2 \cos \theta^2 + T_1 \mu T_3 r e^3 \cos \theta^3 + r T_3 p e \sin \theta \sqrt{p\mu} + \\
& r T_3 p e^2 \sin \theta \sqrt{p\mu} \cos \theta - z T_3 r^3 e^3 \cos \theta^3 - 3r^4 e^2 \cos \theta^2 - 3r^4 e \cos \theta - T_1 z r^3 - \\
& r^4 - z T_3 r^3 - T_1 V_r^2 T_3 r^2 + pr^3 + T_1 \mu T_3 r - r^4 e^3 \cos \theta^3) / (T_1 T_3 r^3 (3e \cos \theta + 1 + \\
& 3e^2 \cos \theta^2 + e^3 \cos \theta^3)), \\
U_\theta = & -\frac{T_2 \sqrt{p\mu} z - T_2 z V_r r + V_r r^2 - \sqrt{p\mu} r}{T_2 r^2}.
\end{aligned} \tag{10}$$

На рис. 3-6 представлены результаты моделирования процесса орбитального маневра ИСЗ с законом (10). Рассмотрен маневр перевода ИСЗ с эллиптической орбиты с параметрами $e = 0,87$; $p = 6297,8$ км на круговую орбиту радиуса $r = 36000$ км.

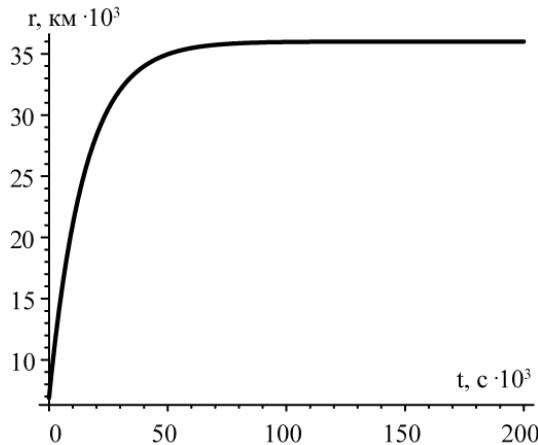


Рис.3. График изменения длины радиус-вектора во времени.
 V_r , км/с

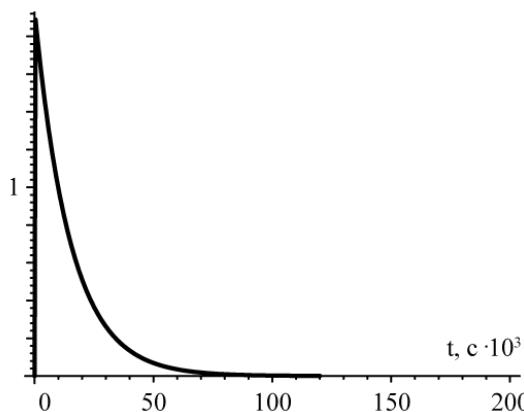


Рис.4. График изменения радиальной скорости во времени.

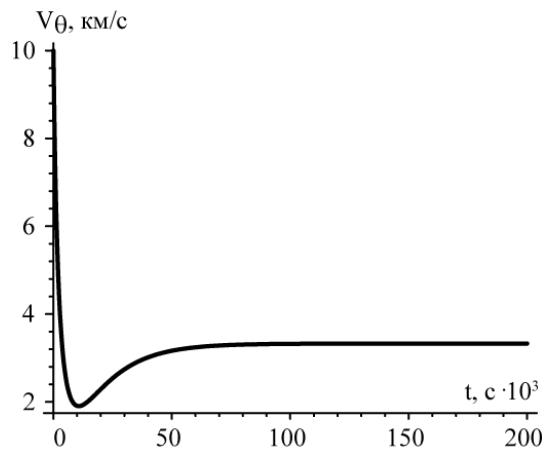


Рис.5. График изменения трансверсальной скорости во времени.

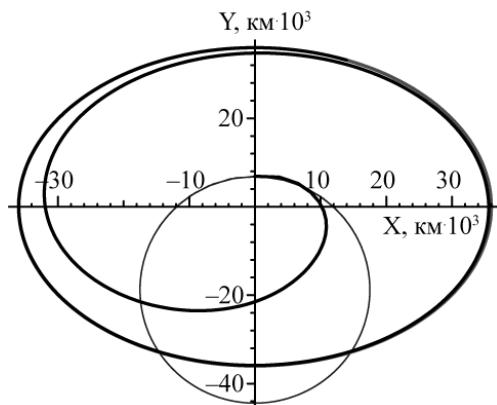


Рис.6. Траектория движения ИСЗ в плоскости орбиты (исходная орбита показана более тонкой линией).

В качестве инварианта движения можно также использовать интеграл энергии (6). Ход процедуры синергетического синтеза принципиально не меняется, но используется другое инвариантное многообразие [6]:

$$\psi_2 = 0.5(V_r^2 + V_\theta^2) - \frac{\mu}{r} - \frac{(e^2 - 1)\mu}{2p} = 0.$$

Синтез законов управления для осуществления пространственных маневров ИСЗ.

Поставим задачу синтеза законов управления ИСЗ при пространственном маневрировании ИСЗ: требуется определить вектор управления U_r , U_θ и U_z как функцию координат состояния системы (3), обеспечивающий вывод ИСЗ на заданную пространственную орбиту.

В качестве набора инвариантов используются соотношения (4), (5) и (7). При таком наборе инвариантов вводится следующая совокупность инвариантных многообразий:

$$\psi_1 = V_r - k_1(r - p/(1 + e \cos \theta)) = 0,$$

$$\psi_2 = V_\theta - \sqrt{p\mu}/r = 0,$$

$$\psi_3 = V_z - k_2(z - r \sin i^* \sin(\theta + \omega^*)) = 0,$$

где $k_1, k_2 < 0$ — параметры регулятора, i^* , ω^* — желаемые значения угла наклонения орбиты и аргумента перигея.

Искомый закон управления ИСЗ представляет собой решение системы функциональных уравнений $T_i \dot{\psi}_i + \psi_i = 0$, $i = 1, \dots, 3$ в силу уравнений исходной модели (3) и имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
U_r &= (T_1 k_1 V_r r^2 + 2T_1 k_1 V_r r^2 e \cos \theta + T_1 k_1 V_r r^2 e^2 \cos \theta^2 - T_1 k_1 p e V_\theta r \sin \theta - \\
&\quad T_1 V_\theta^2 r - 2T_1 V_\theta^2 r e \cos \theta - T_1 V_\theta^2 r e^2 \cos \theta^2 + T_1 \mu + 2T_1 \mu e \cos \theta + \\
&\quad T_1 \mu e^2 \cos \theta^2 - V_r r^2 - 2V_r r^2 e \cos \theta - V_r r^2 e^2 \cos \theta^2 + k_1 r^3 + \\
&\quad 2k_1 r^3 e \cos \theta + k_1 r^3 e^2 \cos \theta^2 - k_1 r^2 p - \\
&\quad k_1 r^2 p e \cos \theta) / (T_1 r^2 (1 + 2e \cos \theta + e^2 \cos \theta^2)), \\
U_\theta &= (-T_2 \sqrt{p \mu} V_r + T_2 V_r V_\theta r - V_\theta r^2 + \sqrt{p \mu} r) / (T_2 r^2), \\
U_z &= -(T_3 k_2 \sin(i^*) \sin(\theta + \omega^*) V_r r^3 + T_3 k_2 \sin(i^*) \cos(\theta + \omega^*) V_\theta r^3 - T_3 k_2 V_z r^3 - \\
&\quad T_3 \mu z + V_z r^3 - k_2 r^3 z + k_2 r^4 \sin(i^*) \sin(\theta + \omega^*) / (T_3 r^3)).
\end{aligned} \tag{11}$$

На рис. 7 – 11 представлены результаты моделирования процесса пространственного орбитального маневра ИСЗ с законом (11). Рассматривался маневр перевода ИСЗ с начальной эллиптической экваториальной орбиты с параметрами $e = 0,87$; $p = 6297,8$ км; $i = 0$ рад; $\omega = \pi$ рад на круговую орбиту с параметрами $r = 36000$ км; $i^* = \pi/4$ рад; $\omega^* = \pi/3$ рад.

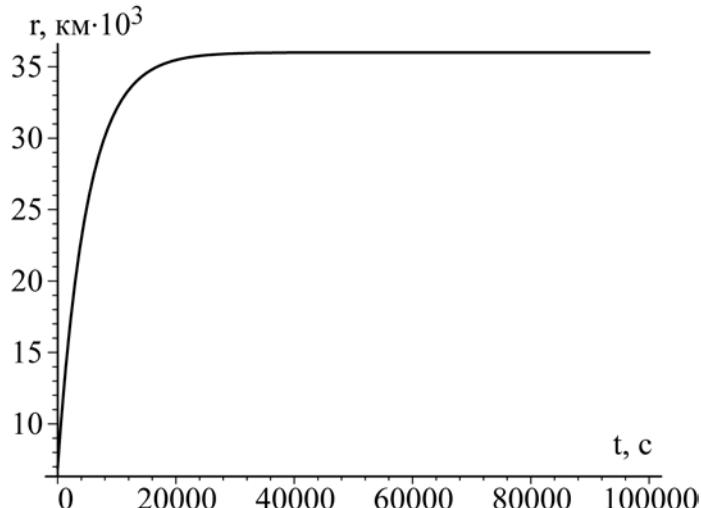


Рис.7. График изменения радиус-вектора во времени.

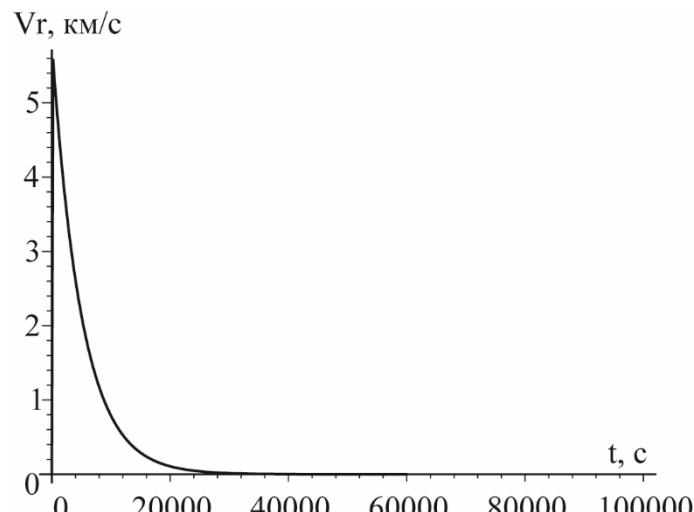


Рис.8. График изменения радиальной скорости во времени.

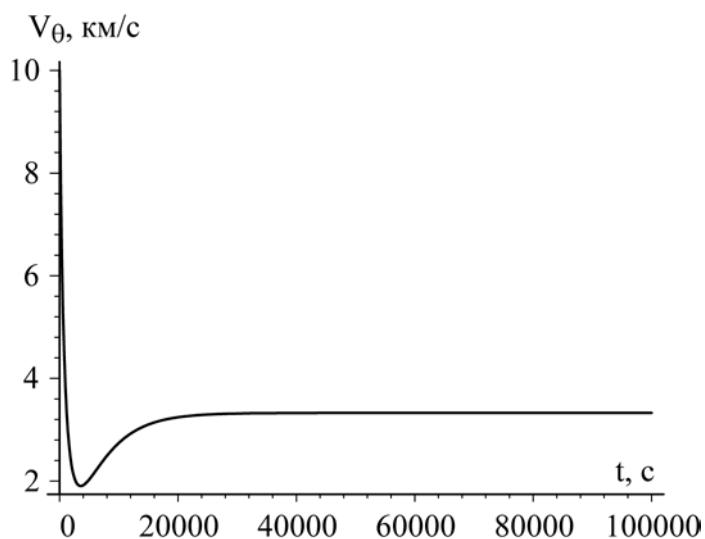


Рис.9. График изменения трансверсальной скорости во времени.

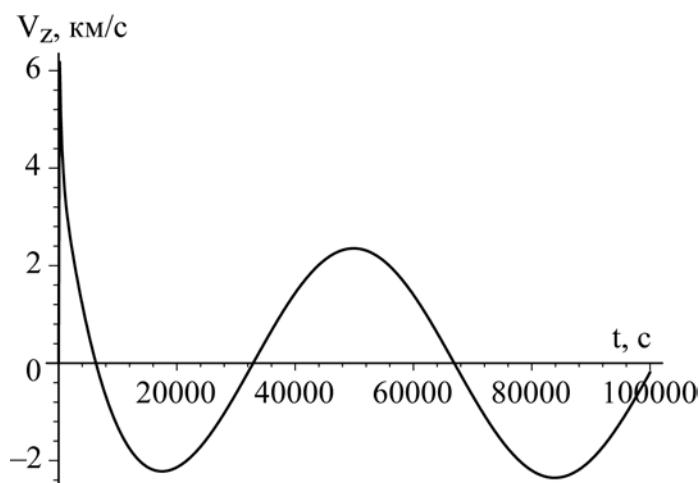


Рис.10. График изменения нормальной скорости во времени.

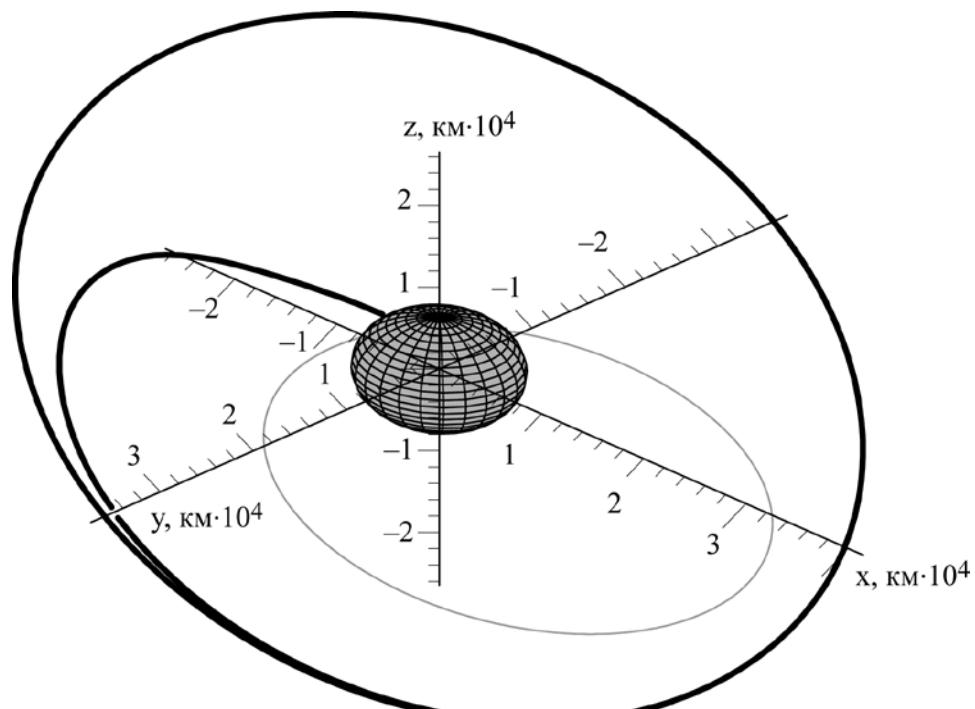


Рис.11. Пространственный орбитальный маневр (исходная орбита показана более светлой линией).

Заключение.

Применение принципов и методов синергетической теории управления позволило получить принципиально новые алгоритмы управления ИСЗ для осуществления компланарных и пространственных маневров, лишенные ограничений импульсного подхода. В частности, для поворота плоскости орбиты движения не надо ожидать выхода спутника в точку апогея, а пространственный маневр может быть произведен из любой точки начальной орбиты. Например, на рис. 11 приведен пространственный маневр, стартующий из точки перигея. Кроме того, не наблюдается зависимость оптимальности осуществления маневра от значения угла наклонения конечной орбиты. Таким образом, предлагаемые алгоритмы управления могут найти широкое применение для повышения эффективности орбитального маневрирования ИСЗ.

Список литературы:

1. Левантовский В.И. Механика космического полета в элементарном изложении: Монография. – Москва: Наука, 1980. – 512 с.
2. Охочимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г. Основы механики космического полета: Монография. – Москва: Наука, 1990. – 448 с.
3. Иванов Н.М., Лысенко Л.Н. Баллистика и навигация космических аппаратов: Монография. – Москва: Дрофа, 2004. – 540 с.
4. Колесникова А.А. Синергетическая теория управления– М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
5. Колесников А.А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. Изд. 2. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. – 240 с.
6. Попов А.Н., Зеленина Н.А. Синергетический синтез систем орбитального маневрирования космических аппаратов// Материалы V Международной научной конференции «Системный синтез и прикладная синергетика». – Пятигорск. ФГАОУ ВПО «СКФУ» (филиал) в г. Пятигорске 2013. – Т 2 (В 3-х томах). – С. 88-93.

Попов Андрей Николаевич, Радионов Иван Алексеевич

Южный Федеральный Университет

СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ СИСТЕМ АВТОВЕДЕНИЯ С КОМПЛЕКСНОЙ ОПТИМИЗАЦИЕЙ ТЯГИ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА³

В статье рассматривается актуальная проблема синтеза системы управления асинхронным тяговым электроприводом локомотива с учетом нестационарных процессов в контакте «колесо – рельс». В исследуемой системе имеет место процесс проскальзывания колес относительно рельсового полотна, при этом чрезмерное значение скольжения негативно оказывается на тяговых свойствах локомотива, а также увеличивает износ колесной пары и поверхности рельса. Изложен новый подход к синтезу регуляторов тяги локомотивов, основанный на методах и принципах синергетической теории управления. Предлагаемый регулятор для системы автоведения локомотива позволяет осуществить комплексную оптимизацию тяги подвижного состава, а именно: выдерживает заданную скорость скольжения колесной пары относительно полотна рельса, тем самым реализуя режим максимальной тяги; обеспечивает минимизацию потерь энергии в силовой части электропривода при изменении скоростных и силовых характеристик движения, тем самым реализуя режим максимальной энергоэффективности.

Ключевые слова: системы управления тяговым электроприводом, оптимизация тяги, синтез энергосберегающих регуляторов, адаптивное управление.

Popov A.N., Radionov I.A.

SYNERGETIC SYNTHESIS OF AUTOPILOTING SYSTEMS WITH COMPLEX OPTIMIZATION OF TRAIN TRACTION.

In the paper we explore the problem of design of the control system of train asynchronous electric traction drives with regard to transitional processes in the wheel-rail contact. In this system, the wheels can slip relative to the rail, and the excessive slippage has a negative effect on the train traction properties and increases the wear of the wheel pair and rail surface. A new approach to the synthesis of train traction regulators is proposed that is based on the theory of synergetic control. The proposed train autopiloting regulator ensures complex optimization of train traction, namely: keeping of desired speed of the wage wheels slippage relative to the rail thus ensuring the maximum traction; minimizes the loss of energy in the power unit of the electric traction drive under changing of speed and power of motion process. The last feature provides, in turn, the maximum rate of energy efficiency during operation.

Keywords: control systems for traction drive, traction optimization, synthesis of energy saving regulators, adaptive control.

Введение.

Несмотря на достаточно долгую историю железнодорожного транспорта, проблема формирования тяги остается для него ключевой. Связано это с особенностями свойств сцепления колесной пары (КП) с рельсовым полотном. В случае превышения момента тяги предельного значения момента сцепления, развивается процесс боксования – чрезмерного проскальзывания колес относительно рельса, что негативно оказывается на тяговых свойствах

³Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант №13-08-00995-а)

локомотива. В связи с этим, разработка автоматических регуляторов для систем тягового электропривода (ТЭП), позволяющих наиболее полно реализовать потенциальные свойства сцепления является одной из наиболее актуальных задач при проектировании современных и перспективных локомотивов.

Важно подчеркнуть, что поступательное движение состава может осуществляться только при наличии проскальзывания КП относительно полотна рельса. Причем для поддержания режима максимальной тяги, скорость скольжения необходимо держать в требуемом диапазоне, иначе, в случае уменьшения величины скольжения ниже необходимого значения, реализовать максимальную тягу не представляется возможным, а в случае превышения величины скольжения критического значения – развивается процесс боксования КП [1-6].

Исследование скольжения колес относительно рельсового полотна подводит к необходимости учета различных внешних факторов, влияющих на качество сцепления, и детального рассмотрения процессов, происходящих в контакте «колесо – рельс». Последнему вопросу посвящено значительное количество публикаций [1-11]. Тем не менее, вопросы наиболее эффективного формирования тяги в системе «тяговый привод – КП – путь» и выявление механизмов взаимодействия колеса с рельсом и их количественных характеристик до сих пор остаются открытыми и являются предметом серьезных исследований [4-11].

В настоящей статье представлено решение задачи синтеза автоматического регулятора ТЭП локомотива, обеспечивающего комплексную оптимизацию тяги в условиях резко меняющихся характеристик сцепления. Для решения указанной задачи используется синергетический подход в теории управления, основанный на принципах направленной самоорганизации и управляемой декомпозиции нелинейных динамических систем [12, 13].

Математическое представление динамики асинхронного тягового электропривода локомотива.

В качестве объекта регулирования рассматривается механическая часть тягового электропривода I класса (опорно-осевого тягового двигателя с опорно-осевым редуктором), представляемая как крутильная система, состоящая из КП и вращающихся масс привода, моменты инерции которых приведены к оси КП (рис. 1) [13]. Введены следующие обозначения: M_t – тяговый момент электропривода; J_r, J_w – моменты инерции ротора ТЭП и КП соответственно; φ_r, φ_w – углы поворота ротора и КП относительно оси вращения соответственно; ω_r, ω_w – угловые скорости ротора и КП соответственно; X_w, V_w – перемещение КП и скорость перемещения вдоль направления движения локомотива; c_x – жесткость продольной связи КП с тележкой; c_m – жесткость связи КП с тяговым двигателем; b_x – коэффициент демпфирования продольной связи КП с тележкой; b_m – коэффициент демпфирования связи КП с тяговым двигателем; $\Pi(t)$ – нагрузка КП на путь.

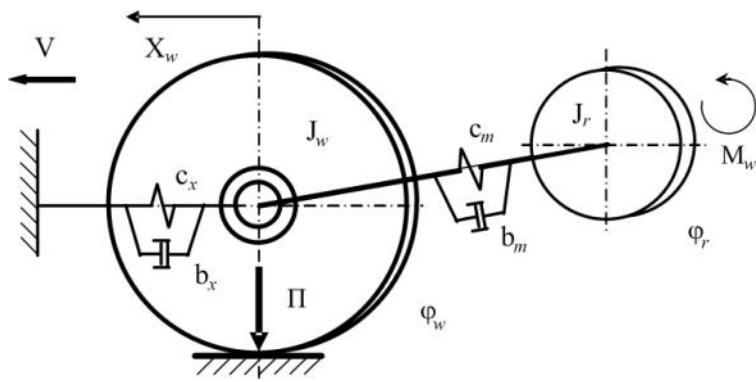


Рис.1. Расчетная схема модели опорно-осевого тягового двигателя с опорно-осевым редуктором

Математическая модель, описывающая взаимодействие компонентов схемы на рис. 1 представляет собой систему дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} J_r \ddot{\phi}_r + b_m (\dot{\phi}_r - \dot{\phi}_w) + c_m (\phi_r - \phi_w) &= M_t; \\ J_w \ddot{\phi}_w + b_m (\dot{\phi}_w - \dot{\phi}_r) + c_m (\phi_w - \phi_r) &= -M_{ah}; \\ m_w \ddot{X}_w + b_x \dot{X}_w + c_x X_w &= M_{ah}/R_w, \end{aligned}$$

где m_w – масса локомотива, приведенная к одной КП; R_w – радиус колеса)[12].

В современном представлении [10] сила сцепления F_{ah} зависит как от скорости движения состава V , так и от скорости скольжения колес относительно рельса V_{sl} (относительное значение скорости скольжения $\varepsilon = V_{sl}/(\omega_w R_w)$), где ω_w – угловая скорость вращения КП;

Характеристику сцепления КП с рельсовым полотном получают экспериментально путем измерения коэффициента сцепления в зависимости от относительной скорости скольжения. Результат аппроксимируют и отображают в виде кривой для коэффициента сцепления ψ , максимальное значение которого ψ^{max} изменяется в диапазоне $0,308 \div 0,445$ при скоростях локомотива $5 \div 40$ km/h. Можно представить эту зависимость как безразмерную кусочно-непрерывную функцию k_ψ , максимум которой $k_\psi = 1$ соответствует наилучшим условиям сцепления [13]:

$$k_\psi = \begin{cases} 0,5\varepsilon & \text{при } 0 \leq \varepsilon < 2; \\ 1 - 0,0125(\varepsilon - 2) & \text{при } 2 \leq \varepsilon < 42; \\ 0,5 - 0,0086(\varepsilon - 42) & \text{при } \varepsilon \geq 42. \end{cases} \quad (1)$$

Момент сцепления задается выражением:

$$M_{ah} = R_w \Pi \psi_{ah} k_\psi, \quad (2)$$

где коэффициент сцепления ψ_{ah} зависит от скорости поступательного движения состава:

$$\psi_{ah} = 0,28 + \frac{3}{50 + 72V} - 0,00252V. \quad (3)$$

Режим реализации максимальной тяги начинается с обычного устойчивого режима тяги, когда равновесная точка находится на восходящем участке характеристики сцепления (рис. 2) и не выходит за его пределы.

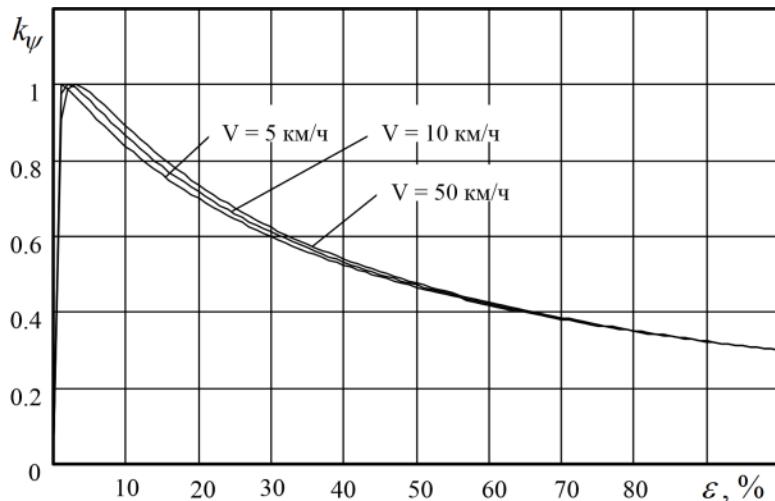


Рис. 2. Зависимость безразмерной характеристики сцепления от скорости скольжения колеса

Представленные выше тезисы о характеристики сцепления колес с поверхностью рельса носят достаточно общий характер, тем не менее, вполне пригодны для исследования процессов боксования. Приведем пример возникновения боксования КП и потери сцепления при линейном увеличении момента тяги в системе «тяговый привод – КП – путь». Модель системы на рис. 1 дополняется выражением, описывающим действующие на состав силы (последнее уравнение):

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_w}{dt} &= \omega_w; \quad \frac{d\varphi_r}{dt} = \omega_r; \quad \frac{dX_w}{dt} = V_w; \\ J_w \frac{d\omega_w}{dt} &= -\frac{M_{ah}}{K} - b_m(\omega_w K - \omega_r) - c_m(\varphi_w K - \varphi_r); \\ m_w \frac{dV_w}{dt} &= \frac{M_{ah}}{R_w K} - b_x V_w - c_x X_w; \\ J_r \frac{d\omega_r}{dt} &= M_t - b_m(\omega_r - \omega_w K) - c_m(\varphi_r - \varphi_w K); \\ m_0 \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{R_w} (a_1 M_{ah} - (a_2 V + a_3 V^2) \Pi), \end{aligned} \quad (4)$$

где m_0 – масса подвижного состава; a_1 , a_2 , a_3 – коэффициенты, зависящие от характеристик подвижного состава.

Сила сопротивления движению состава записана выражением, представляющим собой произведение веса состава на удельное сопротивление движению, получаемое в общем случае экспериментально.

Результаты моделирования системы (1) – (4) при линейном увеличении момента тяги приведены на рис. 4, 5. Параметры системы выбраны следующими: $R_w = 0,625$ м; $J_u = 400$ кг · м²; $m_w = 3300$ кг; $c_m = 3500$ кН/м; $b_m = 10$ кН · с/м; $c_x = 50000$ кН/м; $b_x = 400$ кН · с/м; $\Pi = 250$ кН; $K = 3,65$; $a_1 = 6$; $a_2 = 0,018$; $a_3 = 0,00123$.

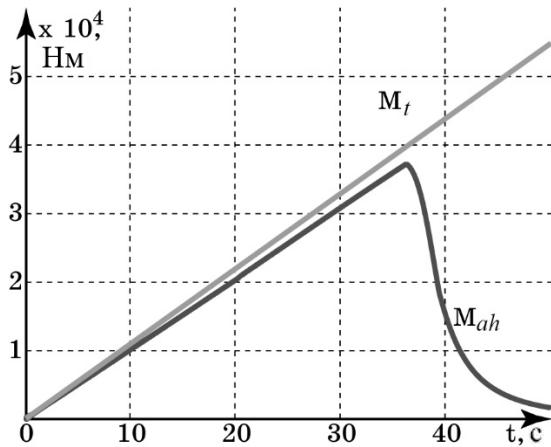


Рис. 3. Изменение прикладываемого к КП момента тяги и момента сцепления при развитии боксования

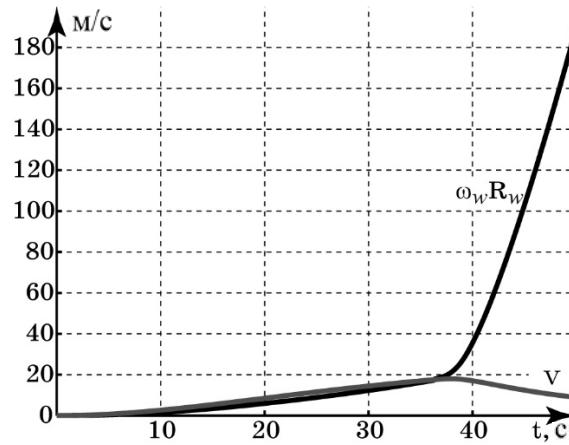


Рис. 4. Изменение скорости поступательного движения состава и приведенной скорости КП при развитии боксования

Из графиков на рис. 3 и 4 видно, что при превышении скорости скольжения КП ε значения 2% происходит срыв сцепления: значение величины M_{ah} резко снижается, скорость поступательного движения состава V уменьшается, в то время, как наблюдается увеличение скорости вращения КП ω_w . Таким образом, можно сказать, что выбранная математическая модель достаточно адекватно описывает процессы развития боксования.

Синергетический синтез регулятора тяги, предотвращающего срыв сцепления в системе «тяговый привод – колесная пара – путь».

Рассмотрим задачу синергетического синтеза регулятора для рассматриваемой системы «тяговый привод – КП – путь». С учетом динамики асинхронного электропривода(АЭП) [15] и уравнений (4) математическая модель данной системы принимает вид:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\varphi_r}{dt} &= \omega_r; \quad \frac{d\varphi_w}{dt} = \omega_w; \quad \frac{dX_w}{dt} = V_w; \\
 J_w \frac{d\omega_w}{dt} &= -\frac{\hat{M}_{ah}}{K} - b_m(\omega_w K - \omega_r) - c_m(\varphi_w K - \varphi_r); \\
 m_w \frac{dV_w}{dt} &= \frac{\hat{M}_{ah}}{R_w K} - b_x V_w - c_x X_w; \\
 \frac{d\psi_r}{dt} &= \frac{r_r L_m}{L_r} i_{sx} - \frac{r_r}{L_r} \psi_r; \\
 J_r \frac{d\omega_r}{dt} &= \frac{pm L_m}{2L_r} \psi_r i_{sy} - b_m(\omega_r - \omega_w K) - c_m(\varphi_r - \varphi_w K); \\
 \frac{di_{sx}}{dt} &= -L_s^* i_{sx} + \omega_r p i_{sy} + \frac{r_r L_m}{L_r} \frac{i_{sy}^2}{\psi_r} + \frac{L_m r}{L_r L} \psi_r + \frac{L_r}{L} u_{sx}; \\
 \frac{di_{sy}}{dt} &= -L_s^* i_{sy} - \omega_r p i_{sx} - \frac{r_r L_m}{L_r} \frac{i_{sx} i_{sy}}{\psi_r} - \frac{L_m}{L} \omega_r p \psi_r + \frac{L_r}{L} u_{sy},
 \end{aligned} \tag{5}$$

где u_{sx} , u_{sy} и i_{sx} , i_{sy} – проекции напряжения и тока статора на оси вращающейся системы координат; ψ_r – модуль результирующего вектора потокосцепления ротора; L_s , L_r , L_m – собственные и взаимная индуктивности обмоток; r_s , r_r – их активные сопротивления; p –

число пар полюсов; m – число фаз обмотки статора K – коэффициент редуктора; $L = L_s L_r - L_m^2$; $L^* = (r_s L_m^2 + r_r L_r^2) / (L_r L_s)$.

Последнее уравнение системы (4) не включено в (5), т.к. предполагается, что скорость поступательного движения состава относится к измеряемым величинам, информация о которых передается в систему от соответствующих измерительных приборов. Данное уравнение используется ниже на этапе моделирования синтезированной системы.

В данной системе уравнений, в отличие от (4), вместо момента сцепления подставлена его оценка. Наблюдатель момента сцепления строится в соответствии с методикой синтеза асимптотических наблюдателей, описанной в [12] и в нашем случае имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{M}_{ah} &= -l_1 m_w R_w V_w K - z; \\ \frac{dz}{dt} &= l_1 z + l_1^2 m_w R_w V_w K + l_1 R_w K (b_x V_w + c_x X_w). \end{aligned} \quad (6)$$

В синергетической теории управления набор критериев или целей управления задается в виде совокупности инвариантов. Применительно к классу электромеханических систем, как правило, выделяют технологические, электромагнитные и энергетические инварианты [15]. Технологический инвариант представляет собой требуемое статическое или динамическое состояние системы, соответствующее заданной технологической задачи генерации механического движения. В качестве электромагнитных инвариантов выбираются условия стабилизации электрических и магнитных переменных двигателя. Например, в случае АЭП к ним относятся стабилизация магнитного потока статора, магнитного потока ротора или полного магнитного потока. И наконец, энергетические инварианты – соотношения между переменными двигателя, соответствующие условиям минимизации потерь энергии в процессе электромагнитного преобразования.

Выбор инвариантов является определяющим при синтезе системы управления и осуществляется, исходя из технологических или любых других требований к объекту регулирования, а также количества физических каналов управления. Для асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором этими каналами являются амплитуда и частота напряжения статора, которые в представлении системы (5) эквивалентны проекциям этого напряжения на оси X и Y системы координат, ориентированной по направлению вектора потокосцепления ротора, – U_{sx} , U_{sy} .

В нашем случае, в качестве технологического инварианта необходимо выбрать задачу поддержания заданного значения координаты ω_r в зависимости от текущих условий сцепления КП с рельсовым полотном, так как она связана с угловой скоростью вращения КП ω_w , а в качестве энергетического – поддержание оптимального с точки зрения минимума потерь модуля вектора потокосцепления ротора ψ_r .

В соответствии с процедурой метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [12], вводится первая пара макропараметров

$$\psi_1 = i_{sx} - \phi_1; \psi_2 = i_{sy} - \phi_2, \quad (7)$$

удовлетворяющих функциональным дифференциальным уравнениям

$$T_1 \frac{d\psi_1}{dt} + \psi_1 = 0; T_2 \frac{d\psi_2}{dt} + \psi_2 = 0, \quad (8)$$

Положительные параметры T_1 и T_2 определяют время попадания изображающей точки на пересечение многообразий $\psi_1 = 0$ и $\psi_2 = 0$. Из совместного решения систем уравнений (7)

и (8) с учетом модели синтеза (5) получаем выражения для базового векторного закона управления

$$u_{sx} = L_s^* \left[\frac{i_{sx}}{T_s^*} - p\omega_r i_{sy} - \frac{r_r k_r i_{sy}^2}{\psi_r} - \frac{k_r \psi_r}{T_r L_s^*} + \frac{d\phi_1}{dt} - \frac{1}{T_1} (i_{sx} - \phi_1) \right];$$

$$u_{sy} = L_s^* \left[\frac{i_{sy}}{T_s^*} + p\omega_r i_{sx} + \frac{r_r k_r i_{sy} i_{sx}}{\psi_r} + \frac{k_r \psi_r p\omega_r}{L_s^*} + \frac{d\phi_2}{dt} - \frac{1}{T_2} (i_{sy} - \phi_2) \right]. \quad (9)$$

При попадании изображающей точки замкнутой системы (5), (9) в окрестность пересечения многообразий $\psi_1 = 0$ и $\psi_2 = 0$ происходит динамическая декомпозиция, а ее поведение будет описываться редуцированной системой дифференциальных уравнений пониженного порядка. В системе уравнений (5) исключаются два последних уравнения, в остальных вместо i_{sx} подставляется ϕ_1 , а вместо $i_{sy} - \phi_2$.

В декомпозированной системе ϕ_1 и ϕ_2 являются «внутренними» каналами управления. На следующем этапе синтеза вводится вторая совокупность макропеременных [16]

$$\psi_3 = \psi_r - (\hat{M}_{ah}/K)^{0.5} (k_1/(k_2 + k_3 \omega_r^\beta))^{0.25}; \quad (10)$$

$$\psi_4 = \omega_r - \phi_3,$$

удовлетворяющих функциональным уравнениям

$$T_3 \frac{d\psi_3}{dt} + \psi_3 = 0; \quad T_4 \frac{d\psi_4}{dt} + \psi_4 = 0, \quad (11)$$

где $T_3, T_4 > 0$; $k_1 = 2(r_s L_r^2 + r_m L_m^2)/(p^2 m L_m^2)$; $k_2 = m r_s / (2 L_m^2)$; $k_3 = \Delta P_{st} / (314^\beta \psi_m^2)$; ΔP_{st} , ψ_m – значения потерь в стали и потокосцепления ротора в номинальном режиме работы двигателя; β – коэффициент, зависящий от марки стали.

Выполнение условия $\psi_3 = 0$ – энергетического инварианта для АЭП – предполагает автоматическую подстройку оптимального значения потокосцепления ротора в зависимости от текущей величины момента сцепления колес с поверхностью рельса и угловой скорости вращения ротора [17]. Такого рода воздействие на электромагнитные переменные позволяет снизить уровень диссилируемой энергии т.е. осуществить минимизацию энергетических потерь электрической машины.

При совместном решении уравнений (10), (11) в силу декомпозированной модели получаем выражения для управлений ϕ_1 и ϕ_2

$$\phi_1 = \frac{1}{r_r k_r} \left[\frac{\psi_r + \sqrt{\hat{M}_{ah}/K} k_1^{0.25} k_3 \beta \omega_r^\beta k_6}{4 \omega_r^2 \cdot k_7^{1.25}} - \frac{1}{T_3} \left(\psi_r - \sqrt{\hat{M}_{ah}/K} (k_1/k_7)^{0.25} \right) \right]; \quad (12)$$

$$\phi_2 = \frac{2 L_r}{m p L_m \psi_r} \left[J_r \left(\frac{d\phi_3}{dt} - \frac{1}{T_4} (\omega_r - \phi_3) \right) + b_m k_4 + c_m k_5 \right],$$

где $k_4 = (\omega_r - \omega_w K)$; $k_5 = (\varphi_r - \varphi_w K)$; $k_6 = (0.5 p m L_m \psi_r \phi_2 / L_r - b_m k_4 - c_m k_5)$; $k_7 = k_2 + k_3 \omega_r^\beta$.

Согласно методу АКАР в системе произойдет вторая динамическая декомпозиция. И финишная динамика замкнутой системы будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_w}{dt} &= \omega_w; \quad \frac{d\varphi_r}{dt} = \phi_3; \quad \frac{dX_w}{dt} = V_w; \\ J_w \frac{d\omega_w}{dt} &= -\frac{\hat{M}_{ah}}{K} - b_m(\omega_w K - \phi_3) - c_m(\varphi_w K - \varphi_r); \\ m_w \frac{dV_w}{dt} &= \frac{\hat{M}_{ah}}{R_w K} - b_x V_w - c_x X_w. \end{aligned} \quad (13)$$

На заключительном этапе процедуры синтеза вводится следующая макропеременная [18]

$$\psi_5 = \omega_w R_w \left(1 - \frac{\varepsilon}{100}\right) - V, \quad (14)$$

удовлетворяющую функциональному уравнению

$$T_5 \frac{d\psi_5}{dt} + \psi_5 = 0, \quad T_5 > 0. \quad (15)$$

Выполнение условия $\psi_5 = 0$ предполагает поддержание требуемого значения скорости скольжения колеса, то есть отвечает заданному технологическому инвариантну.

Совместно решая (14), (15) в силу декомпозированной модели (13) получаем выражения для ϕ_3 :

$$\phi_3 = \frac{1}{b_m} \left[\frac{\hat{M}_{ah}}{K} + b_m \omega_w K + c_m (\varphi_w K - \varphi_r) - \frac{J_w \psi_2}{T_5 R_w \left(1 - \frac{\varepsilon}{100}\right)} \right]. \quad (16)$$

Выражения (9), (12), (16) представляют собой закон замкнутого управления системой (5).

Моделирование синтезированной системы управления.

Выполним моделирование системы (5), (9), (2), (16) с учетом (1), (2). Математическую модель (5) дополним уравнением поступательного движения подвижного состава. Рассмотрим случай имитации дорожной ситуации с резким изменением условий сцепления. Для этого выражение переменной ψ_{ah} задается следующим образом:

$$\psi_{ah} = \psi_{ah0} + \frac{3}{50 + 72V} - 0.00252V; \quad (17)$$

$$\psi_{ah0} = \begin{cases} 0.28 & \text{при } 0 \leq t < 15; \\ 0.18 & \text{при } 15 \leq t < 35; \\ 0.24 & \text{при } t \geq 35. \end{cases} \quad (18)$$

При моделировании использовались параметры привода АД917 при частоте питающего напряжения $f_1 = 23,5 \text{ Гц}$; $r_s = 0,0327 \text{ Ом}$; $r_r = 0,0302 \text{ Ом}$; $L_r = L_s = 0,013 \text{ Гн}$; $L_m = 0,0124 \text{ Гн}$; $\psi_m = 3,84 \text{ Вб}$; $\Delta P_{st} = 1600 \text{ Вт}$; $\beta = 1.2$.

Параметры синергетического регулятора выбраны следующими: $T_1 = T_2 = 0,002$; $T_3 = T_4 = T_5 = 0,004$; $l_1 = -40$; $\varepsilon = 1,95\%$.

На рис. 5 – 12 представлены результаты моделирования замкнутой системы при изменении момента сцепления наихудшим из возможных способом – мгновенным отклонением величины от текущего значения.

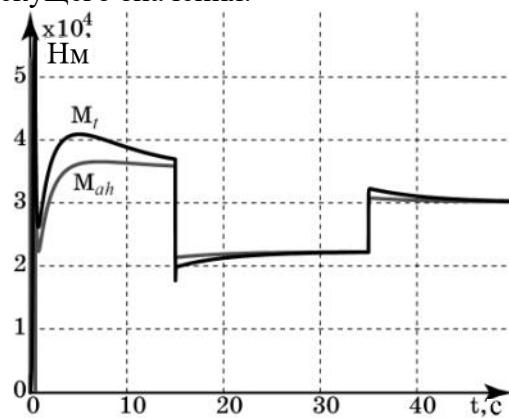


Рис. 5. Изменение прикладываемого к КП момента тяги и момента сцепления в замкнутой системе

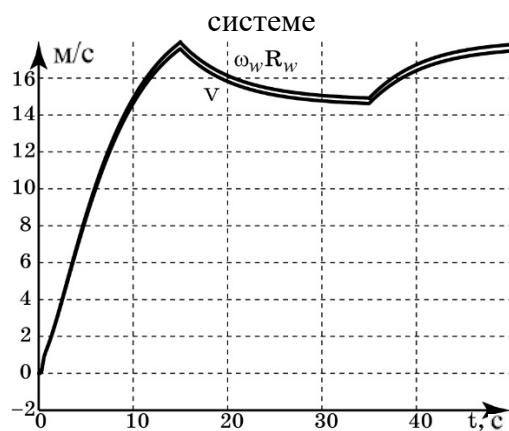


Рис. 6. Изменение скорости поступательного движения состава и приведенной скорости КП в замкнутой системе

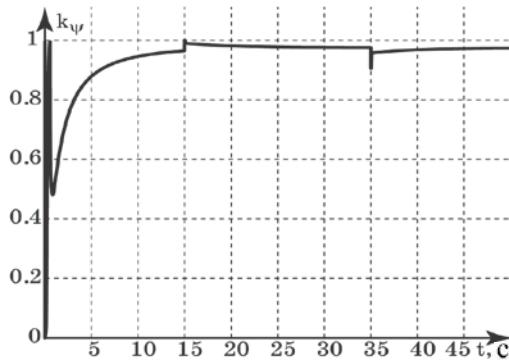


Рис. 7. Изменение безразмерной характеристики сцепления

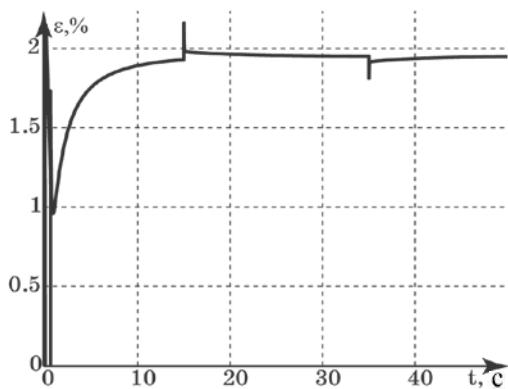


Рис. 8. Изменение относительной скорости скольжения КП

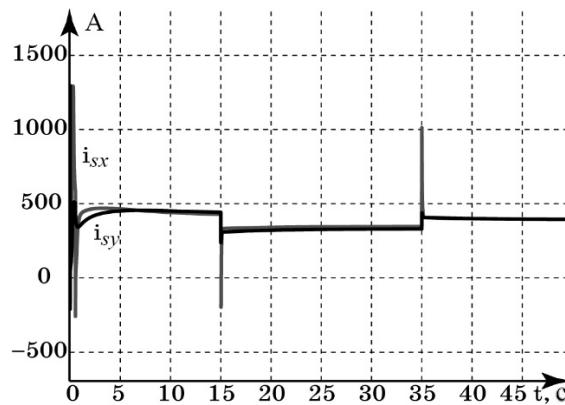


Рис. 9. Переходный процесс относительно проекций тока статора

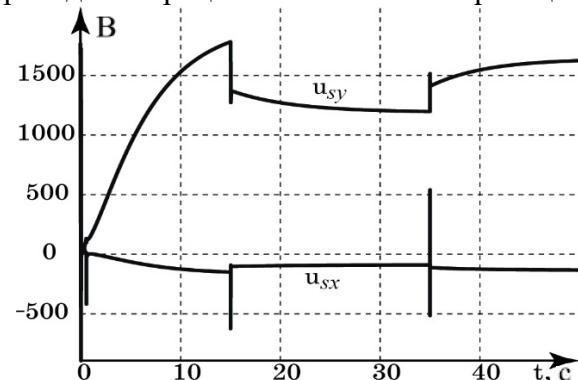


Рис. 10. Переходный процесс относительно проекций напряжений статора

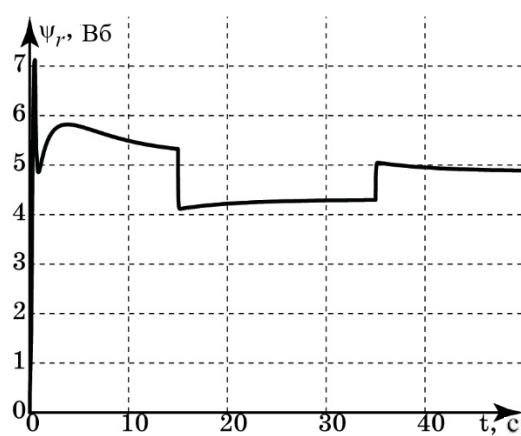


Рис. 11. Переходный процесс относительно потокосцепления ротора

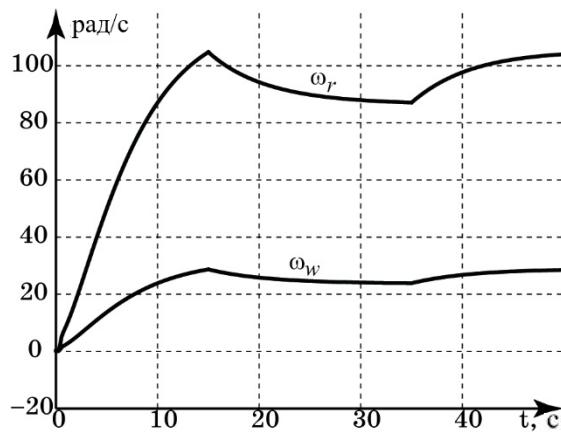


Рис. 12. Переходный процесс относительно угловой скорости ротора и КП

Результаты моделирования позволяют сделать вывод о том, что резкое падение момента сцепления (более чем на 35%) не приводит к развитию процесса боксования КП. Относительная скорость скольжения поддерживается на заданном уровне, при этом скорость подвижного состава снижается до значения, соответствующего текущим условиям сцепления, тем самым обеспечивая условия формирования максимальной тяги.

Таким образом, задавая необходимую мощность тяговой установки вручную или системой автоматического управления, можно обеспечить поддержание требуемой (допустимой) скорости движения подвижного состава, исключая нежелательные процессы боксования при любом изменении момента сцепления.

Помимо этого, синтезированный регулятор формирует оптимальное значение модуля вектора потокосцепления ротора в зависимости от оказываемой на систему механической нагрузки, обеспечивая максимальный для данного режима работы привода КПД. На рис. 13 приведена сравнительная диаграмма КПД тягового АЭП при варьировании момента нагрузки на валу двигателя для случаев поддержания номинального (постоянного для данной модели АЭП) и оптимального (варируемого в зависимости от нагрузки) значений вектора потокосцепления ротора.

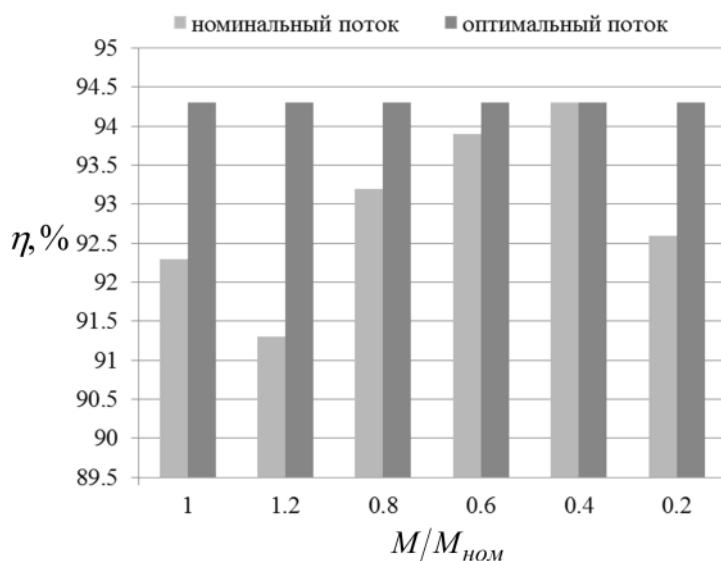


Рис. 13. Значение КПД двигателя при управлении с номинальным и оптимальным потоком

Предложенные алгоритмы управления тяговым двигателем подвижного состава позволяют реализовать режим максимальной тяги для конкретных условий сцепления. В реальной системе при различных дорожных условиях, значение относительной скорости скольжения, при которой обеспечиваются наилучшее сцепление колес с рельсовым полотном может изменяться. Учитывая приведенные выражения для оценки момента сцепления в

контакте – рельс, можно предложить алгоритм адаптации к текущим дорожным условиям. Изменяя скорость относительного скольжения в диапазоне от 0 до 4%, можно определить значение переменной ε , при котором наблюдается максимальное значение \hat{M}_{ah} . Поддерживая найденное значение относительной скорости скольжения колеса можно реализовать режим максимальной тяги для текущих дорожных условий.

Заключение.

Предложенная в статье методика синергетического синтеза регуляторов для тяговых АЭП позволяет существенно продвинуться в решении проблемы комплексной оптимизации тяги локомотивов и обладает рядом следующих особенностей, указывающих на возможность ее успешного использования при проектировании современных и перспективных систем автovedения подвижного состава.

1. Применение метода АКАР позволяет осуществить синтез векторной системы управления АЭП с использованием наиболее полной его математической модели. Следует отметить, что в связи с тем, что в основе синергетического подхода лежит принцип асимптотического перехода от одного инвариантного многообразия к другому с последовательным понижением размерности многообразия, полученная система обладает рядом преимуществ, в сравнении с традиционными. К ним относятся асимптотическая устойчивость относительно требуемого состояния равновесия, инвариантность по отношению к внешним неизмеряемым возмущениям, действующим на систему, а также параметрическая грубоść переходных процессов. Эти факторы позволяют говорить о высокой эффективности синтезированной системы управления.

2. Использование данного подхода дает возможность решить задачу оценки неизмеряемых координат тягового привода, в частности – момента сцепления в контакте «колесо – рельс».

3. Применение синергетического подхода при конструировании системы энергосберегающего управления тяговым АЭП позволяет получить регулятор, способный обеспечивать выполнение заданного технологического инварианта (в данном случае – стабилизация скорости скольжения колес, предотвращая процесс боксования) и обладающего свойством минимизации потерь энергии в АЭП, что гарантирует в различных режимах работы двигателя осуществление электромеханического преобразования с более высоким КПД, в сравнении с традиционными системами управления.

Список литературы:

- Гарг В.К., Дуккипати Р.В. Динамика подвижного состава / Пер. с англ. Панькина Н.А.: Транспорт, 1988. – 391 с.
- Вербек Г. Современные представления о сцеплении и его использовании // Железные дороги мира. 1974. №4. С. 28-53
- Исаев И.П., Лужнов Ю.М. Проблемы сцепления колес локомотива с рельсами. М.: Машиностроение, 1985. – 238 с.
- Коган А.Я. Взаимодействие колеса и рельса при качении // Вестник ВНИИЖТ. 2004. №5. С. 33–40.
- Марков Д.П. Взаимосвязь коэффициента трения с проскальзыванием в условиях взаимодействия колеса с рельсом // Вест. ВНИИЖТ. 2003. №3. С. 31-33.
- Шарпан Е.Н. Применение метода акустической эмиссии для исследования процесса формирования сцепных характеристик контакта колесо – рельс // Вест. ВНИИЖТ. 2005. №5. С. 31-35.
- Самме В.Г. Новые результаты в теории сцепления локомотива // Транспорт Российской Федерации. 2010. №3 (28). С. 14-16.
- Колпахчьян П.Г. Адаптационное управление асинхронным тяговым приводом магистральных электровозов. Ростов н/Д: Изд-во журн. «Изв. Вузов Сев.-Кавк. регион», 2006. – 131 с.

9. Ковалев Р.В., Матюшков С.Ю., Пугачев А.А., Роговцев Г.В., Федяева Г.А. Совершенствование системы управления тяговым электроприводом грузового локомотива // Изв. Тульск. гос. ун-та. 2010. №3. Ч.2. С. 109-114.
10. Розенфельд В.Е., Исаев И.П., Сидоров Н.Н. Теория электрической тяги. М.: Транспорт. 1983.
11. Ковалев Р.В., Матюшков С.Ю., Пугачев А.А., Роговцев Г.В., Федяева Г.А. Совершенствование системы управления тяговым электроприводом грузового локомотива // Изв. Тульск. гос. ун#та. 2010. № 3. Ч.2. С. 109–114.
12. Колесников А.А. Синергетическая теория управления / А.А. Колесников – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
13. Коропец П.А. Флаттер в тяговом приводе локомотива в режиме буксования // Исследовано в России.2009. № 12. С. 716–772.
14. Виноградов А.Б. Векторное управление электроприводами переменного тока. Иваново: Ивановск. гос.энерг. ун-т, 2008. 298 с.
15. Колесников А.А., Веселов Г.Е., Попов А.Н. и др. Синергетические методы управления сложными системами: Механические и электромеханические системы / Под общ. ред. А.А. Колесникова М.: КомКнига, 2006. 300 с.
16. Popov A.N., Radionov I.A., Mushenko A.S. Synergetic synthesis of power saving control for locomotive asynchronous drive systems // Proceedings of 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT-2014), 6-8 October 2014, St. Petersburg, Russia. - Pp. 546-550.
17. Попов А.Н. Синергетический синтез систем энергосберегающего управления электромеханическими процессами // Изв. ЮФУ. Техн. науки. 2011. Т. 119. № 6. С. 74–84.
18. Радионов И.А. Применение синергетического подхода при формировании тяги в системе “тяговый привод–колесная пара–путь”. Изв. ЮФУ. Техн. науки. 2012. № 4(129). С. 182–187.

Синицын Александр Сергеевич

Южный Федеральный Университет

СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ АДАПТИВНОЙ ПОДВЕСКОЙ

Аннотация. Эксплуатационные требования к адаптивной подвеске транспортных средств включают в себя: а) комфорт движения, что означает максимально возможную изоляцию кузова от вибрации и ударов, вызванных дорожным покрытием; б) удержание дороги, что подразумевает подавление скачков колес таким образом, что обеспечивается непрерывный контакт шины с дорожным полотном и в) ограничение перемещения амортизатора, обусловленное его механической структурой. Ввиду таких требований, да еще и в условиях параметрических неопределенностей, в данной работе предлагается система адаптивного управления активной подвеской, основанная на синергетической теории управления. Применение метода аналитического конструирования агрегированный регуляторов (АКАР) позволило синтезировать многоцелевой закон управления, который максимально учитывает нелинейную специфику объекта управления, и справляющийся со своей задачей даже в условиях параметрических неопределенностей. Для демонстрации эффективности предложенного решения было проведено численное моделирование и сравнительный анализ замкнутой системы с различными реализациями закона управления.

Ключевые слова: Управляемая подвеска, нелинейный регулятор, адаптация, синергетический подход, многоцелевой закон управления

Sinitsyn A. S.

SYNERGETICS CONTROL SYNTHESIS WITH TAKING INTO ACCOUNT PHYSICAL LIMITATIONS OF ACTIVE SUSPENSION

Abstract. Performance requirements for vehicle active suspensions include: a) ride comfort, which means to isolate the body as far as possible from road-induced shocks and vibrations to provide comfort for passengers, b) road holding, which requires to suppress the hop of the wheels for the uninterrupted contact between wheels and road; and c) suspension movement limitation, which is restricted by the mechanical structure. In view of these requirements, and under Parametric Uncertainty, in this paper proposes a adaptive system of active suspension control based on synergetic control theory. Application of a method analytical construction aggregated regulators (ACAR) has allowed synthesizing the multiobjective control law which maximally takes into account nonlinear specifics of control object, and copes with its task, even in conditions of parametric uncertainties. Numerical modeling and comparative analysis of the closed-loop system with different implementations of the control law was carried out to demonstrate the effectiveness of the proposed solution

Keywords: Active suspension, nonlinear controller, adaptation, synergetics approach, multiobjective control law

Введение.

С развитием транспортной промышленности, активная автомобильная подвеска, в силу своего потенциала к повышению комфорта движения и улучшению маневренности транспортного средства, привлекает внимание большого числа исследователей [1, 2]. Использование современных датчиков и микропроцессоров для получения информации в

реальном времени, предоставляет возможность наделить активную подвеску способностью изменять свое поведение в соответствии с изменяющимися дорожными условиями. В общем, эксплуатационные требования к активной автомобильной подвеске включают:

- **комфорт движения** – изоляция кузова, насколько это возможно, от ударов и вибраций, вызванных дорожным покрытием с целью обеспечения комфорта пассажиров;
- **удержание дороги** – подавление скачков колес таким образом, что обеспечивается непрерывный контакт шин с дорожным полотном;
- **ограничение перемещения амортизатора**, которое обусловлено его механической структурой.

Обеспечение выполнения всех требований одновременно в полной мере не всегда возможно, так как эти требования могут вступать в противоречие, в связи, с чем возникает задача поиска компромиссных решений. Для нахождения компромисса между противоречащими требованиями было предложено и исследовано множество многоцелевых подходов и механизмов для управления активной подвеской 3-9. Среди этих работ приемлемым можно назвать подход, в котором комфорт движения определяется как основная цель управления, а другие требования являются ограничениями во временной области. Таким образом, проблема многоцелевого управления трансформируется в скалярное управление с ограничениями во временной области. К примеру, в работе 10 рассмотрена проблема ограниченного H_∞ управления, и синтезирован регулятор по обратной связи, обеспечивающий подавление возмущений в замкнутой системе и, в тоже время, гарантирующий выполнение требуемых ограничений. В 11 для решения проблемы многоцелевого управления активной подвеской по обратной связи предложен подход к созданию регулятора, зависящего от нагрузки. Этот метод синтеза регулятора подразумевает, что матрица усиления базируется на параметризованной функции Ляпунова, отражающей эксплуатационные требования, и зависит от информации о массе кузова, получаемой в режиме реального времени. Du и Zhang 12 исследуют проблему H_∞ управления активной подвеской с задержкой в исполнительном механизме, зависящий от задержки H_∞ регулятор без памяти по обратной связи синтезируется с учетом оптимизации ускорения подрессоренной массы, деформации амортизатора и деформации шины в условиях временной задержки исполнительного механизма.

Однако, в силу того, что в большинстве описанных выше методов игнорируются нелинейные свойства амортизатора, полученные положительные результаты многоцелевого управления в линейных системах могут не соответствовать результатам управления активным амортизатором с нелинейной динамикой. В действительности, для того чтобы сформировать основу для точного управления необходимо учитывать нелинейную динамику пружин и кусочно-линейную характеристику амортизатора 13. В добавок, изменяющиеся число пассажиров и полезной нагрузки приводят к тому что нагрузка на автомобиль легко меняется, что приводит к изменению массы кузова. Это неизбежно влечет за собой трудности при проектировании систем управления. Таким образом, активная подвеска представляет собой нелинейную систему с неопределенными параметрами.

С точки зрения подходов к управлению большинство существующих работ может быть традиционно разделено по выбору управляющей функции Ляпунова 14, 15. Для простоты в качестве кандидата на управляющую функцию часто предлагается квадратичная функция Ляпунова. Хотя регуляторы, основанные на квадратичной функции Ляпунова, успешно решают большинство задач управления, некоторые сложные проблемы, такие как задача ограниченного управления, требуют выбора более сложных форм управляющих функций 16. Таким образом, интерес представляет разработка нелинейных законов управления с низким консерватизмом. Кроме того, регулятор должен обладать адаптивными свойствами для повышения комфорта движения и гарантировать выполнение других ограничений во временной области.

В последнее время значительное развитие в области синтеза нелинейных ограниченных систем получил подход, базирующийся на барьерных функциях Ляпунова 17-20. Ключевым моментом такого подхода является выбор специальной функции-кандидата, которая обладает

свойством роста до бесконечности, когда ее аргументы приближаются к граничным значениям, это гарантирует, что ограничения не будут нарушены. Использование барьерных функций Ляпунова позволяет строить законы управления с более слабыми ограничениями на начальные условия в системе [21].

Путем синтеза нелинейных законов управления, которые обеспечат выполнение технологических требований в системе, и при этом будут обладать способностью перевода системы в требуемое состояние из любых, физически приемлемых, начальных условий является метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) 22. Метод АКАР основывается на синерго-кибернетическом подходе к управлению техническими системами. С его помощью разработчик управляющей системы может «погрузить» в объект управления инвариантные многообразия, форма которых выбирается из соображений выполнения технических требований к замкнутой системе [23, 24]. В рамках синергетической теории управления (СТУ) существует подход к синтезу адаптивных регуляторов, называемый «метод интегральной адаптации» (ИА). Для сохранения свойства инвариантности вводимых многообразий к внешним полиномиальным возмущениям метод ИА подразумевает введение некоторого числа интеграторов в замкнутую систему, при этом количество интеграторов определяется порядком возмущения. Отличительной особенностью данного метода по сравнению с существующей в рамках СТУ теорией нелинейных наблюдателей возмущения (ННВ) является отсутствие необходимости определения «места» вхождения внешнего возмущения в математическую модель объекта управления.

Модель активной амортизационной стойки.

Модель одной опоры активной подвески автомобиля представлена на рисунке Рис. 1. Данная модель активно использовалась в работах 11, 21. На рис. 1 обозначениям соответствуют: m_s – подпрессоренная (изолируемая) масса, представляет собой массу кузова с полезной нагрузкой; m_u – неподпрессоренная масса, представляет собой массу колеса в сборе с амортизатором; F_d и F_s обозначают силы, производимые амортизатором и пружиной соответственно, F_t , F_b – силы упругости и демпфирования шины.

Перемещение подпрессоренной массы обозначено как z_s , неподпрессоренной – z_u , а «перемещение» дорожного покрытия – z_r . Управляющее воздействие обозначено как u .

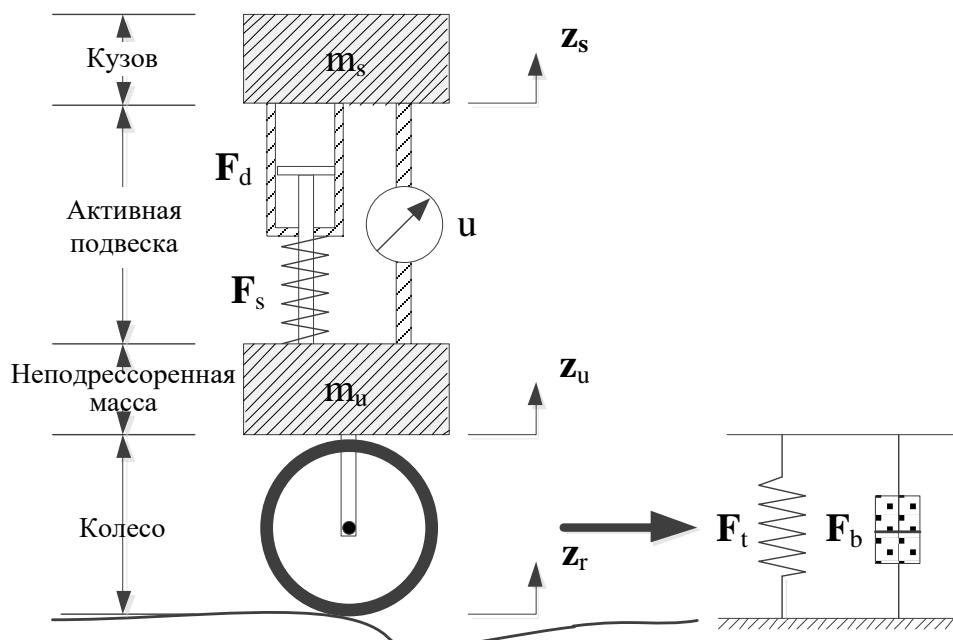


Рис. 1 – Модель одной опоры активной подвески автомобиля

Динамика перемещения кузова и неподрессоренной массы описывается следующей системной дифференциальной уравнений:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{z}_s + F_d(\dot{z}_s, \dot{z}_u, t) + F_s(z_s, z_u, t) &= u(t), \\ m_u \ddot{z}_u - F_d(\dot{z}_s, \dot{z}_u, t) - F_s(z_s, z_u, t) + F_t(z_u, z_r, t) + F_b(\dot{z}_u, \dot{z}_r, t) &= -u(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где силы, производимые нелинейно упругой пружиной, кусочно-линейным амортизатором и шиной заданы в следующем виде:

$$\begin{aligned} F_s(z_s, z_u, t) &= k_s(z_s - z_u) + k_{sn}(z_s - z_u)^3, \\ F_d(\dot{z}_s, \dot{z}_u, t) &= \begin{cases} b_e(\dot{z}_s - \dot{z}_u) \\ b_c(\dot{z}_s - \dot{z}_u) \end{cases}, \\ F_t(z_u, z_r, t) &= k_f(z_u - z_r), \\ F_b(\dot{z}_u, \dot{z}_r, t) &= b_f(\dot{z}_u - \dot{z}_r), \end{aligned} \quad (2)$$

где k_s и k_{sn} – линейный и нелинейный коэффициенты упругости; b_e и b_c – коэффициенты демпфирования амортизатора на ходе расширения и сжатия соответственно, k_f и b_f – коэффициенты упругости и демпфирования шины.

Определим переменные состояния:

$$x_1 = z_s, x_2 = \dot{z}_s, x_3 = z_u, x_4 = \dot{z}_u, \quad (3)$$

таким образом, дифференциальные уравнения (1) могут быть трансформированы в модель, записанную в пространстве состояний:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{m_s + \delta_{m_s}}(-F_d(\dot{z}_s, \dot{z}_u, t) - F_s(z_s, z_u, t) + u), \\ \dot{x}_3 &= x_4, \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{m_u}(F_d(\dot{z}_s, \dot{z}_u, t) + F_s(z_s, z_u, t) - F_t(z_u, z_r, t) - F_b(\dot{z}_u, \dot{z}_r, t) - u), \end{aligned} \quad (4)$$

где δ_{m_s} – неизвестное параметрическое возмущение, вызванное изменение числа пассажиров и полезной нагрузки автомобиля. В современной литературе существует множество работ по исследованию систем с недоопределенными параметрами, часть из них представлена в 24–29.

Постановка проблемы управления.

Для систем активной подвески эксплуатационные требования должны быть заложены в регулятор на этапе создания и включают в себя три аспекта.

В первую очередь, основной задачей управления является повышение комфорта движения, это значит, что создаваемый регулятор должен стабилизировать вертикальные перемещения кузова и изолировать пассажиров от толчков и ударов настолько хорошо, насколько позволяют существующие ограничения и параметрические неопределенности модели.

Во-вторых, в целях обеспечения безопасности, необходимо обеспечивать непрерывный контакт колес с дорогой и не допускать предельных нагрузок на шину. Данные требования можно записать в виде следующего неравенства:

$$|F_t(z_u, z_r, t) + F_b(\dot{z}_u, \dot{z}_r, t)| < (m_{s,\min} + m_u)g, \quad (5)$$

где $m_{s,\min}$ – минимально возможная изолируемая масса; g – ускорение свободного падения.

И наконец, в силу механической структуры, перемещение амортизатора не должно превышать определенного максимума, что можно записать следующим образом:

$$|z_s - z_u| \leq z_{\max}, \quad (6)$$

где z_{\max} – максимальное перемещение амортизатора.

Синтез системы управления.

Приступая к синтезу системы управления методом АКАР, в первую очередь необходимо определить форму инварианта, погруженного в систему. Инвариантное многообразие должно отражать требования к закону управления и при этом не должно содержать переменных состояния, которые недоступны прямому измерению, в данном случае такой переменной является z_r – профиль дороги. Измерение данной переменной не представляется возможным, а построение точного наблюдателя осложнено непредсказуемостью данного воздействия. Исходя из этих рассуждений, невозможно ввести в инвариантное многообразие требование (5). Чисто вербально, оставшиеся два требования можно сформировать следующим образом: пока перемещение амортизатора не превышает заданного диапазона, первостепенная задача – стабилизация кузова в заданном положении, при приближении к пределу перемещения амортизатора акцент управления необходимо смещать в сторону выполнения неравенства (6). Такой трактовке задачи, можно поставить в соответствие следующее уравнение инвариантного многообразия:

$$x_2 + k_1 \left(x_1 + k_2 \tan \left(\frac{(x_1 - x_3)\pi}{2z_{\max}} \right) \right) = 0, \quad (7)$$

где k_1, k_2 – ненулевые положительные константы.

Докажем, что на многообразии (7) будут выполняться условия $x_1 \approx 0$ и (6). Выразим из (7) выражение $x_1 - x_3$:

$$x_1 - x_3 = -\frac{2 \arctan \left(\left(\frac{x_2 + x_1 k_1}{k_1 k_2} \right) \right) z_{\max}}{\pi}. \quad (8)$$

Учитывая, что функция арктангенса является ограниченной, то (8) преобразовывается в неравенство: $|x_1 - x_3| \leq z_{\max}$, что в точности соответствует условию (6).

Рассуждая далее, положим, что k_2 – бесконечно малая ненулевая положительная константа, в таком случае, принимая, что $|x_1 - x_3| < z_{\max}$ выпишем из уравнения (7) переменную x_2 :

$$x_2 \approx -k_1 x_1. \quad (9)$$

С учетом (9) первое уравнение системы (4) принимает вид: $\dot{x}_1 = -k_1 x_1$, данное дифференциальное уравнение при $k_1 > 0$ имеет единственное решение $x_1 = 0$. Так как полученное уравнение является автономным, можно сказать, что при условии $|x_3| < z_{\max}$ кузов автомобиля будет неподвижен в вертикальном направлении независимо от изменения профиля дорожного покрытия.

Определившись с формой инвариантного многообразия, перейдем к синтезу закона управления, гарантирующего его погружение в управляемый объект. Нам известно, что в исходной системе (4) имеется параметрическое возмущение, которое выражается в изменении подрессоренной массы. Так как полагается, что параметры системы не зависят от времени, то для обеспечения адаптации регулятора к параметрическим изменениям достаточно ввести в регулятор одно интегрирующее звено вида:

$$\dot{v} = c_1 \left(x_2 + k_1 \left(x_1 + k_2 \tan \left(\frac{(x_1 - x_3)\pi}{2z_{\max}} \right) \right) \right), \quad (10)$$

где c_1 – положительная константа.

Для синтеза закона управления запишем макропеременную следующего вида:

$$\psi = x_2 + k_1 \left(x_1 + k_2 \tan \left(\frac{(x_1 - x_3)\pi}{2z_{\max}} \right) \right) + c_2 v, \quad (11)$$

где c_2 – положительная константа.

Составим дифференциальное уравнение, описывающее движение изображающей точки системы (4) из исходного пространства состояний к инвариантному многообразию (7) [22–24]:

$$\dot{\psi}(t) + \psi\xi = 0, \quad (12)$$

где ξ – положительная константа. Следуя процедуре метода АКАР, продифференцируем уравнение (11) по времени с учетом системы дифференциальных уравнений (4), полагая, что $\delta_{m_s} = 0$:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}(t) &= \frac{-F_d(x_2, x_4, t) - F_s(x_1, x_3, t) + u}{m_s} + c_2 c_1 \left(x_2 + k_1 \left(x_1 + k_2 \tan \left(\frac{(x_1 - x_3)\pi}{2z_{\max}} \right) \right) \right) \\ &+ k_1 \left(x_2 + \frac{k_2 \left(1 + \tan \left(\frac{(x_1 - x_3)\pi}{2z_{\max}} \right)^2 \right) (x_2 - x_4) \pi}{2z_{\max}} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Искомый закон управления является решением (12) относительно u :

$$\begin{aligned} u &= \left(-m_s k_1 k_2 \left(\pi (x_2 - x_4) \tan \left(\frac{(x_1 - x_3)\pi}{2z_{\max}} \right)^2 + 2z_{\max} (c_2 c_1 + \xi) \tan \left(\frac{(x_1 - x_3)\pi}{2z_{\max}} \right) \right) \right. \\ &\quad \left. + 2z_{\max} (F_d(x_2, x_4, t) + F_s(x_1, x_3, t)) - ((2z_{\max} (k_1 + \xi + c_1 c_2) + k_1 k_2 \pi) x_2 + \right. \\ &\quad \left. + 2k_1 (z_{\max} (c_1 c_2 + \xi) x_1 - k_2 \pi x_4) + 2\xi z_{\max} c_2 v) m_s \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Характерной особенностью найденного закона управления (10), (14) является адаптивность к любым параметрическим возмущениям, т.е. не только к изменению массы кузова, но и к другим параметрам, например коэффициентам упругости. Эта особенность гарантирует, что инвариантное отношение (7) будет выполняться даже в условиях неточного определения параметров, страдать при этом будет лишь качество переходного процесса системы из исходного состояния к аттрактору.

Исследование синтезированной системы управления.

Проведем исследование эффективности полученных результатов средствами численного моделирования замкнутой системы. Для наглядной демонстрации отличительных особенностей синтезированного регулятора проводится его сравнение с нелинейным адаптивным законом, полученным в работе 21. Параметры модели одной амортизационной опоры системы активной подвески автомобиля приведены в таблице 1, а параметры предложенного в работе алгоритма управления приведены в таблице 2.

Таблица 1 – Значения параметров предложенного регулятора

Параметр	Значение	Параметр	Значение
ξ	10	c_1	0,01
k_1	50	c_2	1
k_2	0,000001		

Таблица 2 – Значения параметров модели активного амортизатора

Параметр	Значение	Параметр	Значение
m_s	600 кг	k_f	200 000 Н/м
m_u	60 кг	b_f	1 000 Н·с/м
k_s	18 000 Н/м	b_e	2 500 Н·с/м
k_{sn}	1 000 Н/м	b_c	2 200 Н·с/м

При моделировании будем полагать, что возмущающее воздействие вызвано кочкой на дороге и может быть описано следующим уравнением:

$$z_r(t) = \begin{cases} \frac{a}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi V_s}{l} t\right)\right), & 0 \leq t \leq \frac{1}{V_s}, \\ 0, & t > \frac{1}{V_s}, \end{cases} \quad (15)$$

где a , l – высота и ширина кочки, а V_s – продольная скорость автомобиля. Определим, что $l = 5$ м, а $V_s = 45$ км/ч.

Моделирование замкнутой системы призвано продемонстрировать, что система адаптивной подвески удовлетворяет следующим требованиям:

- вертикальное перемещение z_s стремиться к нулю;
- перемещение амортизатора гарантировано не превышает максимально возможного значения $z_{\max} = 0,15$;
- обеспечивается безопасность движения, а именно, отношение между статической и динамической нагрузкой меньше единицы, т.е., выполняется неравенство:

$$\frac{|F_t(z_u, z_r, t) + F_b(\dot{z}_u, \dot{z}_r, t)|}{(m_s + m_u)g} < 1. \quad (16)$$

Для демонстрации характерных особенностей предложенного подхода возьмем два набора начальных условий:

Ситуация 1: $x_i(0) = 0$ м, $i = 1, \dots, 4$, $\delta_{m_s} = 50$ кг, $a = 0,1$ м;

$$\text{Ситуация 2: } x_1(0) = 0,03 \text{ м}, x_i(0) \quad i=2,\dots,4, \quad \delta_{m_s} = 10 \text{ кг}, \quad a = 0,17 \text{ м.}$$

Исследуем вертикальное перемещение кузова автомобиля с пассивной подвеской, нелинейным адаптивным законом, синтезированным на основе барьерных функций Ляпунова 21, и синергетическим регулятором, предложенным в данной работе. Результат моделирования приведен на рис. 2, где сплошной линией обозначен график перемещения кузова при реализации подвески с синергетическим регулятором, пунктирной линией – амортизатора с законом управления на базе барьерных функций Ляпунова, а штрихпунктирной переходной процесс пассивного амортизатора. Из полученных данных, очевидно, что оба закона управления обеспечивают стабилизацию кузова в нулевом положении.

Рассмотрим график перемещения амортизатора, изображенный на рис. Рис. 3, очевидно, что и с этой точки зрения оба закона управления демонстрируют одинаковую эффективность, выполняя условие (6).

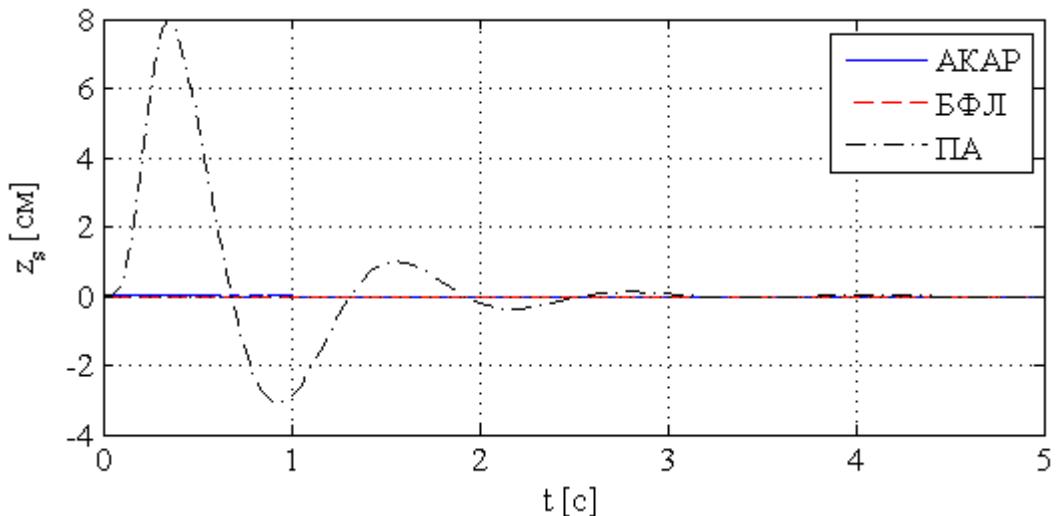


Рис. 2 – График вертикального перемещения кузова с различными подходами к управлению амортизатором.

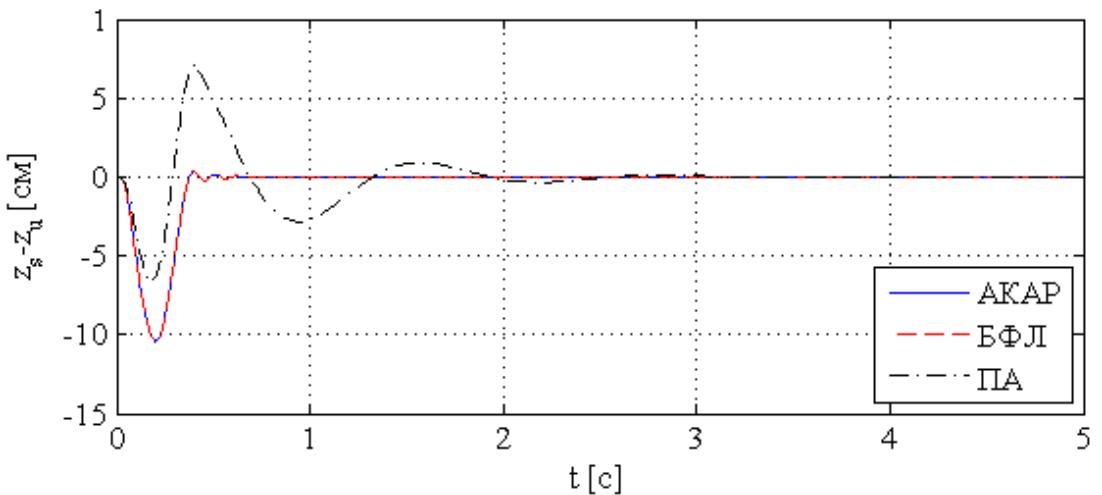


Рис. 3 – График перемещения амортизатора с различными реализациями адаптивного закона управления.

Для полноты сравнения изучим график управляющего воздействия и отношения между динамической и статической нагрузкой. На рис. 4 продемонстрирован график отношения динамической и статической нагрузки.

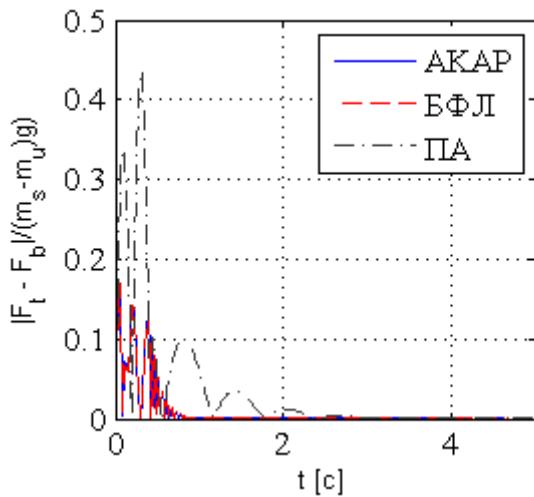


Рис. 4 – Отношение между динамической и статической нагрузкой

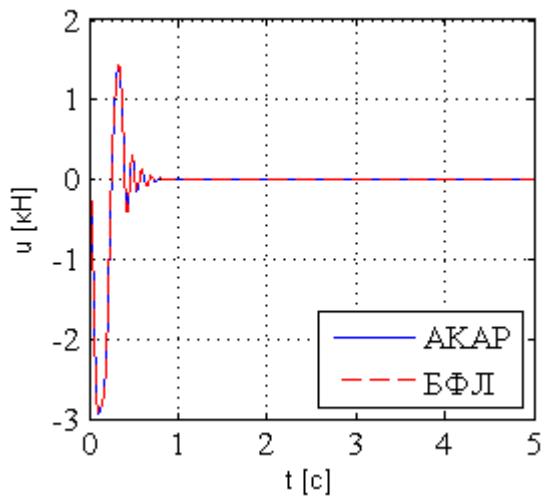


Рис. 5 – График управляющего воздействия

Очевидно, что условие (16) выполняется во всех трех реализациях, однако, активная подвеска имеет наименьшее максимальное отношение, что означает лучшее сцепление шины с дорогой. Дополнительно, изучив график управляющего воздействия, изображенный на рис. Рис. 5, окончательно убедимся в равной эффективности закона, найденного в работе 21, и синергетического регулятора.

Для демонстрации отличительных особенностей закона управления, предложенного в данной работе, от закона управления, базирующегося на барьерных функциях Ляпунова, необходимо воспроизвести условия, в которых могут нарушиться конструктивные ограничения амортизатора. Следует отметить, что в математическую модель не вносились физические ограничения объекта управления, это означает, что вся «ответственность» за их выполнение лежит на регуляторе.

На рис. 6 построен график вертикального перемещения кузова при различных реализациях системы управления адаптивной подвеской. Анализируя полученные данные можно сказать, что оба закона стабилизируют положение кузова в пространстве, однако, синергетический регулятор демонстрирует большее быстродействие.

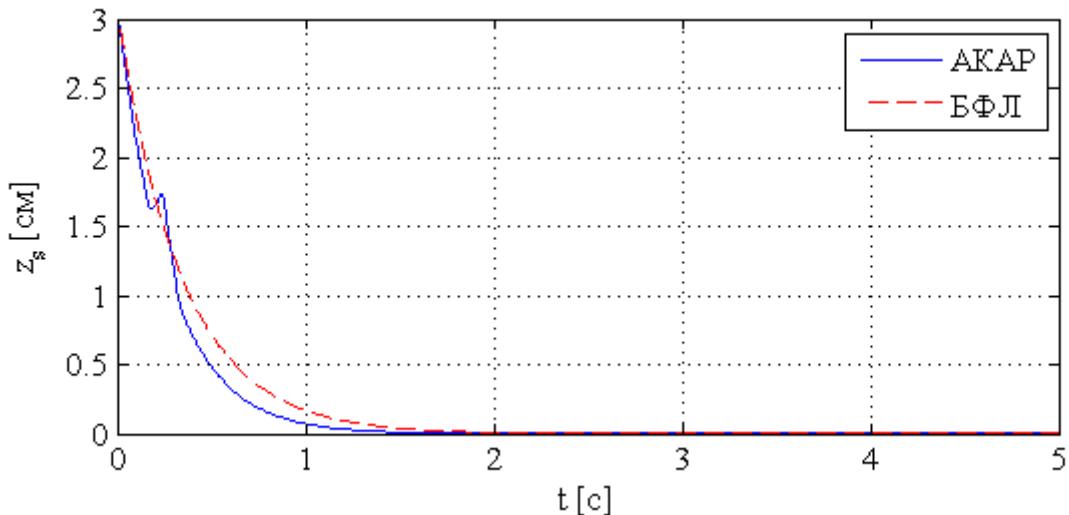


Рис. 6 – График вертикального перемещения кузова при движении по неровностям, превышающим физическое перемещение амортизатора

По аналогии с предыдущим разделом, рассмотрим график перемещения амортизатора, изображённый на рис. Рис. 7, где сплошной линией обозначен график перемещения амортизатора с синергетическим регулятором, прерывистой – с адаптивным регулятором на

основе барьерных функций Ляпунова, а пунктирной обозначено физическое ограничение на перемещение.

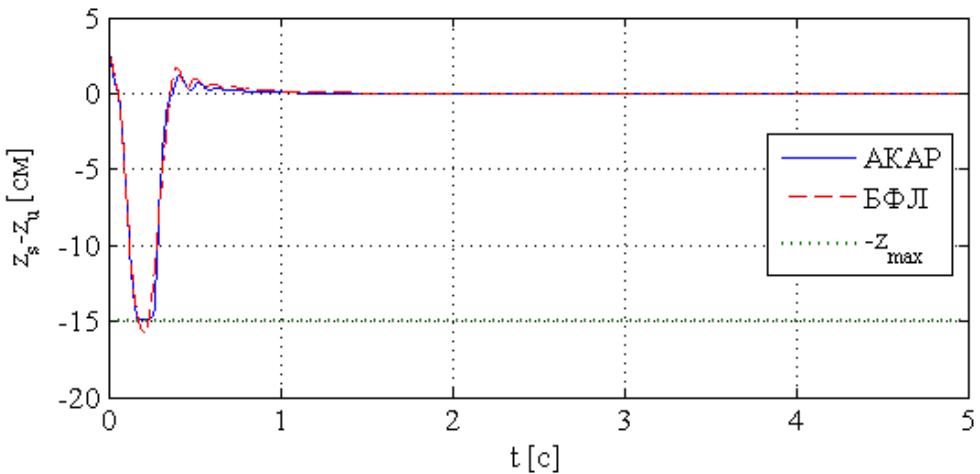


Рис. 7 – Перемещение амортизатора при движении по значительным неровностям.

Анализируя данные можно сказать, что только синергетический регулятор продолжает удовлетворять условию (6). Для получения полной картины изучим график динамической нагрузки по отношению к статической нагрузке, а также график управляющего воздействия.

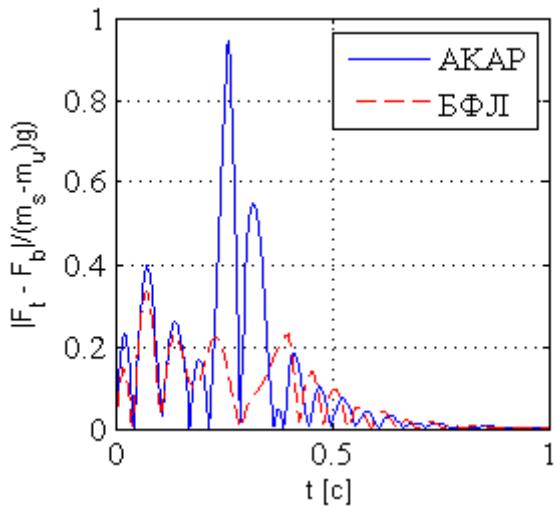


Рис.8 – Отношение между динамической и статической нагрузкой

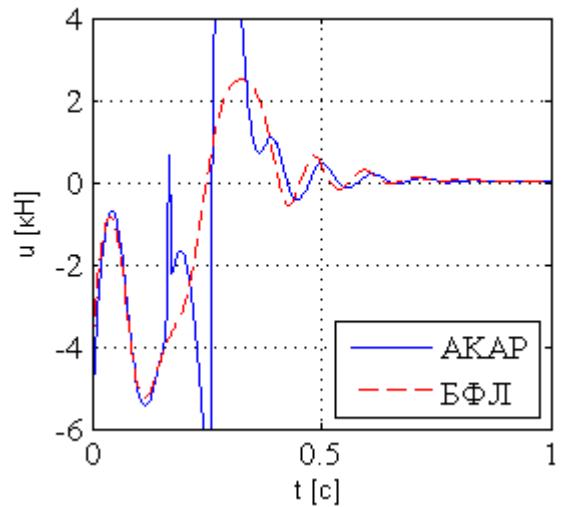


Рис. 9 – График управляющего воздействия

Для наглядности график динамической нагрузки по отношению к статической нагрузке (рис. Рис.8) и график управления (рис. 9) построены на отрезке $t \in \{0,1\}$. Анализируя эти данные можно прийти к выводу, что оба исследуемых закона управления удовлетворяют ограничению (16), даже в условиях значительных возмущений. Продолжим исследование особенностей полученного закона управления. Результаты двух, описанных выше, экспериментов показали, что предлагаемый закон демонстрирует особую динамику в ситуациях, когда условия в системе находятся на грани нарушения заданных ограничений, и демонстрирует хорошую эффективность в области, где соблюдается неравенство (6). Для того чтобы продемонстрировать нерушимость условия $|z_s - z_u| \leq z_{\max}$ в замкнутой системе, необходимо определить динамику системы, после попадания на аттрактор. С учетом параметров из таблиц Таблица 1 и 2, принимая во внимание выражение (7) запишем систему дифференциальных уравнений, описывающую поведение объекта управления после попадания на инвариантное многообразие:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= 10^{-8}x_1 - 5 \cdot 10^{-7} \tan(3,3(3)(x_1 - x_3)\pi) - v, \\
\dot{x}_3 &= x_4, \\
\dot{x}_4 &= -8,3(3) \cdot 10^{-12} \pi \tan(3,3(3)(x_1 - x_3)\pi)^3 - 16,6(6)x_4 - 3333,3(3)x_3 - \\
&\quad - 1,6(6) \cdot 10^5 (10^{-8}x_1 + v + x_4) \tan(3,3(3)(x_1 - x_3)\pi)^2 - 1,6(6) \cdot 10^5 \pi x_4 \\
&\quad + (-8,3(3) \cdot 10^{-12} \pi - 5 \cdot 10^{-14}) \tan(3,3(3)(x_1 - x_3)\pi) - \\
&\quad - 1,6(6) \cdot 10^5 (\pi + 6000)v + (10^{-16} - 1,6(6) \cdot 10^{-13} \pi)x_1, \\
\dot{v} &= -c_1 c_2 v.
\end{aligned} \tag{17}$$

Для поиска устойчивых состояний, приравняем производные в системе (17) нулю. Из второго и четвертого уравнения получим: $x_4 = 0$, $v = 0$. Правые части первого и третьего уравнений системы (17) являются трансцендентными уравнениями и имеют бесконечное количество непериодических корней, что делает невозможным нахождение точного аналитического решения. Так как найденный закон управления обеспечивает минимизацию функционала $\int \psi^2 + \dot{\psi}(t)^2 dt$, значение переменных ψ , $\dot{\psi}(t)$ не могут устремляться в бесконечность, что совместно с условием (8) дает нам право искать решение только на первом периоде тангенса, т.е. внутри ограничения $|x_1 - x_3| < 0,15$. Используя среду Maple, находим искомое решение: $x_1 = 0$, $x_3 = 0$. Итак, в системе (18), при условии, что начальные условия удовлетворяют выражению $|x_1 - x_3| < 0,15$, имеется единственная точка равновесия: $x_1 = 0$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$, $v = 0$. Для определения типа точки найдем характеристический полином матрицы Якоби для системы (19):

$$\lambda^4 + 33,35082\lambda + 3333,5\lambda^2 + 16,6767242\lambda^3 + 0,0001749 . \tag{20}$$

Уравнение (20) имеет следующие корни: $\lambda_1 = -8,3 + 57,13i$, $\lambda_2 = -8,3 - 57,13i$, $\lambda_3 = -0,01$, $\lambda_4 = -0,0000052$.

В силу того, что все корни имеют отрицательную действительную часть, можно с уверенностью сказать, что это *устойчивая* точка равновесия, а наличие мнимой части говорит о том, что точка имеет тип «фокус».

Для подтверждения теоретических результатов на рис. Рис. 10 построена фазовая траектория системы (17), а на рис. Рис. 11 построены графики переходных процессов переменных состояния. Полученные экспериментальные данные свидетельствуют о достоверности теоретического исследования.

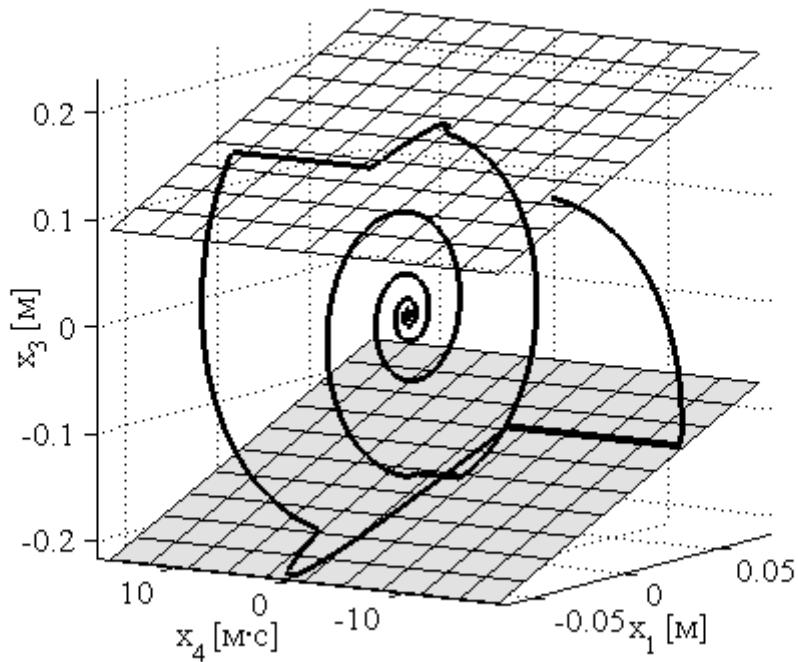


Рис. 10 – Фазовая траектория декомпозированной системы. Плоскости ограничивают область выполнения неравенства $|x_1 - x_3| \leq 0,15$

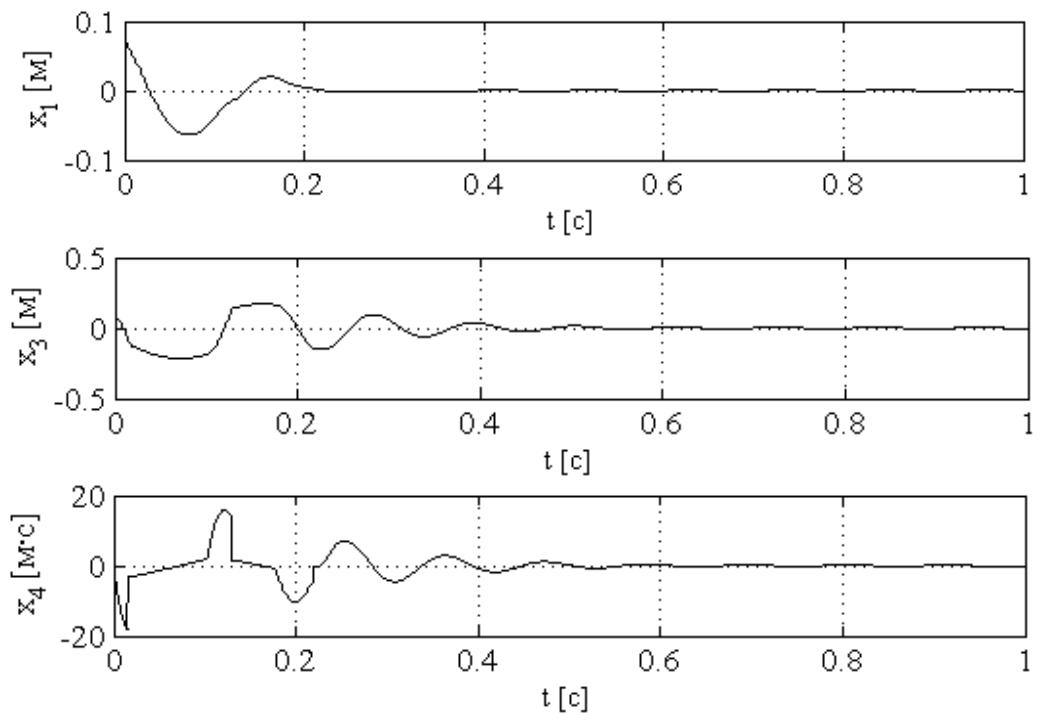


Рис. 11 – Графики переходных процессов декомпозированной системы

Заключение.

В работе предложен адаптивный регулятор для системы адаптивной подвески, который базируется на современной концепции синергетического управления. Синтезированный закон управления позволяет обеспечить изолирование подрессоренной массы в условиях параметрических неточностей объекта управления и при этом гарантирует функционирование объекта в пределах механических ограничений. По сравнению с распространенным подходом, основанным на функциях Ляпунова, регулятор, найденный в данной работе способен

обеспечить стабилизацию объекта управления из любых, физических приемлемых, начальных условий. Применение принципов интегральной адаптации позволило наделить закон управления адаптивными свойствами к любым, кусочно-постоянным возмущениям, в том числе и параметрическим.

Список литературы

1. Hrovat D. Survey of advanced suspension developments and related optimal control applications// *Automatica* –1997, –33(10), –P. 1781–1817.
2. Cao D, Song X, Ahmadian M. Editors' perspectives: road vehicle suspension design, dynamics, and control// *Vehicle Syst. Dyn.* –2011, –49(1–2), –P. 3–28.
3. Li H, Liu H, Gao H, Shi P. Reliable fuzzy control for active suspension systems with actuator delay and fault// *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* –2012, –20(2), –P. 342–357.
4. Sandea T, Gysen B, Besselink I, et al. Robust control of an electromagnetic active suspension system: simulations and measurements// *Mechatronics*, –2013, –23, –P. 204–212.
5. Sun W, Gao H, Kaynak O. Finite frequency H_∞ control for vehicle active suspension systems// *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* –2011, –19(2), –P. 416–422.
6. Sun W, Gao H. Vibration control for active seat suspension systems via dynamic output feedback with limited frequency characteristic// *Mechatronics*, –2011, –21, –P. 250–260.
7. Hayakawa K, Matsumoto K, Yamashita M, et al. Robust H_∞ output feedback control of decoupled automobile active suspension systems// *IEEE Trans. Autom. Control*, –1999, –44(2), –P. 392–396.
8. Amirifar R, Sadati N. Low-order H_∞ controller design for an active suspension system via LMI// *IEEE Trans. Indust. Electron.* –2006, –53(2), –P. 554–560.
9. Zapateiro M, Pozo F, Karimi H, Luo N. Semiactive control methodologies for suspension control with magnetorheological dampers// *IEEE Trans. Mechatron.* –2012, –17(2), –P. 370–380.
10. Chen H, Guo K. Constrained H_∞ control of active suspensions: an LMI approach// *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* –2005, –13(10), –P. 412–421.
11. Gao H, Lam J, Wang C. Multi-objective control of vehicle active suspension systems via load-dependent controllers// *J. Sound Vib.* –2006, –290, –P. 645–675.
12. Du H, Zhang N. H_∞ control of active vehicle suspensions with actuator time delay// *J. Sound Vib.* –2007, –301, –P. 236–252.
13. Yagiz N, Hacioglu Y. Backstepping control of a vehicle with active suspensions// *Control Eng. Practice*. –2008, –16, –P. 1457–1467.
14. Du H, Zhang N. Fuzzy control for nonlinear uncertain electrohydraulic active suspensions with input constraint// *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* –2009, –17(2), –P. 343–356.
15. Sun W, Gao H, Kaynak O. Adaptive backstepping control for active suspension systems with hard constraints// *IEEE Trans. Mechatron.* –2013, –18(3), –P. 1072–1079.
16. Peng T. Adaptive control of uncertain constrained nonlinear systems. A PHD thesis, National University of Singapore, –2008. –P. 1–164.
17. Tee K, Ge S, Tay E. Barrier Lyapunov functions for the control of output constrained nonlinear systems// *Automatica*. –2009, –45, –P. 918–927.
18. Chen M, Ge S, Ren B. Adaptive tracking control of uncertain MIMO nonlinear systems with input constraints// *Automatica*. –2011, –47(3), –P. 452–465.
19. Ren B, Ge S, Tee K, et al. Adaptive neural control for output feedback nonlinear systems using a barrier Lyapunov function// *IEEE Trans. Neural Netw.* –2010, –21(8), –P. 1339–1345.
20. Tee K, Ge S, Tay F. Adaptive control of electrostatic microactuators with bidirectional drive// *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* –2009, –17(2), –P. 340–352.
21. Sun W, Pan H, Zhang Y, Gao H. Multi-objective control for uncertain nonlinear active suspension systems// *Mechatronics*. –2014, –24, –P. 318–327.
22. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994.
23. Колесников А.А., Веселов Г.Е., Попов А.Н. и др. Синергетические методы управления сложными системами: Механические и электромеханические системы/ Под общей

- редакцией А.А. Колесникова. –Изд.стереотип. –М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013, – 304с.
24. Колесников А.А., Веселов Г.Е. Синергетический принцип иерархизации и аналитический синтез регуляторов взаимосвязанных электромеханических систем// Известия ЮФУ. Технические науки. –2001. –№ 5 (23). –С. 80–99.
 25. Karimi H. A sliding mode approach to H_∞ synchronization of master–slave time-delays systems with markovian jumping parameters and nonlinear uncertainties// J. Franklin Inst. –2012, – 349(4), –P. 1480–1496.
 26. Karimi H. Adaptive H_∞ synchronization problem of uncertain master–slaves ystems with mixed time-varying delays and nonlinear perturbations: an LMI approach// Int. J. Autom. Comput. – 2011, –8(4), –P. 381–390.
 27. Hu J, Wang Z, Gao H, Stergioulas L. Robust aliding mode control for discrete stochastic systems with mixed time delays, randomly occurring uncertainties, and randomly occurring nonlinearities// IEEE Trans. Indust. Electron. – 2012, –59(7), – P. 3008–3015.
 28. Zhang L, Lam J. Necessary and sufficient conditions for analysis and synthesis of Markov jump linear systems with incomplete transition descriptions// IEEE Trans. Autom. Control. –2010, – 55(7), –P. 1695–1701.
 29. Wu L, Zheng W. Weighted H_∞ model reduction for linear switched systems with time-varying delay// Automatica, –2009, –45(1), –P. 186–193.

Скляров Андрей Анатольевич, Скляров Сергей Анатольевич,
Веселов Геннадий Евгеньевич

Южный Федеральный Университет

АТТРАКТОРНО-РЕПЕЛЛЕРНАЯ МЕТОДИКА УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫМ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ В НЕДЕТЕРМИНИРОВАННОЙ СРЕДЕ

В работе демонстрируется новый подход к управлению четырёхроторным беспилотным летательным аппаратом (БПЛА) в среде с недетерминированными препятствиями различной формы, базирующийся на принципах и методах синергетической теории управления. В докладе рассмотрены вопросы анализа математической модели четырёхроторного БПЛА учитывающей внешние возмущающие воздействия и синтеза закона нелинейного синергетического управления данного робота методом аналитического конструирования агрегированных регуляторов. Для адаптации мобильного робота к внешней среде была разработана «аттракторно-репеллерная» стратегия обхода недетерминированных препятствий.

Ключевые слова: квадрокоптер; синергетика; аттракторы; репеллеры; адаптация.

Sklyarov A.A., Sklyarov S.A. Veselov G.E

AN ATTRACTOR-REPELLER METHOD OF UNMANNED AERIAL VEHICLE CONTROL IN UNDEFINED ENVIRONMENT

This paper presents a new approach to quadrotor unmanned aerial vehicle (UAV) control in environment with undefined obstacles of different shapes. This control is based on the principles and methods of synergetic control theory (SCT). The report examines the analysis of the dynamic model of quadrotor UAV which takes into account the external disturbances and which produced by synthesis of nonlinear synergistic control law of the robot using analytics construction of aggregated regulators (ACAR). To adapt the mobile robot to the environment at this work has been developed “attractor-repeller” strategy of bypassing undefined obstacles.

Keywords: quadrocopter, sinergetics, attractors, repellers, adaptation.

Введение.

В настоящее время беспилотные летательные аппараты (БПЛА) применяются во многих сферах жизнедеятельности человека, в частности: в геодезии при построении карт высот местности, в полиции для фиксации нарушений и отслеживания преступников, в военном деле для выполнения разведывательных операций. К современным беспилотным летательным аппаратам, действующим в городских условиях, предъявляются жесткие требования маневренности, в связи с этим из всех существующих типов БПЛА можно выделить четырёхроторный беспилотный летательный аппарат (квадрокоптер) как наиболее манёвренный и предназначенный для работы в условиях ограниченного пространства. Также к плюсам данного типа шасси можно отнести относительную простоту конструкции и дешевизну производства.

Так как квадрокоптеры рассчитаны выполнять поставленные технологические задачи в условиях ограниченного пространства, то вопрос о создании стратегии обхода недетерминированных препятствий, для данного вида мобильных роботов (МР), стоит очень

остро. Основными подходами создания алгоритмов управления МР, действующих в среде с препятствиями, являются: методы нечеткой логики, метод искусственных нейронных сетей, методы конечных автоматов. Главным недостатком представленных подходов является необходимость иметь априорную информацию о рабочей среде мобильного робота что, в свою очередь, накладывает ограничение на область применения подобных систем определенным множеством различных ситуаций. Также в данных подходах не учитывается внутренняя динамика объектов управления и исполнительных приводов мобильных роботов.

С целью преодоления данных недостатков настоящее время была сформирована новая прикладная синергетическая теория управления (СТУ) [1] использующая принцип направленной самоорганизации. В рамках данной теории был разработан метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [1 - 4], позволяющий синтезировать законы управления для расширенных математических моделей объектов управления без линеаризации или других упрощений. В данном методе цели задачи управления выступают в виде инвариантных многообразий, а учет нелинейной динамики системы достигается путем применения асимптотического перехода от одного инвариантного многообразия к другому с последовательным понижением размерности многообразий. При таком подходе к задаче управления нет необходимости строгого соответствия параметров реального объекта параметрам заложенной в регулятор модели, нужно лишь обеспечить попадание замкнутой системы в область притяжения инвариантных многообразий, на которых, в свою очередь, поддерживается желаемое конечное состояние объекта управления. Применительно к управлению мобильными роботами в среде с препятствиями, конечные цели, будь то определенная точка в фазовой плоскости объекта или некоторая заданная траектория, можно представить в виде притягивающих многообразий – атTRACTоров, а препятствия в виде отталкивающих – репеллеров.

Поэтому для реализации пространственного управления мобильным роботом (МР) с четырехвинтовым шасси вертикального взлета в статье предлагается использовать принципы и методы синергетической теории управления (СТУ) [1 - 4] для реализации «атTRACTорно-репеллерной» стратегии обхода недетерминированных препятствий.

Математическое описание и постановка задачи управления. Квадрокоптер (рис. 1) является разновидностью летательного аппарата с вертикальным вектором тяги [5 – 7], приводящимся в движение четырьмя роторами со скоростью вращения $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$, закрепленных в центре масс робота М на двух пересекающихся крест-накрест металлических балках, вращающихся диагонально в противоположных направлениях (рис. 2).



Рис. 1. Внешний вид квадрокоптера

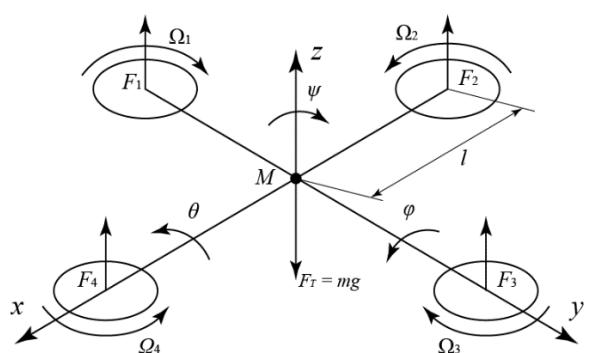


Рис. 2. Схема движения квадрокоптера

Для синтеза стратегий управления верхнего уровня необходимо построить математическую модель квадрокоптера, рассматриваемого как твердое тело. Движение БПЛА можно считать суммой поступательного движения центра масс и сферического движения тела относительно центра масс [5]. Центр масс квадрокоптера находится на пересечении балок, на которых закреплены винты. Режим движения БПЛА описывается следующей системой дифференциальных уравнений [6]:

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= V_x; \quad \frac{dy}{dt} = V_y; \quad \frac{dz}{dt} = V_z; \\
m \frac{dV_x}{dt} &= (\sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \sin \theta \cos \varphi) U_1; \\
m \frac{dV_y}{dt} &= (-\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \sin \theta \cos \varphi) U_1; \\
m \frac{dV_z}{dt} &= U_1 \cos \theta \cos \varphi - mg; \\
\frac{d\theta}{dt} &= \omega_\theta; \quad \frac{d\varphi}{dt} = \omega_\varphi; \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega_\psi; \\
I_{xx} \frac{d\omega_\varphi}{dt} &= (I_{yy} - I_{zz}) \omega_\theta \omega_\psi + U_2; \\
I_{yy} \frac{d\omega_\theta}{dt} &= (I_{zz} - I_{xx}) \omega_\varphi \omega_\psi + U_3; \\
I_{zz} \frac{d\omega_\psi}{dt} &= (I_{xx} - I_{yy}) \omega_\varphi \omega_\theta + U_4,
\end{aligned} \tag{1}$$

где x, y, z – координаты центра тяжести робота; V_x, V_y, V_z – проекции вектора линейной скорости робота; θ – угол тангенса; φ – угол крена, ψ – угол рыскания, ω_θ – угловая скорость тангенса; ω_φ – угловая скорость крена; ω_ψ – угловая скорость рыскания; m – масса робота; I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} – моменты инерции вокруг оси x, y и z соответственно; U_1, U_2, U_3, U_4 – каналы управления БПЛА.

Уравнения связи каналов управления U_1, U_2, U_3, U_4 , со скоростями вращения винтов $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ имеют вид:

$$\begin{aligned}
U_1 &= b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2); \quad U_2 = lb(-\Omega_2^2 + \Omega_4^2); \\
U_3 &= lb(-\Omega_1^2 + \Omega_3^2); \quad U_4 = d(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2); \\
\Omega &= -\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4
\end{aligned} \tag{2}$$

где l – расстояние между центром квадрокоптера и центром пропеллера, b и d – аэродинамические составляющие тяги и коэффициента сопротивления соответственно. В систему приводов в качестве стабилизируемого параметра поступает скорость вращения пропеллеров, поэтому желаемые каналы управления верхнего уровня иерархии можно выразить из системы уравнений (2):

$$\begin{aligned}
\Omega_1 &= \sqrt{\frac{1}{4b} U_1 - \frac{1}{2bl} U_3 - \frac{1}{4d} U_4}; \quad \Omega_2 = \sqrt{\frac{1}{4b} U_1 - \frac{1}{2bl} U_2 + \frac{1}{4d} U_4}; \\
\Omega_3 &= \sqrt{\frac{1}{4b} U_1 + \frac{1}{2bl} U_3 - \frac{1}{4d} U_4}; \quad \Omega_4 = \sqrt{\frac{1}{4b} U_1 + \frac{1}{2bl} U_2 + \frac{1}{4d} U_4}.
\end{aligned} \tag{3}$$

Для управления нижним уровнем иерархии квадрокоптера необходимо формализовать динамику процесса вращения его приводов. Так как четырехроторные БПЛА имеют небольшие габариты, то в качестве приводов для вращения роторами используются синхронные микродвигатели с постоянными магнитами (СДПМ). Данные двигатели имеют небольшие габариты стабильную мгновенную угловую скорость, а также высокие энергетические показатели. Динамика работы СДПМ описывается следующими дифференциальными уравнениями [2]:

$$\begin{aligned}
\frac{d\omega}{dt} &= \frac{p}{J} \left(\frac{mp}{2} (\Phi_0 i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq}) - M_c \right); \\
\frac{di_{sq}}{dt} &= \frac{1}{L_{sq}} (-r_s i_{sq} - L_{sd} \omega i_{sd} - \Phi_0 \omega + u_{sq}); \\
\frac{di_{sd}}{dt} &= \frac{1}{L_{sd}} (-r_s i_{sd} + L_{sq} \omega i_{sq} + u_{sd}),
\end{aligned} \tag{4}$$

где Φ_0 – магнитодвижущая сила (МДС) магнитов; ω – электрическая частота вращения ротора микродвигателя совпадающая со скоростью вращения i -того винта квадрокоптера Ω_i ; i_{sd} , u_{sd} – проекция тока и напряжение статорной обмотки на ось d вращающейся системы координат; i_{sq} , u_{sq} – проекция тока и напряжение статорной обмотки на ось q ; r_s – сопротивление обмотки статора; L_{sd} , L_{sq} – индуктивности обмотки статора; p – число пар полюсов; m – количество фаз обмотки статора, M_c – момент сопротивления вращению ротора. Необходимо принять во внимание тот факт, что математическая модель СДПМ (4) составлена при отсутствии вихревых токов, гистерезиса, насыщения и потери в стали. Также необходимо учесть тот факт, что распределение магнитного поля каждой из обмоток вдоль окружности статора и ротора принимается синусоидальным, обмотки статора симметричны, а магнитная проницаемость магнитов постоянна. Также магнитное состояние магнитов в произвольном режиме для любого момента времени определено точками одной линии возврата и отсутствуют наводимые полем статора токи в теле магнита [2].

Таким образом, задачей синтеза является проектирование координирующей стратегии управления скоростью вращения четырех моторов Ω_1 , Ω_2 , Ω_3 , Ω_4 , обеспечивающей асимптотически устойчивое передвижение БПЛА к заданной позиции x_0 , y_0 , z_0 с удержанием заданного угла рыскания ψ_0 . Синтезированные стратегии управления являются задающими воздействиями для подсистем управления микродвигателями квадрокоптера [2 – 4]. Стоит отметить, что построение законов управления для модели (1) – (3), с учетом динамики подсистем приводов (4), классическими методами теории автоматического управления является не тривиальной задачей [1], поэтому при синтезе законов управления БПЛА предлагается использовать принципы и методы синергетической теории управления (СТУ) [1 – 4].

Процедура синтеза.

В СТУ совокупность критериев управления системы принято выражать в виде соответствующей системы инвариантов. Инварианты выступают в роли цели управления, на них обеспечивается выполнение заданной технологической задачи, а процедура синергетического синтеза сводится к поиску законов управления, при которых эти заданные инварианты выполняются. В качестве инвариантов для мобильного робота выберем перемещение его центра тяжести в координаты x_0 , y_0 , z_0 , а также удержание угла ориентации ЧБЛА ψ в заданном направлении ψ_0 . Таким образом, подмножество целей для подсистемы приводов будет иметь вид

$$\Sigma_1 = \{x = x_0, y = y_0, z = z_0, \psi = \psi_0\}. \tag{5}$$

Для осуществления синергетического управления согласно процедуре синтеза методом АКАР [1 – 4] необходимо декомпозировать исходную систему (1) с учетом подмножества целей (5), для этого введем первую совокупность макропараметров:

$$\begin{aligned}
\Psi_1 &= \omega_\theta - \gamma_1; \quad \Psi_2 = \omega_\phi - \gamma_2; \\
\Psi_3 &= \omega_\psi - n_1(\psi_0 - \psi); \quad \Psi_4 = V_z - n_2(z_0 - z);
\end{aligned} \tag{6}$$

где γ_1 и γ_2 – внутренние законы управления системы [1], n_1 и n_2 – положительные константы. Введенные макропараметры Ψ_3 и Ψ_4 служат для удержания заданных в подмножестве целей

(5) угловой ориентации и высоты ЧБЛА соответственно. Система макропараметров (6) согласно СТУ должна удовлетворять решению $\Psi_1 = 0$, $\Psi_2 = 0$, $\Psi_3 = 0$ и $\Psi_4 = 0$ функциональных уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{\Psi}_1 + \lambda_1 \Psi_1 &= 0; & \dot{\Psi}_2 + \lambda_2 \Psi_2 &= 0; \\ \dot{\Psi}_3 + \lambda_3 \Psi_3 &= 0; & \dot{\Psi}_4 + \lambda_4 \Psi_4 &= 0.\end{aligned}\tag{7}$$

Решением системы функциональных уравнений (7) являются законы управления U_1 , U_2 , U_3 , U_4 , обеспечивающие перевод изображающей точки (ИТ) замкнутой системы в окрестность пересечения многообразий $\Psi_1 = 0$, $\Psi_2 = 0$, $\Psi_3 = 0$ и $\Psi_4 = 0$, в результате которого происходит динамическая декомпозиция исходной системы (1). В итоге поведение мобильного робота на пересечении многообразий будет описываться как

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= V_x; & \frac{dy}{dt} &= V_y; & \frac{dz}{dt} &= n_2(z_0 - z); \\ m \frac{dV_x}{dt} &= (\sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \sin \theta \cos \varphi) U_1; \\ m \frac{dV_y}{dt} &= (-\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \sin \theta \cos \varphi) U_1; \\ m \frac{dV_z}{dt} &= U_1 \cos \theta \cos \varphi - mg; \\ \frac{d\theta}{dt} &= \gamma_1; & \frac{d\varphi}{dt} &= \gamma_2; & \frac{d\psi}{dt} &= n_1(\psi_0 - \psi).\end{aligned}\tag{8}$$

Для того, чтобы выполнить оставшиеся условия подмножества целей (5), а именно $x = x_0$ и $y = y_0$ необходимо ввести совокупность макропараметров

$$\Psi_5 = \beta_{11}(x_0 - x) + \beta_{12}(y_0 - y); \quad \Psi_6 = \beta_{21}(x_0 - x) + \beta_{22}(y_0 - y);\tag{9}$$

где β_{11} , β_{12} , β_{21} , и β_{22} – положительные константы, причем $\beta_{11}\beta_{22} \neq \beta_{12}\beta_{21}$. Система макропараметров (9) согласно СТУ должна удовлетворять решению $\Psi_5 = 0$ и $\Psi_6 = 0$ функциональных уравнений:

$$\ddot{\Psi}_5 + \lambda_5 \ddot{\Psi}_5 + \lambda_6 \dot{\Psi}_5 + \lambda_7 \Psi_5 = 0; \quad \ddot{\Psi}_6 + \lambda_8 \ddot{\Psi}_6 + \lambda_9 \dot{\Psi}_6 + \lambda_{10} \Psi_6 = 0.\tag{10}$$

Совместное решение уравнений (9) и (10), с учетом декомпозированной математической модели (8) приводит к получению «внутренних» законов управления γ_1 и γ_2 . Полученные «внутренние» законы управления необходимо подставить в выражения «внешних» управлений U_1 , U_2 , U_3 , U_4 , которые являются решениями функционального уравнения (7). В результате, с учетом математической модели мобильного робота (1), уравнений связи (3) и «внешних» управлений U_1 , U_2 , U_3 , U_4 , можно получить координирующие стратегии управления скоростью вращения четырех моторов квадрокоптера Ω_1 , Ω_2 , Ω_3 , Ω_4 .

Определив координирующие стратегии управления верхнего уровня иерархии необходимо синтезировать законы управления системы исполнительных приводов [3], а именно синхронных двигателей с постоянными магнитами. В качестве первого инварианта, согласно СТУ, выберем стабилизацию частоты вращения вала микродвигателя ω равную ω_0 , что в свою очередь приведет к стабилизации скорости вращения отдельно взятого i -того винта Ω_i . Вторым инвариантом выберем равенство продольной составляющей тока статора нулевому значению, для обеспечения максимального электрического момента [2]. Таким образом, подмножество целей для СДПМ будет иметь вид:

$$\Sigma_2 = \{\omega = \omega_0, i_{sd} = 0\}.\tag{11}$$

Для подавления внешних возмущений, действующих на микродвигатели вовремя полета БПЛА, необходимо применить, согласно СТУ, интегральную адаптацию [1, 4], а

именно дополнить математическую модель СДПМ (4), уравнениями оценки данных возмущений:

$$\begin{aligned}\frac{dz}{dt} &= \eta(\omega - \omega_0); \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{p}{J} \left(\frac{mp}{2} (\Phi_0 i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq}) - z \right); \\ \frac{di_{sq}}{dt} &= \frac{1}{L_{sq}} (-r_s i_{sq} - L_{sd} \omega i_{sd} - \Phi_0 \omega + u_{sq}); \\ \frac{di_{sd}}{dt} &= \frac{1}{L_{sd}} (-r_s i_{sd} + L_{sq} \omega i_{sq} + u_{sd}),\end{aligned}\tag{12}$$

где z – оценка внешних возмущений влияющих на частоту вращения ротора, η – постоянный коэффициент.

Для осуществления синергетического управления СДПМ согласно процедуре синтеза методом АКАР необходимо декомпозировать расширенную систему (12) с учетом подмножества целей (11), для этого введем первую совокупность макропараметров:

$$\Psi_7 = \beta_{31} i_{sd} + \beta_{32} (i_{sq} - \gamma_3); \quad \Psi_8 = \beta_{41} i_{sd} + \beta_{42} (i_{sq} - \gamma_3),\tag{13}$$

где γ_3 – «внутренний» закон управления системы СДПМ, $\beta_{31}, \beta_{32}, \beta_{41}$, и β_{42} – положительные константы, причем $\beta_{31}\beta_{42} \neq \beta_{32}\beta_{41}$. Введенные макропараметры Ψ_7 и Ψ_8 служат для стабилизации заданной в подмножестве целей (11) проекции тока статорной обмотки на ось d . Система макропараметров (13), согласно СТУ, должна удовлетворять решению $\Psi_7 = 0$ и $\Psi_8 = 0$ функциональных уравнений:

$$\dot{\Psi}_7 + \lambda_{11} \Psi_7 = 0; \quad \dot{\Psi}_8 + \lambda_{12} \Psi_8 = 0.\tag{14}$$

Решением системы функциональных уравнений (14) являются законы «внешнего» управления СДПМ u_{sq} и u_{sd} , обеспечивающие перевод ИТ замкнутой системы в окрестность пересечения многообразий $\Psi_7 = 0$ и $\Psi_8 = 0$, в результате которого происходит динамическая декомпозиция системы (12). В итоге динамика работы СДПМ на пересечении многообразий будет описываться как:

$$\frac{dz}{dt} = \eta(\omega - \omega_0); \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{mp^2}{2J} \Phi_0 \gamma_3 - z.\tag{15}$$

Для удержания частоты вращения вала микродвигателя ω в окрестностях ω_0 , с учетом внешних возмущений необходимо ввести следующую макропараметру:

$$\Psi_9 = \omega + \alpha z.\tag{16}$$

и соответствующее ему основное функциональное уравнение:

$$\dot{\Psi}_9 + \lambda_{13} \Psi_9 = 0.\tag{17}$$

Совместное решение уравнений (16) и (17), с учетом декомпозированной математической модели СДПМ (15) приводит к получению «внутреннего» закона управления γ_3 . Теперь для получения «внешних» законов управления СДПМ u_{sq} и u_{sd} , в решения системы (14) необходимо подставить «внутреннее» управление γ_3 . В результате синтезирован закон управления СДПМ, стабилизирующий скорости вращения четырех моторов квадрокоптера $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ при кусочно постоянных внешних возмущениях возникающих при полете БПЛА. Однако синтезированные законы управления не учитывают препятствий возникающих на пути МР. Для того чтобы квадрокоптер имел возможность выполнять поставленные, проектировщиками, технологические задачи необходимо дополнить синтезированные координирующие стратегии управления БПЛА новой «аттракторно-репеллерной» стратегией обхода недетерминированных препятствий.

Организация «аттракторно-репеллерной» стратегии обхода недетерминированных препятствий.

В синергетической теории управления выделяют энергетические, технологические и вспомогательные инварианты. Применительно к системе управления БПЛА технологическими инвариантами являются $\Psi_4 = 0$, $\Psi_5 = 0$ и $\Psi_6 = 0$, так как на них выполняется конечная технологическая задача перемещения центра тяжести квадрокоптера в заданную точку трехмерной системы координат. Данная трехмерная точка, выражаясь терминами СТУ, является аттрактором – притягивающим многообразием в фазовом пространстве объекта управления. Следовательно, для осуществления устойчивого движения к аттрактору в системе управления мобильного робота необходимо представить каждое препятствие в виде репеллера – поверхности, точки которой являются отталкивающими многообразиями фазового пространства мобильного робота. Данную «аттракторно-репеллерную» стратегию обхода недетерминированных препятствий необходимо применять на уровне технологических инвариантов путем модификации соответствующих им макропараметров. Процедуру модификации можно представить следующим образом:

$$\Psi(x, y, z) = \Psi(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}); \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{z} \end{bmatrix} = M_x(\alpha) \cdot M_y(\beta) \cdot M_z(\gamma) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad (19)$$

где $\Psi(x, y, z)$ – макропараметр, советующий технологическому инварианту, отвечающему за передвижение МР к аттрактору; x, y, z – координаты МР; $\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$ – модифицированные координаты МР, $M_x(\alpha), M_y(\beta), M_z(\gamma)$ – матрицы поворота вокруг осей x, y, z на углы α, β , и γ соответственно. Выражения (18) и (19), по своей сути, представляют процесс искажения фазового пространства МР в окрестностях $\Psi(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = 0$. Углы α, β , и γ отвечают за характер искажения и выражаются в следующем виде:

$$\alpha = \rho_1 F_r; \quad \beta = \rho_2 F_r; \quad \gamma = \rho_3 F_r; \quad (20)$$

где ρ_1, ρ_2, ρ_3 – коэффициенты определяющие поведение стратегии обхода недетерминированных препятствий; F_r – сила, с которой репеллерная поверхность действует на объект управления. Так как МР действует в недетерминированной внешней среде, то сила F_r должна быть инварианта к габаритам и форме препятствия. Данное условие может быть выполнено, если силу F_r из выражения (20) задать в виде некоторой эмпирической функции:

$$F_r = G \frac{\pi}{2} e^{-\xi((x-x_r)^2 + (y-y_r)^2 + (z-z_r)^2)}, \quad (21)$$

где x, y, z – текущие координаты МР, x_r, y_r, z_r – координаты ближайшей к МР точки поверхности препятствия, G – коэффициент усиления F_r , ξ – коэффициент скорости реакции функции (21) при сближении с поверхностью препятствия. Свойства эмпирической функции (21) таковы что, при значительном расстоянии МР от поверхности препятствия сила репеллера стремится к нулю ($F_r \rightarrow 0$), что соответствует нормальному движению БПЛА по заданной траектории. Однако по мере сближения с препятствием сила репеллера возрастает и асимптотически стремится к $\pi/2$ ($F_r \rightarrow \pi/2$ при $G = 1$), что соответствует искажению фазового пространства робота и, соответственно, обходу препятствия. Данная «аттракторно-репеллерная» стратегия позволяет мобильному роботу совершать обход препятствий в независимости от их формы и размера.

Применение «аттракторно-репеллерной» стратегии отклонения робота от препятствия также подходит для обхода подвижных объектов. Для этого необходимо лишь

модифицировать эмпирическую функцию силы репеллера с учетом вектора скорости подвижного препятствия:

$$F_r = \rho G \frac{\pi}{2} e^{-\xi((x-(x_r+v_x))^2 + (y-(y_r+v_y))^2 + (z-(z_r+v_z))^2)}, \quad (22)$$

где V_x, V_y, V_z – проекции вектора скорости подвижного препятствия в трехмерной системе координат.

Компьютерное моделирование.

Проведем компьютерное исследование синтезированной замкнутой системы управления четырехвинтовым БПЛА в среде с недетерминированными препятствиями. В качестве параметров БПЛА как объекта управления возьмем следующие значения:

$$m = 6 \text{ кг}; l = 0,3 \text{ м}; b = 121,5 \times 10^{-6}; d = 2,7 \times 10^{-6};$$

$$I_{xx} = 0,6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; I_{yy} = 0,6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; I_{zz} = 0,6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2.$$

Также в качестве параметров исполнительных приводов, а именно СДПМ, возьмем следующие значения:

$$L_{sd} = 0,0025 \text{ Гн}; L_{sq} = 0,0064 \text{ Гн}; p = 4;$$

$$\Phi_0 = 0,0581 \text{ Вб}; J = 0,003 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; r_s = 0,175 \text{ Ом};$$

Примем в качестве внутренних параметров регулятора значения:

$$n_1 = n_2 = 0,2; \lambda_1 = \lambda_2 = 0,5; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \lambda_5 = 0,5; \lambda_6 = 0,2; \lambda_7 = 0,05;$$

$$\lambda_8 = 0,5; \lambda_9 = 0,2; \lambda_{10} = 0,05; \lambda_{11} = \lambda_{12} = r_s/L_{sq}; \lambda_{13} = 1/J;$$

$$\alpha = 10; \eta = 10; \beta_{11} = \beta_{31} = 1; \beta_{12} = \beta_{32} = 2; \beta_{21} = \beta_{41} = 3; \beta_{22} = \beta_{42} = 4.$$

Обозначим целевые координаты $x_0 = 100$ м, $y_0 = 260$ м, $z_0 = 40$ м и угол $\psi_0 = 0$ рад. В качестве параметров «аттракторно-репеллерной» стратегии возьмем $\rho_1 = \rho_3 = 0$ и $\rho_2 = 1$, что соответствует обходу БПЛА сверху над препятствием (рис. 3).

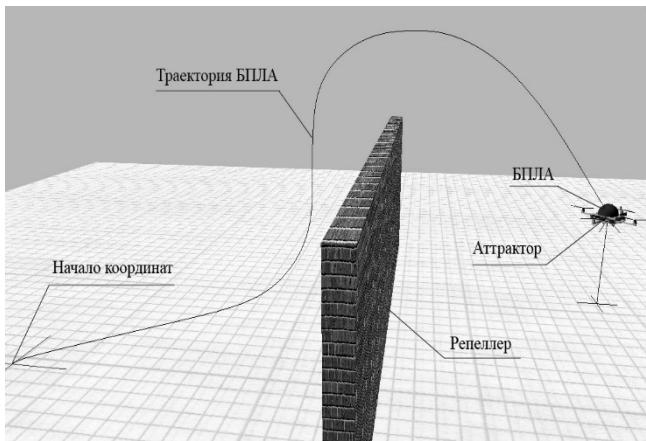


Рис. 3. Удержание БПЛА в аттракторе

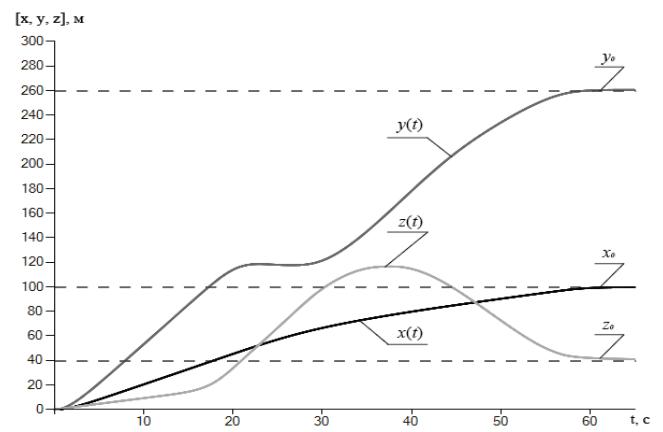


Рис. 4. Переходные процессы
относительно линейного
перемещения центра тяжести БПЛА

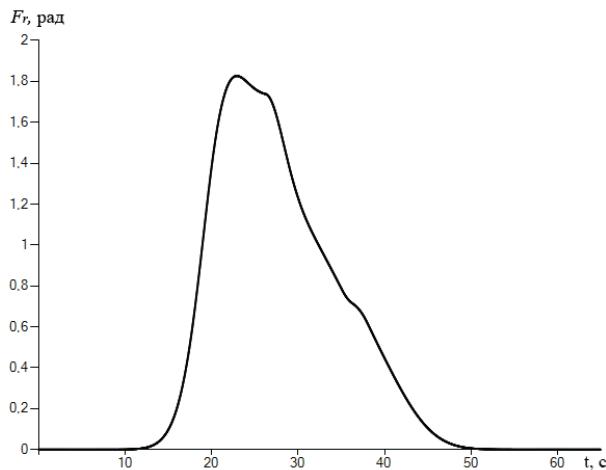


Рис. 5. Модуль силы репеллера.

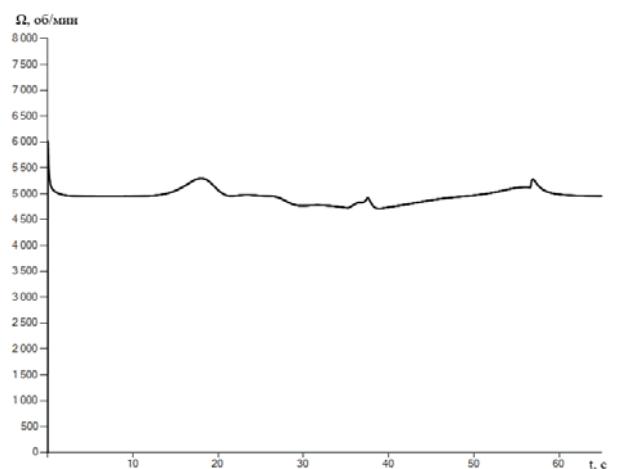


Рис. 6. Общая частота вращения
четырех винтов.

Представленные результаты моделирования подтверждают, что в синтезированной замкнутой системе управления (1 – 4), с учетом (18) – (22) обеспечивается выполнение введенной системы инвариантов, а именно: передвижение к заданной точке в трехмерном пространстве (рис. 4); инвариантность к размерам и форме препятствий возникающих на пути БПЛА (рис. 3 – рис 5); а также учет внутренней динамики исполнительных приводов (рис. 6).

Заключение.

Таким образом, в статье представлен важный научный результат – разработана процедура аналитического синтеза координирующей стратегии векторного управления беспилотным летательным аппаратом с использованием полных нелинейных моделей движения и учетом внутренней динамики исполнительных приводов. Разработана «аттракторно-репеллерная» процедура обхода недетерминированных нестационарных препятствий различной формы. Указанная стратегия управления обеспечивает асимптотическую устойчивость замкнутых систем, и четкое выполнение заданных инвариантов. Представленный синергетический закон управления учитывает кусочно постоянные случайные внешние возмущения, за счет применения в нем интегральной адаптации.

Список литературы:

1. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
2. Колесников А.А., Веселов Г.Е., Попов А.Н., Мушенко А.С. и др. Синергетические методы управления сложными системами: механические и электромеханические системы. – М.: КомКнига, 2006. – 304 с.
3. Веселов Г.Е. Синергетический подход к синтезу иерархических систем управления// Известия ТРТУ. 2006. –Т. 61. –№ 6. –С. 73-84.
4. Веселов Г.Е. Прикладная теория синергетического синтеза иерархических систем управления// Известия ТРТУ. Тематический выпуск. Прикладная синергетика и системный синтез. –2006. –№5. –С. 66–76.
5. Beji L., Abichou A. Trajectory and Tracking of a Mini-Rotorcraft // Proceedings of the 2005 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. 2005. P. 2618-2623.
6. Tommaso Bresciani. Modeling, identification and control of a quadrotor helicopter // Master thesis, Lund University. 2008.
7. Luis Rodolfo García Carrillo,Alejandro Enrique Dzul López,Rogelio Lozano,Claude Pégard. Quad Rotorcraft Control// Springer London Heidelberg New York Dordrecht. 2012.

Братищев Александр Васильевич

О ДОПУСТИМЫХ НУЛЬМЕРНЫХ АТТРАКТОРАХ ПРИ СИНЕРГЕТИЧЕСКОМ УПРАВЛЕНИИ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ

Аннотация. Для двумерных и трехмерных динамических систем найдены необходимое и достаточное условия, при которых точка фазового пространства будет аттрактором при подходящем синергетическом управлении.

Ключевые слова: *динамическая система, аттрактор, синергетическое управление.*

Bratishev A.V.

ON THE SUITABLE ZERO-DIMENSIONAL ATTRACTORS DURING SYNERGETIC CONTROL OF DYNAMICAL SYSTEM.

Abstract. Necessary and sufficient conditions found for two-dimensional and three-dimensional dynamical systems under which the point of the phase space is an attractor for a suitable synergetic control.

Keywords: *dynamical system, attractor, synergistic control.*

1. Рассмотрим динамическую систему, уравнение состояния которой задается автономной системой вида

$$\begin{cases} x'_t = f_1(x, y), \\ y'_t = f_2(x, y), \end{cases} \quad (1)$$

где правые части являются аналитическими функциями. Метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [1] в скалярном варианте состоит в нахождении управления одной из переменных, при котором траектории системы будут стягиваться к наперед заданному аттрактору. Пусть для определенности система управления имеет вид

$$\begin{cases} x'_t = f_1(x, y) \\ y'_t = f_2(x, y) + u(x, y) \end{cases}, \quad (2)$$

а уравнение аттрактора есть $\psi(x, y) = \alpha x + \beta y + \varphi(x) = 0$. Переменная $\psi(x, y)$ называется агрегированной. Для того чтобы он был притягивающим, требуется, чтобы на траекториях $(x(t), y(t))$ функция $\psi(x, y)$ удовлетворяла дифференциальному уравнению $T \cdot \psi'_t = -\psi$. Здесь параметр T определяет скорость приближения траекторий к аттрактору $\beta y = -\alpha x - \varphi(x)$. При указанных условиях вектор управления находится следующим образом

$$\begin{aligned} u(x, y) &= -f_2(x, y) + y'_t = -f_2(x, y) - \frac{1}{\beta}(\alpha x + \varphi(x) - \psi(x, y))'_t = \\ &= -f_2(x, y) - \frac{1}{\beta}(\alpha + \varphi'_x(x))f_1(x, y) - \frac{1}{\beta T}\psi(x, y). \end{aligned}$$

Тогда система управления примет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_t = f_1(x, y) \\ \dot{y}_t = -\frac{1}{\beta}(\alpha + \varphi'_x(x))f_1(x, y) - \frac{1}{\beta T}(\alpha x + \beta y + \varphi(x)) \end{cases}. \quad (3)$$

Точечные аттракторы системы (1) должны быть положениями равновесия (x_c, y_c) последней системы, то есть удовлетворять системе уравнений

$$\begin{cases} f_1(x, y) = 0 \\ \alpha x + \beta y + \varphi(x) = 0 \end{cases}.$$

Для определения характера такого положения вычислим характеристический многочлен матрицы Якоби правой части системы (3) в точке (x_c, y_c) .

$$\begin{aligned} p(\lambda) &= \begin{vmatrix} f'_{1x} - \lambda & f'_{1y} \\ -\frac{1}{\beta}\varphi''_{x^2}f_1 - \frac{1}{\beta}(\alpha + \varphi'_x)f'_{1x} - \frac{1}{\beta T}(\alpha + \varphi'_x) & -\frac{1}{\beta}(\alpha + \varphi'_x)f'_{1y} - \frac{1}{T} - \lambda \end{vmatrix}_{(x_c, y_c)} = \\ &= \left(\lambda + \frac{1}{T} \right) \left(\lambda - f'_{1x} + \frac{1}{\beta}(\alpha + \varphi'_x)f'_{1y} \right) + \frac{1}{\beta}\varphi''_{x^2}f_1f'_{1y} = \\ &= \left(\lambda + \frac{1}{T} \right) \left(\lambda - f'_{1x} + \frac{1}{\beta}(\alpha + \varphi'_x)f'_{1y} \right). \end{aligned}$$

Аналогичная формула получается для системы управления первой переменной

$$\begin{cases} \dot{x}_t = f_1(x, y) + u(x, y) \\ \dot{y}_t = f_2(x, y) \end{cases}. \quad (4)$$

Тогда по теореме Ляпунова об устойчивости по первому приближению [2] получаем такой результат.

ТЕОРЕМА 1 Пусть (x_c, y_c) : $f_1(x_c, y_c) = 0$, есть положение равновесия системы управления (3). Оно устойчиво и является узлом, если

$$f'_{1x} - \frac{1}{\beta}(\alpha + \varphi'_x)f'_{1y} < 0, \quad (5)$$

и неустойчиво и является седлом, если $f'_{1x} - \frac{1}{\beta}(\alpha + \varphi'_x)f'_{1y} > 0$.

Для системы управления (4) условия устойчивости и неустойчивости положения равновесия системы управления имеют соответственно вид

$$f'_{2x} - \frac{1}{\beta}(\alpha + \varphi'_x)f'_{2y} < 0, \quad f'_{2x} - \frac{1}{\beta}(\alpha + \varphi'_x)f'_{2y} > 0.$$

2. Рассмотрим частный случай системы (1)

$$\begin{cases} \dot{x}_t = a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2b_1x + 2b_2y + c =: p(x, y) \\ \dot{y}_t = f(x, y) \end{cases}$$

и агрегированной переменной $\psi = \alpha x + \beta y + \gamma$.

Пусть сначала кривая $p(x, y) = 0$ является центральной. Нам понадобится

ЗАМЕЧАНИЕ [3] Уравнение $p(x, y) = 0$ задает гиперболу

$$\Leftrightarrow \delta := a_{11}a_{22} - a_{12}^2 < 0, \quad \Delta := \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{12} & a_{22} & b_2 \\ b_1 & b_2 & c \end{vmatrix} \neq 0,$$

и эллипс $\Leftrightarrow \delta > 0, a_{11} \cdot \Delta < 0$. Координаты центра вычисляются по формулам

$$x_0 = \frac{a_{12}b_2 - a_{22}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{12}^2}, \quad y_0 = \frac{a_{12}b_1 - a_{11}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}^2}.$$

Условие устойчивости положения равновесия принимает вид $p'_x - \frac{\alpha}{\beta} p'_y < 0$ и не зависит от параметра γ . Поэтому запишем агрегированную переменную в виде $\psi = \alpha(x - x_0) + \beta(y - y_0)$. Учитывая $\alpha(x_c - x_0) + \beta(y_c - y_0) = 0$, условие устойчивости положения равновесия примет вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left(p'_x(x_c, y_c) - \frac{\alpha}{\beta} p'_y(x_c, y_c) \right) &= \frac{(a_{11}x_c + a_{12}y_c + b_1)(x_0 - x_c) + (a_{12}x_c + a_{22}y_c + b_2)(y_0 - y_c)}{x_0 - x_c} = \\ &= \frac{b_1x_0 + b_2y_0 + c}{x_0 - x_c} = \frac{\Delta}{\delta(x_0 - x_c)} < 0. \end{aligned}$$

СЛЕДСТВИЕ Если уравнение $p(x, y) = 0$ задает гиперболу, то ее точки (x_c, y_c) , для которых $\Delta(x_0 - x_c) > 0$, будут точечными аттракторами, а точки с условием $\Delta(x_0 - x_c) < 0$ не будут таковыми.

Если уравнение $p(x, y) = 0$ задает эллипс, то его точки (x_c, y_c) , для которых $a_{11}(x_0 - x_c) > 0$, будут точечными аттракторами, а точки с условием $a_{11}(x_0 - x_c) < 0$ не будут таковыми. При этом координаты аттрактора и параметры агрегированной переменной связаны равенством

$$\begin{cases} \alpha = y_0 - y_c \\ \beta = x_c - x_0 \end{cases}. \quad (6)$$

Пусть теперь кривая $p(x, y) = a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2b_1x + 2b_2y + c = 0$ является параболой.

ЗАМЕЧАНИЕ [3] Уравнение $p(x, y) = 0$ задает параболу $\Leftrightarrow \delta = 0, \Delta \neq 0$.

Уравнение главной оси параболы имеет вид $a_{11}x + a_{12}y + \frac{a_{11}b_1 + a_{12}b_2}{a_{11} + a_{22}} = 0$, если $a_{11} \neq 0$, и

$$a_{12}x + a_{22}y + \frac{a_{12}b_1 + a_{22}b_2}{a_{11} + a_{22}} = 0, \text{ если } a_{22} \neq 0.$$

Зададим агрегированную переменную в виде $\psi = a_{11}x + a_{12}y + \gamma$ в предположении $a_{11} \neq 0$. В силу такого выбора прямые $a_{11}x + a_{12}y + \gamma = 0$ пересекаются с параболой в одной точке (x_c, y_c) , которая является положением равновесия системы управления

$$\begin{cases} \dot{x}_t = p(x, y) \\ \dot{y}_t = -\frac{a_{11}}{a_{12}} p(x, y) - \frac{1}{a_{12}T} (a_{11}x + a_{12}y + \gamma) \end{cases}.$$

Непосредственной подстановкой получаем такое условие устойчивости

$$\frac{1}{2} \left(p'_x(x_c, y_c) - \frac{a_{11}}{a_{12}} p'_y(x_c, y_c) \right) = b_1 - \frac{a_{11}}{a_{12}} b_2 < 0.$$

Зададим агрегированную переменную в виде $\psi = \alpha(x - x_0) + \beta(y - y_0)$, где (x_0, y_0) – вершина параболы, являющаяся одним из положений равновесия системы управления. Учитывая, что второе положение равновесия удовлетворяет равенству $\alpha(x_c - x_0) + \beta(y_c - y_0) = 0$, находим условие его устойчивости:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(p'_x(x_c, y_c) - \frac{\alpha}{\beta} p'_y(x_c, y_c) \right) = \\ & = (a_{11}x_c + a_{12}y_c + b_1) + \frac{y_0 - y_c}{x_0 - x_c} (a_{12}x_c + a_{22}y_c + b_2) = \frac{a_{11}b_2 - a_{12}b_1}{a_{11} + a_{22}} \left(\frac{a_{12}}{a_{11}} - \frac{y_0 - y_c}{x_0 - x_c} \right) < 0. \end{aligned}$$

3. В монографии [4] была рассмотрена автономная система

$$\begin{cases} \dot{x}_t = -a_1x - a_2y + a_3xy - a_4y^2, \\ \dot{y}_t = -b_1y + b_2xy \end{cases}, \quad (7)$$

являющаяся математической моделью динамической систем «валовой продукт $x(t)$ - трудовой ресурс $y(t)$ ». Коэффициенты (параметры) системы $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2$ имеют определенный экономический смысл, положительны и являются координатами точек положительного октанта 6-мерного пространства параметров этой системы. Для системы (1) уравнение $a_3xy - a_4y^2 - a_1x - a_2y = 0$ задает гиперболу с центром $x_0 = \frac{a_2a_3 + 2a_1a_4}{a_3^2} > 0$, $y_0 = \frac{a_1}{a_3} > 0$ [3]. Одна

из ее асимптот $y = \frac{a_1}{a_3}$ горизонтальная, а вторая $y - y_0 = \frac{a_3}{a_4}(x - x_0)$ наклонная. Одна из ветвей целиком лежит в первой четверти, а вторая – вне ее. Так как $\Delta = a_1 \frac{a_2a_3 + 2a_1a_4}{4} > 0$, то при

$x_c < \frac{a_2a_3 + 2a_1a_4}{a_3^2}$ точка (x_c, y_c) будет атTRACTором системы, если выбрать параметры

агрегированной переменной по формуле (6). Все точки левой ветви являются устойчивыми узлами системы управления, а все точки ветви из первой четверти (имеющей экономический смысл) являются седлами при соответствующих значениях параметров u, v . Это значит, что с помощью класса агрегированных переменных $\psi = ux + vy + w$ можно синтезировать управление второй переменной только по стягивающее траектории системы (1) к началу координат, которое принадлежит левой ветви гиперболы. То есть при управлении

$$u(x, y) = b_1y - b_2xy + \frac{y_0}{x_0} (-a_1x - a_2y + a_3xy - a_4y^2) + \frac{1}{x_0 T} (y_0x - x_0y)$$

величина валового продукта $x(t)$ и величина $y(t)$ трудового ресурса с течением времени стремятся к нулю независимо от их первоначальных значений.

Рассмотрим систему управления по переменной $x(t)$

$$\begin{cases} \dot{x}_t = -a_1x - a_2y + a_3xy - a_4y + u(x, y) \\ \dot{y}_t = -b_1y + b_2xy \end{cases}.$$

Уравнение $f_2(x, y) = -b_1y + b_2xy = 0$ определяет две взаимно перпендикулярные полупрямые

$$l_1 := \{(x, y) : y = 0, x > 0\}, \quad l_2 := \left\{ (x, y) : x = \frac{b_1}{b_2}, y > 0 \right\}.$$

Агрегированная переменная вида $\psi(x, y) = x + y - \gamma$, $\gamma > 0$, определяет семейство прямых, пересекающих эти полупрямые.

Спроектированная с ее помощью система управления имеет вид

$$\begin{cases} x'_t = b_1 y - b_2 x y - \frac{1}{T}(x + y - \gamma) \\ y'_t = -b_1 y + b_2 x y \end{cases}$$

Для положений равновесия на l_1 условие устойчивости имеет вид

$$p'_x(x_c, y_c) - \frac{1}{\alpha}(\beta + \varphi'_y) p'_y(x_c, y_c) = p'_x(x_c, 0) - p'_y(x_c, 0) = b_1 - b_2 x_c < 0$$

Точка (x_c, y_c) будет аттрактором системы тогда и только тогда, когда $y_c = 0$, $x_c > \frac{b_1}{b_2}$

Для положений равновесия на l_2 условие устойчивости имеет вид
 $p'_x(x_c, y_c) - \frac{1}{\alpha}(\beta + \varphi'_y) p'_y(x_c, y_c) = p'_x\left(\frac{b_1}{b_2}, y_c\right) - p'_y\left(\frac{b_1}{b_2}, y_c\right) = b_2 y_c < 0$, и оно не выполняется.

ВЫВОД Синергетическое скалярное управление системой (1) «валовой продукт - трудовой ресурс» по приведению траекторий к точечному аттрактору возможно по первой переменной, когда валовой продукт $x(t) \rightarrow x_c > \frac{b_1}{b_2}$, а трудовой ресурс $y(t) \rightarrow y_c = 0$, и по второй переменной, когда $x(t), y(t) \rightarrow 0$.

4. Пусть динамическая система описывается математической моделью вида

$$\begin{cases} x'_1 = f_1(x_1, x_2) \\ x'_2 = f_2(x_1, x_2, x_3) \\ x'_3 = f_3(x_1, x_2, x_3) \end{cases} \quad (8)$$

Такой является, например, система уравнений Рёсслера.

$$\begin{cases} x'_1 = -x_2 - x_3 \\ x'_2 = x_1 + ax_2 \\ x'_3 = b - cx_3 + x_1 x_3 \end{cases},$$

если поменять местами первое и второе уравнения.

Синтезируем методом аналитического конструирования нелинейных регуляторов [1] векторный регулятор по стягиванию траекторий системы к точечному аттрактору. Выберем агрегированные переменные вида

$$\psi_1(x_1, x_2) = x_2 + \varphi_1(x_1), \quad \psi_2(x_1, x_2, x_3) = x_3 + \varphi_2(x_1, x_2)$$

с условием $T_i \psi'_{it} + \psi_i \equiv 0$, $i = 1, 2$. Тогда система управления

$$\begin{cases} x'_1 = f_1(x_1, x_2) \\ x'_2 = f_2(x_1, x_2, x_3) + u_1(x_1, x_2) \\ x'_3 = f_3(x_1, x_2, x_3) + u_2(x_1, x_2, x_3) \end{cases},$$

обеспечит перевод изображающей точки в окрестность пересечения многообразий

$$x_2 + \varphi_1(x_1) = 0, \quad x_3 + \varphi_2(x_1, x_2) = 0.$$

Выразим управляющие воздействия через агрегированные переменные.

$$f_2(x_1, x_2, x_3) + u_1(x_1, x_2) = x'_2 = -\varphi'_{1t} + \psi'_{1t} = -\varphi'_{1x_1} f_1(x_1, x_2) - \frac{1}{T_1} \psi_1.$$

$$f_3(x_1, x_2, x_3) + u_2(x_1, x_2, x_3) = x'_3 = -\varphi'_{2t} + \psi'_{2t} = -\varphi'_{2x_1} x'_1 - \varphi'_{2x_2} x'_2 - \frac{1}{T_2} \psi_2 =$$

$$= -\varphi'_{2x_1} f_1(x_1, x_2) - \varphi'_{2x_2} f_2(x_1, x_2, x_3) - \frac{1}{T_2} \psi_2.$$

Тогда система управления будет задаваться такой автономной системой

$$\begin{cases} x'_1 = f_1(x_1, x_2) \\ x'_2 = -\varphi'_{1x_1} f_1(x_1, x_2) - \frac{1}{T_1} \psi_1(x_1, x_2) =: \tilde{f}_2 \\ x'_3 = -\varphi'_{2x_1} f_1(x_1, x_2) - \varphi'_{2x_2} f_2(x_1, x_2, x_3) - \frac{1}{T_2} \psi_2(x_1, x_2, x_3) =: \tilde{f}_3 \end{cases}. \quad (9)$$

Интересующие нас допустимые точечные аттракторы (x_1^0, x_2^0, x_3^0) являются положениями равновесия этой системы. Приравнивая нулю правые части системы, получим систему уравнений для их нахождения

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = 0 \\ \psi_1(x_1, x_2) = 0 \\ \varphi'_{2x_2} f_2(x_1, x_2, x_3) + \frac{1}{T_2} \psi_2(x_1, x_2, x_3) = 0 \end{cases}. \quad (10)$$

Для определения характера такого положения равновесия вычислим характеристический многочлен матрицы Якоби правой части системы (9) в точке (x_1^0, x_2^0, x_3^0) .

$$\begin{aligned} & \left| \begin{array}{ccc} f'_{1x_1} - \lambda & f'_{1x_2} & 0 \\ \tilde{f}'_{2x_1} & \tilde{f}'_{2x_2} - \lambda & 0 \\ \tilde{f}'_{3x_1} & \tilde{f}'_{3x_2} & -\varphi'_{2x_2} f'_{2x_3} - \frac{1}{T_2} - \lambda \end{array} \right|_{(x_1^0, x_2^0, x_3^0)} = \\ & \left(-\varphi'_{2x_2} f'_{2x_3} - \frac{1}{T_2} - \lambda \right) \cdot \left| \begin{array}{cc} f'_{1x_1} - \lambda & f'_{1x_2} \\ -\varphi'_{1x_1} f'_{1x_1} - \frac{1}{T_1} \varphi'_{1x_1} & -\varphi'_{1x_1} f'_{1x_2} - \frac{1}{T_1} - \lambda \end{array} \right|_{(x_1^0, x_2^0, x_3^0)} = \\ & \left(-\varphi'_{2x_2} f'_{2x_3} - \frac{1}{T_2} - \lambda \right) \cdot \left(\lambda + \frac{1}{T_1} \right) \cdot \left(\lambda - f'_{1x_1} + \varphi'_{1x_1} f'_{1x_2} \right). \end{aligned}$$

Тогда по теореме Ляпунова об устойчивости по первому приближению [2] получаем такой результат.

ТЕОРЕМА 2 Пусть (x_1^0, x_2^0, x_3^0) , есть положение равновесия системы управления (9), то есть является решением системы уравнений (10). Оно устойчиво и является узлом, если удовлетворяет системе неравенств

$$\begin{cases} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x_1^0, x_2^0) - \frac{d\varphi_1}{dx_1}(x_1^0) \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(x_1^0, x_2^0) < 0 \\ \frac{1}{T_2} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_2}(x_1^0, x_2^0) \frac{\partial f_2}{\partial x_3}(x_1^0, x_2^0, x_3^0) > 0 \end{cases}. \quad (11)$$

Если хотя бы один из знаков неравенств противоположный, то положение равновесия (x_1^0, x_2^0, x_3^0) является седлом, а значит не будет притягивающим аттрактором.

ЗАМЕЧАНИЕ Первое из условий устойчивости можно получить с помощью теоремы 1, если заметить, что первые два уравнения системы управления (9) не зависят от переменной x_3 . Второе условие накладывает ограничение на третью координату x_3^0 .

5. Параллельное управление в системе Рёссlera будем осуществлять по первой и третьей переменным

$$\begin{cases} x'_1 = -x_2 - x_3 + u_1(x_1, x_2) \\ x'_2 = x_1 + ax_2 \\ x'_3 = b - cx_3 + x_1 x_3 + u_2(x_1, x_2, x_3) \end{cases}.$$

Тогда координаты точечного аттрактора удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} x_1 + ax_2 = 0 \\ x_1 + \varphi_1(x_2) = 0 \\ (x_2 + x_3)\varphi'_{2,x_1} - \frac{1}{T_2}(x_3 + \varphi_2) = 0 \end{cases}.$$

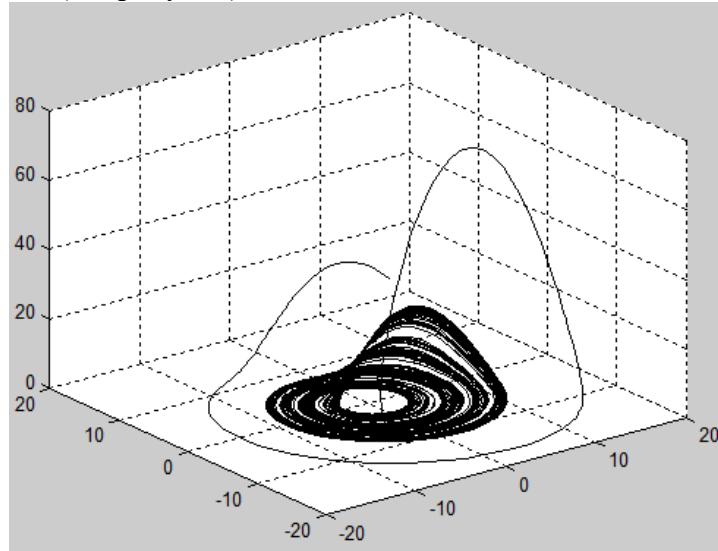
а условие его устойчивости (11) принимает вид

$$\begin{cases} \varphi'_{1,x_2}(x_2^0) > 0 \\ \varphi'_{2,x_1}(-\varphi_1(x_2^0), x_2) < \frac{1}{T_2} \end{cases}. \quad (12)$$

Проверим точность этого условия для системы Рёсслера с конкретными значениями параметров [5]

$$\begin{cases} x'_1 = -x_2 - x_3 \\ x'_2 = x_1 + 0,2x_2 \\ x'_3 = 0,2 - 5,7x_3 + x_1 x_3 \end{cases}.$$

Траектория с начальным состоянием (10,10,20) свидетельствует о хаотическом характере этой системы (см. рисунок).

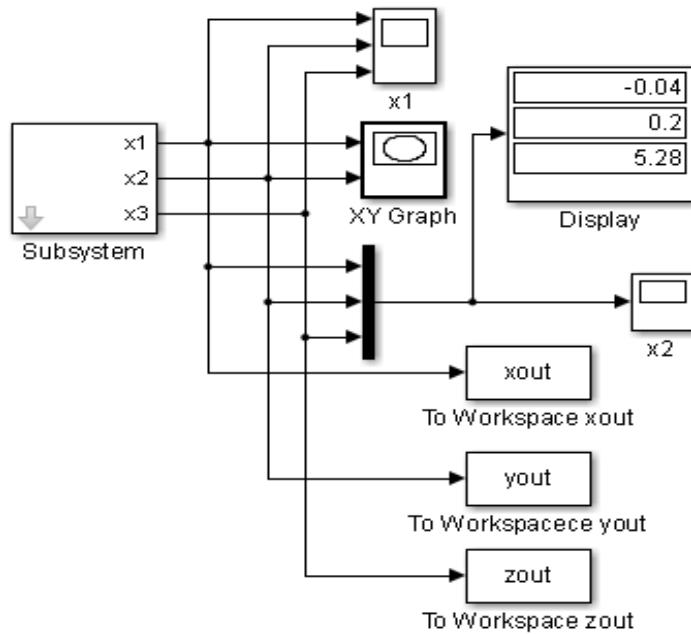


В качестве агрегированных функций выберем соответственно

$$\psi_1(x_1, x_2) = x_2 + \varphi_1(x_1) := x_2 + \beta_{11}x_1 + \frac{x_1^2}{2} = 0,$$

$$\psi_2(x_1, x_2, x_3) = x_3 + \varphi_2(x_1, x_2) := x_3 + \beta_{21}x_1 + \beta_{22}x_2 + \frac{x_1^2 + x_2^2}{2} = 0.$$

Построим в SIMULINK такую *S*-модель синергетического регулятора по переменным x_1, x_3 по следующему его уравнению.



$$\begin{cases} x'_1 = -(\beta_{12} + x_2)(x_1 + 0,2x_2) - \frac{1}{T_1}(x_1 + \beta_{12}x_2 + \frac{x_2^2}{2}) \\ x'_2 = x_1 + 0,2x_2 \\ x'_3 = (\beta_{21} + x_1)(x_2 + x_3) - (\beta_{22} + x_2)(x_1 + 0,2x_2) - \frac{1}{T_2}(x_3 + \beta_{21}x_1 + \beta_{22}x_2 + \frac{x_1^2 + x_2^2}{2}) \end{cases}$$

Из системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + \beta_{12}x_2 + \frac{x_2^2}{2} = 0 \\ x_1 + 0,2x_2 = 0 \\ (\beta_{21} + x_1)(x_2 + x_3) - \frac{1}{T_2}\left(x_3 + \beta_{21}x_1 + \beta_{22}x_2 + \frac{x_1^2 + x_2^2}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

находим два положения равновесия

$$\begin{cases} x_1^0 = -0.08 + 0.4\beta_{12} \\ x_2^0 = 0.4 - 2\beta_{12} \\ x_3^0 = \frac{1}{(\beta_{21} + x_1)T_2 - 1} \left(-T_2(\beta_{21} + x_1)x_2 + \beta_{21}x_1 + \beta_{22}x_2 + \frac{x_1^2 + x_2^2}{2} \right) \\ x_1^0 = 0 \\ x_2^0 = 0 \\ x_3^0 = 0 \end{cases}, \quad (13)$$

Составим характеристический многочлен в окрестности положения равновесия

$$\begin{vmatrix} -(\beta_{12} + x_2) - \frac{1}{T_1} - \lambda & -(x_1 + 0,2x_2) - 0,2(\beta_{12} + x_2) - \frac{1}{T_1}(\beta_{12} + x_1) & 0 \\ 1 & 0,2 - \lambda & 0 \\ \tilde{f}'_{3x_1} & \tilde{f}'_{3x_2} & \left((\beta_{21} + x_1) - \frac{1}{T_2} - \lambda \right) \end{vmatrix}_{(x_1^0, x_2^0, x_3^0)}$$

$$= \left((\beta_{21} + x_1) - \frac{1}{T_2} - \lambda \right) \cdot \left(\lambda + \frac{1}{T_1} \right) \cdot \left(\lambda + (\beta_{12} + x_2) - 0,2 \right) = 0.$$

В случае первого положения равновесия имеем по формуле (12) такой критерий устойчивости

$$\begin{cases} (\beta_{12} + x_2^0) - 0,2 > 0 \\ (\beta_{21} + x_1^0) - \frac{1}{T_2} < 0 \end{cases},$$

или после упрощения

$$\begin{cases} \beta_{12} < 0,2 \\ 0,4\beta_{12} + \beta_{21} < \frac{1}{T_2} + 0,08 \end{cases}. \quad (14)$$

В случае нулевого положения равновесия критерий устойчивости принимает вид

$$\begin{cases} \beta_{12} > 0,2 \\ \beta_{21} < \frac{1}{T_2} \end{cases}. \quad (15)$$

Для валидации полученных результатов выберем в S-модели управления для определенности $T_1 = T_2 = 1$, $\beta_{22} = 0$ и проведем вычислительный эксперимент при $\beta_{12} = 0,1$ и $\beta_{12} = 0,3$.

В случае $\beta_{12} = 0,1$, $\beta_{21} = 1$ оба условия (14) выполнены, и

$$x_1^0 = -0,04, x_2^0 = 0,2, x_3^0 = 5,28.$$

При этом экспериментальное значение последней координаты совпадает с вычисленным по формуле (13).

В случае $\beta_{12} = 0,1$, $\beta_{21} = 1,1$ второе из условий нарушено, и

$$x_1^0 = -0,04, x_2^0 = 0,2, x_3^0 = \infty.$$

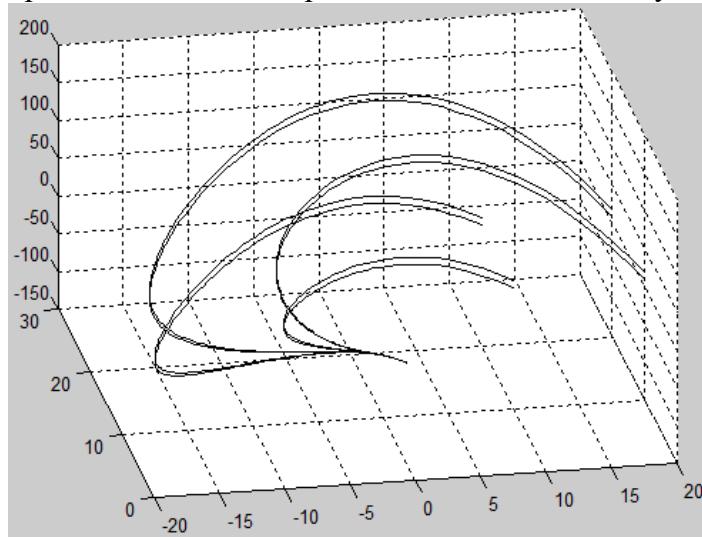
В случае $\beta_{12} = 0,3$, $\beta_{21} = 0,99$ выполнен критерий устойчивости (15) для нулевого положения равновесия, а расчет на S-модели дает такой аттрактор

$$x_1^0 = 0, x_2^0 = 0, x_3^0 = 0.$$

Наконец, в случае $\beta_{12} = 0,3$, $\beta_{21} = 1,1$ нарушены оба критерия. Траектории стягиваются к точке

$$x_1^0 = 0, x_2^0 = 0, x_3^0 = \infty.$$

На следующем графике в качестве примера нарисованы восемь траекторий в фазовом пространстве регулятора. Видно, что они притягиваются к точечному аттрактору.



Результаты статьи доложены на конференции [6].

Список литературы:

1. Колесников А.А. Синергетические методы управления сложными системами. Теория системного синтеза. М.: URSS, 2005, 219с.
2. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967, 472 с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике.- М.: Наука, 1968, 720 с.
4. Милованов В.П. Неравновесные социально-экономические системы: синергетика и самоорганизация. М.: УРСС, 2001, 264 с.
5. Спротт Дж. К. Элегантный хаос: алгебраически простые хаотические потоки. М.- Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2012.- 328 с.
6. Братищев А.В. Условие устойчивости нульмерного многообразия при синергетическом управлении. Тезисы конференции "Современные проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения -V", ЮФУ, ДГТУ, Ростов-на-Дону, 26.4.2015-1.05.2015, с. 167. URL: <http://www.karapetyants.sfedu.ru/conf/>

II. УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМАМИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

УДК 28,50

Першин Иван Митрофанович¹, Веселов Геннадий Евгеньевич²,
Першин Максим Иванович.²

¹Северо-Кавказский федеральный университет, филиал в г. Пятигорске

²Южный федеральный университет

МЕТОДЫ АППРОКСИМАЦИИ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

Рассматривается важная проблема построения аппроксимационной модели для объектов с распределенными параметрами. Эта проблема приобретает важное значение, поскольку многие технологические процессы, подлежащие автоматизации, описываются уравнениями в частных производных, математические модели которых не имеют аналитического решения. Динамические характеристики таких объектов определяются либо с использованием численного моделирования, либо с использованием результатов экспериментальных исследований. С использованием результатов динамических характеристик определяются параметры аппроксимирующих звеньев. Поскольку распределенные объекты обладают рядом специфических свойств, например, передаточные функции распределенных объектов и систем описываются отношением бесконечных полиномов, то и аппроксимационные модели таких объектов должны учитывать рассмотренные специфические свойства. В статье, рассматривается построение аппроксимационной модели для распределенного объекта и приводится методика определения параметров модели, с использованием результатов экспериментальных исследований.

Ключевые слова: распределенные объекты, аппроксимация, передаточные функции

Pershin I. M., Veselov G. E., Pershin M. I.

METHODS APPROXIMATION OF TRANSFER FUNCTION FOR DISTRIBUTED OBJECTS.

Deals with the important problem of constructing approximate models for objects with distributed parameters. This problem is important because many processes to be automated are described by partial differential equations, mathematical models which do not have analytical solutions. The dynamic characteristics of such objects are either defined using numerical simulation or experimental results. Using the results of dynamic characteristics are determined by the parameters of the approximating links. Because distributed objects have some specific properties, such as transfer functions of distributed objects and systems are described by a relation of infinite polynomials, approximation and model of such facilities should take into account the specific properties. The article discusses the construction of approximation models for distributed object and provide a method of determining the parameters of the model using experimental results.

Keywords: distributed objects, the approximation of the transfer function

Введение.

В литературе описаны методики аппроксимации передаточных функций объектов по результатам экспериментальных или численных исследований. Это и методы, использующие разложения в ряд Тейлора [1,2], а также методы, использующие аппроксимацию передаточных функций распределенных систем в виде отношения конечных полиномов[3,4]. Одной из основных в сосредоточенных системах, а также ряда распределенных систем, остается методика аппроксимации в виде апериодического звена, умноженного на звено с чистым запаздыванием [5-7]. При решении ряда практических задач управления, рассмотренных в [9-20], так же используется аналогичная аппроксимация. Эта методика, хорошо зарекомендовавшая в сосредоточенных системах, не всегда применима к распределенным объектам (системам), поскольку приводит к существенным ошибкам, при описании динамических характеристик распределенных объектов, что затрудняет процедуру синтеза распределенных систем управления.

Выбор передаточной функции аппроксимирующего звена.

Положим, что имеется пластина конечных размеров, в которой осуществляется процесс распространения тепла.

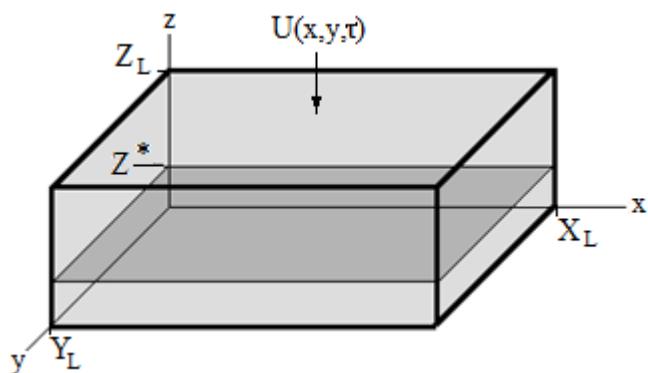


Рис. 1. Объект управления

Математическая модель объекта описывается уравнением:

$$\frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right), \quad (1)$$

$0 < x < x_L, 0 < y < y_L, 0 < z < z_L,$

где $T(x, y, z, \tau)$ - фазовая переменная; x, y, z - пространственные координаты; a - заданный коэффициент; x_L, y_L, z_L - заданные числа.

Границные и начальные условия для уравнения (1.1) имеют вид:

$$T(0, y, z, \tau) = T(x, 0, z, \tau) = T(x_L, y, z, \tau) = T(x, y, z, \tau) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial T(x, y, 0, \tau)}{\partial z} = 0, \quad (3) \quad \lambda \cdot \frac{\partial T(x, y, z_L, \tau)}{\partial z} = U(x, y, \tau), \quad (4)$$

$$T(x, y, z, 0) = 0. \quad (5)$$

Функцией выхода является значение температурного поля $T(x, y, z = Z^*, \tau)$, где Z^* - заданное число ($0 < Z^* < z_L$).

Разложим входное воздействие $U(x, y, \tau)$ в ряд Фурье. Учитывая граничные условия (1.2), входное воздействие может быть представлено в виде:

$$U(x, y, \tau) = \sum_{\eta, \gamma=1}^{\infty} C_{\eta, \gamma}(\tau) \cdot \sin(\psi_{\eta} \cdot x) \cdot \sin(\tilde{\varphi}_{\gamma} \cdot y), \quad (6)$$

где $\psi_{\eta} = \pi \cdot \eta / X_L$; $\tilde{\varphi}_{\gamma} = \pi \cdot \gamma / Y_L$.

В [4,5-7] получена передаточная функция объекта по каждой пространственной моде входного воздействия, которая может быть записана в виде

$$W_{0,\eta,\gamma}(s) = \frac{\exp(\beta_{\eta,\gamma} \cdot z^*) + \exp(-\beta_{\eta,\gamma} \cdot z^*)}{\lambda \cdot \beta_{\eta,\gamma} \cdot (\exp(\beta_{\eta,\gamma} \cdot z_L) - \exp(-\beta_{\eta,\gamma} \cdot z_L))}, \quad (\eta, \gamma = \overline{1, \infty}), \quad (7)$$

$$\beta_{\eta,\gamma} = \left(\frac{s}{a} + \psi_{\eta}^2 + \tilde{\varphi}_{\gamma}^2 \right)^{1/2},$$

где λ - коэффициент теплопроводности.

Если в качестве входного воздействия служит температура нагревателя , граничное условие (4) записывается в виде

$$T(x, y, z_L, \tau) = U(x, y, \tau),$$

то передаточная функция объекта по каждой пространственной моде входного воздействия имеет вид

$$W_{0,\eta,\gamma}(s) = \frac{\exp(\beta_{\eta,\gamma} \cdot Z^*) + \exp(-\beta_{\eta,\gamma} \cdot Z^*)}{\exp(\beta_{\eta,\gamma} \cdot Z_L) + \exp(-\beta_{\eta,\gamma} \cdot Z_L)}, \quad (\eta, \gamma = \overline{1, \infty}).$$

Исследования, приведенные в [10] показывают, что

$$\lim_{\beta_{\eta,\gamma} \rightarrow \infty} \left(\frac{\exp(\beta_{\eta,\gamma} \cdot Z^*) + \exp(-\beta_{\eta,\gamma} \cdot Z^*)}{\exp(\beta_{\eta,\gamma} \cdot Z_L) + \exp(-\beta_{\eta,\gamma} \cdot Z_L)} \right) = \exp(-\beta_{\eta,\gamma} \cdot \Delta z), \quad (\eta, \gamma = \overline{1, \infty}), \quad (8)$$

где $\Delta z = Z_L - Z^*$.

С учетом (8), аппроксимационную модель рассматриваемого объекта запишем в виде

$$W_{a,\eta,\gamma}(s) = \frac{K}{\beta_{\eta,\gamma}} \cdot \exp(-\beta_{\eta,\gamma} \cdot \Delta z), \quad (\eta, \gamma = \overline{1, \infty}), \quad (9)$$

$$\beta_{\eta,\gamma} = \left(\frac{s}{a} + \psi_{\eta}^2 + \tilde{\varphi}_{\gamma}^2 \right)^{1/2}$$

где K –коэффициент, определяемый с использованием экспериментальных исследований. В рассматриваемом случае, поскольку задана передаточная функция объекта (7), рассматриваемый коэффициент может быть определен (для фиксированных значений η и γ) из следующего соотношения:

$$K_{c,o} = \frac{\exp(\beta_{\eta,\gamma} \cdot z^*) + \exp(-\beta_{\eta,\gamma} \cdot z^*)}{\lambda \cdot \beta_{\eta,\gamma} \cdot (\exp(\beta_{\eta,\gamma} \cdot z_L) - \exp(-\beta_{\eta,\gamma} \cdot z_L))},$$

$$K = K_{c,o} / \left(\frac{1}{\beta_{\eta,\gamma}} \cdot \exp(-\beta_{\eta,\gamma} \cdot \Delta z) \right),$$

$$\beta_{\eta,\gamma} = (\psi_{\eta}^2 + \tilde{\varphi}_{\gamma}^2)^{1/2}$$

где $K_{c,o}$ – статический коэффициент усиления объекта по фиксированной пространственной моде.

Полагая $s=j\omega$ (где ω - круговая частота), определим для передаточных функции (7) и (9) модули и фазы и вычислим их рассогласования. При этом, будем полагать, что значения соответствующих параметров равны:

$$a=0.002, Z_L=0.12, Z^*=0.1, X_L=1, Y_L=0.5, \lambda=0.23,$$

$$\psi_{\eta=1}^2 + \tilde{\varphi}_{\gamma=1}^2 = (\pi \cdot 1/1)^2 + (\pi \cdot 1/0.5)^2 = 49.347$$

Значение коэффициента K , вычисленное с использованием (10) равно 1.52857.

По результатам вычислений построены графики рассогласования (модуль объекта (7) - модуль звена(9), фаза объекта (7) - фаза звена (9)), которые приведенные на рис.2.

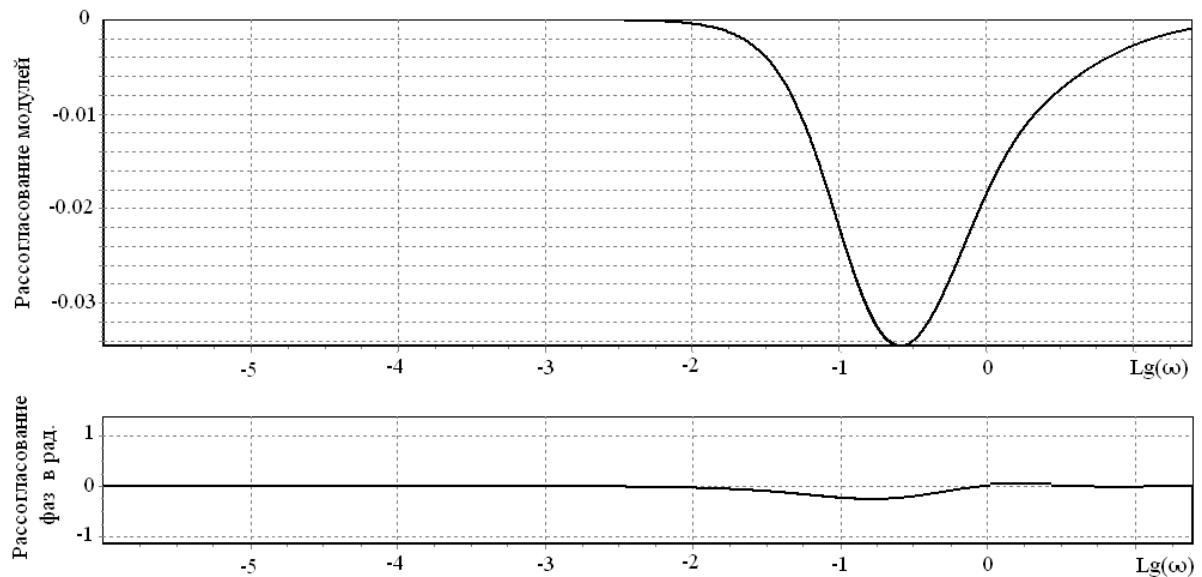


Рис.2. Рассогласование динамических характеристик распределенного объекта и его аппроксимационной модели

На рис.3 показаны графики рассогласования модулей, вычисленные для различных значений обобщенной координаты G [4]

$$G = \psi_\eta^2 + \tilde{\varphi}_\gamma^2$$

Через точки максимальных рассогласований (R_{\max}) , построенные по результатам вычислений для различных значений G проведем линию максимальных рассогласований (см. рис.3).

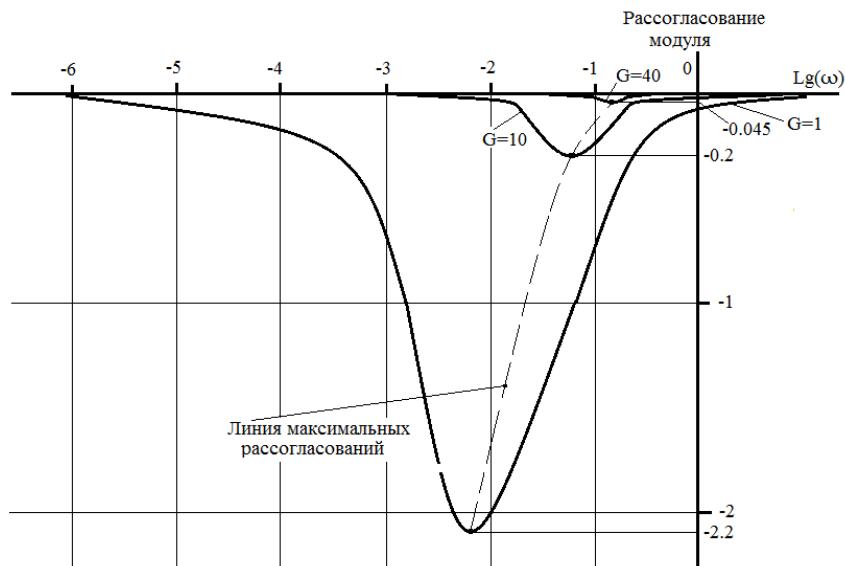


Рис.3. Рассогласование модулей

На рис. 4 показаны графики изменения максимальных рассогласований в зависимости от обобщенной координаты G .

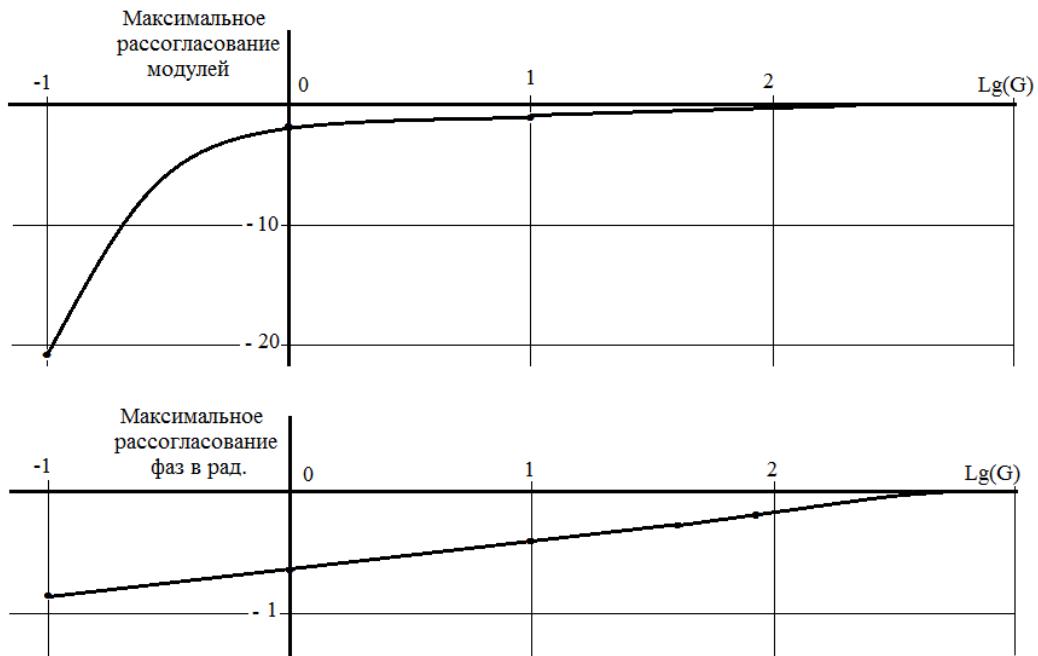


Рис. 4. Графики изменения максимальных рассогласований

На рис.5 приведены графики изменения статического коэффициента $K_{c,o}$ и график относительной величины рассогласования $\text{abs}(R_{\max})/K_{c,o}$.

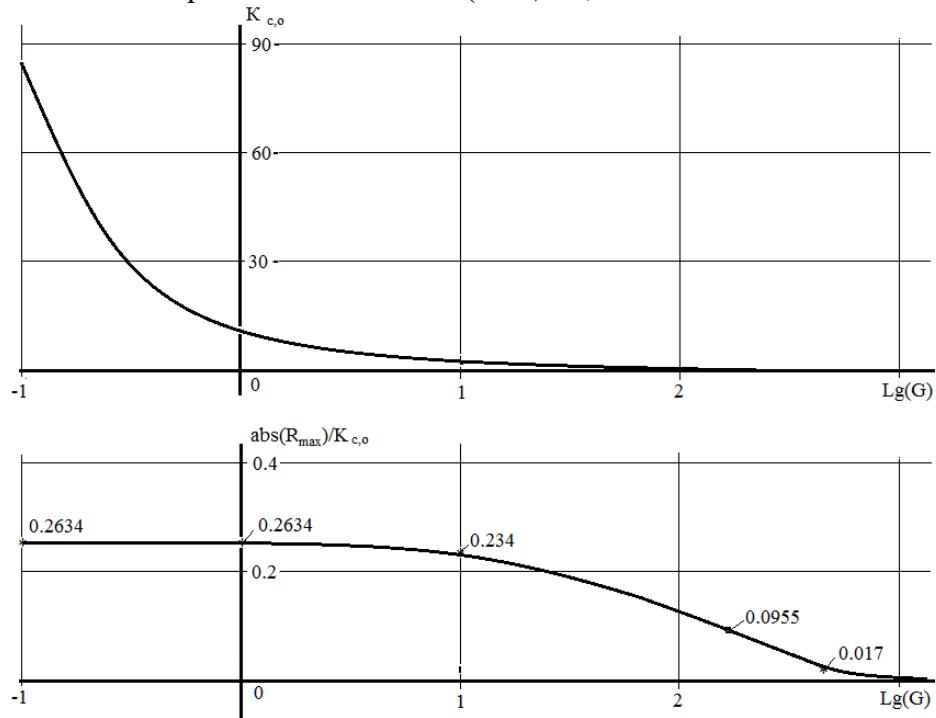


Рис.5. Графики $K_{c,o}$ и $\text{abs}(R_{\max})/K_{c,o}$

Результаты моделирования показывают, что аппроксимационная модель (9) может быть использована для объектов с распределенными параметрами. Рассогласование динамических характеристик распределенного объекта и его аппроксимационной модели, при синтезе распределенных систем управления, может быть учтено путем корректирования требований к запасам устойчивости по фазе и по модулю.

Методика определения параметров аппроксимирующего звена.

Для описания методики определения параметров звена(9), запишем дискретную модель распределенного объекта (1)-(6) (схема дискретизации распределенного объекта приведена на рис. 6) и проведем численное моделирование для определения реакции объекта на различные входные воздействия :

первая мода

$$U(x, y, \tau) = \sin(\psi_1 \cdot x) \cdot \sin(\tilde{\varphi}_1 \cdot y)$$

третья мода

$$U(x, y, \tau) = \sin(\psi_3 \cdot x) \cdot \sin(\tilde{\varphi}_2 \cdot y);$$

динамическое входное воздействие

$$U(x, y, \tau) = \sin(0.05 \cdot \tau) \cdot \sin(\psi_1 \cdot x) \cdot \sin(\tilde{\varphi}_1 \cdot y)$$

При моделировании будем полагать, что значения параметров равны:

$a=0.002$, $Z_L=0.12$, $Z^*=0.1$, $X_L=1$, $Y_L=0.5$, $\lambda=0.23$ (значения параметров заданы в системе СИ).

Число точек дискретизации и по соответствующим координатам выбрано равным:
 $N_x=16$, $N_y=16$, $N_z=30$.

Шаги дискретизации определяются из следующих соотношений
 $\Delta x=X_L/(N_x-1)$, $\Delta y=Y_L/(N_y-1)$, $\Delta z=Z_L/(N_z-1)$.

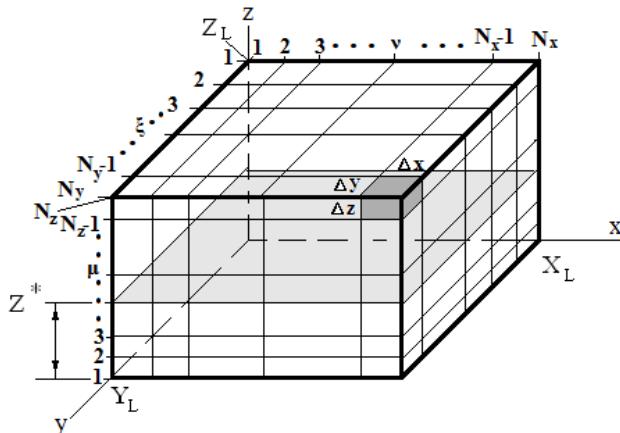


Рис.6. Схема дискретизации математической модели распределенного объекта

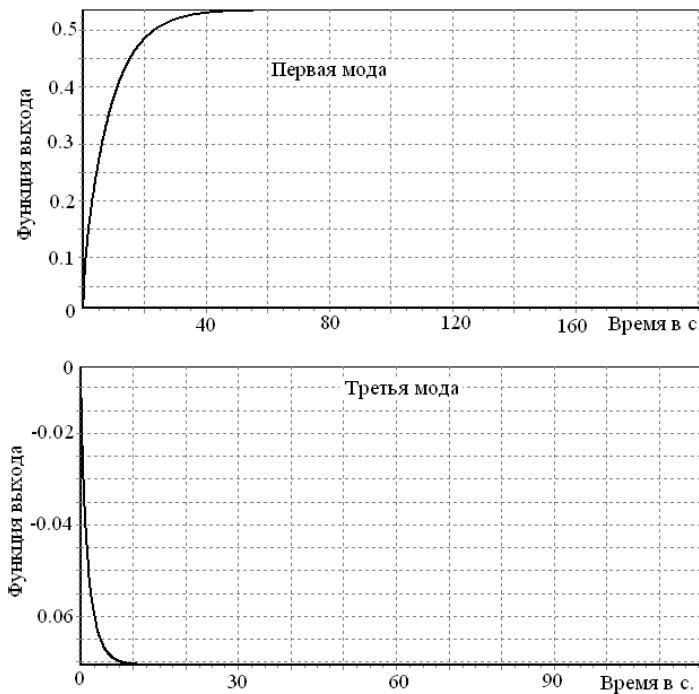


Рис. 7. Результаты моделирования

По результатам моделирования построены графики, приведенные на рис. 7, построенные для точек $T(x=4\cdot\Delta x, y=9\cdot\Delta y, Z^*, \tau)$. Вычисленное значение входного воздействия для первой моды $U_{1,1}(x=4\cdot\Delta x, y=9\cdot\Delta y, \tau)=0.707$, для третьей моды $U_{3,2}(x=4\cdot\Delta x, y=9\cdot\Delta y, \tau)=-0.345$.

На рис. 8 построены графики, отражающие реакцию объекта на динамическое входное воздействие по первой пространственной моде

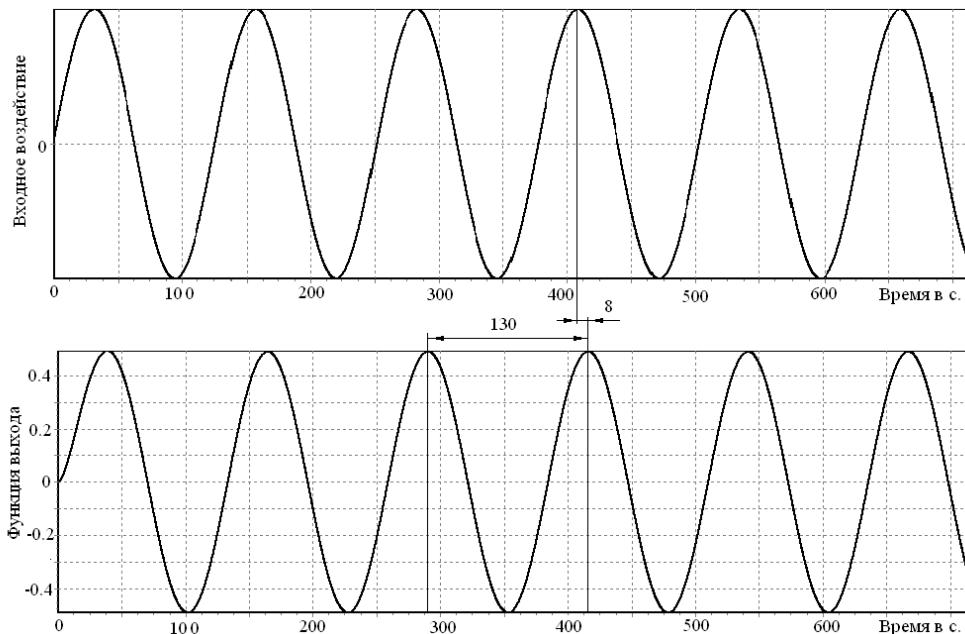


Рис.8. Реакция объекта на динамическое входное воздействие

Для описания передаточной функции объекта в виде аппроксимирующего звена (9), необходимо определить значения параметров K , Δz и a . Для этого используем экспериментальные исследования, результаты которых отражены на графиках рис.7 и рис.8.

Методика определения параметров аппроксимирующего звена распадается на следующие этапы:

- Используя результаты моделирования (или результаты экспериментальных исследований на реальном объекте), определим сдвиг по фазе функции выхода относительно входного воздействия $f = -2\pi \cdot 8/(130) = -0.3867$, а так же статические коэффициенты усиления по выбранным пространственным модам $K_{1,1} = 0.5356/0.707 = 0.7576$, $K_{3,2} = -0.07066/(-0.345) = 0.20248$.
- Определим значения K и Δz для аппроксимирующего звена (9). Приравнивая статический коэффициент усиления звена (9), к статическим коэффициентам усиления по выбранным пространственным модам, получим систему уравнений для определения значений K и Δz .

$$\begin{cases} K_{1,1} = \frac{K}{\beta_{1,1}} \cdot \exp(-\beta_{1,1} \cdot \Delta z) \\ K_{3,2} = \frac{K}{\beta_{3,2}} \cdot \exp(-\beta_{3,2} \cdot \Delta z) \end{cases}, \quad (11)$$

$$\beta_{1,1} = (\psi_1^2 + \tilde{\phi}_1^2)^{1/2} \quad \beta_{3,2} = (\psi_3^2 + \tilde{\phi}_2^2)^{1/2}$$

Для рассматриваемого примера $\beta_{1,1} = ((\pi \cdot 1/1)^2 + (\pi \cdot 1/0.5)^2)^{0.5} = 7.0248$, $\beta_{3,2} = ((\pi \cdot 3/1)^2 + (\pi \cdot 2/0.5)^2)^{0.5} = 15.708$

Преобразуя (11), получим

$$\begin{cases} K_{1,1} \cdot \beta_{1,1} = K \cdot \exp(-\beta_{1,1} \cdot \Delta z) \\ K_{3,2} \cdot \beta_{3,2} = K \cdot \exp(-\beta_{3,2} \cdot \Delta z) \end{cases}, \quad (12)$$

Поделив второе уравнение системы (12) на первое, придем к следующему результату

$$\Delta z = \frac{\ln(K_{3,2} \cdot \beta_{3,2} / (K_{1,1} \cdot \beta_{1,1}))}{-\beta_{3,2} + \beta_{1,1}}. \quad (13)$$

Определим значение Δz для рассматриваемого примера

$$\Delta z = \frac{\ln(0.238 \cdot 15.708 / (0.87 \cdot 7.0248))}{-15.708 + 7.0248} = 0.05929$$

Подставляя вычисленное значение Δz в первое уравнение (12) и преобразуя, получим

$$K = K_{1,1} \cdot \beta_{1,1} / \exp(-\beta_{1,1} \cdot \Delta z). \quad (14)$$

Для рассматриваемого примера

$$K = 0.87 \cdot 7.0248 / \exp(-7.0248 \cdot 0.0573) = 8.07$$

- Определим значение параметра a . Для этого воспользуемся вычисленным значением сдвига по фазе функции выхода относительно входного воздействия $f = -0.3867$ (см. рис.8). Запишем передаточную функцию аппроксимирующего звена по первой пространственной моде

$$W_{a,1,1}(s) = \frac{K}{\beta_{1,1}} \cdot \exp(-\beta_{1,1} \cdot \Delta z) \quad \beta_{1,1} = \left(\frac{s}{a} + \psi_1^2 + \tilde{\phi}_1^2 \right)^{1/2} \quad (15)$$

Полагая $s = j\omega$ ($\omega = 0.05$), запишем соотношение для определения фазы аппроксимирующей функции (15)

$$\varphi = -\Delta z \cdot \text{Im}(\beta_{1,1}) - \arctan(\omega / (a \cdot (\psi_1^2 + \tilde{\phi}_1^2))).$$

Вычислим значение параметра a , для которого выполняется условие $\varphi = f$. Результаты вычислений показаны на рис.9.

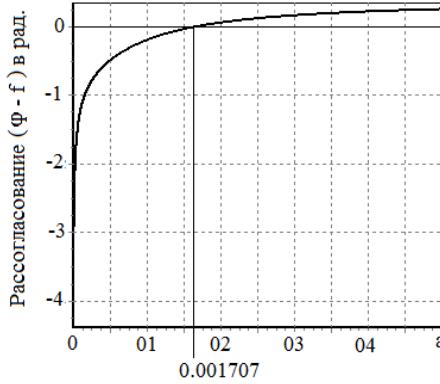


Рис.9. График рассогласования ($\phi - f$)

Вычисленное значение $a=0.001707$.

Полученная передаточная функция аппроксимирующего звена записывается в виде

$$W_{a,\eta,\gamma}(s) = \frac{8.07}{\beta_{\eta,\gamma}} \cdot \exp(-\beta_{\eta,\gamma} \cdot 0.05929), \quad (\eta, \gamma = \overline{1, \infty}), \quad (16)$$

$$\beta_{\eta,\gamma} = \left(\frac{s}{0.001707} + \psi_\eta^2 + \tilde{\varphi}_\gamma^2 \right)^{1/2}$$

Записывая передаточную функцию (16) в общем виде с использованием обобщенной координаты [], получим:

$$W(s, G) = \frac{K}{\beta(s, G)} \cdot \exp(-\beta(s, G) \cdot \Delta z) \quad (17)$$

$$\beta(s, G) = \left(\frac{s}{a} + G \right)^{1/2}, \quad (\infty > G \geq G_h),$$

$$G_h = \psi_1^2 + \tilde{\varphi}_1^2.$$

Для рассматриваемого примера передаточная функция аппроксимирующего звена записывается в виде

$$W(s, G) = \frac{8.07}{\beta(s, G)} \cdot \exp(-\beta(s, G) \cdot 0.05929), \quad (G_h < G < \infty), \quad (18)$$

$$\beta(s, G) = \left(\frac{s}{0.001707} + G \right)^{1/2}.$$

Сравнение динамических характеристик .

Сравним динамические характеристики объекта (7) и аппроксимирующего звена (16). На рис. 10 приведены графики рассогласования модулей (модуль звена(7) – модуль звена(16)) и фаз (фаза звена (7) – фаза звена (16)), построенные по результатам вычислений. Результаты вычислений показывают, что рассогласование модулей не более 0.065. Запишем аналитические соотношения для определения рассогласования фаз звена(9) и (18) . Рассматриваемые соотношения запишем с использованием обобщенной координаты

$$W(s, G) = \frac{K}{\beta(s, G)} \cdot \exp(-\beta(s, G) \cdot \Delta z), \quad (19)$$

$$s=j\omega,$$

$$\beta(j\omega, G) = \left(\frac{j\omega}{a} + G \right)^{1/2} = M(\omega, G) \cdot (\cos(\varphi_1/2) + j \cdot \sin(\varphi_1/2)),$$

$$M(\omega, G) = ((\omega/a)^2 + G^2)^{1/4}, \varphi_1 = \arctan(\omega/(a \cdot G)).$$

$$\varphi(\omega, G) = -\varphi_1/2 - M(\omega, G) \cdot \Delta z \cdot \sin(\varphi_1/2).$$

Используя (19) вычислим рассогласование фаз звена (9) и (18). В результате вычислений получено - рассогласование фаз, при $\omega > 0.01$ становится достаточно большим.

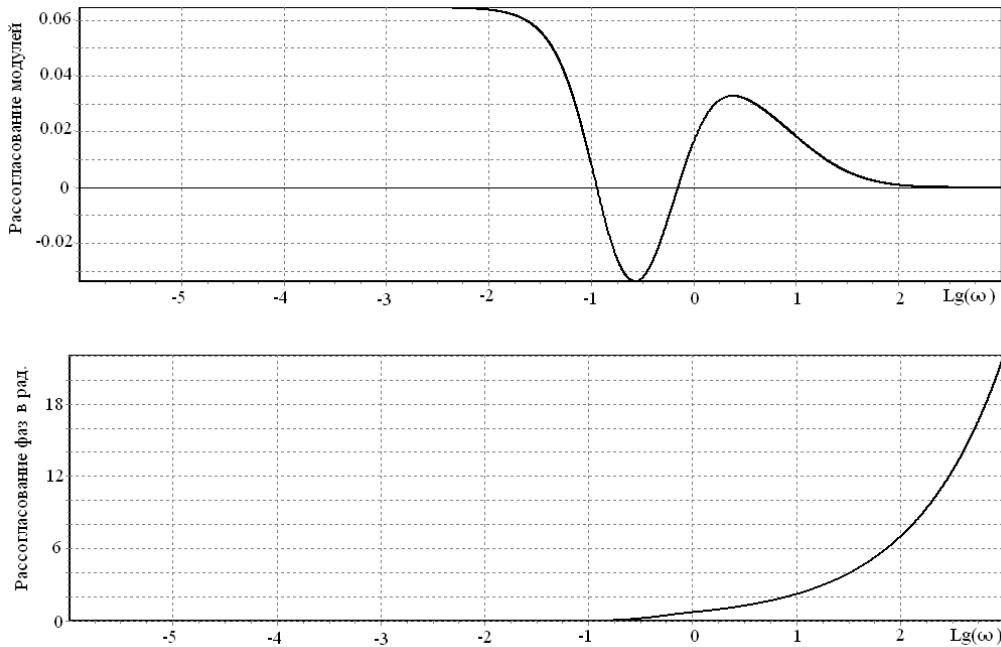


Рис. 10. Рассогласование динамических характеристик

Это рассогласование связано с отклонением параметров звена, полученных в результате численного моделирования распределенного объекта ($a=0.001707$, $\Delta z=0.05929$, $K=8.07$) от параметров объекта, используемых при аналитическом решении ($a=0.002$, $\Delta z=0.02$, $K=1/\lambda=1/0.23=4.35$).

Приведем оценочные расчеты рассогласования фаз при «больших» значениях ω

$$\begin{aligned} \Delta\varphi = \varphi_0(\omega, G) - \varphi_a(\omega, G) &= -\varphi_{10}/2 - M_0(\omega, G) \cdot \Delta z_o \cdot \sin(\varphi_{10}/2) - \\ &(-\varphi_{1a}/2 - M_a(\omega, G) \cdot \Delta z_a \cdot \sin(\varphi_{1a}/2)) \approx \\ &\approx -((\omega/a_o)^2 + G^2)^{1/4} \cdot \Delta z_o \cdot \sin(\varphi_{10}/2) + ((\omega/a_a)^2 + G^2)^{1/4} \cdot \Delta z_a \cdot \sin(\varphi_{1a}/2), \end{aligned} \quad (20)$$

где индексом o- помечены параметры объекта, а индексом a-помечены параметры аппроксимирующего звена.

В результате моделирования получено: $a_a=0.001707 < a_o=0.002$; $\Delta z_a=0.05929 > \Delta z_o=0.02$, полученные соотношения, с учетом (20), объясняют тенденцию возрастания рассогласования фаз, при увеличении частоты.

Полученные результаты показывают отличие динамических характеристик распределенного объекта от динамических характеристик дискретной модели рассматриваемого объекта.

Заключение.

Из приведенных исследований следует, что модель (19), может использоваться для аппроксимации передаточных функций распределенных объектов. Разработана методика определения параметров аппроксимирующего звена. Представленная в статье методика

ориентирована на использование результатов численного моделирования или экспериментальных исследований на физическом объекте и носит конструктивный характер. При синтезе распределенных систем управления, рассогласование динамических характеристик распределенного объекта и его аппроксимационной модели может быть учтено при формировании требований к запасам устойчивости по модулю и по фазе. Приведенные результаты численного моделирования распределенного объекта показывают, что динамические характеристики численной модели распределенного объекта отличается от динамических характеристик, полученных аналитически с использованием решения краевой задачи.

Список литературы:

1. Venot A., Pronrato L, Walter E. And Lebrucnec J.—F. A Distribution—free criterion for "Robust Identification, with Applications in systems Modelling and Image Processing //Automatica. - 1986. V. 22, No. 1, - P. 105-109/
2. Pasca La., Levis A.H. and Jin V.Y.-Y. On the design of Distributed Organisational structures. //Automatica. -1988. - V. 24, No. 1. - P. 81-86.
3. Валеев К.Г, Жаутыков О.А. Бесконечные системы дифференциальных уравнений. – Алма-Ата: Наука Казахской ССР,1974. 415с.
4. Лыков А.В. Теория теплопроводности.-М.: Высшая школа, 1967.-599с.
5. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. Кн. 1 Математическое описание, анализ устойчивости и качества систем автоматического регулирования / Под ред. В.В. Соловникова. — М.: машиностроение, 1967. — 768 с.
6. Малков А.В., Першин И.М. Синтез распределенных регуляторов для систем управления гидролитосферными процессами. М.: Научный мир,2007.364с.
7. Малков А.В., Першин И.М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. М.: Научный мир,2012.-476с.
8. Першин И.М. Синтез систем с распределенными параметрами. Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 6. С. 2-4.
9. Воронин А.Ю., Першин И.М. Синтез распределенной системы управления магнитным полем тороидальной камеры. Часть 1. Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 8. С. 51-56.
10. Воронин А.Ю., Першин И.М. Синтез распределенной системы управления магнитным полем тороидальной камеры. Часть2.Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 12. С. 36-42.
11. Першин И.М., Малков А.В., Дубогрей В.Ф. Методика синтеза распределенных систем управления режимами эксплуатации месторождений минеральных вод. Известия высших учебных заведений. Геология и разведка. 2012. № 2. С. 76-81
12. Першин М.И. Проектирование системы управления параметрами Кисловодского месторождения минеральных вод. Технологии развития курортно-рекреационного комплекса СКФО. 2-й ежегодной научно-практической конференции преподавателей, студентов и молодых ученых СКФУ "Университетская наука - региону" Сборник трудовТ.1. Пятигорск 2014, изд.-во СКФУ. С.143-156.
13. Першин И.М., Веселов Г.Е., Першин М.И. Синтез распределенных систем управления гидролитосферными процессами месторождений минеральных вод. Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2014. № 8. С. 123-137.
14. A.V. Martirosyan, K.V. Martirosyan, I.M. Pershin. Analysis of the Caucasus Mineral Waters' Field's Modeling. Modern Applied Science; Vol. 9, No. 1; 2015
ISSN 1913-1844 E-ISSN 1913-1852 .Published by Canadian Center of Science and Education. P. 204-210.
15. Alexander B. Chernyshev, Karina V. Martirosyan. Analisys of the nonlinear distributed control system's sustainability. Journal of Mathematics and Statistics 10 (3): 316-321, 2014. P. 316-321.

16. *Martirosyan A. V., Martirosyan K.V., Kapylova T.S.* The model of mineral water deposits sustainable management using the decision support system. World Applied Sciences Journal. 2013 №27. P. 101-106.
17. *A.V. Martirosyan, K. V. Martirosyan.* Modeling of information system "Caucasus Mineral Water's hydromineral resources". 4th International Scientific and Practical Conference "Science and Society". – London: SCIEURO, 2013. – P. 16-24.
18. *A.V. Martirosyan, Yanukyan E.G., Martirosyan K.V.* Methods of complex object's transfer function calculation for distributed control system. Journal of Mathematics and Statistics – 2014. – № 10 (3).- P. 23-27.
19. Григорьев В.В. Першин И.М., Мансурова О.К. Расширение качественной экспоненциальной устойчивости на линейные распределенные системы. Техногенные процессы в гидролитосфере (идентификация, диагностика, прогноз, управление). Сборник докладов национального научного форума «НАРЗАН - 2013». Пятигорск, РИА- КМВ 2013. С. 540-553 .
20. *William By Porter A.* Sensitivity problems in distributive systems // Int. J. Control. - 1976. - V. 5. - P. 159-177.

Зайцев Сергей Владиленович

Северо-Кавказский Федеральный Университет – филиал в г. Пятигорске

АДАПТИВНЫЙ РАСПРЕДЕЛЕННЫЙ ВЫСОКОТОЧНЫЙ РЕГУЛЯТОР С ВЕКТОРНОЙ АДАПТАЦИЕЙ

Аннотация. В данной статье предложен метод адаптивной настройки распределенного высокоточного регулятора (РВР).

Цель. Улучшение качественных показателей регулирования в распределенных системах управления.

Задачи исследования. Определение параметров объекта управления и получение матрицы объекта. Преобразование временной матрицы объекта в пространственную матрицу, с использованием пространственных вектор функций. Синтез РВР и его адаптация во время работы для улучшения показателей качества регулирования.

Выводы. Метод позволяет использовать РВР в системах управления технологическими процессами и повышает качество регулирования.

Ключевые слова: регулятор; адаптивный распределенный высокоточный регулятор; синтез регуляторов.

Zaytsev S. V.

ADAPTIVE ADJUSTER FOR DISTRIBUTED HIGH-PRECISION REGULATOR WITH VECTOR ADAPTIVE

Abstract. This article take see method adaptive adjuster for distributed high-precision regulator.

Purpose. Development of a adaptive adjuster for distributed high-precision regulator (DHR).

Task researcher. Defining the parameters of the control objecta and receipt temporary matrix object. Converting the temporary matrix object in the spatial matrix using spatial vector functions. Synthesis of DHR and its adaptation while working to improve the performance quality of regulation.

Results. The method allows the use of DHR in control systems technological processes and improves the quality of regulation.

Keywords: regulator; distributed high-precision regulator; synthesis of regulators.

Современная промышленность в основном использует пропорционально-интегро-дифференцирующие (ПИД) регуляторы. Такой регулятор позволяет достичь наилучшего качества регулирования параметрами (координатами) технологического процесса объекта. Регулятор обладает относительной простотой конструкции и высокой надежностью работы. За долгие годы эксплуатации закон ПИД управления расширился за счет нововведений; - методы автоматической настройки, - предварительная фильтрация, - модификация структуры. Сокращенный анализ различных систем ПИД-регуляторов приведен в литературе [1, 2]. Синтез и настройка всех этих регуляторов основывается на рассмотрении объекта как объекта с сосредоточенными параметрами, но в промышленности эксплуатируются системы с распределенными параметрами и многоканальные. Такие системы требуют новых методов синтеза и адаптивного управления, т.к. система получается взаимосвязанной и передаточная матрица объекта не диагонально доминантной.

Возможным решением этих проблем является разработка методов адаптивной настройки распределенного регулятора. Исследования методов адаптации и проверка результатов методов синтеза [3,4] проводились на лабораторном стенде [5].

Адаптивная настройка распределенного регулятора заключается в реализации следующих этапов: определение параметров объекта; определение параметров распределенного регулятора; адаптивная настройка параметров регулятора в процессе работы, если это необходимо для достижения приемлемых показателей качества регулирования.

На первом этапе необходимо проанализировать объект управления (ОУ) для определения границы расположения годографов собственных значений комплексной передаточной матрицы, параметры которой определяются экспериментальным образом. Передаточную матрицу объекта можно получить: - с помощью ступенчатой функции; - с помощью синусоидальных сигналов; с помощью метода исследования систем с распределенными параметрами.

Идентификацию объекта можно осуществить с помощью: ступенчатой функции; двух контрольных синусоидальных сигналов; методов исследования систем с распределенными параметрами. В ходе проведения испытаний согласно первым двум методам определяем собственную передаточную функцию W_{ii} и взаимные передаточные функции W_{ig} . В общем виде передаточные функции будем искать в следующей форме

$$W_{ig} = \frac{k_{ig}}{T_{ig}s + 1} e^{-\tau_{ig}s} \quad (1)$$

где i и g изменяются от 1 ÷ n (номер измеряемого канала)

Для определения параметров модели необходимо приблизительно оценить: $k_{ig}(0)$ – коэффициент передачи системы по соответствующим собственным и взаимным каналам; $T_{ig}(0)$ – постоянная времени объекта по соответствующим собственным и взаимным каналам; $\tau_{ig}(0)$ – постоянная времени запаздывания по соответствующим собственным и взаимным каналам.

На рис. 1, показана структурная схема распределенной системы управления с РВР регулятором.

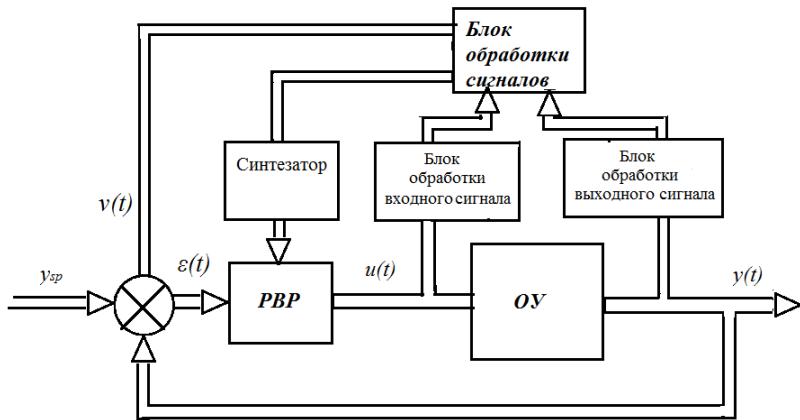


Рис. 1. Структурная схема РВР-регулятора

Предварительно, исходя из конструкции объекта, необходимо определить вектор функции:

$$C_i(x) = A \cdot \cos(\Psi_i \cdot x), \quad \Psi_i = \frac{\pi \cdot i}{L_X}, \quad i = 1, 3, \quad 0 < x < L_X, \quad (2)$$

где L_X протяженность объекта, i - номер канала.

При проведении соответствующего числа испытаний получим передаточную матрицу

объекта, которая будет иметь следующий вид

$$W = \begin{vmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} & \dots & W_{1j} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} & \dots & W_{2m} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} & \dots & W_{3m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{i1} & W_{i2} & W_{i3} & \dots & W_{ij} \end{vmatrix}, \quad (3)$$

Полученную матрицу (3) умножим на вектор функции (2), получим модифицированную матрицу с учетом пространственных мод объекта. Для синтеза системы желательно взять первую и последнюю моду объекта.

Передаточная функция РВР имеет вид:

$$W(G, s) = E_1 \left(\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{G}{n_1} \right) + E_2 \left(\frac{n_2 - 1}{n_2} + \frac{G}{n_2} \right) s + E_4 \left(\frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{G}{n_4} \right) s, \quad (4)$$

где: G – обобщенная координата; s - оператор Лапласа

n_1, n_2, n_4 – весовые коэффициенты соответственно усилительного дифференцирующего и интегрального распределенных звеньев; E_1, E_2, E_4 – коэффициенты пропорциональности соответственно усилительного дифференцирующего и интегрального распределенных звеньев.

Синтез РВР проведем по алгоритму согласно литературы [3,4,5]

По окончанию работы программы идентификации и синтеза регулятора РВР систему переводим в режим работы и при наличии отклонений от заданной ошибки подбираем E_1, E_2, E_4 . Последующему алгоритму в 2 этапа. Для получения новых параметров необходимо изменить параметр Δ (ширина зоны перегиба между частотой среза первой моды и последней модой). Увеличение Δ снижает колебательность системы. Пересчитав параметры, согласно приведенной в литературе [6] методике, получим новые параметры РВР таким образом подстроим регулятор для более качественной работы.

На рис. 2 принятые следующие обозначения:

$dT_{\text{стат}}$ - отклонение выходной координаты от заданной;

$dT_{\text{норм}}$ - нормируемое отклонение выходной координаты от заданной;

$dT_{1\text{stat}}$ - отклонение выходной координаты от заданной после первого цикла адаптации

E_1 - коэффициент пропорциональности усилительного распределенного звена;

E_2 - коэффициент пропорциональности дифференцирующего распределенного звена;

E_4 - коэффициент пропорциональности и интегрального распределенного звена;

n_1 - весовой коэффициент усилительного распределенного звена;

n_2 - весовой коэффициент дифференцирующего распределенного звена;

n_4 - весовой коэффициент интегрального распределенного звена;

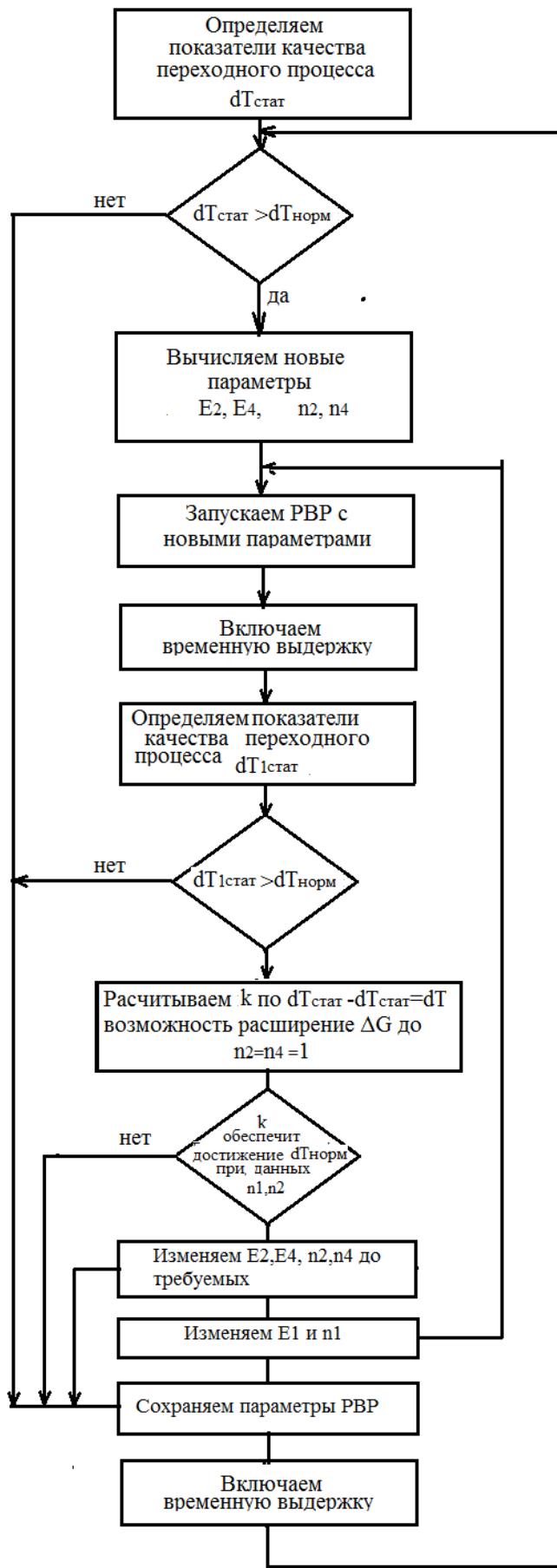


Рис. 2. Алгоритм адаптации РВР

k – расчетное число шагов, необходимое для расширения зоны ΔG до достижения $n_2=n_4=1$.

При $n_2=n_4=1$ РВР становится чисто усилительным звеном

Данную методологию желательно применять, когда объект инерционный порядка сотен секунд, система не обладает свойствами диагональной доминантности передаточной матрицы и не пространственно инвариантна, что позволяет уменьшить колебательность выходного параметра, и число шагов для достижения , требуемых показателей качества.

Список литературы

1. Александров А.Г. Паленов М.В. Состояние и перспективы развития адаптивных ПИД регуляторов в технических системах// Труды участников конференции УКИ'12 / Научное издание. Электрон. текстовые дан. - М: ИПУ РАН, 2012. 36-48 с.
2. Александров А.Г. Паленов М.В. Состояние и перспективы развития адаптивных ПИД регуляторов в технических системах// Автоматика и телемеханика № 2, 2014. 16-30 с.
3. Першин И.М. Анализ и синтез систем с распределенными параметрами//Пятигорск, изд-во РИА КМВ 2007. 244с.
4. Першин И.М. Синтез систем с распределенными параметрами// Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 6. С. 2.
5. Воронин А.Ю., Зайцев С.В. Синтез пространственного регулятора тепловой камеры пищевого производства// Системный анализ и прикладная синергетика: тезисы доклада на 4 международной конференции г. Пятигорск, 2011. 194-199 с.
6. Зайцев С.В. Методика адаптивной настройки РВР// Материалы Всероссийской научной конференции «Вузовская наука Северо-Кавказскому федеральному округу» Т 3 (часть 1), – Пятигорск: ФГАОУ ВПО СКФУ филиал в г. Пятигорске, 2013. 215 с.

Воронин Алексей Юрьевич, Нецветаева Ксения Игоревна

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ, ПРОТЕКАЮЩИХ В РЕАКТОРЕ ГИДРООЧИСТКИ ДИЗЕЛЬНОГО ТОПЛИВА

Данная статья посвящена вопросу математического моделирования тепловых процессов, протекающих в промышленных реакторах, на примере реактора со стационарным слоем катализатора установки гидроочистки дизельного топлива Л-24-7 ОАО «УНПЗ» города Уфы [8]. Результатом исследования является создание программного комплекса для проведения экспериментальных исследований с целью обеспечения оптимальной работы реакторного блока установки. Данный программный комплекс представляет собой набор уравнений, позволяющих спроектировать распределенную систему управления температурным полем в рабочей зоне реактора.

Ключевые слова: дизельное топливо, гидроочистка, реактор

Voronin A. Y., Netsvetaeva K.I.

MATHEMATICAL MODELING OF THERMAL PROCESSES OCCURRING IN THE REACTOR OF HYDROTREATING OF DIESEL FUEL

This article is devoted to mathematical modeling of thermal processes occurring in the reactor, for example, hydrotreating of diesel fuel L-24-7 OJSC "Ufa oil refinery" of the city of Ufa [8]. The result of the study is to create a software system for experimental research in order to ensure optimum operation of the reactor block installation. This software package is a set of equations for the design distributed control system temperature field in a working zone of the reactor.

Keywords: dieselfuel, hydrotreating, reactor

На сегодняшний день дизельное топливо, наряду с другими продуктами первичной переработки нефтяного сырья, является продуктом повсеместного и масштабного спроса, бесперебойное обеспечение которым создает достойные условия жизни населения, и в значительной степени влияет на развитие общества в целом. Данный нефтепродукт занимает значительное место в структуре российского экспорта, обеспечивая поступление в страну денежных средств. Качество получаемого товарного дизельного топлива в значительной мере зависит от теплового режима работы реактора, позволяющего значительно снизить содержание серы в конечном продукте и улучшить другие эксплуатационные свойства дизельного топлива [2].

Для проведения исследований необходимо описать математическую модель тепловых процессов, протекающих в реакторе. На рисунке 1 представлен реактор гидроочистки дизельной топлива с двумя слоями стационарного катализатора.

Реактор гидроочистки представляет собой цилиндрический вертикальный аппарат с эллиптическим (бываю реактора с полушаровым) днищем, заполненный катализатором. Внутренний диаметр аппарата составляет 3 м (без учета толщины стенок), высота слоя катализатора – 5 м, аппарат работает при давлении 3 Мпа и температуре порядка 350-420 °C. Реактор изготовлен с внутренней футеровкой торкрет-бетон, однако, при моделировании теплового процесса в нем наличием футеровки пренебрегаем для облегчения выполняемой задачи. Наружная часть корпуса аппарата имеет тепловую изоляцию. По схеме движения сырья через реакционную зону исследуемый реактор относится к аппаратам с аксиальным

движением сырья (в отличие от радиального). Внутри аппарата находится слой катализатора, разделенный на две секции: верхнюю, высотой 2 м и нижнюю – 3 м. Каждая секция катализатора имеет внизу слой фарфоровых шаров диаметром 12 мм, обеспечивающих равномерное распределение паров по сечению реактора, уменьшение гидравлического сопротивления и предотвращающих шевеление гранул катализатора.

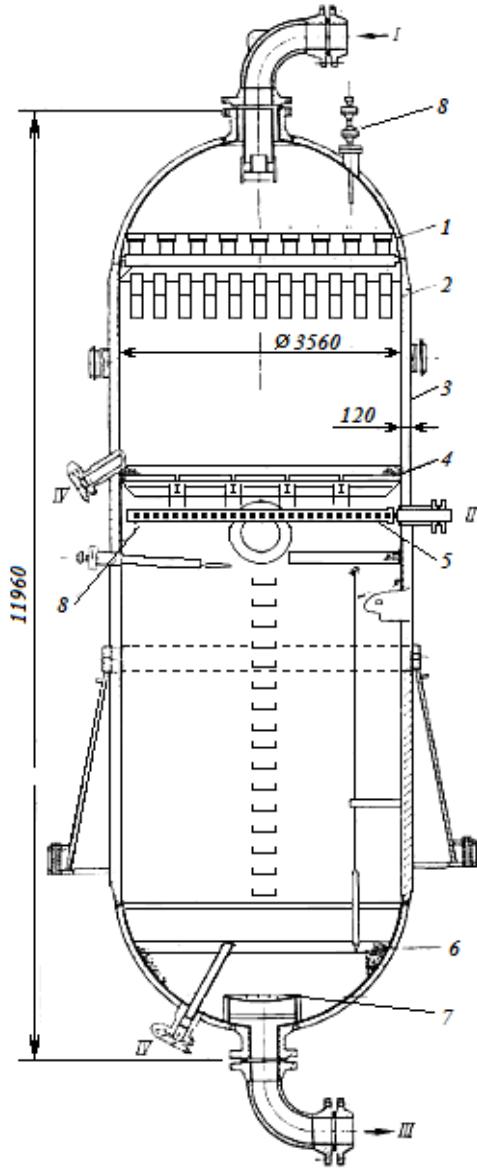


Рис. 1 Реактор гидроочистки дизельного топлива: I – ввод сырья, II – ввод паров водородсодержащего газа, III – вывод продуктов реакции, IV – выгрузка катализатора. 1 – распределительная тарелка, 2 – фильтрующее устройство, 3 – корпус, 4 – опорная решетка, 5 – коллектор для ввода паров водородсодержащего газа, 6 – слой фарфоровых шаров, 7 – сборник, 8 – термопары.

Сверху каждая секция катализатора покрыта слоем фарфоровых шаров диаметром 24 мм, являющихся по большей части защитой от динамических воздействий паров. Верхний слой катализатора поддерживается колосниковой решеткой, на которую уложены два слоя сетки и слой фарфоровых шаров. Сыре проходит через аппарат сверху вниз, продукты реакции выходят через нижний штуцер. В пространстве между верхней и нижней секциями катализатора размещен коллектор для ввода свежего водородсодержащего газа (ВСГ). Над верхней секцией катализатора установлена распределительная тарелка, под которой располагается фильтрующее устройство. Оно представляет собой систему цилиндрических

корзин из прутка, обтянутых сбоку и снизу сеткой. Корзины погружены нижней частью в верхний слой катализатора, и опорой для корзин служит все тот же слой катализатора. В корзинах и в верхней части слоя катализатора около корзин задерживаются механические примеси и продукты коррозии. Сборник состоит из обечайки, имеющей прорези и внутреннюю перфорированную решётку, которые обтянуты сеткой.

Катализатор выгружается через наклонные штуцера в стенке корпуса и в нижнем днище для периодической регенерации [8].

Математическая модель тепловых процессов в реакторе

Для простоты и наглядности представления данного, достаточно сложного, объекта, приведем рисунок, отражающий основные особенности и геометрические параметры реактора (см. рис. 2) [5, 7].

Математическое моделирование реакторной установки связано с необходимостью точного анализа непрерывных физико-химических процессов, протекающих в активной зоне реактора. При анализе установки важная роль принадлежит расчету тепловыделяющей системы. Её математической моделью служит, полученная из основного закона термодинамики, система уравнений теплопроводности, краевые, граничные и начальные условия [4].

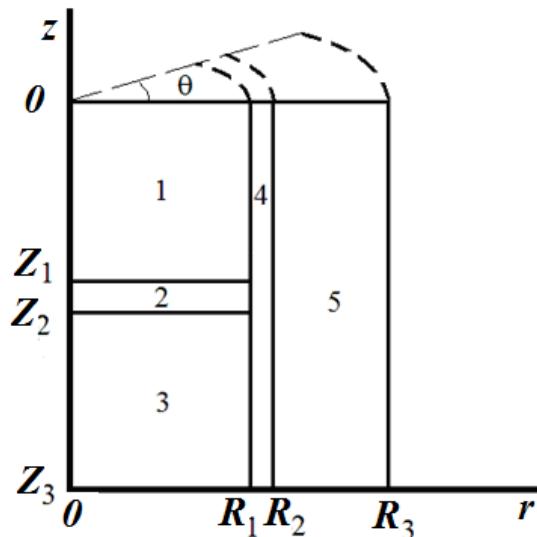


Рис. 2 Геометрические параметры объекта.

Для данного объекта была выбрана цилиндрическая система координат, так как физико-химические процессы, протекающие в реакторе, имеют протяженность в пространстве, обладающем цилиндрической структурой (эллиптические крышки и цилиндрический корпус).

Уравнение теплопроводности для 1-ой среды (см. рис. 2) с учетом пространственной и временной протяженности будет иметь вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a_1 \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) - \vartheta_1 \frac{\partial T}{\partial z}, \quad T = f(z, r, \theta, \tau), \quad (1),$$

$$0 < z < Z_1, \quad 0 < r < R_1, \quad 0 < \theta < 2\pi \cdot r, \quad \tau > 0,$$

Уравнение теплопроводности для 2-ой среды (см. рис. 2) будет иметь вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a_2 \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) - \vartheta_2 \frac{\partial T}{\partial z}, \quad T = f(z, r, \theta, \tau), \quad (2),$$

$$Z_1 < z < Z_2, \quad 0 < r < R_1, \quad 0 < \theta < 2\pi \cdot r, \quad \tau > 0,$$

Уравнение теплопроводности для 3-ей среды (см. рис. 2) будет иметь вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a_3 \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) - \vartheta_3 \frac{\partial T}{\partial z}, \quad T = f(z, r, \theta, \tau), \quad (3),$$

$$Z_2 < z < Z_3, \quad 0 < r < R_1, \quad 0 < \theta < 2\pi \cdot r, \quad \tau > 0,$$

Уравнение теплопроводности для 4-ой среды (стальная стенка реактора) (см. рис. 2) будет иметь вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a_4 \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right), \quad T = f(z, r, \theta, \tau), \quad (4),$$

$$0 < z < Z_3, \quad R_1 < r < R_2, \quad 0 < \theta < 2\pi \cdot r, \quad \tau > 0,$$

Уравнение теплопроводности для 5-ой среды (воздушное пространство, окружающее реактор на расстоянии 1 метра (см. рис. 2)) будет иметь вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a_5 \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right), \quad T = f(z, r, \theta, \tau), \quad (5),$$

$$0 < z < Z_3, \quad R_1 < r < R_2, \quad 0 < \theta < 2\pi \cdot r, \quad \tau > 0,$$

где: T – температура, ${}^{\circ}\text{C}$; τ - время, s ; z – пространственная координата (высота); r – пространственная координата (радиус); θ - пространственная координата (угол); a_1, a_2, a_3 – коэффициенты температуропроводности топлива при различных температурах; a_4 – коэффициент температуропроводности стальной стенки реактора; a_5 – коэффициент температуропроводности окружающего реактор воздуха; ϑ_1 – скорость истечения дизельного топлива; ϑ_2 – скорость входа ВСГ в реактор; ϑ_3 – скорость входа дизельного топлива в реактор.

Воздух, окружающий реактор, имеет температуру ниже температуры стенки реактора, так как в конструкции аппарата предусмотрена внутренняя теплоизолирующая футеровка. Однако, как было сказано раньше, наличием футеровки, при моделировании мы пренебрегаем, а так же предполагаем, что окружающий воздух на расстоянии 1 метр не влияет на процессы теплообмена, протекающие в реакционной зоне.

Далее опишем краевые и граничные условия. Краевые условия, при которых следует решать систему уравнений (1 – 5) запишем в виде:

$$\frac{\partial T(0, r, \theta, \tau)}{\partial z} = 0, \quad (6)$$

$$0 \leq r \leq R_3, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \cdot r, \quad \tau \geq 0,$$

$$\frac{\partial T(Z_3, r, \theta, \tau)}{\partial z} = 0, \quad (7)$$

$$0 \leq r \leq R_3, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \cdot r, \quad \tau \geq 0,$$

$$\frac{\partial T(z, 0, \theta, \tau)}{\partial z} = 0, \quad (8)$$

$$0 \leq z \leq R_3, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \cdot r, \quad \tau \geq 0,$$

$$T(z, r = R_3, \theta, \tau) = \text{const}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
& 0 \leq z \leq R_3, 0 \leq \theta \leq 2\pi \cdot r, \tau \geq 0, \\
& \frac{\partial T(z, r, \theta = 0, \tau)}{\partial z} = 0, \\
& 0 \leq z \leq R_3, 0 \leq r \leq R_3, \tau \geq 0.
\end{aligned} \tag{10}$$

Условия на границах раздела сред могут быть записаны в виде:

$$\lambda_1 \frac{\partial T(z, r = R_1, \theta, \tau)}{\partial r} = \lambda_4 \frac{\partial T(z, r = R_1, \theta, \tau)}{\partial r}, \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
& 0 \leq z \leq Z_1, 0 \leq \theta \leq 2\pi \cdot r, \tau \geq 0, \\
& \lambda_2 \frac{\partial T(z, r = R_1, \theta, \tau)}{\partial r} = \lambda_4 \frac{\partial T(z, r = R_1, \theta, \tau)}{\partial r},
\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
& Z_1 \leq z \leq Z_2, 0 \leq \theta \leq 2\pi \cdot r, \tau \geq 0, \\
& \lambda_3 \frac{\partial T(z, r = R_1, \theta, \tau)}{\partial r} = \lambda_4 \frac{\partial T(z, r = R_1, \theta, \tau)}{\partial r},
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
& Z_2 \leq z \leq Z_3, 0 \leq \theta \leq 2\pi \cdot r, \tau \geq 0, \\
& \lambda_4 \frac{\partial T(z, r = R_2, \theta, \tau)}{\partial r} = \lambda_5 \frac{\partial T(z, r = R_2, \theta, \tau)}{\partial r}, \\
& 0 \leq z \leq Z_3, 0 \leq \theta \leq 2\pi \cdot r, \tau \geq 0,
\end{aligned} \tag{14}$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – коэффициенты теплопроводности дизельного топлива при температурах 400 $^{\circ}\text{C}$, 375 $^{\circ}\text{C}$ и 350 $^{\circ}\text{C}$, соответственно; λ_4 – коэффициент теплопроводности стальной стенки реактора; λ_5 – коэффициент теплопроводности окружающего воздуха.

Начальные условия полагаются нулевыми.

Геометрические и теплофизические параметры [1] объекта моделирования приведены в таблицах:

Таблица 1. Геометрические параметры объекта.

$R_1, \text{м}$	$R_2, \text{м}$	$R_3, \text{м}$	$Z_1, \text{м}$	$Z_2, \text{м}$	$Z_3, \text{м}$
1.5	1.65	2.65	3	8.5	10.5

Таблица 2. Температуропроводность сред объекта.

$a_1, \text{м}^2/\text{с}$	$a_2, \text{м}^2/\text{с}$	$a_3, \text{м}^2/\text{с}$	$a_4, \text{м}^2/\text{с}$	$a_5, \text{м}^2/\text{с}$
0.000000009	0.000000025	0.000000049	0.00008	0.0002

Таблица 3. Теплопроводность сред объекта.

$\lambda_1, \text{Вт}/\text{м}\cdot\text{Ц}$	$\lambda_2, \text{Вт}/\text{м}\cdot\text{Ц}$	$\lambda_3, \text{Вт}/\text{м}\cdot\text{Ц}$	$\lambda_4, \text{Вт}/\text{м}\cdot\text{Ц}$	$\lambda_5, \text{Вт}/\text{м}\cdot\text{Ц}$
0.10235645	0.10068145	0.09766	40.0	0.0388

Далее, в среду 2 (см. рис. 2), будет введено управляющее воздействие (расход ВСГ). В зоне 1 находится дизельное топливо на катализаторе при температуре порядка 400 °C. В зоне 2 присутствует смесь дизельного топлива с малым количеством холодного ВСГ, добавление которого обеспечивает гидрирующую активность в протекающей экзотермической реакции, и охлаждение реакционной смеси. Смешивание данных компонентов происходит в отсутствие катализатора в парожидкостной фазе. Коэффициенты теплопроводности и температуропроводности смесей подчиняются свойству аддитивности, при описании математической модели это было учтено.

Несмотря на многие упрощения, примененные при математическом описании объекта исследования, полученная модель является достаточно сложной для решения. Решение полученной системы дифференциальных уравнений в частных производных будем осуществлять с использованием численных методов.

Результаты моделирования

Входное воздействие на объект, с учетом краевых и граничных условий [6], запишем в виде распределенной функции (15).

$$T(z, r, \theta, \tau) = 50 \cdot \cos(\psi_\eta \cdot r), \quad (15)$$

где:

$$\psi_\eta = \frac{\pi \cdot (\eta - 0.5)}{R}, \quad \eta = 1, 2, 3, 4, 5; \quad z = Z3/2; \quad 0 \leq r \leq R; \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi; \quad \tau \geq 0.$$

В результате численного моделирования распределенного объекта, при значениях параметров $\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta_3 = 0.001$, были получены характеристики, приведенные на рисунках 3 – 5.

График функции входного воздействия, при $\eta = 1$, представлен на рисунке 3.

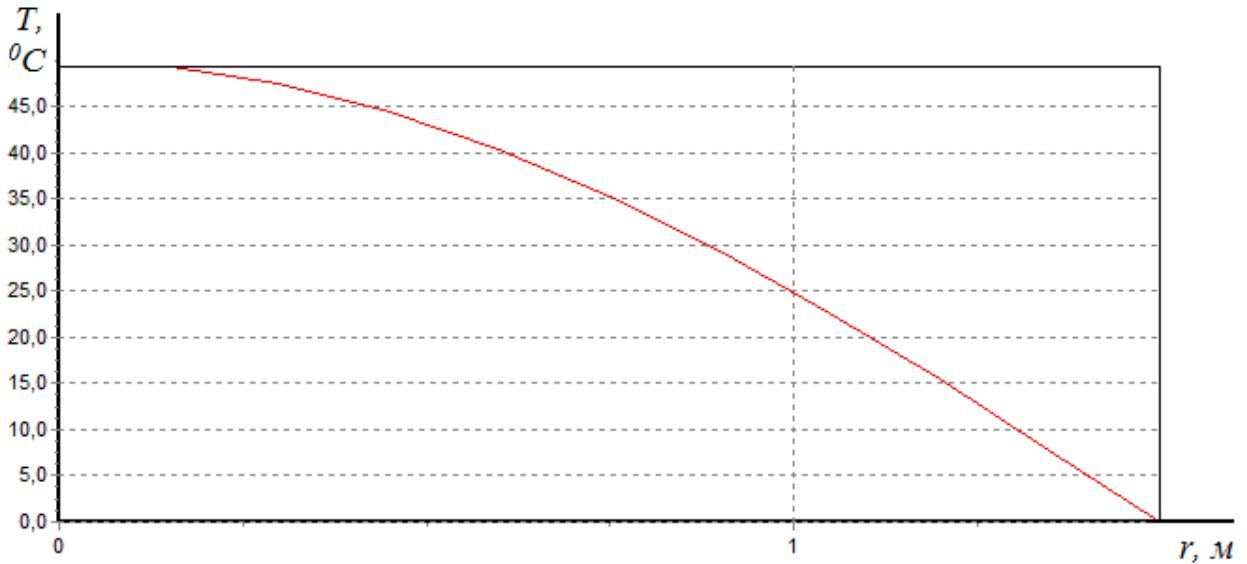


Рис. 3 График 1-ой моды входного воздействия (15).

На выходе реактора получили график аналогичной формы (см. рис. 4).

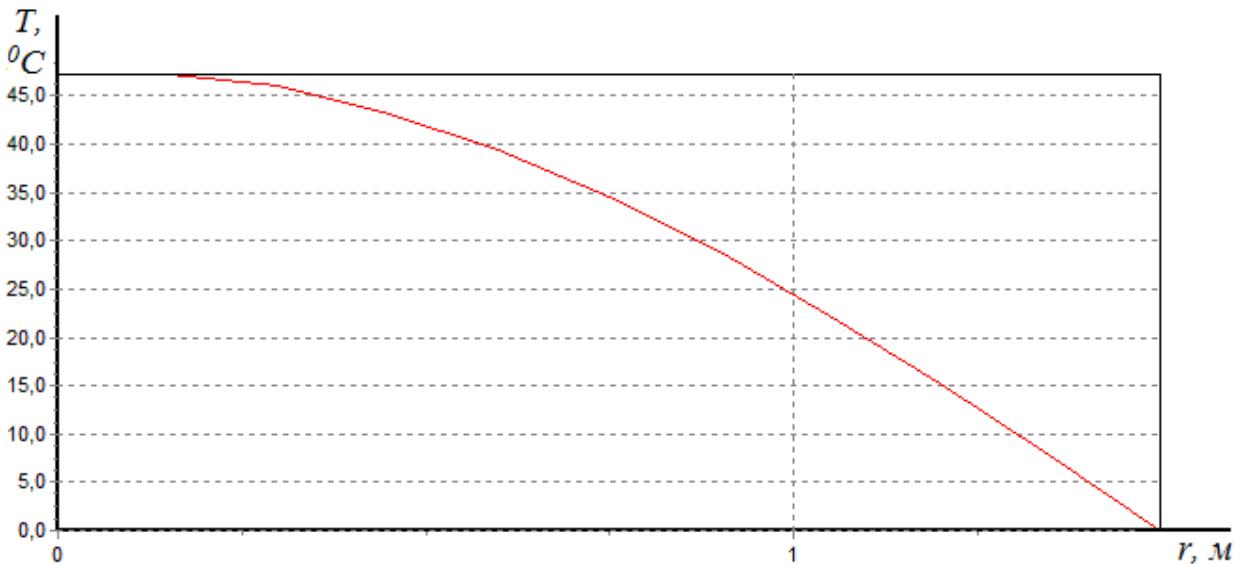


Рис. 4 График 1-ой моды функции выхода.

В результате моделирования выбранного объекта, в фиксированной точке на выходе реактора, был получен график переходного процесса (см. рис. 5).

Как показывают результаты компьютерного моделирования, с учетом исходных данных, вычислительная схема алгоритма моделирования устойчива, а результаты моделирования отражают известные физические факты.

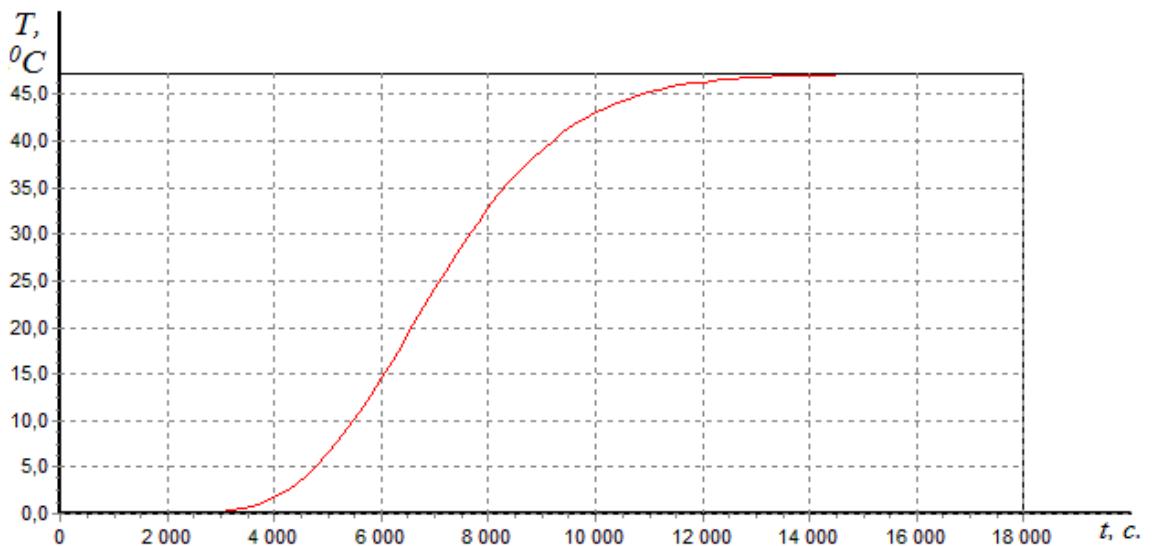


Рис. 5 График переходного процесса по 1-ой моде.

С использованием полученных характеристик, по пяти модам входного воздействия ($\eta = 1,2,3,4,5$), находим параметры переходных процессов, а именно: устанавливающую температуру ($t_{y\text{cm}}$), статический коэффициент передачи объекта (k), время запаздывания τ_3 , и время разгона (T_P) (см. таблицу 4).

Таблица 4.Параметры переходных процессов по пяти модам входного воздействия.

Наименование	Значения $\eta = 1$	Значения $\eta = 2$	Значения $\eta = 3$	Значения $\eta = 4$	Значения $\eta = 5$
$t_{y_{cm}}, ^\circ C$	47.5	42.5	33	22	7.3
k	0.956652	0.958401	0.961362	0.963734	0.95196
$\tau_3, сек$	4456	4420	4430	4533	4460
$T_p, сек$	5 320	4 267	4 934	4 800	5 681

С учетом полученных характеристик передаточную функцию распределенного объекта можно аппроксимировать в виде:

$$W_{OY}(\eta, s) = \frac{k(\eta)}{T_p(\eta) \cdot s + 1} \exp(-s \cdot \tau_3(\eta)), \quad \eta = 1, 2, 3, 4, 5,$$

где s – оператор Лапласа.

Далее передаточную функцию можно использовать для определения параметров распределенной системы управления тепловым полем реактора, с использованием методик рассмотренных в [3, 6].

Список литературы

1. Бабичев. А.П., Бабушкина. Н.А., Братковский А.М. и др. Физические величины: Справочник. Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. - М.; Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
2. Виноградова Н. Я., Гуляева Л. А., Хавкин В. А. О современных технологиях глубокой гидроочистки дизельных топлив. Технологии нефти и газа. - 2008. - №1. -С. 4-10.
3. Воронин А.Ю. Модифицированный частотный метод поиска параметров распределенного высокоточного регулятора. Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. № 2. С. 89-95.
4. Лыков А.В. Теория теплопроводности. - М.: Высшая школа. 1967. 599 с.
5. Нецветаева К.И. Система управления температурным полем установки гидроочистки дизельного топлива // Технологии развития курортно-рекреационного комплекса СКФО. 2014. - Том II. - С. 153-158.
6. Першин И.М. Анализ и синтез систем с распределенными параметрами. Пятигорск: Рекламно-информационное агентство на КМВ. 2007. 244 с.
7. Сарданашвили А.Г. Примеры и задачи по технологии переработки нефти и газа.- М: Химия, 1973. 272 с.
8. Технологический регламент установки гидроочистки дизельного топлива Л-24-7 ОАО «УНПЗ». г. Уфа. 187 с.

Ляшенко Александр Леонидович

Национальный минерально-сырьевой университет «Горный»

СИНТЕЗ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОВЫМИ ПОЛЯМИ В ПАРОГЕНЕРАТОРНЫХ УСТАНОВКАХ

В статье рассмотрено устройство и принцип действия парогенераторной установки на примере активной зоны атомного реактора. Представлено описание оборудования, входящего в состав контуров многократной принудительной циркуляции, образующих реактор. Подробно рассмотрен процесс регулирования расхода теплоносителя в технологическом канале реактора и обоснована необходимость автоматизации данного процесса.

Сформулирована и решена задача синтеза системы автоматического управления. Рассмотрена возможность использования аппарата расширенных частотных характеристик (РЧХ) для частотного анализа систем с распределенными параметрами (СРП). Сформулирована и решена задача по разработке методики расчета настроек распределенного ПИД-регулятора.

Ключевые слова: парогенератор, реактор, системы с распределенными параметрами, расширенные частотные характеристики, передаточные функции распределенных объектов, показатель колебательности, системный анализ, управление.

A.L. Lyashenko

DEVELOPMENT OF CONTROL SYSTEM STEPPER MOTOR STEAM GENERATING UNIT

In the article the device and operation of steam units as an example of the core of a nuclear reactor. The description of the equipment included in the multiple forced circulation circuit forming the reactor. Considered in detail the process of controlling the flow of coolant in the reactor fuel channels and the necessity of automation of the process.

Formulated and solved the problem of synthesis of automatic control system. The possibility of using the device, extended frequency response for frequency analysis of distributed parameter systems. Formulated and solved the problem by developing a method for calculating the settings PID-controller.

Keywords: steam generator, reactor, systems with distributed parameters, extended frequency response, transfer functions of distributed objects, the rate of oscillation, system analysis, control.

Введение

Практически все реальные объекты управления характеризуются определенной пространственной протяженностью и этим нельзя пренебречь, не рискуя потерять при этом качество. Состояние таких объектов зависит не только от времени, оно неразрывно связано с пространственными координатами. К системам с распределенными параметрами относится широкий круг управляемых объектов. Это и традиционные технологии в самых различных областях техники, и новейшие технологии, которые часто не могут быть реализованы с требуемыми показателями без построения соответствующих систем управления. Поэтому возникает необходимость исследования, анализа и синтеза систем с распределенными параметрами.

Рассмотрим в качестве примера реактор РБМК-1000 Ленинградской АЭС, как объект с распределенными параметрами.

Атомная электростанция представляет собой систему разнородных элементов оборудования со сложной схемой технологических связей. В такой системе осуществляются непрерывные взаимосвязанные процессы преобразования, передачи и перераспределения различных видов энергии, изменения параметров состояния и расходов рабочих тел и теплоносителей. Всякое изменение любого параметра или характеристики элемента оборудования в той или иной степени влияет на параметры, характеристики и показатели всей системы. Очень важно, что термодинамические и расходные параметры системы могут изменяться лишь в пределах физически возможных и технически осуществимых состояний энергоносителей и конструкций, а также в пределах технически допустимых эксплуатационных состояний материалов оборудования.

Для обеспечения безопасной эксплуатации АЭС проводится постоянная диагностика состояния реакторной установки. Для мониторинга параметров реактора АЭС предлагается рассматривать активную зону реактора как объект с распределенными параметрами. С помощью теории СРП могут быть качественно улучшены анализ и управление объектом, т.к. повышается точность при прогнозировании поведения, моделировании, расчете характеристик рассматриваемой системы. Технологический процесс требует обеспечения управления температурными полями в активной зоне реактора, поэтому задача разработки методик синтеза распределенных регуляторов для систем управления объектами с распределенными параметрами и разработка систем автоматического управления запорно-регулирующими клапанами, которые в настоящий момент управляются вручную, становится все более актуальной.

Описание объекта и постановка задачи

Рассмотрим реакторную установку на примере РБМК-1000 (Реактор Большой Мощности Канальный) Ленинградской атомной электростанции. Реактор РБМК-1000 имеет две петли контура многократной принудительной циркуляции (КМПЦ), расположенные симметрично относительно осевой плоскости реактора.

Каждая петля включает два барабана-сепаратора и четыре циркуляционных насоса, прокачивающих воду через технологические каналы. При прохождении через активную зону вода нагревается до температуры кипения. В верхней части активной зоны образуется пар. Пароводяная смесь отводится в барабаны-сепараторы, где разделяется на воду, которая возвращается на вход реактора и сухой насыщенный пар (температура ~284 °C) под давлением 70—65 кгс/см², поступающий на два турбогенератора электрической мощностью по 500 МВт. Отработанный пар конденсируется, после чего, пройдя через регенеративные подогреватели и деаэратор, подается с помощью питательных насосов (ПЭН) в КМПЦ [1].

Данный реактор представляет собой систему, в которой в качестве замедлителя используется графит, в качестве теплоносителя – легкая вода, в качестве топлива – диоксид урана UO₂ с добавкой оксида эрбия Er₂O₃. Активная зона РБМК представляет собой графитовую кладку цилиндрической формы, набранную из вертикальных графитовых колонн (Рис.1). Внутри графитовых колонн имеются отверстия, через которые проходят технологические и специальные каналы [1].

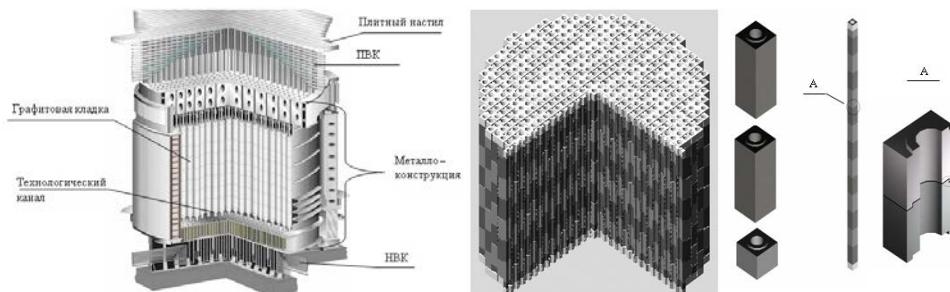


Рис. 1. Активная зона реактора и графитовая кладка

В технологические каналы устанавливаются тепловыделяющие сборки (ТВС), состоящие из 2-х пучков ТВЭЛОв. Геометрическое расположение графитовой кладки, которая вместе с топливными каналами образует активную зону, которая представлена на рис.1.

Постоянное поддержание необходимого охлаждения активной зоны реактора РБМК – главная задача безопасной эксплуатации. Подача теплоносителя в топливные каналы реактора для отвода тепла от тепловыделяющих сборок и от графитовой кладки осуществляется при помощи контура многократной принудительной циркуляции (КМПЦ). На станциях с реакторами канального типа существует система регулирования расходов теплоносителя в технологических каналах реактора. Эта система представляет собой комплект устройств регулирования расхода в каждом технологическом канале (ТК) и предназначена для дистанционного регулирования расхода. Устройства регулирования состоят из запорно-регулирующего клапана (ЗРК), привода и указателя положения. ЗРК устанавливаются в помещении водяных коммуникаций на групповых раздаточных коллекторах на входе в трубопроводы водяных коммуникаций, по которым осуществляется подвод теплоносителя в каждый канал. С помощью привода запорно-регулирующий клапан соединяется с указателем положения, установленным на бетонном перекрытии пола помещения указателей положения клапанов, откуда специальным ключом осуществляется изменение степени открытия ЗРК.

Для измерения расхода воды в каналах реактора используются шариковые расходомеры типа ШТОРМ-32М и ШТОРМ-8М, установленные на трубопроводе подвода воды к каждому каналу. Для измерения температуры графитовой кладки применяются трехзонные и пятизонные блоки термопар, обеспечивающие измерение температуры графита в трех или пяти точках по высоте активной зоны. Термопреобразователи установлены в 17 температурных каналах, установленных в отверстиях в углах графитовых колонн кладки.

Основным условием теплотехнической надежности работы кипящего канального реактора РБМК является обеспечение бескризисной работы топливных каналов активной зоны. Мощность ТК и степень открытия ЗРК являются определяющими факторами, влияющими на расходы теплоносителя и запас до кризиса теплообмена в топливных каналах реактора. Критическая мощность ТК, при превышении которой может возникнуть кризис теплообмена зависит от величины расхода воды через данный ТК, от давления и недогрева теплоносителя на входе ТК.

Если известна мощность каждого ТК реактора, то, в принципе, для каждого ТК можно было бы установить степень открытия его ЗРК так, чтобы расход соответствовал заданной величине коэффициента запаса до кризиса теплообмена. Однако система регулирования расхода через каналы реактора РБМК не предназначена работать в таком режиме. Регулирование расхода в ТК на мощности выполняется вручную. Операцию регулировки расхода воды в ТК производит оператор реакторного отделения. Управление запорно-регулирующим клапаном – довольно сложная и очень ответственная операция.

Регулирование расхода теплоносителя в ТК реактора состоит из следующих основных этапов:

- 1) Системой «Скала-микро» проводится автоматический периодический опрос всех каналов измерения расхода в ТК и сравнение результатов измерения с уставками снижения и повышения расхода воды (СРВ и ПРВ).
- 2) Сигнализация отклонений за уставки СРВ и ПРВ выводится на мнемотабло каналов, установленное на БЩУ в рабочей зоне оператора реактора.
- 3) Ведущий инженер по управлению реактором (ВИУР) принимает решение и отдает распоряжение регулировки закрытия ЗРК оператору реакторного отделения.
- 4) Оперативный персонал (ОП) реакторного отделения вручную регулирует закрытие ЗРК.

Предлагается автоматизировать процесс управления ЗРК и приводить его в действие с помощью шагового двигателя. Управление исполнительным механизмом предлагается осуществлять с помощью распределенного высокоточного регулятора (РВР). Установка распределенного высокоточного регулятора значительно повысит скорость отклика системы при возможных отклонениях: снижения или превышения расхода воды через активную зону реактора.

Разработка системы управления

Мониторинг параметров реакторной установки связан с необходимостью анализа непрерывных физических процессов, математическим описанием которых являются дифференциальные уравнения в частных производных вместе с краевыми условиями. Анализ течения жидкого теплоносителя (воды) проводится на основе уравнений Навье-Стокса.

Для решения поставленной задачи с помощью дифференциальных уравнений в частных производных была разработана математическая модель объекта управления. Ниже представлено одно из дифференциальных уравнений теплопроводности применительно к графитовой кладке [2]:

$$\frac{\partial T_{p,f}(x,y,z,t)}{\partial t} = a_G \left[\frac{\partial^2 T_{p,f}(x,y,z,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f}(x,y,z,t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f}(x,y,z,t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_G W_G}{\lambda_G V_G}. \quad (1)$$

где a_G — коэффициент температуропроводности графита; x, y, z — пространственные координаты; W_G — мощность, выделяемая при торможении нейтронов; λ_G — коэффициент теплопроводности графита; V_G — объём графитовой кладки.

Условия баланса массы, энергии и количества движения для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева) в результате преобразований можно приблизенно записать в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial y} &= -\frac{\partial \rho}{\partial t}; \\ \rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} &= q_d; \\ \frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial P}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} &= 0, \end{aligned}$$

где $M(y,t) = \rho w$ — массовый расход (w — скорость движения жидкости);

$\rho(y,t) = \rho(P,h)$ — плотность жидкости;

$h(y,t)$ — энталпия жидкости;

$P(y,t)$ — давление;

$q_d = \pi d \alpha (\Theta - \vartheta)$ — внутренний тепловой поток на единицу длины трубы, передаваемый рабочему веществу (d — внутренний диаметр трубы; $\alpha(P,h,M,q)$ — коэффициент теплообмена; q — тепловой поток на единицу длины трубы; Θ — температура внутренней поверхности стенки трубы; $\vartheta(P,h)$ — температура жидкости);

g — ускорение свободного падения;

β — угол между трубкой парогенератора и вертикалью;

f — коэффициент потери давления.

Запишем дифференциальные уравнения теплопроводности применительно к циркониевой трубе.

$$\frac{\partial T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{ll} \left[\frac{\partial^2 T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right], \quad (2)$$

$$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3$$

где a_C – коэффициент температуропроводности циркония.

Данные дифференциальные уравнения отражают общий характер процесса. Для получения полной математической модели объекта, соответствующей конкретной задаче, необходимо задание условий однозначности.

При моделировании рассматривались тепловые процессы, протекающие в графитовой кладке, состоящей из графитовых блоков. В технологическом канале располагается тепловыделяющая сборка, омываемая теплоносителем. Положения ЗРК будем рассматривать как функции входа, а контрольные точки во внутренних углах графитовых кладок как функции выхода. Эти точки выбраны не случайно. В реакторе в этих точках на стыках графитовых блоков расположены термопары – датчики измерения температуры графита.

Для расчета тепловых полей было разработано специальное программное обеспечение

Результаты моделирования были проверены с помощью информационно-вычислительной системы «Скала-микро» Ленинградской атомной электростанции, обеспечивающей контроль над работой реактора, осуществляет контроль и представление информации по энергоблоку, а также по системам защиты и управления.

Значения, полученные путем моделирования, совпали с показаниями информационно-вычислительной системы «Скала-микро», что свидетельствует об адекватности разработанной математической модели.

На рис.2 представлена структурная схема системы управления ЗРК с применением РВР.

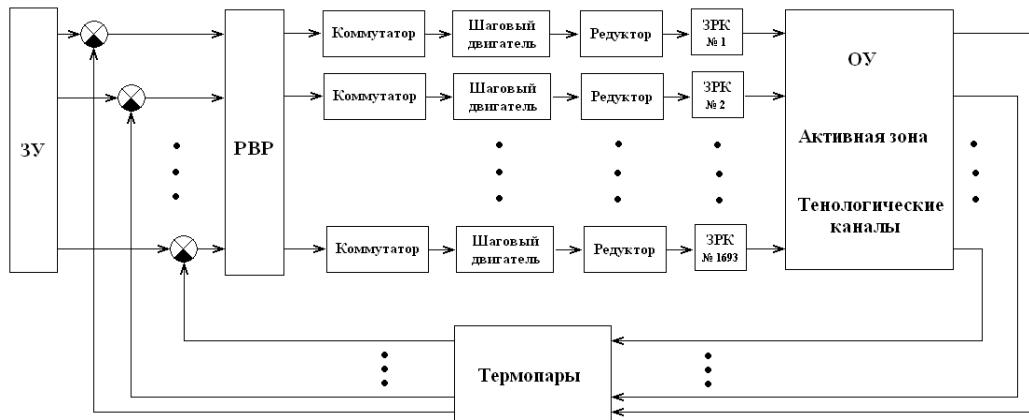


Рис. 2. Структурная схема предложенного управления ЗРК

Рассмотрим анализ технологических процессов с применением аппарата расширенных частотных характеристик адаптированного для анализа распределенных систем управления.

Расширенными частотными характеристиками называются выражения для передаточной функции, для которых переменная p заменяется уравнением границы заданной колебательности. Для получения РЧХ следует заменить переменную p в передаточной функции уравнением границы заданной колебательности:

$$p = \omega(j-m), \quad 0 \leq \omega \leq \infty$$

Анализ объекта управления

Исследования, проведенные в [4], показывают, что многие процессы могут быть аппроксимированы передаточными функциями по каждой η -ой моде входного воздействия вида

$$W_\eta(p) = \frac{K_\eta}{T_\eta \cdot p + 1} \cdot e^{-\tau_\eta \cdot p}, \quad (3)$$

где p – оператор Лапласа, K_η , T_η , τ_η – параметры, определяемые с использованием результатов эксперимента.

Для проведения частотного анализа разложим входное воздействие $U(x, z, \tau)$ в ряд Фурье. Учитывая граничные условия, входное воздействие может быть представлено в виде:

$$U(x, z, \tau) = L_3 + 0.1 * L_s * \sin(\Psi_\eta * x_i) * \sin(\bar{\Psi}_\gamma * z_j) \quad (4)$$

где: $L_3=0.5*(L_s)$;

L_s - размер внутреннего диаметра трубы;

L_3 - текущее положение заслонки.

$$\Psi_\eta = \pi \cdot \frac{\eta}{x_L}; \quad \bar{\Psi}_\gamma = \pi \cdot \frac{\gamma}{z_L}. \quad (5)$$

Найдем реакцию объекта на каждую составляющую ряда (4). Эту реакцию будем искать в виде:

$$T_{\eta,\gamma}(x, y, z, \tau) = H_{\eta,\gamma}(y, \tau) \cdot \sin(\Psi_\eta \cdot x) \cdot \sin(\bar{\Psi}_\gamma \cdot z), \quad (6)$$

Для двух пространственных мод входного воздействия ($\eta=1,3$) были проведены экспериментальные исследования и вычислены значения параметров:

$$K_1 = 1.0257; \quad T_1 = 0.7125; \quad \tau_1 = 0.1002;$$

$$K_3 = 1.0392; \quad T_3 = 0.6232; \quad \tau_3 = 0.1002.$$

Для частотного анализа объекта положим в (1) $p = \omega(j-m)$. При изменении значения ω от 0 до ∞ , а значения G от G_n до ∞ , вектор $W(G, j\omega, m)$ в пространстве $\text{Re}(W)$, $\text{Im}(W)$, G опишет поверхность, которую назовем расширенным пространственным годографом (РПГ) (рис. 3).

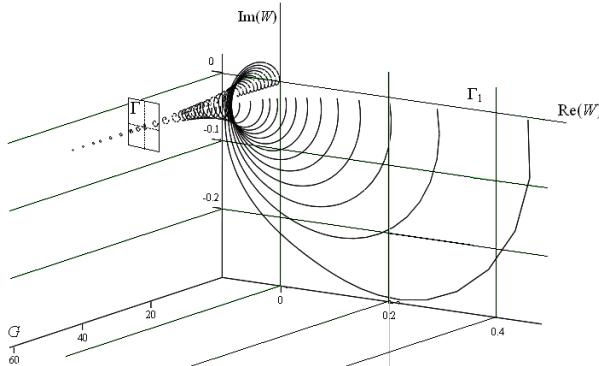


Рис. 3. Расширенный пространственный годограф

Для определения частотной характеристики объекта, по заданной (η, γ, ξ) пространственной гармонической составляющей входного воздействия, необходимо рассечь пространственный годограф плоскостью Γ , параллельной плоскости Γ_1 и проходящей через точку с координатами:

$$\text{Re}(W)=0, \quad \text{Im}(W)=0, \quad G = \tilde{G}(\eta, \gamma, \xi).$$

След пересечения плоскости Γ и пространственного годографа будет представлять искомую частотную характеристику [3].

Произведем построение расширенных логарифмических амплитудно-частотных характеристик (РЛАЧХ) и расширенных фазо-частотных характеристик (РФЧХ) по $\eta = 1,3$ модам входного воздействия для исследуемого, и рассмотренного выше объекта.

Полученные расширенные частотные характеристики используем для синтеза распределенного регулятора.

Синтез системы управления

Для системы управления объектом, передаточные функции которого по выбранным пространственным модам имеют вид (3), синтезировать распределенный ПИД-регулятор со следующими показателями: запас устойчивости по фазе – $\Delta\varphi \geq 0.5$; по модулю – $\Delta L \geq 10\text{db}$ значение параметров $\Delta = 0.7$.

Передаточная функция синтезируемого регулятора согласно [4] имеет вид:

$$W(x, y, p) = E_1 \cdot \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] + E_4 \cdot \left[\frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{p} + E_2 \left[\frac{n_2 - 1}{n_2} - \frac{1}{n_2} \nabla^2 \right] \cdot p \quad (7)$$

где: E1, E2, E4 – коэффициенты усиления; ∇^2 – лапласиан; n1, n2, n4 – весовые коэффициенты.

Для частотного анализа объекта положим в (3) $p = \omega(j - m)$ и определим модуль M_η и фазу φ_η :

$$M_\eta(m, \omega) = \frac{k_n}{\sqrt{(1 - T_n m \omega)^2 + T_n^2 \omega^2}} \cdot e^{m \tau \omega} \quad (8)$$

$$\varphi_\eta(m, \omega) = -\omega \cdot \tau_\eta - \frac{\pi}{2} - \arctg \left(\frac{T_n m \omega - 1}{T_n \omega} \right) \quad (9)$$

Положим, что фазовый сдвиг, вносимый в систему регулятором равен нулю. Тогда для определения частот среза модуля разомкнутой системы получим следующие выражение:

$$-\pi + \Delta\varphi_\eta = W(m, j\omega, \eta) \quad (10)$$

$$-\pi + \Delta\varphi_\eta = -\omega \cdot \tau_\eta - \frac{\pi}{2} - \arctg \left(\frac{T_n m \omega - 1}{T_n \omega} \right) \quad (11)$$

где: $W(m, j\omega, \eta)$ – комплексный передаточный коэффициент объекта управления, определенный численным способом.

Подставляя значение T_η , τ_η и $\Delta\varphi_\eta = \pi / 6$ в (11), определим значение частот среза модуля: $\eta = 1$, $\omega_1 = 0.13334$; $\eta = 3$, $\omega_3 = 0.13494$.

Используя полученные соотношения и значения частот среза модуля произведем расчет настроек распределенного регулятора. Для этого используем методику, которая изложена в [4].

Запишем передаточную функцию распределенного ПИД-регулятора:

$$W(x, y, s) = 1.7572 \cdot \left[\frac{1827.7125}{1828.7125} - \frac{1}{1828.7125} \cdot \nabla^2 \right] + \\ + 2.49812 \cdot \left[\frac{2855.1728}{2856.1728} - \frac{1}{2856.1728} \cdot \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{s} + 0.0207 \cdot s \quad (12)$$

Заключение

При таком принципе управления расходом теплоносителя автоматизируется регулировка ЗРК, т.е. оперативный персонал проводит только контроль теплотехнических параметров и повышается скорость отклика системы при возможных отклонениях расхода воды через активную зону реактора. Регулирование и контроль расхода теплоносителя по каждому каналу позволит на выходе всех каналов получать одинаковые теплотехнические параметры и, соответственно, иметь минимально необходимый расход теплоносителя через реактор.

Список литературы:

1. *Абрамов, М.А. Авдеев, В.И. Адамов Е.О.* Под общей редакцией Ю.М.Черкашова. Канальный ядерный энергетический реактор РБМК. - М.: ГУП НИКИЭТ, 2006. - 632с.
2. *Ляшенко А.Л.* Математическое моделирование системы с распределенными параметрами на примере активной зоне реактора РМБК-1000 / Ляшенко А.Л., Морева С.Л.Материалы четвертой Международной научной конференции «Системный синтез и прикладная синергетика».-Таганрог.: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2011, с.218-225.
3. *Ляшенко А.Л.* Частотный анализ объектов с распределёнными параметрами с помощью расширенных частотных характеристик/А.Л. Ляшенко// Материалы 6-й научной конференции «Управление и информационные технологии» (УИТ - 2010).СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор», 2010. – С. 65-70.
4. *Першин И.М.* Анализ и синтез систем с распределенными параметрами / И.М. Першин. – Пятигорск: Рекламно-информационное агентство на КМВ, 2007. – 244с.

Мартиросян Карина Владиковна, Мартиросян Александр Витальевич

Северо-Кавказский федеральный университет, филиал в г. Пятигорске

ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛЬНОГО ПЛАСТА МЕСТОРОЖДЕНИЯ МИНЕРАЛЬНЫХ ВОД

Аннотация: В работе рассматриваются элементы синтеза распределенного регулятора для месторождений минеральных вод. Выполнено построение математической модели водоносного пласта месторождения минеральных вод. Рассмотрено уравнение геофильтрации, определены параметры уравнения, соответствующие модельному пласту. Для задачи водоотбора сформулированы начальные и граничные условия. Показано, как моделируется входное воздействие, соответствующее работе обобщенной системы скважин, предложена модифицированная форма входного воздействия, позволяющая получить более достоверную физическую картину водоотбора. Исследованы косинусоидальная и синусоидальная формы функции входного воздействия, показано, что для обеих форм модель является пространственно-инвариантной. Получены закономерности, позволяющие задавать эффективные параметры модели. Результаты исследования являются основой построения распределенного регулятора для реальных месторождений минеральных вод.

Ключевые слова: распределенный регулятор, распределенная система управления, передаточная функция, управление дебитом месторождений минеральных вод.

Martirosyan K.V., Martirosyan A.V.

TRANSFER FUNCTION OF THE DISTRIBUTED CONTROL SYSTEM FOR THE MODEL AQUIFER OF THE MINERAL WATER FIELD

Abstract: In this work the elements of the distributed controller synthesis for the mineral water fields are considered. The development of mineral water field's aquifer's mathematical model is executed. The geofiltration equation is considered, the parameters of the equation which are conformed to the model aquifer are determined. For the water intake task the initial and boundary conditions are formulated. It is shown how the input action corresponding to the work of generalized system of wells is modeled, the modified form of the input action, allows to receive more reliable physical picture of water intake is offered. Cosinusoidal and sinusoidal forms of the input action function are investigated, it is shown that for both forms the model is spatial and invariant. The regularities, allowing the setting of the model's effective parameters are received. Results of research are a basis for the development of the distributed controller synthesis for the real mineral water fields.

Keywords: distributed controller, distributed control systems, transfer function, mineral water field's rate of flow control.

Введение

В современном мире остро стоит проблема рационального недропользования. Одним из аспектов данной проблемы является сохранение и организация рациональной добычи минеральных вод [11]. Решение данной проблемы является наиболее важным для регионов, обладающих большими объемами гидроминеральных ресурсов. Одним из таких регионов являются Кавказские Минеральные Воды, отличающиеся разнообразием типов минеральных вод. Нерациональная эксплуатация месторождений этого региона может привести ухудшению

качественного состава источников и, в некоторых случаях, к их полному исчезновению [10]. Проблема обеспечения сохранности гидроминеральной базы требует применения современного математического аппарата и внедрения систем управления процессами добычи [7]. Для того, чтобы смоделировать картину сбалансированной добычи гидроминеральных ресурсов комплексно для всего региона Кавказские Минеральные Воды, необходима разработка распределенной системы управления дебитом месторождений.

Как и все реальные объекты управления, месторождения минеральных вод характеризуются определенной пространственной протяженностью, что приводит к необходимости рассматривать их как распределенную систему. Особенностью данного класса систем является пространственная распределенность управляемых величин и управляющих воздействий, которые описываются дифференциальными уравнениями в частных производных и иными сложными математическими соотношениями [8].

Частотный метод синтеза регулятора

Несмотря на длительное время изучения задач управления, задача синтеза регулятора распределенных систем является актуальной для ряда предметных областей, к числу которых относится и управление месторождениями минеральных вод. Одним из наиболее эффективных методов разработки систем управления является метод частотного синтеза регулятора. Частотный метод синтеза распределенных систем позволяет синтезировать распределенный регулятор, передаточная функция которого описывается оператором, содержащим частные производные. Входные воздействия в распределенный регулятор и объект реализуются в виде дискретной по пространству функции, а значения функции выхода распределенного объекта измеряются в конечном числе точек, что обуславливает матричное представление передаточных функций распределенного регулятора и объекта.

В настоящее время частотный метод синтеза получил широкое распространение и применяется в разных научных областях. Предлагается рассмотреть его применение для синтеза регулятора для распределенной системы управления гидролитосферным объектом. Наиболее полные исследования в данной области принадлежат Першину И.М. и Малкову В.А. [4]. Данный метод был применен для синтеза регулятора применительно к месторождениям минеральных вод региона КМВ (Кисловодское и Георгиевское месторождения). Получены результаты, доказывающие возможность использования данной методики для управления месторождениями минеральных вод.

Геофильтрационная модель месторождения минеральных вод

В настоящей работе поставлена задача разработки системы управления дебитом месторождения минеральных вод. В качестве объекта управления рассматривается модельный пласт месторождения. Модельный пласт является водоносным и характеризуется рядом физических и геометрических параметров, указанных ниже. Необходимо построить математическую модель, описывающую распределение воды в данном модельном пласте месторождения [13].

На практике строение моделируемого объекта может быть сложным для моделирования. В качестве примера предлагается рассмотреть упрощенную схему сегмента Нагутского месторождения (рис.1). Даже в таком упрощенном варианте показанная схема требует длительных расчетов.

Также важной задачей является параметрическое обеспечение модели. Геологические объекты - это системы с распределенными параметрами, и обоснование пространственного распределения гидродинамических параметров является ответственной задачей. Наиболее употребительными схемами неоднородности являются:

- однородный (квазиоднородный) пласт: распределение параметров хаотично, но их амплитуда меняется несущественно;

- упорядоченно-неоднородный: при существенной амплитуде значений и закономерном распределении в пространстве;
- существенно неоднородный: значительный хаотичный разброс параметров.

Конечно, при формировании модели предварительная информация о фильтрационных свойствах среды имеется. Она определяется на основе полевых опытно-фильтрационных работ, которые проводятся в процессе геологического изучения объекта, однако это точечные оценки, которые не всегда совпадают со средними значениями, характеризующими процессы геофильтрации. В этой связи очень важно располагать методикой верификации, позволяющей производить корректировку параметров модели. Таким образом, информацию о режимах эксплуатации объекта за прошедшие периоды воспроизводят на модели и с помощью специальных приемов вводят корректировку параметров, обеспечивая максимальную сходимость фактических и модельных данных [5].

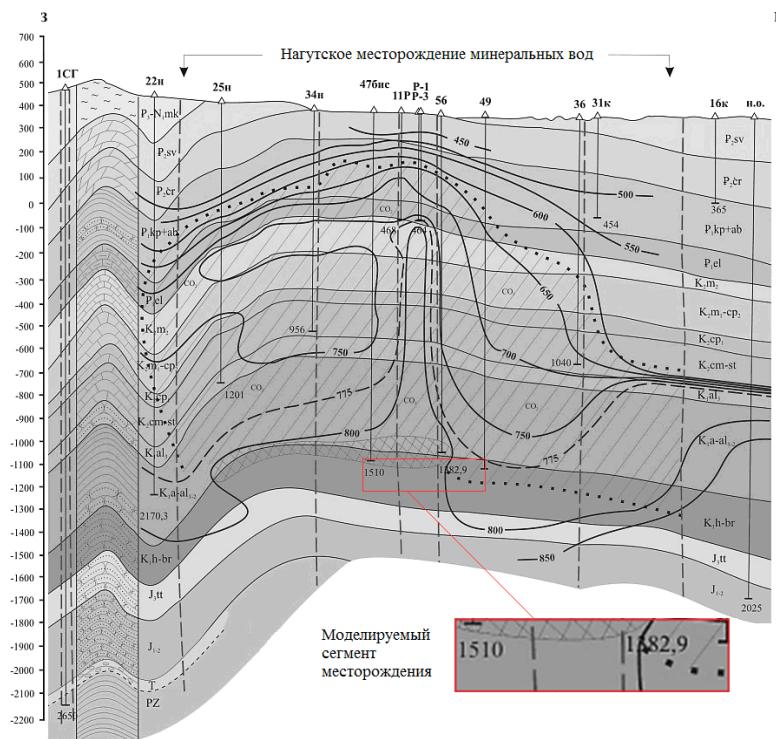


Рис. 1. – Разрез Нагутского месторождения

Для моделирования процессов, проходящих в месторождениях минеральных вод, используется геофильтрационная модель. Параметры геофильтрационной модели описывают эксплуатационные данные скважин (месторождений) и динамические характеристики пластовых процессов. Исходными данными для моделирования являются данные о количестве пластов и их емкостных параметрах, данные о проницаемости и внутрипластовом давлении, а также промысловые (эксплуатационные) данные.

Математическая модель водоносного пласта месторождения

Для моделирования был выбран сегмент одного из водоносных пластов месторождения. Конструктивные параметры данного пласта позволяют произвести достаточно точное моделирование [15]. Рассмотрим модельный пласт, окруженный условно водонепроницаемыми пластами на границах $z = 0, z = L_z$. Размеры пласта обозначим L_x, L_y, L_z . Ниже представлено изображение модельного пласта:

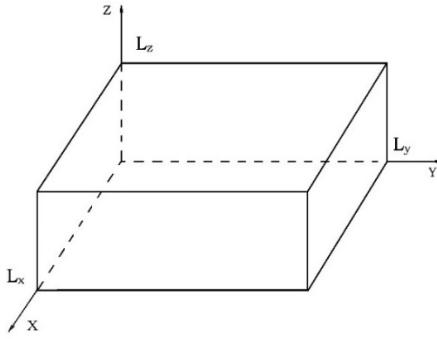


Рис. 2. – Модельный пласт месторождения

Для модельного пласта установлены следующие размеры: $L_x = 1000$ м, $L_y = 1000$ м, $L_z = 300$ м.

Водоносный пласт характеризуется рядом физических параметров. Для данного исследования важными являются коэффициент фильтрации и коэффициент упругоемкости породы.

Коэффициент фильтрации k играет в математической модели важную роль, так как он количественно характеризует водопроницаемость пород. Он зависит от геометрии порового пространства и от гидродинамических свойств фильтрующейся жидкости (плотности и вязкости). Размерность коэффициента фильтрации - метр в сутки (м/сут) [6]. Точное значение коэффициента фильтрации находится методами проведения опытно-фильтрационных работ. Данный коэффициент может быть выражен как отношение скорости фильтрации к гидравлическому градиенту (уравнение Дарси):

$$v = \frac{Q}{F} = k \cdot I \Rightarrow k = \frac{v}{I} \quad (1)$$

v — скорость фильтрации (м/сут);

I — гидравлический градиент (безразмерная величина);

Q — расход воды ($\text{м}^3/\text{сут}$);

F — площадь поперечного сечения (м^2).

Если в уравнении (1) принять $F = 1$, $I = 1$ то $Q = k$. Следовательно, коэффициент фильтрации может быть выражен как количество воды, проходящее в единицу времени через площадь поперечного сечения пористой среды, равную единице, при напорном градиенте, также равном единице [2].

Коэффициент упругоемкости η^* представляет собой изменение объема жидкости в единице объема породы при единичном измерении напора. Размерность данного коэффициента м^{-1} . В зависимости от породы данный коэффициент может принимать значения от 10^{-5} до 10^{-3} (м^{-1}) [3].

Геофильтрационное уравнение для рассматриваемого водоносного пласта может быть записано в виде:

$$\eta^* \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial S}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial S}{\partial z} \right) - F_x \cdot \frac{\partial S}{\partial x} - \hat{S}(t) \cdot \delta(x, y, z), \quad (2)$$

где η^* - упругоемкость породы, ($1/\text{м}$); k_x, k_y, k_z - коэффициенты фильтрации по соответствующим координатам, ($\text{м}/\text{сут}$); F_x - скорость движения воды в пласте ($\text{м}/\text{сут}$); $S(x, y, z, t)$ - понижение уровня воды в пласте вследствие водоотбора (забор воды); $\hat{S}(t)$ - управляющее воздействие на объект управления, приложенное в точках дискретизации. В этих точках $\delta(x, y, z) = 1$. В остальных точках $\delta(x, y, z) = 0$.

Для решения дифференциального уравнения необходимо добавить начальные и граничные условия.

Начальное условие заключается в задании искомой функции во всей области в некоторый момент времени, принимаемый за начальный. Начальные условия имеют две постановки:

1. $t = 0, Q = 0, S = 0.$
 2. $t = 0, Q = 0, H = H_{cm}.$
- (3)

Q - дебит скважины, м/сут.

S - понижение уровня, м.

H - напор в водоносном горизонте, м.

В первом случае естественная пьезометрическая поверхность уровня подземных вод рассматривается как нулевая, расчеты ведутся в понижениях, и после завершения вычислений, полученные срезки уровня даются в виде схемы распределения понижений или накладываются на статическую поверхность, в результате чего получается искомая схема распределения динамических уровней. Эта постановка встречается наиболее часто. Она проста, не требует знания начального распределения естественных напоров, объем вычислений здесь минимален. Может быть, для целого ряда задач она вполне приемлема, однако при изучении процессов миграции, массопереноса, задач экологического плана, необходимо иметь решение не в понижениях, а в напорах [4].

Во второй постановке, когда на модели задается начальное распределение статической поверхности, и расчет ведется не в понижениях, а в напорах.

Начальные условия для модельного пласта сформулированы в следующем виде:

$$\begin{aligned} S(x, y, z, 0) &= 0; \\ 0 \leq x \leq L_x, \quad 0 \leq y \leq L_y, \quad 0 \leq z \leq L_z; \\ t &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Далее задаются граничные условия, которые представляются в математической форме и характеризуют принятый для расчетов закон изменения уровней расхода потока на границах выбранной области. Границы могут быть как проницаемыми (место сообщения пласта с источником воды), так и непроницаемыми (кровля, подошва пласта). Граничные условия (внутренние и внешние) устанавливаются на основе целого комплекса геологогидрогеологических, геофизических исследований и буровых работ.

Сформулируем граничные условия для модельного пласта. На боковых границах пласта производная от величины S по соответствующим координатам принята нулевой. Граничные условия в отклонениях от установившегося режима для боковых поверхностей $x = 0, x = L_x, y = 0, y = L_y$ могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S(L_x, y, z, t)}{\partial x} &= 0, S(0, y, z, t) = 0; \\ \frac{\partial S(x, 0, z, t)}{\partial y} &= \frac{\partial S(x, L_y, z, t)}{\partial y} = 0; \\ 0 \leq x \leq L_x, \quad 0 \leq y \leq L_y, \quad 0 \leq z \leq L_z; \\ t &\geq 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Граничные условия (5) говорят о неразрывности том, что падение уровня S на границе равно понижению уровня в точке, находящейся рядом с границей [1].

Специфика Нагутского месторождения заключается в отделении каждого водоносного горизонта несколькими водонепроницаемыми, поэтому предлагается принять верхнюю и нижнюю границы рассматриваемого пласта условно водонепроницаемыми. Граничные условия для поверхностей $z = 0, z = L_z$ соответствуют граничным условиям I рода и имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} S(x, y, 0, t) &= S(x, y, L_z, t) = 0, \\ 0 \leq x \leq L_x, \quad 0 \leq y \leq L_y, \quad 0 \leq z \leq L_z; \\ t \geq 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Таким образом, математическая модель, описывающая изменение уровня воды в пласте, представляет собой дифференциальное уравнение (2) с начальными и граничными условиями, которые сформулированы в виде (4) – (6).

Передаточная функция модельного пласта

Моделирование водоносного пласта месторождения позволяет определить передаточную функцию распределенной системы [16]. Для разработки системы управления добычей минеральной воды необходимо определить динамику объекта управления.

Процесс добычи из скважины моделируется функцией входного воздействия $S(x)$ (8). Входным воздействием на систему управления является желаемое понижение уровня. Изменяя расход, управляем понижением уровня в зоне заборных скважин.

Вычислим частотные характеристики объекта управления. Для этого представим входное воздействие $\bar{S}(x, y, z, t)$ (понижение уровня в зоне расположения заборных скважин) в виде:

$$S(x) = \sum_n^{\infty} A_n \cdot \cos(\psi_n \cdot x), \tag{7}$$

где n – номер гармоники ряда Фурье;

A_n – максимальное изменение уровня воды в пласте, м;

ψ_n – пространственная частота (физическая величина, являющаяся аналогом круговой частоты, но заданная в виде функции координаты, рад/м).

Представив ψ_n в виде соотношения $\psi_n = \pi \cdot n / L_x (\eta = \overline{1, \infty})$, получим следующий вид выражения (7):

$$S(x) = \sum_n^{\infty} A_n \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot n \cdot x}{L_x}\right). \tag{8}$$

Таким образом, член ряда может быть записан в виде:

$$S_n(x) = A_n \cos\left(\frac{\pi \cdot n \cdot x}{L_x}\right). \tag{9}$$

Соответственно, первая гармоника ряда имеет вид:

$$S_1(x) = A_1 \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{L_x}\right). \tag{10}$$

Вторая гармоника ряда имеет вид:

$$S_2(x) = A_2 \cos\left(\frac{2\pi \cdot x}{L_x}\right). \tag{11}$$

При подаче входного воздействия в форме (7) на объект, описанный математической моделью (1) – (4), будет получено распределение падения уровня воды в пласте на выходе системы. Для разработки системы управления дебитом необходимо рассчитать передаточную функцию. Установлено [7], что для вычисления передаточной функции можно моделировать реакцию пласта на воздействие одной из гармоник ряда Фурье. Это делается по причине высокой сложности вычислений в случае моделирования входного воздействия в виде ряда Фурье [9].

Кроме того, для того, чтобы для входного воздействия выполнялось условие $S_{ex} \geq 0$, в формулу (7) внесены изменения.

$$S_{ex}(x) = \sum_n^{\infty} A_n \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{\pi \cdot n \cdot x}{L_x}\right) \right). \quad (12)$$

Таким образом, после приложения входного воздействия S_{ex} установившееся на выходе изменение уровня $S_{вых} \geq 0$, что соответствует физической картине процесса. Отметим, что использование косинусоидальной формы входного воздействия дает на выходе знакопеременное понижение уровня, что не соответствует задаче моделирования процесса водоотбора.

Для решения задачи применяются методы вычислительной математики. Дискретизация объекта позволяет получить численное решение для уравнения геофiltрации. В данной задаче модельный пласт разбивается на сегменты. Число точек дискретизации выбрано равным 10 по каждой координате, это позволяет получить приемлемую точность результата при допустимой скорости компьютерной обработки.

На рисунке (3) показаны графические представления $S_{вых} = f(x)$, построенные при приложении входного воздействия в форме первой и второй гармоник ряда (12) для следующих параметров задачи:

- $A = 10$ м (максимальное изменение уровня воды в пласте);
- $k = 0.2$ м/сут (коэффициент фильтрации);
- $\eta = 0.2 \cdot 10^{-6}$ 1/м (коэффициент упругоемкости).

Пьезопроводность пласта $a = k / \eta = 10^6$ м/сут.

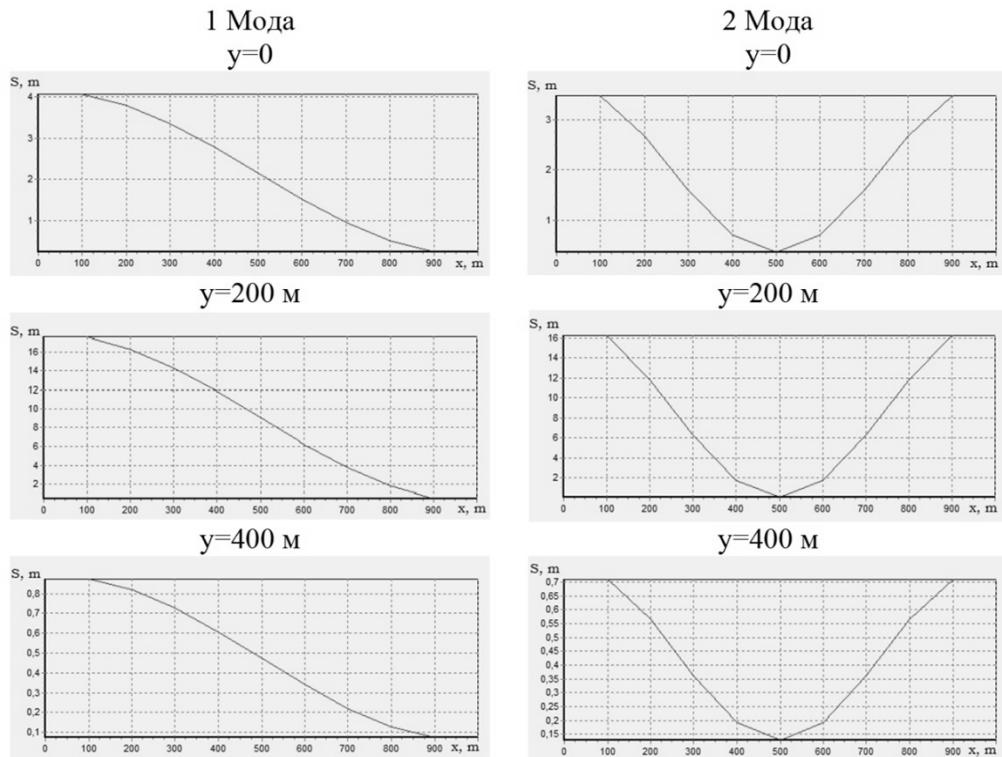


Рис. 3. Распределение $S_{вых} = f(x)$, ($S_{ex} = A(1 + \cos(\psi \cdot x))$)

На рисунке (4) представлено пространственное распределение функции выхода $S_{вых}$.

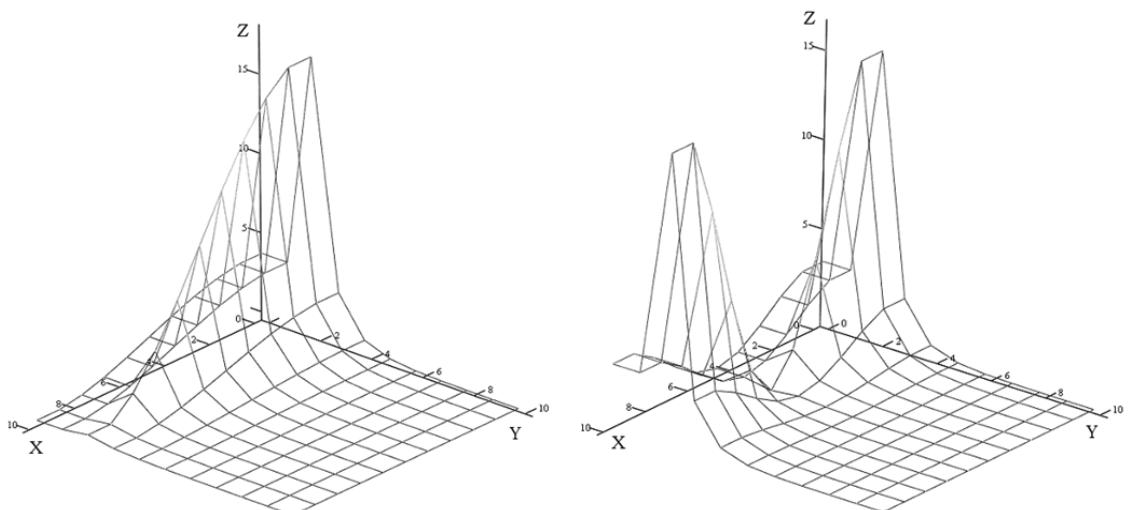


Рис. 4. Пространственное распределение $S_{выx}$

Передаточную функцию объекта будем искать в следующей форме:

$$W = \frac{K}{T \cdot s + 1} \exp(s \cdot \tau), \quad (13)$$

где K - коэффициент передачи системы;

T - постоянная времени;

τ - время запаздывания;

s - оператор Лапласа.

Графоаналитический анализ $S_{выx} = f(t)$ позволяет определить τ , T для выбранных мод модифицированного ряда Фурье [4], рассчитать параметры E_1 , n_1 и записать передаточную функцию для пространственно-усилительного регулятора:

$$W(x, y) = E_1 \cdot \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \cdot \nabla^2 \right] \quad (14)$$

E_1 – общий коэффициент усиления;

x, y – пространственные координаты;

n_1 – весовой коэффициент ($n_1 \geq 1$).

Учитывая указанные изменения, функция входного воздействия S_{ex} принимает следующий вид:

$$S_{ex}(x) = \sum_n^{\infty} A_n \cdot (1 + \sin(\psi_n \cdot x)). \quad (15)$$

Графики $S_{выx} = f(x)$ для синусоидальной формы входного воздействия показаны на рис (5, 6).

Анализ полученных результатов показывает, что при использовании данной формы входного воздействия получены аналогичные результаты: модель является пространственно-инвариантной, значение $S_{выx}$ быстро убывает по мере удаления от линии приложения входного воздействия.

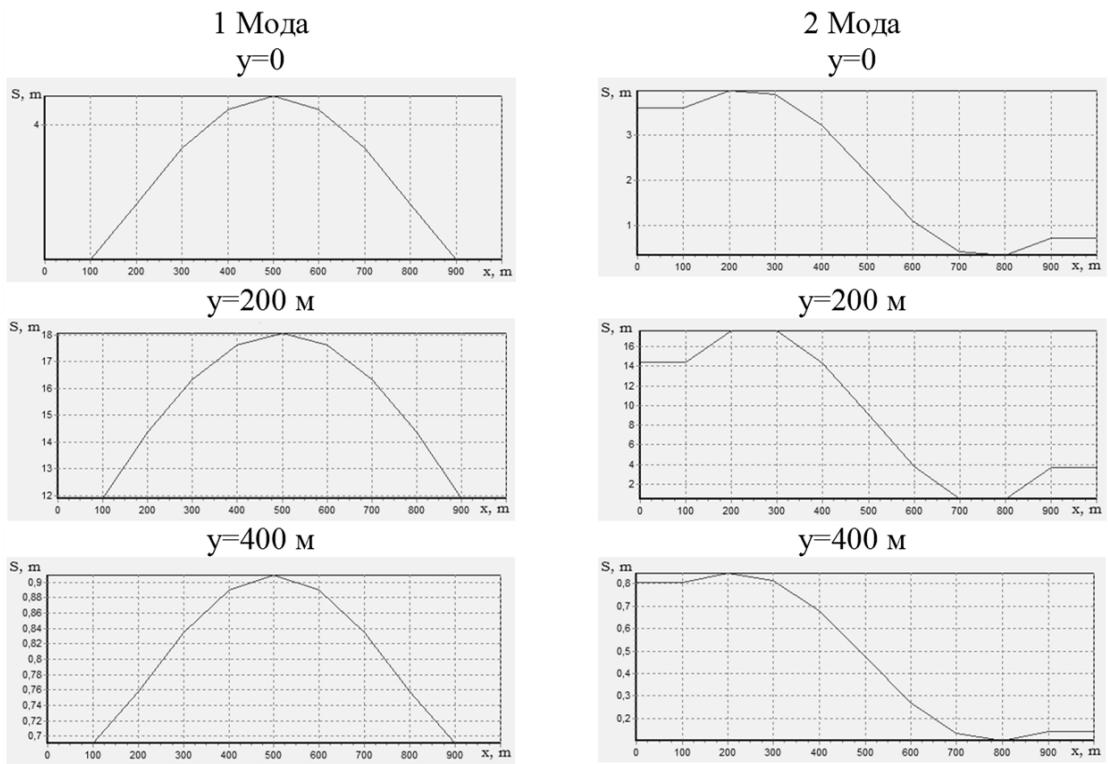


Рис. 5. Распределение $S_{\text{вых}} = f(x)$, ($S_{\text{вых}} = A(1 + \sin(\psi \cdot x))$)

На рисунке (6) представлено пространственное распределение функции выхода $S_{\text{вых}}$.

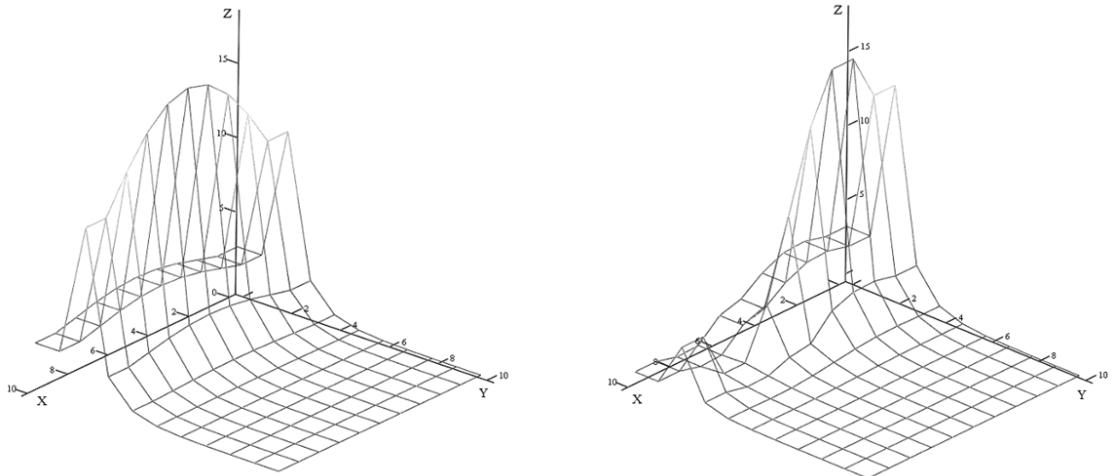


Рис. 6. Пространственное распределение $S_{\text{вых}}$

Максимум, достигаемый $S_{\text{вых}}$ на линии приложения входного воздействия, близок по значению к максимуму $S_{\text{вых}}$:

$$\max(S_{\text{вых}}) = 0.9 \cdot \max(S_{\text{вых}}).$$

Расчет реакции на воздействие гармоник более высоких порядков, по-видимому, не дает существенных изменений в полученных результатах. Тем не менее, дальнейшее изучение поведения распределенного регулятора при их воздействии может выявить неустойчивость модели [12]. На данном этапе исследования изучение результатов воздействия на модельный пласт гармоник высоких порядков не представляется целесообразным.

Выводы

Проведенные исследования и расчеты позволяют сделать ряд выводов.

1. Определить реальную протяженность водоносного горизонта довольно сложно, но, как правило, известны глубина залегания, толщина пласта и его физические параметры (упругоемкость, коэффициент фильтрации). В случае, когда достоверные данные о размерах пласта отсутствуют, можно условно считать $L_{x,y} \geq 3L_z$.

Модельный пример показывает, что данное соотношение обеспечивает приемлемую точность вычислений. Если входное воздействие прилагается в определенных точках (добыча скважины), то с удалением от линии, на которой они расположены, влияние входного воздействия быстро убывает. Это демонстрирует анализ численных значений $S_{\text{вых}}$ и графики. Таким образом, увеличение соотношения между $L_{x,y} \geq 3L_z$ не имеет смысла, так как это приведет к замедлению скорости обработки данных, но не даст качественно новой картины исследования.

2. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что предлагаемая модель может быть использована для разработки системы распределенного управления месторождениями минеральных вод. Необходимо провести дальнейшие расчеты передаточной функции с целью построения распределенного регулятора, для системы управления рассматриваемым процессом. Также необходима калибровка модели, позволяющая использовать данную методику в качестве основы для исследования процесса водоотбора реального месторождения. Отметим, что параметры модельного пласта были выбраны таким образом, чтобы перейти к построению модели Нагутского месторождения Кавказских Минеральных Вод. Нагутское месторождение обладает большими запасами минеральных вод, рациональная эксплуатация которых позволит обеспечить сохранность гидроминеральной базы региона [5].

Минрегионразвития представило в правительство проект концепции развития региона Кавказских Минеральных Вод (КМВ) до 2025 года. Этот документ разработала компания McKinsey. Компания McKinsey [17] проводила оценку курортного региона Кавказские Минеральные Воды. В ходе исследований было установлено, что на курорт, известный своими минеральными источниками и лечебными грязями, ежегодно приезжает 700 тыс. отдыхающих при одновременном пребывании 30 тыс. человек. Это в два раза превышает туристический поток таких известных бальнеологических курортов, как Баден-Баден (334 тыс. в год) и Карловы Вары (262 тыс.).

Но параллельно существует серьезная ресурсная экологическая проблема. Вследствие нерациональной использования гидроминеральных ресурсов региона существующие месторождения могут изменить свой качественный состав, а некоторым месторождениям грозит полное истощение. Кроме того, по некоторым оценкам, около 20% минеральной воды уже загрязнено [14], что налагает дополнительные ограничения на процесс водоотбора. Таким образом, внимательное изучение процесса добычи гидроминеральных ресурсов региона и построение системы управления месторождениями минеральных вод является важной задачей для курортов КМВ.

Список литературы:

1. Атрощенко О.И. Синтез системы управления дебитом водозаборных скважин минеральной воды // Вестник ИГЭУ. – 2008. – № 3. – С. 1-5.
2. Басниев К.С., Власов А.М., Kochina И.Н., Максимов В.М. Подземная гидравлика // М.: Недра. – 1986.
3. Гавич И.К. Гидродинамика // М.: Недра. – 1988. – С. 57-62.
4. Малков А.В., Першин И.М. Синтез распределенных регуляторов для систем управления гидролитосферными процессами // М.: Научный мир – 2007. – С. 235-240.
5. Мартиросян А.В., Мартиросян К.В. Модели обеспечения устойчивых режимов эксплуатации месторождений минеральных вод на при мере Нагутского месторождения //

- Межотраслевой научно-технический журнал «Недропользование - XXI век». – 2014. – № 6а (44). – С. 88-93.
6. Михайлов Л.Е. Гидрогеология // Санкт-Петербург: Гидрометеоиздат. – 1985.
 7. Першин И.М., Малков А.В., Криштал В.А. Построение системы управления параметрами эксплуатации системы добычи минеральной воды в регионе КМВ // Научный журнал «Современная наука и инновации». – 2013. – №1. – С. 7-17.
 8. Рапопорт Э.Я. Анализ и синтез автоматических систем управления с распределенными параметрами. // Москва: Высшая школа. – 2005.
 9. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. // Москва: Высшая школа. – 2003.
 10. Шебзухова Т.А., Киселева Н.Н., Санкин А.В. Развитие туристского кластера СКФО // Научный журнал «Современная наука и инновации». – 2013. – № 1. – С. 17-24.
 11. Янукян Э.Г., Мартиросян К.В., Мартиросян А.В. Разработка модели управления дебитом месторождений минеральных вод с применением сетей Байеса // Фундаментальные исследования. – 2013. – № 11 (6). – С. 1158-1162.
 12. Chernyshev, A.B., K.V. Martirosyan, A.V. Martirosyan. Analysis of the nonlinear distributed control system's sustainability // Journal of Mathematics and Statistics – 2014. – № 10 (3). doi:10.3844/jmssp.2014.316.321
 13. Martirosyan, A.V., K.V. Martirosyan. Modeling of information system "Caucasus Mineral Water's hydromineral resources" // 4th International Scientific and Practical Conference "Science and Society". – SCIEURO. – 2013. – pp: 158-165.
 14. Martirosyan, K.V., A.V. Martirosyan and T.S. Kapylova. The model of mineral water deposits sustainable management using the decision support system // World Applied Sciences Journal – 2013. – № 27(1). doi:10.5829/idosi.wasj.2013.27.01.13599
 15. Pershin, I.M., A.V. Martirosyan, K.V. Martirosyan. Analysis of the Caucasus mineral waters' field's modeling // Modern Applied Science – 2015. – № 9 (1). doi:10.5539/mas.v9n1p204
 16. Yanukyan, E.G., K.V. Martirosyan, A.V. Martirosyan. Methods of complex object's transfer function calculation for distributed control system // Journal of Mathematics and Statistics – 2014. – № 10 (3). doi:10.3844/jmssp.2014.408.413
 17. http://www.mckinsey.com/global_locations/europe_and_middleeast/russia/ru (дата обращения: 12.09.2014)

Першин Иван Митрофанович¹, Кухарова Татьяна Валерьевна²

¹Северо-Кавказский федеральный университет, филиал в г. Пятигорске.

²Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И.Ульянова (Ленина).

ОПИСАНИЕ МНОГОМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЕМ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Рассмотрен пространственно-инвариантный распределенный объект, описываемый дифференциальным уравнением в частных производных. Осуществлено сравнение динамических характеристик непрерывной и дискретной моделей распределенного объекта. В работе показано, что если дискретные аналоги пространственных мод являются собственными векторами передаточной матрицы многомерного объекта, то данный объект может быть описан дифференциальным уравнением в частных производных и является условно пространственно-инвариантным.

Ключевые слова: пространственно-инвариантный объект, пространственная мода, комплексный передаточный коэффициент.

Pershin I. M., Kukharova T. V.

MULTIDIMENSIONAL OBJECTS DESCRIPTION BY DIFFERENTIAL EQUATION IN PARTIAL DERIVATIVES

Considered spatially invariant distributed object described by differential equations in partial derivatives. Carried out a comparison of distributed object continuous and discrete models dynamic characteristics. The paper shows that if the discrete analogs of spatial modes are the eigenvectors of the multidimensional object transfer matrix, the object is conventionally spatially invariant and can be described by the differential equation in partial derivatives.

Keywords: spatially invariant object, spatial mode, complex transfer coefficient.

Поля различной природы и распределенные в пространстве объекты могут быть описаны дифференциальными уравнениями в частных производных. Если известны физические закономерности, определяющие распределенный объект управления, и рассчитанные на основе экспериментальных данных коэффициенты, такое описание позволяет получить информацию о состоянии поля или распределенного объекта в любой его точке. Но на практике закон, описывающий протекающие в объекте процессы, достаточно часто неизвестен, а измерению доступно ограниченное число точек объекта. В таком случае описание осуществляется передаточной матрицей, характеризующей влияние входных воздействий в каждой из точек дискретизации на состояние объекта (управляемые параметры) в каждой из точек, т.е. аналогично описанию многомерного сосредоточенного объекта. В данной работе приводится сравнение частотных характеристик непрерывной и дискретной моделей распределенного объекта, а также рассматривается условие, при котором многомерный сосредоточенный объект может быть описан дифференциальным уравнением в частных производных.

Пусть имеется объект, описываемый дифференциальным уравнением в частных производных:

$$\frac{\partial Y}{\partial \tau} = L \left(Y; \frac{\partial Y}{\partial x}; \dots \frac{\partial^{n_1} Y}{\partial x^{n_1}}; \frac{\partial Y}{\partial y}; \dots \frac{\partial^{n_2} Y}{\partial y^{n_2}}; \frac{\partial Y}{\partial z}; \dots \frac{\partial^{n_3} Y}{\partial z^{n_3}} \right), \quad x, y, z \in V, \quad (1)$$

где $Y(x, y, z, \tau)$ - фазовые переменные; x, y, z - пространственные координаты; τ - время; V - пространство изменения переменных x, y, z ; n_1, n_2, n_3 - заданные целые числа; L - линейный оператор [1].

Границные условия для системы уравнений (1) полагаются однородными и заданы в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{L}_{e,i}[Y(x, y, z, \tau)] &= 0, \quad x, y, z \in \Gamma_{1,i}, \quad (i = \overline{1, n}), \\ \tilde{\tilde{L}}_{e,j} \left[Y_j^* \left(x, y, z, j, \tau \right), U_j(x, y, \tau) \right] &= 0, \quad x, y \in \Gamma_{2,j} \quad (j = \overline{1, m}), \end{aligned}$$

где $\tilde{L}_{e,i}, \tilde{\tilde{L}}_{e,j}, (i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m})$ – линейные операторы; $\Gamma_{1,i}, \Gamma_{2,j}, (i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m})$ – граничные подобласти пространства V ; n, m – заданные числа; $z, j, (j = \overline{1, m})$ фиксированные значения координаты z ; $U_j(x, y, \tau), (j = \overline{1, m})$ входные воздействия [1].

Функциями выхода объекта являются значения фазовых переменных $Y^* \left(x, y, z, \tau \right)$ при

фиксированных значениях $z = z^*$. Разложим входное воздействие в ряд Фурье и, подставив в описывающее объект уравнение, получим передаточные функции объекта по каждой из гармонических составляющих входного воздействия (по каждой моде входного воздействия) [2].

Затем построим дискретную модель объекта, описываемую матрицей передаточных функций, характеризующей влияние входного воздействия в каждой из точек дискретизации на формирование функции выхода в каждой из точек дискретизации. Такое описание распределенного объекта аналогично описанию многомерного сосредоточенного объекта. Осуществим частотный анализ данной модели и перейдем к матрице передаточных функций, характеризующих влияние каждой из входных пространственных мод на каждую моду выхода. Для пространственно-инвариантных объектов данная матрица является диагонально-доминантной.

Т.к. рассматриваемые модели являются описанием одного и того же объекта, ЛАФЧХ диагональных элементов матрицы передаточных функций по пространственным модам будут близки к ЛАФЧХ соответствующих комплексных передаточных коэффициентов.

Модальное представление распределенных объектов широко применяется при синтезе систем управления гидролитосферными объектами и процессами, при управлении тепловыми процессами, исследовании электромагнитных полей [2-8]. Применение данной методики для многомерных систем может позволить синтезировать регуляторы в случаях, когда исходная передаточная матрица объекта не является диагонально-доминантной [9], и более точно описать закономерности, которым подчиняется динамика объекта [10]. Проведенные исследования показывают, что условно пространственно инвариантной является, в частности, основанная на параметрах накожной электропроводности модель динамики психического состояния человека [11-13].

В качестве примера рассмотрим двумерный распределенный пространственно-инвариантный объект, описываемый уравнением в частных производных:

$$\frac{\partial Y}{\partial \tau} = \alpha \cdot \left(\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} \right), \quad (2)$$

где Y – измеряемый и подлежащий регулированию параметр; $\alpha = 0,1$ – коэффициент пропорциональности.

Границные и начальные условия имеют вид:

$$Y(0, z, \tau) = Y(x_L, z, \tau) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial Y(x, z_L, \tau)}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

$$Y(x, 0, \tau) = U(x, \tau), \quad (5)$$

$$Y(x, z, 0) = 0. \quad (6)$$

Примем $x_L = 6$, $z_L = 11$.

Функцией выхода является значения измеряемого параметра в точках $Y\left(x, z = z^*, \tau\right)$, где

z^* – заданное число ($0 < z^* < z_L$). Примем $z^* = 6$.

Разложим входное воздействие $U(x, \tau)$ в ряд Фурье. Учитывая граничные условия (3), входное воздействие может быть представлено в виде:

$$U(x, \tau) = \sum_{\eta=1}^{\infty} C_{\eta}(\tau) \cdot \sin(\psi_{\eta} \cdot x), \text{ где } \psi_{\eta} = \pi \cdot \frac{\eta}{x_L}. \quad (7)$$

Реакцию объекта на каждую составляющую входного воздействия будем искать в виде:

$$Y_{\eta}(x, z, \tau) = H_{\eta}(z, \tau) \cdot \sin(\psi_{\eta} \cdot x), \quad (8)$$

Подставляя (3) в уравнение (2) и преобразуя, придем к следующему результату:

$$\frac{\dot{H}_{\eta}(z, \tau)}{\alpha} + H_{\eta}(z, \tau) \cdot (\psi_{\eta}^2) - \frac{\partial^2 H_{\eta}(z, \tau)}{\partial z^2} = 0, \quad (\eta = \overline{1, \infty}). \quad (9)$$

Преобразуем (4) по Лапласу при нулевых начальных условиях:

$$-\frac{\partial^2 \bar{H}_{\eta}(z, s)}{\partial z^2} + \left(\frac{s}{\alpha} + \psi_{\eta}^2\right) \cdot \bar{H}_{\eta}(z, s) = 0, \quad (\eta = \overline{1, \infty}), \quad (10)$$

где $\bar{H}_{\eta}(z, s)$ – изображение по Лапласу функции $H_{\eta}(z, \tau)$ при нулевых начальных условиях ($\eta = \overline{1, \infty}$).

Решение уравнения (5) можно представить в виде:

$$\bar{H}_{\eta}(z, s) = D_{1,\eta} \cdot \exp(\beta_{\eta} \cdot z) + D_{2,\eta} \cdot \exp(-\beta_{\eta} \cdot z), \quad (\eta = \overline{1, \infty}), \quad (11)$$

$$\text{где } \beta_{\eta} = \left(\frac{s}{\alpha} + \psi_{\eta}^2\right)^{1/2}, \quad (\eta = \overline{1, \infty}).$$

Из граничных условий (4), (5) находим:

$$D_{1,\eta} = D_{2,\eta} \quad (12);$$

$$D_{2,\eta} = \frac{\bar{C}_{\eta}(s)}{\exp(\beta_{\eta} \cdot z_L) + \exp(-\beta_{\eta} \cdot z_L)} \quad (\eta = \overline{1, \infty}), \quad (13)$$

где $\bar{C}_{\eta}(s)$ – изображение по Лапласу функции $C_{\eta}(\tau)$ при нулевых начальных условиях ($\eta = \overline{1, \infty}$).

Рассматривая совместно (11), (12), (13), с учетом (8), получим:

$$\bar{Y}_{\eta}(x, z, s) = \frac{\exp(\beta_{\eta} \cdot z) + \exp(-\beta_{\eta} \cdot z)}{\exp(\beta_{\eta} \cdot z_L) + \exp(-\beta_{\eta} \cdot z_L)} \cdot \bar{C}_{\eta}(s) \cdot \sin(\psi_{\eta} \cdot x), \quad (14)$$

где $\bar{Y}_{\eta}(x, z, s)$ – преобразованная по Лапласу функция $Y_{\eta}(x, z, \tau)$.

Передаточная функция объекта по η ($\eta = \overline{1, \infty}$) моде входного воздействия имеет вид:

$$W_{0,\eta}(s) = \frac{\bar{Y}_\eta \left(x, z = z^*, s \right)}{\bar{C}_\eta(s) \cdot \sin(\psi_\eta \cdot x)} = \frac{\exp\left(\beta_\eta \cdot z^*\right) + \exp\left(-\beta_\eta \cdot z^*\right)}{\exp(\beta_\eta \cdot z_L) + \exp(-\beta_\eta \cdot z_L)}, (\eta = \overline{1, \infty}). \quad (15)$$

Таким образом, рассматриваемый распределенный объект может быть представлено в виде совокупности передаточных функций $W_{0,\eta}(s)$ ($\eta = \overline{1, \infty}$) по пространственным модам.

Найдем модуль и фазу передаточных функций объекта:

$$M(\omega) = \sqrt{\frac{\left(\exp(a(\omega) \cdot z^*) \cdot \cos(b(\omega) \cdot z^*) + \exp(-a(\omega) \cdot z^*) \cdot \cos(-b(\omega) \cdot z^*) \right)^2 + \left(\exp(a(\omega) \cdot z^*) \cdot \sin(b(\omega) \cdot z^*) + \exp(-a(\omega) \cdot z^*) \cdot \sin(-b(\omega) \cdot z^*) \right)^2}{(\exp(a(\omega) \cdot z_L) \cdot \cos(b(\omega) \cdot z_L) + \exp(-a(\omega) \cdot z_L) \cdot \cos(-b(\omega) \cdot z_L))^2 + (\exp(a(\omega) \cdot z_L) \cdot \sin(b(\omega) \cdot z_L) + \exp(-a(\omega) \cdot z_L) \cdot \sin(-b(\omega) \cdot z_L))^2}}$$

$$\phi(\omega) = \arctg \left(\frac{\exp(a(\omega) \cdot z^*) \cdot \sin(b(\omega) \cdot z^*) + \exp(-a(\omega) \cdot z^*) \cdot \sin(-b(\omega) \cdot z^*)}{\exp(a(\omega) \cdot z^*) \cdot \cos(b(\omega) \cdot z^*) + \exp(-a(\omega) \cdot z^*) \cdot \cos(-b(\omega) \cdot z^*)} \right) - \arctg \left(\frac{\exp(a(\omega) \cdot z_L) \cdot \sin(b(\omega) \cdot z_L) + \exp(-a(\omega) \cdot z_L) \cdot \sin(-b(\omega) \cdot z_L)}{\exp(a(\omega) \cdot z_L) \cdot \cos(b(\omega) \cdot z_L) + \exp(-a(\omega) \cdot z_L) \cdot \cos(-b(\omega) \cdot z_L)} \right)$$

где $a(\omega) = \sqrt[4]{\psi^4 + \frac{\omega^2}{\alpha^2}} \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \arctg\left(\frac{\omega}{\alpha \cdot \psi^2}\right)\right)$, $b(\omega) = \sqrt[4]{\psi^4 + \frac{\omega^2}{\alpha^2}} \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \arctg\left(\frac{\omega}{\alpha \cdot \psi^2}\right)\right)$.

Построим амплитудную и фазовую характеристики передаточных функций по пространственным модам (на рис. 1, 2 в качестве примера приведены частотные характеристики по первой пространственной моде).

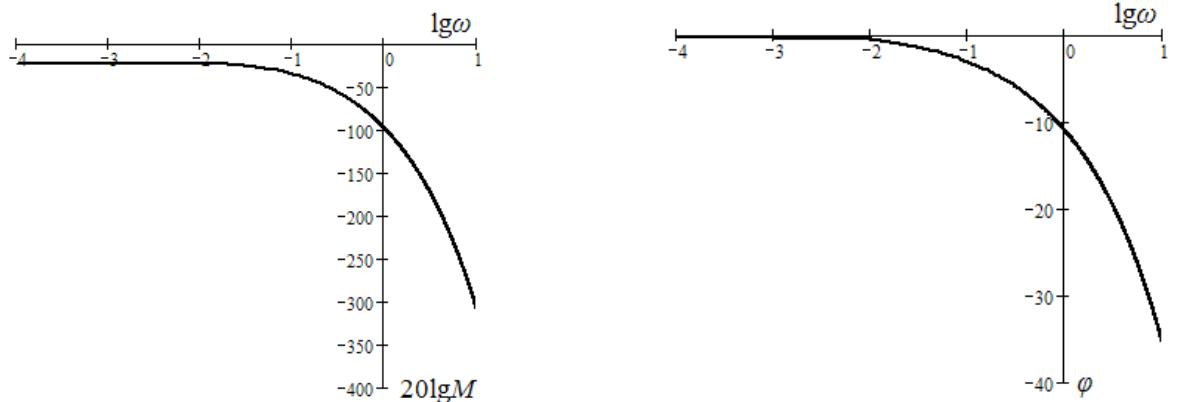


Рис. 1. ЛАЧХ передаточной функции объекта по 1-й пространственной моде

Рис. 2. ЛФЧХ передаточной функции объекта по 1-й пространственной моде

Построим дискретную модель рассматриваемого объекта. Число точек дискретизации выберем 5 по оси x и 10 по оси z . Параметры Δx и Δy примем равными единице. Точки с координатами $(\Delta x \cdot k; z=0)$ рассмотрим как входы объекта (k – номер точки дискретизации), точки с координатами $(\Delta x \cdot k; z=z^*)$ – как параметры выхода.

Реализуем модель объекта на языке программирования Паскаль. Подадим поочередно на каждый вход единичное входное воздействие. Динамику параметров выхода аппроксимируем как апериодические звенья с чистым запаздыванием. В результате получим матрицу передаточных функций объекта, характеризующую влияние каждого из входных воздействий на каждый выходной параметр:

$$W_1 = \begin{pmatrix} 0.00907205 \cdot w_{ij} & 0.01310254 \cdot w_{ij} & 0.01249946 \cdot w_{ij} & 0.00923515 \cdot w_{ij} & 0.00480862 \cdot w_{ij} \\ 0.01310254 \cdot w_{ij} & 0.02157151 \cdot w_{ij} & 0.02233769 \cdot w_{ij} & 0.01730808 \cdot w_{ij} & 0.00923515 \cdot w_{ij} \\ 0.01249946 \cdot w_{ij} & 0.02233769 \cdot w_{ij} & 0.02638013 \cdot w_{ij} & 0.02233769 \cdot w_{ij} & 0.01249946 \cdot w_{ij} \\ 0.00923515 \cdot w_{ij} & 0.01730808 \cdot w_{ij} & 0.02233769 \cdot w_{ij} & 0.02157151 \cdot w_{ij} & 0.01310254 \cdot w_{ij} \\ 0.00480862 \cdot w_{ij} & 0.00923515 \cdot w_{ij} & 0.01249946 \cdot w_{ij} & 0.01310254 \cdot w_{ij} & 0.00907205 \cdot w_{ij} \end{pmatrix},$$

где $w_{ij} = \frac{1}{T_{ij} \cdot s + 1} \cdot e^{-\tau_{ij}s}$. Коэффициенты $T_{i,j}$ и $\tau_{i,j}$ передаточной матрицы объекта приведены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1. Матрица постоянных времени $T_{i,j}$ апериодических звеньев, аппроксимирующих дискретную модель рассматриваемого объекта

№ входа	№ выхода				
	1	2	3	4	5
1	41	46	48.5	50	51
2	46	47	49	49.5	50
3	48.5	49	50	49	48.5
4	50	49.5	49	47	46
5	51	50	48.5	46	41

Таблица 2. Матрица параметров чистого запаздывания $\tau_{i,j}$ апериодических звеньев, аппроксимирующих дискретную модель рассматриваемого объекта

№ входа	№ выхода				
	1	2	3	4	5
1	10	13	16	19	22
2	13	12	15	18	19
3	16	15	14	15	16
4	19	18	15	12	13
5	22	19	16	13	10

Используя полученную матрицу передаточных функций, реализуем модель дискретного объекта на языке программирования Pascal.

Исследуем дискретную модель рассматриваемого объекта. Подадим на вход дискретные аналоги пяти пространственных мод. Величина воздействия j -й моды на каждый вход (точку дискретизации) определяется по формуле:

$$Q_{ij} = \sin\left(\frac{i \cdot \pi \cdot j}{L}\right), \text{ где } i = \Delta x \cdot k - \text{номер входа.} \quad (16)$$

Реакцию функций выхода в определенные моменты времени (0, 10, 20, 30, 50, 75, 100, 125, 175, 300, 500, 1000 с.) разложим в ряд Фурье по пяти пространственным модам:

$$Y_k(t) = \sum_{j=1}^5 b_j(t) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot j}{L}\right),$$

где k – номер выхода; $b_j(t)$ – коэффициент усиления амплитуды колебаний по j -й пространственной моде в момент времени t .

$$b_j(t) = \frac{2}{L} \sum_{k=1}^5 Y_k(t) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot j}{L}\right). \quad (17)$$

Построим графики динамики коэффициентов усиления по пространственным модам (рис. 3-7):

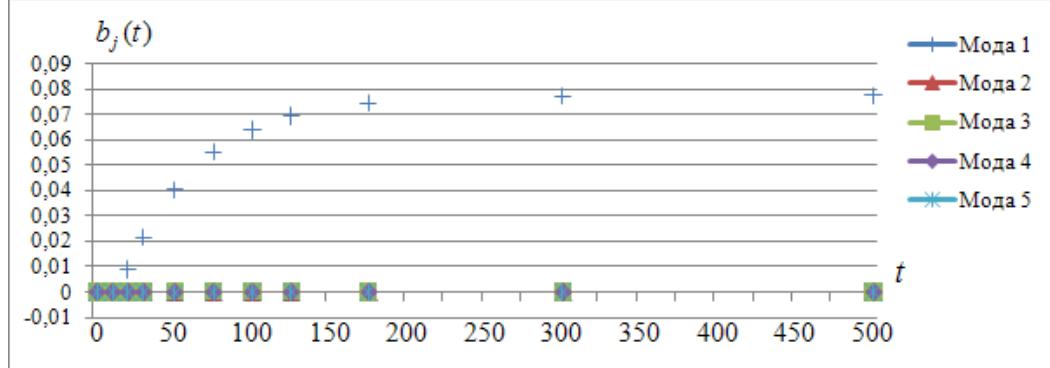


Рис. 3. Динамика коэффициентов усиления по составляющим функцию выхода пространственным модам при подаче на вход 1-й пространственной моды

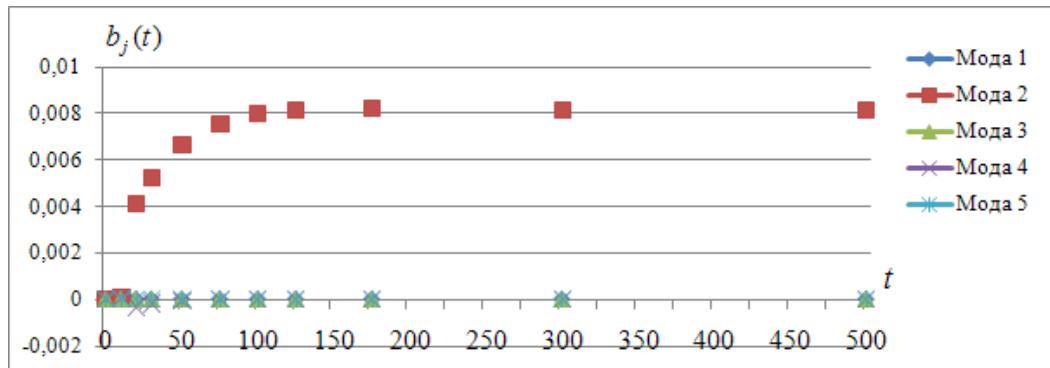


Рис. 4. Динамика коэффициентов усиления по составляющим функцию выхода пространственным модам при подаче на вход 2-й пространственной моды

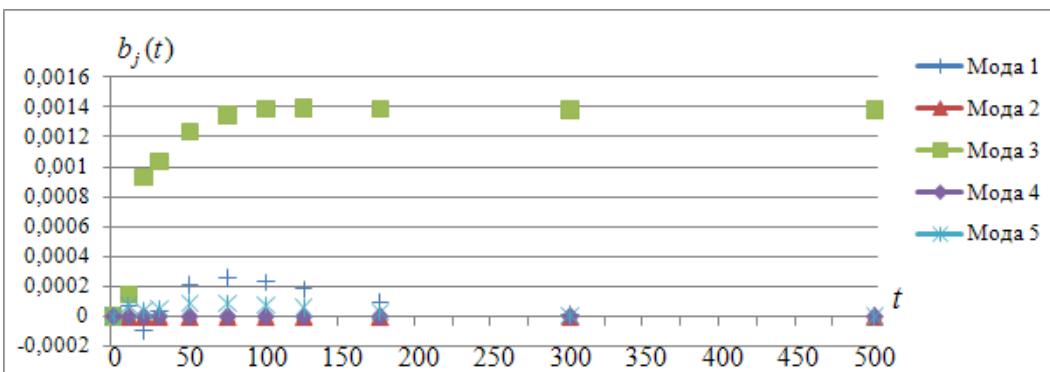


Рис. 5. Динамика коэффициентов усиления по составляющим функцию выхода пространственным модам при подаче на вход 3-й пространственной моды

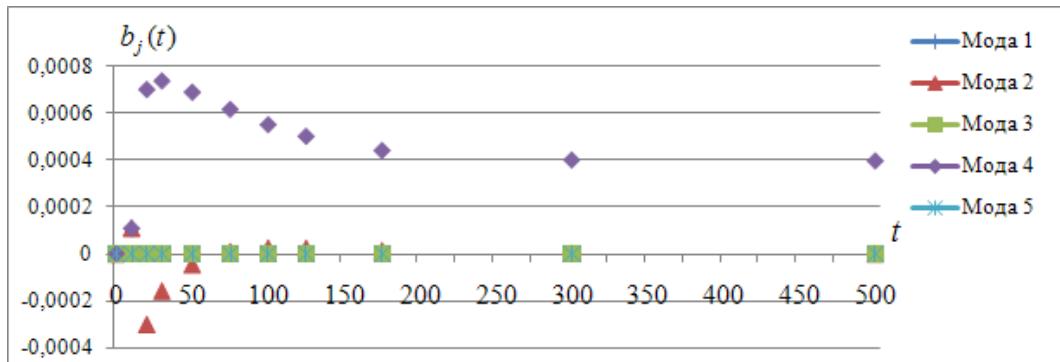


Рис. 6. Динамика коэффициентов усиления по составляющим функцию выхода пространственным модам при подаче на вход 4-й пространственной моды

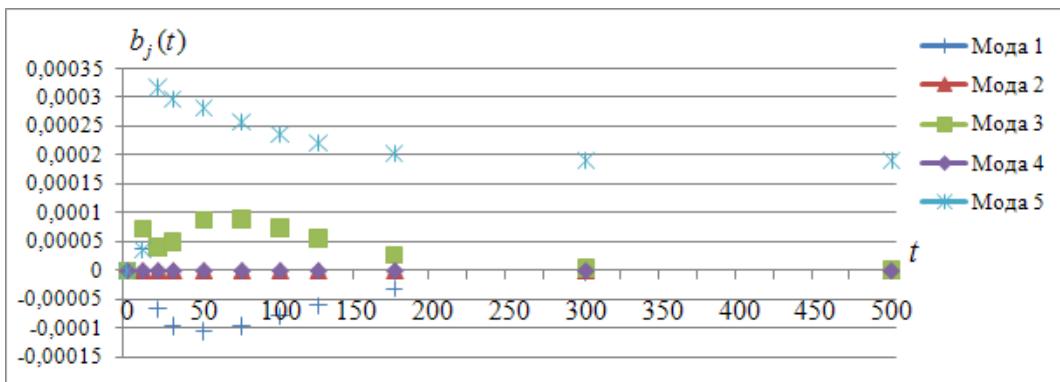


Рис. 7. Динамика коэффициентов усиления по составляющим функцию выхода пространственным модам при подаче на вход 5-й пространственной моды

Матрица передаточных функций по пространственным модам будет иметь вид:

$$\tilde{W}_1 = \begin{pmatrix} 0,077568 \cdot \tilde{w}_{ij} & 1,1 \cdot 10^{-16} \cdot \tilde{w}_{ij} & -3,3 \cdot 10^{-9} \cdot \tilde{w}_{ij} & 5,1 \cdot 10^{-17} \cdot \tilde{w}_{ij} & 1,5 \cdot 10^{-9} \cdot \tilde{w}_{ij} \\ -9,5 \cdot 10^{-18} \cdot \tilde{w}_{ij} & 0,008131 \cdot \tilde{w}_{ij} & 2,3 \cdot 10^{-17} \cdot \tilde{w}_{ij} & -1,5 \cdot 10^{-17} \cdot \tilde{w}_{ij} & 1,4 \cdot 10^{-17} \cdot \tilde{w}_{ij} \\ 8,0 \cdot 10^{-19} \cdot \tilde{w}_{ij} & -3,0 \cdot 10^{-18} \cdot \tilde{w}_{ij} & 0,001381 \cdot \tilde{w}_{ij} & 5,8 \cdot 10^{-18} \cdot \tilde{w}_{ij} & -4,4 \cdot 10^{-18} \cdot \tilde{w}_{ij} \\ -1,4 \cdot 10^{-19} \cdot \tilde{w}_{ij} & 3,6 \cdot 10^{-19} \cdot \tilde{w}_{ij} & -1,1 \cdot 10^{-18} \cdot \tilde{w}_{ij} & 0,000396 \cdot \tilde{w}_{ij} & 2,5 \cdot 10^{-18} \cdot \tilde{w}_{ij} \\ 1,1 \cdot 10^{-6} \cdot \tilde{w}_{ij} & -5,9 \cdot 10^{-20} \cdot \tilde{w}_{ij} & 3,3 \cdot 10^{-9} \cdot \tilde{w}_{ij} & -5,5 \cdot 10^{-19} \cdot \tilde{w}_{ij} & 0,000190 \cdot \tilde{w}_{ij} \end{pmatrix}$$

где \tilde{w}_{ij} – функции от s , характеризующие динамику объекта по j -й составляющей выхода при подаче на вход i -й пространственной моды.

Данная матрица близка к диагонально-доминантной. Аппроксимируем диагональные элементы передаточной матрицы в соответствии с графиками динамики коэффициентов усиления объекта по пространственным модам как апериодические звенья с чистым запаздыванием.

$$\text{Тогда } \tilde{w}_{11} = \frac{1}{59 \cdot s + 1} \cdot e^{-13s}; \quad \tilde{w}_{22} = \frac{1}{20 \cdot s + 1} \cdot e^{-10s}; \quad \tilde{w}_{33} = \frac{1}{11 \cdot s + 1} \cdot e^{-9s};$$

$$\tilde{w}_{44} = \frac{1}{5 \cdot s + 1} \cdot e^{-7s}; \quad \tilde{w}_{55} = \frac{1}{5 \cdot s + 1} \cdot e^{-4s}.$$

Построим частотные характеристики передаточных функций по пространственным модам (на рис. 8, 9 в качестве примера приведены частотные характеристики по первой пространственной моде).

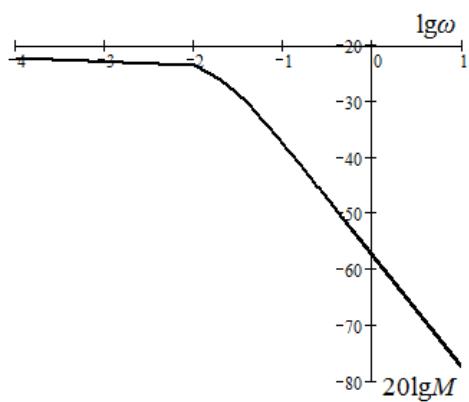


Рис. 8. ЛАЧХ аппроксимированной передаточной функции по первой пространственной моде

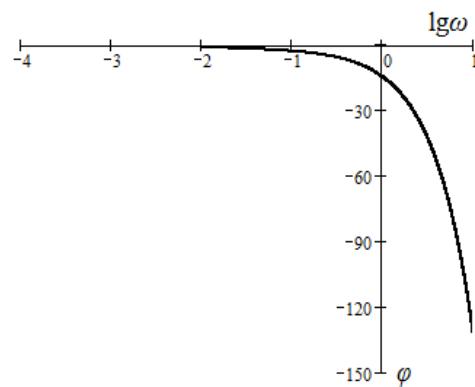


Рис. 9. ЛФЧХ аппроксимированной передаточной функции по первой пространственной моде

Как видно из рис. 1-2 и рис. 8-9 частотные характеристики комплексных передаточных коэффициентов объекта по пространственным модам, полученных при исследовании (частотном анализе) модели объекта, описываемой дифференциальным уравнением в частных производных, близки к частотным характеристикам передаточных функций объекта по пространственным модам, полученным при анализе модели данного объекта, описываемой матрицей передаточных функций по каждой паре вход-выход.

Получено, что динамические характеристики многомерного сосредоточенного объекта совпадают с характеристиками дискретного аналога распределенного объекта. При этом дискретные аналоги пространственных мод являются собственными векторами передаточной матрицы многомерного объекта. В этом случае многомерный объект может быть описан дифференциальным уравнением в частных производных и является условно пространственно-инвариантным, к которому применимы методы синтеза, разработанные для распределенных систем.

Список литературы:

1. Першин И.М. Распределенные системы обработки информации. Пятигорск: РИА-КМВ, 2008. – 146 с.
2. Малков А.В., Першин И.М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. М.: Научный мир, 2012. 476 с.
3. Першин И.М., Веселов Г.Е., Першин М.И. Синтез распределенных систем управления гидролитосферными процессами месторождений минеральных вод // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2014. № 8. С. 123-137.
4. Першин И.М., Малков А.В., Криштал В.А. Построение системы управления параметрами эксплуатации системы добычи минеральной воды в регионе КМВ // Современная наука и инновации. 2013. № 1. С. 17-23.
5. Першин И.М., Малков А.В., Цаплева В.В. Технологическая безопасность эксплуатации гидроминеральных источников // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2012. № 4 (129). С. 25-31.
6. Першин И.М., Малков А.В., Дубогрей В.Ф. Методика синтеза распределенных систем управления режимами эксплуатации месторождений минеральных вод // Известия высших учебных заведений. Геология и разведка. 2012. № 2. С. 76-81.
7. Drovosekova T.I., Zhernosek I.A. Modeling of hydrolithospheric processes from the Caucasian Mineralnye Vody region // In the World of Scientific Discoveries, Series B. 2013. T. 1. № 1. С. 44-52.
8. Ильюшин Ю.В., Первухин Д.А., Першин И.М., Чернышев А.Б. Карбидокремниевый нагревательный элемент с импульсными секционными нагревателями // Патент на полезную модель RUS 132938 06.05.2013.

9. Кухарова Т.В. Система оценки психического состояния человека и моделирование процесса лечения // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2014. № 10 (159). С. 15-24.
10. Боев И.В., Першин И.М., Уткин В.А., Кухарова Т.В., Ковалев Г.Ф., Чалая Е.Н. О возможности применения методов теории управления в решении задач восстановительной медицины // Курортная медицина. 2014. № 3. С. 76-84.
11. Кухарова Т.В. Разработка системы диагностики психического состояния человека // Материалы конференции Информационные технологии в управлении. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор», 2012. С. 612-618.
12. Кухарова Т.В. Управление «фазовым» состоянием человеческого организма // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2012. № 9 (134). С. 31-34.
13. Ягода С.А., Золотарев С.В., Боев О.И., Иванченко В.В., Бакуменко К.И., Адоньева А.Н., Кухарова Т.В. Дифференциация экзогенных, эндогенных и психогенных психических расстройств на основе электродермальной активности // Психическое здоровье. Ежемесячный рецензируемый научно-практический журнал. Изд-во ООО «Гениус Медиа», 2011. №10(65), с. 77-80.

Чернышев Александр Борисович, Антонов Владимир Феохарович.

Северо-Кавказский федеральный университет, филиал в г. Пятигорске.

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ РАЗЛОЖЕНИЯ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ПО ПРОСТРАНСТВЕННЫМ МОДАМ

Аннотация: Рассмотрена возможность обобщения некоторых критериев анализа устойчивости применительно к некоторому классу систем с распределенными параметрами, отличающихся от сосредоточенных систем наличием в их моделях пространственных координат и требующих пространственно-временного управления. Такое обобщение возможно с использованием разложение передаточных функций линейной части в виде совокупности пространственных мод, которые можно рассматривать как независимые условно-сосредоточенные контуры.

Ключевые слова: устойчивость, передаточная функция, распределенная система, структурное представление, обобщенная координата, автоколебания.

Chernyshev A.B., Antonov V.F.

STABILITY ANALYSIS OF DISTRIBUTED SYSTEMS, BASED ON THE DECOMPOSITION OF TRANSFER IN THE FORM OF SPATIAL MODS.

Abstract: The possibility of the synthesis of certain criteria of sustainability analysis with respect to some class of systems with distributed parameters other than those focused on the existence of systems in their spatial data models and space-time control. Such generalization is possible using a decomposition of the linear portion of the transfer function in the form of aggregate spatial mod that can be considered as independent shareware concentrated contours.

Keywords: sustainability, transfer function, distributed system, structural representation, generalized coordinate, self-exciting oscillation.

По сравнению с системами с сосредоточенными параметрами, при реализации систем с распределенными параметрами расширяется класс управляющих воздействий, в их число включаются пространственно-временные управлении, описываемые функциями нескольких аргументов – времени и пространственных координат. Использование теории рядов Фурье позволяет выделить класс распределенных объектов, математические модели которых допускают разложение по собственным вектор-функциям оператора объекта. Используя такое разложение, передаточная функция распределенного объекта может быть представлена в виде совокупности передаточных функций по пространственным модам. Что позволяет говорить о структурном представлении линейной части распределенного объекта [1]. Естественной проблемой такого представления, является проблема адекватности модели реальному объекту, так как на практике используется конечное число слагаемых бесконечного ряда.

Для учета пространственных координат вводится понятие «обобщенная координата» [2]. Смысл введенного понятия рассмотрим на примере усилительного звена. Пусть заданы изображения по Лапласу при нулевых начальных условиях входного воздействия $\alpha(x, y, s)$ и функции выхода $U(x, y, s)$, которые связаны соотношением [167]:

$$U(x, y, s) = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} \alpha(x, y, s) - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \alpha(x, y, s) \right],$$

где E_1 – общий коэффициент усиления (заданное число);

x, y – пространственные координаты;

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} – \text{лапласиан};$$

n_1 – весовой коэффициент ($n_1 \geq 1$).

Передаточная функция распределенного звена определяется соотношением:

$$W(x, y, s) = \frac{U(x, y, s)}{\alpha(x, y, s)},$$

или

$$W(x, y, s) = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right].$$

Для определения статических характеристик пространственно-усилительного звена представим входное воздействие в виде ряда Фурье по пространственным координатам.

$$\alpha(x, y, s) = \sum_{\eta, \gamma=1}^{\infty} \sum_{\xi=1}^4 C_{\eta, \gamma, \xi}(s) B_{\eta, \gamma, \xi}(x, y),$$

где:

$$B_{\eta, \gamma, 1}(x, y) = \cos(\psi_\eta x) \cos(\tilde{\psi}_\gamma y); \quad B_{\eta, \gamma, 2}(x, y) = \sin(\psi_\eta x) \cos(\tilde{\psi}_\gamma y);$$

$$B_{\eta, \gamma, 3}(x, y) = \cos(\psi_\eta x) \sin(\tilde{\psi}_\gamma y); \quad B_{\eta, \gamma, 4}(x, y) = \sin(\psi_\eta x) \sin(\tilde{\psi}_\gamma y).$$

$\xi = \overline{1, 4}$ – набор тригонометрических функций;

η – номер гармоники ряда по переменной x ;

γ – номер гармоники ряда по переменной y ;

$C_{\eta, \gamma, \xi}(s) = q_{\eta, \gamma, \xi} \exp(s)$ – заданные функции;

$$\psi_\eta = \frac{\pi \eta}{l_x}; \quad \tilde{\psi}_\gamma = \frac{\pi \gamma}{l_y},$$

тогда:

$$\frac{\partial^2 B_{\eta, \gamma, \xi}(x, y)}{\partial x^2} = -\psi_\eta^2 B_{\eta, \gamma, \xi}(x, y), \quad \frac{\partial^2 B_{\eta, \gamma, \xi}(x, y)}{\partial y^2} = -\tilde{\psi}_\gamma^2 B_{\eta, \gamma, \xi}(x, y),$$

$$U(x, y, s) = \sum_{\eta, \gamma=1}^{\infty} \sum_{\xi=1}^4 E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} (\psi_\eta^2 + \tilde{\psi}_\gamma^2) \right] C_{\eta, \gamma, \xi}(s) B_{\eta, \gamma, \xi}(x, y).$$

Коэффициент усиления пространственно-усилительного звена по каждой составляющей ряда входного воздействия имеет вид:

$$K_{\eta, \gamma, \xi} = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} (\psi_\eta^2 + \tilde{\psi}_\gamma^2) \right], \quad (\eta, \gamma = \overline{1, \infty}; \xi = \overline{1, 4}).$$

Введем дискретную функцию

$$\tilde{G}(\eta, \gamma) = \psi_\eta^2 + \tilde{\psi}_\gamma^2,$$

или

$$\tilde{G}(\eta, \gamma) = \left(\frac{\pi\eta}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{\pi\gamma}{l_y} \right)^2.$$

Значения функции \tilde{G} зависят не только от номеров разложения в ряд η и γ , по пространственным координатам, но и от геометрических параметров l_x и l_y . При значениях: $\eta = \gamma = 1$ (первая мода):

$$\tilde{G}_1 = \left(\frac{\pi}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{l_y} \right)^2 = \frac{\pi^2(l_y^2 + l_x^2)}{l_x^2 l_y^2},$$

при значениях: $\eta = \gamma = 2$ (вторая мода):

$$\tilde{G}_2 = \left(\frac{2\pi}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{2\pi}{l_y} \right)^2 = \frac{4\pi^2(l_y^2 + l_x^2)}{l_x^2 l_y^2},$$

при значениях: $\eta = \gamma = n$ (n – я мода):

$$\tilde{G}_n = \left(\frac{n\pi}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{l_y} \right)^2 = \frac{n^2 \pi^2 (l_y^2 + l_x^2)}{l_x^2 l_y^2}.$$

При фиксированных геометрических параметрах объекта l_x и l_y значение функции \tilde{G} зависит от квадрата номера пространственной моды.

$$\tilde{G}_n = L^* n^2,$$

где

$$L^* = \frac{\pi^2(l_y^2 + l_x^2)}{l_x^2 l_y^2}.$$

Коэффициент усиления не зависит от ξ , т.е. от набора тригонометрических функций $B_{\eta, \gamma, \xi}(x, y)$ и от заданной функции $C_{\eta, \gamma, \xi}(s)$. Таким образом, передаточная функция пространственно-усилительного звена может быть представлена бесконечной совокупностью коэффициентов усиления. Перейдем от набора функций к функциональной зависимости $K(G)$. Для этого заменим \tilde{G} непрерывной функцией G с областью определения $[0; \infty)$. В этом случае, при изменении G от 0 до ∞ охватятся все дискретные значения \tilde{G} . То есть все дискретные значения функции $\tilde{G}(n)$ будут принадлежать области определения непрерывной функции G .

Тогда выражение (4.3) может быть записано в виде:

$$K(G) = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right], \quad 0 \leq G \leq \infty.$$

Аналогично передаточной функции пространственно-усилительного звена в работах И.М. Першина [2] получены передаточные функции других распределенных звеньев.

Структурное представление распределенных звеньев позволяет исследовать распределенные системы, представляя их как бесконечную совокупность условно-сосредоточенных контуров [3,4]. А также дает возможность представления наглядной геометрической интерпретации. В качестве примера может служить критерий устойчивости Найквиста для пространственно-инвариантных систем со скалярным входным воздействием, описанный в [2] на основе обобщения известного в теории линейных сосредоточенных систем критерия, в результате структурного представления распределенных звеньев и введения понятия обобщенной координаты.

Рассмотрим более подробно обобщение критерия абсолютной устойчивости Попова для систем с распределенными параметрами [5,6]. Достаточно широкое распространение в теории и практике имеет класс нелинейных распределенных систем, в которых возможно

выделение линейной части, как отдельного звена. Для нелинейных систем с сосредоточенными параметрами В.-М. Поповым предложен частотный критерий абсолютной устойчивости, то есть устойчивости системы при любых начальных отклонениях для любой формы нелинейной характеристики, принадлежащей к некоторому определенному классу. Для систем с сосредоточенными параметрами нелинейный элемент задается функцией $z = \varphi(\sigma)$, которая значению $\sigma(t)$ входного сигнала ставит в соответствие значение $z(t)$ выходного сигнала звена: $z(t) = \varphi(\sigma(t))$. Для абсолютной устойчивости положения равновесия нелинейной сосредоточенной системы с устойчивой линейной частью (ЛЧ) достаточно существования действительного значения Q , для которого выполняется условие:

$$\forall \omega \geq 0 : \operatorname{Re}[(1 + j\omega q)W(j\omega)] > -\frac{1}{k};$$

где k – угловой коэффициент прямой, ограничивающей область абсолютной устойчивости, являющийся некоторым предельным параметром нелинейной характеристики $\varphi(\sigma)$, произвольно располагающейся в заданной области.

$$0 \leq \frac{\varphi(\sigma)}{\sigma} \leq k, \text{ при } \sigma \neq 0; \varphi(0) = 0.$$

Частотная характеристика представляется в виде:

$$W(j\omega) = \operatorname{Re}[W(j\omega)] + j \operatorname{Im}[W(j\omega)].$$

Вводится понятие модифицированной амплитудно-фазовой характеристики линейной части (АФХ ЛЧ).

$$W^*(j\omega) = \operatorname{Re}[W^*(j\omega)] + j \operatorname{Im}[W^*(j\omega)],$$

где

$$\operatorname{Re}[W^*(j\omega)] = \operatorname{Re}[W(j\omega)], \operatorname{Im}[W^*(j\omega)] = \omega \operatorname{Im}[W(j\omega)].$$

По значению параметра k определяется точка $-\frac{1}{k}$ на действительной оси комплексной плоскости, через которую проходит прямая Попова: $X - qY + \frac{1}{k} = 0$. Где

$$X = \operatorname{Re}[W(j\omega)], Y = \omega \operatorname{Im}[W(j\omega)], W^*(j\omega) = X + jY.$$

При выборе параметра k в качестве границы сектора, содержащего нелинейную характеристику, желательно найти наименьший из возможных. Это позволит увеличить запас устойчивости системы. В системах с распределенными параметрами входной сигнал может зависеть не только от времени, но и от пространственных координат. Пусть нелинейный элемент задается функцией $z = \varphi(\sigma)$, которая значению $\sigma(x, y, t)$ входного сигнала ставит в соответствие значение $z(x, y, t)$ выходного сигнала звена, т.е. $z(x, y, t) = \varphi(\sigma(x, y, t))$. Рассмотрим передаточную функцию W для объекта с распределенными параметрами, математическая модель которого имеет вид:

$$\frac{\partial Q(x, t)}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 Q(x, t)}{\partial x^2} = f(x, t);$$

$$Q(x, 0) = Q_0(x); Q(0, t) = q_1(t); Q(l, t) = q_2(t); 0 \leq x \leq l; t \geq 0; a > 0.$$

$$W(x, \xi, p) = \frac{\frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi n}{l} x \sin \frac{\pi n}{l} \xi}{p + \left(\frac{a \pi n}{l} \right)^2}.$$

Передаточная функция по каждому контуру пространственно-инвариантной системы может быть представлена в виде:

$$W_n(p) = \frac{\frac{2l}{n^2 a^2 \pi^2} \sin \frac{\pi n}{l} x \sin \frac{\pi n}{l} \xi}{\frac{l^2}{n^2 a^2 \pi^2} p + 1}, \quad \psi_n = \frac{\pi n}{l}, \quad W_n(p) = \frac{\frac{2}{la^2 \psi_n^2} \sin(\psi_n x) \sin(\psi_n \xi)}{\frac{p}{a^2 \psi_n^2} + 1};$$

заменяя $p = j\omega$, получим комплексный передаточный коэффициент по n -ой ($n = \overline{1, \infty}$) составляющей входного воздействия.

$$W_n(j\omega) = \frac{\frac{2}{la^2 \psi_n^2} \sin(\psi_n x) \sin(\psi_n \xi)}{j\omega \frac{1}{a^2 \psi_n^2} + 1};$$

Выделяя действительную и мнимую части, получим:

$$\operatorname{Re}[W(j\omega)] = \frac{\frac{2}{l} \sin(\psi_n x) \sin(\psi_n \xi)}{a^2 \psi_n^2 + \omega^2}; \quad \operatorname{Im}[W(j\omega)] = -j \frac{\frac{2\omega}{la^2 \psi_n^2} \sin(\psi_n x) \sin(\psi_n \xi)}{a^2 \psi_n^2 + \omega^2}.$$

Обозначим: $X = \operatorname{Re}[W(j\omega)]$, $Y = \omega \operatorname{Im}[W(j\omega)]$, тогда $X - qY + \frac{1}{k} = 0$ – уравнение прямой в прямоугольной системе координат OXY .

Применим к системам с распределенными параметрами, рассмотрим коэффициент k , как коэффициент усиления пространственно-усилительного звена.

$$K(G) = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right], \quad 0 \leq G \leq \infty.$$

Тогда уравнение прямой, ограничивающей сектор нелинейности сверху, для каждого контура можно записать в виде:

$$z_n = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G_n \right] \cdot \sigma_n,$$

где n – номер контура.

Уравнение поверхности, ограничивающей область нелинейности, выраженное через частные производные, может быть записано в виде [7]:

$$\begin{aligned} z &= E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] \cdot \sigma = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right] \cdot \sigma(x, y, t) = \\ &= E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} \sigma(x, y, t) - \frac{1}{n_1} \left(\frac{\partial^2 \sigma(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma(x, y, t)}{\partial y^2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Откуда получим, что если нелинейное входное воздействие не зависит от пространственных координат x, y , то выражение примет вид:

$$z = E_1 \frac{n_1 - 1}{n_1} \cdot \sigma(t), \text{ где } k = E_1 \frac{n_1 - 1}{n_1}.$$

То есть, уравнение прямой $z = k \cdot \sigma(t)$ не зависит от значения обобщенной координаты G . Значение углового коэффициента k зависит от заданного коэффициента усиления E_1 и от весового коэффициента n_1 , подбор которых позволит минимизировать сектор, которому принадлежит нелинейная характеристика. Для каждого значения n получим прямую в системе координат $OXY\tilde{G}$. Угловой коэффициент q для всех прямых не зависит от значения \tilde{G} .

Длина отрезка $\frac{1}{k}$, отсекаемого каждой из прямых по оси OX , так же не зависит от значения \tilde{G} .

Следовательно, все прямые параллельны между собой и находятся на одинаковом расстоянии от оси G , то есть, образуют плоскость в системе координат $OXYG$. При сделанных допущениях, критерий Попова для систем с распределенными параметрами может быть интерпретирован следующим образом:

Для абсолютной устойчивости нелинейной распределенной системы, при условии, что нелинейная характеристика не зависит от пространственных координат, достаточно, чтобы модифицированный пространственный годограф разомкнутой системы лежал справа от плоскости, проходящей через линию $L : \left\{ \omega \operatorname{Im}(W) = 0; \operatorname{Re}(W) = -\frac{1}{k}; G \right\}$, под углом $\alpha = \arctg \frac{1}{q}$ к плоскости $\{\operatorname{Re}(W); G\}$.

В этом случае частотная характеристика каждого контура системы управления будет лежать правее прямой:

$$\operatorname{Re}(W) - q\omega \operatorname{Im}(W) + \frac{1}{k} = 0.$$

Следовательно, каждый контур системы управления будет устойчив, а значит, будет устойчива и вся система. Однако, параметр k – угловой коэффициент прямой, ограничивающей сектор нелинейной характеристики может зависеть от значения обобщенной координаты G . Рассмотрим нелинейную систему с устойчивой линейной частью. Положим, что нелинейный элемент имеет однозначную статическую характеристику. Если входное воздействие задано в виде изображения по Лапласу $\sigma(x, y, s)$, то поверхность, ограничивающая сектор $[0; k]$ сверху будет иметь вид:

$$z = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] \cdot \sigma(x, y, s),$$

где

$$k = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right].$$

Определен вид поверхности, ограничивающей область нелинейности, в зависимости от значений параметров, влияющих на ее форму [8]. При возрастании весового коэффициента n_1 гиперболическая поверхность выпрямляется, при $n_1 = \infty$ представляет собой плоскость. При увеличении общего коэффициента усиления E_1 произойдет увеличение углового коэффициента k для каждого из значений G . Разработан обобщенный критерий абсолютной устойчивости нелинейных распределенных систем управления, указанного класса. Приведена его формулировка и графическая интерпретация.

Пусть выполняются условия:

– Все полюсы передаточной функции линейной части системы имеют отрицательные действительные части (т.е. линейная часть разомкнутой системы устойчива).

– Характеристика нелинейного элемента $z = \phi(\sigma(x, y, t))$ должна принадлежать области ограниченной плоскостью $z = 0$ и поверхностью

$$z = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} \sigma(x, y, t) - \frac{1}{n_1} \left(\frac{\partial^2 \sigma(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma(x, y, t)}{\partial y^2} \right) \right], \text{то есть}$$

$$\phi(0) = 0, 0 \leq \frac{\phi(\sigma(x, y, t))}{\sigma(x, y, t)} \leq E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right], \text{при всех } \sigma(x, y, t) \neq 0.$$

Если входное воздействие задано в виде изображения по Лапласу $\sigma(x, y, s)$, то поверхность, ограничивающая область сверху будет иметь вид: $z = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] \cdot \sigma(x, y, s)$

$$, \quad \phi(0) = 0, \quad 0 \leq \frac{\phi(\sigma(x, y, s))}{\sigma(x, y, s)} \leq E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right], \quad \text{при всех } \sigma(x, y, s) \neq 0, \quad \text{где}$$

$$G = \left(\frac{n\pi}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{l_y} \right)^2 = \frac{n^2 \pi^2 (l_y^2 + l_x^2)}{l_x^2 l_y^2}.$$

– Существует действительное число q такое, что при всех $\omega \in [0; \infty)$ выполняется неравенство

$$\operatorname{Re}[(1 + j\omega q)W(j\omega)] > -\frac{1}{E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right]}.$$

Тогда при любых ограниченных начальных отклонениях от нулевого значения функция $\sigma(x, y, t)$ остается ограниченной при $t > 0$ и $\sigma(x, y, t) \rightarrow 0$, при $t \rightarrow \infty$, т.е. система будет асимптотически устойчивой, так как из ограниченности $\sigma(x, y, t)$ следует, ограниченность $Q(x, y, t)$, а из стремления $\sigma(x, y, t)$ к нулю следует, что $Q(x, y, t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Таким образом, можно дать следующую графическую интерпретацию модифицированного критерия Попова:

Если передаточная функция разомкнутой системы не имеет полюсов, лежащих в правой полуплоскости, тогда для абсолютной устойчивости замкнутой системы достаточно, чтобы модифицированный пространственный годограф не пересекал поверхность,

проходящую через линию $\left\{ \operatorname{Re}(W) = -\frac{1}{E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right]}, \operatorname{Im}(W) = 0 \right\}$ и прямую $\{\operatorname{Re}(W) = 0; \operatorname{Im}(W) = q; G\}.$

Используя разработанную модификацию критерия абсолютной устойчивости нелинейных систем с распределенными параметрами, предложен метод анализа для практического использования и метод синтеза регуляторов нелинейных распределенных систем исследуемого класса [8,9].

Отдельный класс представляют системы с автоколебательными режимами функционирования. В системах с распределенными параметрами характер автоколебаний зависит не только от вида нелинейной характеристики, а также в значительной мере зависит от особенностей дисперсии среды и от граничных условий [10,11]. На практике, при анализе и синтезе систем с распределенными параметрами используют разложение функций на пространственные моды, например, с использованием бесконечного ряда Фурье. При таком представлении появляется возможность воспринимать каждую моду как условно независимый сосредоточенный контур. В некоторых частных случаях спектр возбуждения мод, а также особенности их влияния друг на друга можно принять такими, что при анализе автоколебаний, можно ограничиться описанием системы с помощью одной моды или же их сравнительно небольшого количества. В общем случае автоколебания в резонаторах, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных с соответствующими граничными условиями, невозможно адекватно описать с использованием конечномерной динамической системы. Однако, чаще всего, на практике, например, благодаря наличию прогрессирующей диссипации, или же в результате уменьшения пространственного масштаба пульсации, такое конечномерное описание оказывается

справедливым. Представляется возможным обобщение метода Л.С. Гольдфарба в целях гармонической линеаризации некоторого класса систем с распределенными параметрами. Однако этот вопрос требует дальнейших исследований

В результате структурного представления передаточных функций линейной части распределенных звеньев в виде совокупности пространственных мод и введения понятия обобщенной координаты возможна процедура обобщения некоторых критериев анализа устойчивости, известных из теории систем с сосредоточенными параметрами. Такое представление позволяет решать проблему использования конечного числа слагаемых бесконечного ряда, из которой следует проблема адекватности модели реальному объекту. Описанный выше подход позволяет исследовать устойчивость всей бесконечной совокупности пространственных мод.

Список литературы:

1. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. – М.: Высшая школа, 2003. – 299 с.
2. Першин И.М. Синтез систем с распределенными параметрами. – Пятигорск: Изд-во РИА-КМВ, 2002. – 212 с.
3. Чернышев А.Б., Могилевская Е.В., Гайворонская Н.А. Анализ распределенных объектов, заданных в структурном представлении. // Научное обозрение. – 2014. – № 5. – С. 180-184.
4. Мамедов Р.А. Анализ применения и последствия массированных атак распределенного отказа в обслуживании на сервер со среднестатистической мощностью // Научно-технический вестник Поволжья. – 2014 – №3. – С. 150-157.
5. Чернышев А.Б. Условия применимости частотного критерия абсолютной устойчивости для распределенных систем управления. // Альманах современной науки и образования. – 2008. – № 1 (8). – С. 214-215.
6. Чернышев А.Б. Модифицированный критерий абсолютной устойчивости нелинейных распределенных систем управления. //Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. – 2009. – № 3(151) – С 38-41.
7. Чернышев А.Б. Модифицированный годограф пространственно-aperiodического звена. // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2010. – № 2-1. – С. 159-163.
8. Chernyshev A.B. Challenges of implementing distributed systems with discrete control actions. // Eastern European Scientific Journal: Düsseldorf: Auris Verlag, 2013, (2) – pp. 183-188.
9. Антонов В.Ф., Быстров С.В., Григорьев В.В. Утилизация тепловой энергии при контактной сварке. // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2011. – Т. 54. № 6. – С. 30-36.
10. Ляшенко А.Л. Определение области устойчивости систем с распределенными параметрами методом расширенных частотных характеристик. // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2011. – Т. 3. № 126. – С. 73-76.
11. Ильюшин Ю.В., Кравцова А.Л. Исследование запаса устойчивости систем автоматического управления. // Альманах современной науки и образования. – 2012. – № 1. – С. 26-37.

III. НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И СИСТЕМНЫЙ СИНТЕЗ

УДК 621.9:531.3

*Заковоротный Вилор Лаврентьевич, Губанова Александра Анатольевна,
Лукьянов Александр Дмитриевич, Курская Инна Александровна.*

Донской государственный технический университет (ДГТУ).

АНАЛИЗ ПРИТЯГИВАЮЩИХ МНОЖЕСТВ, ФОРМИРУЕМЫХ В ОКРЕСТНОСТИ СТАЦИОНАРНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ПРИ ФРЕЗЕРОВАНИИ КОНЦЕВЫМИ ФРЕЗАМИ*

Выполнен анализ притягивающих множеств, формируемых в окрестности управляемой стационарной траектории формообразующих движений инструмента относительно обрабатываемой детали при фрезеровании концевыми фрезами. Рассмотрен случай попутного фрезерования боковыми гранями концевых фрез. В отличие от ранее рассмотренных случаев, когда рассматривается проблема устойчивости стационарных траекторий, в статье анализируются притягивающие множества. Показано, что в зависимости от параметров системы и технологических режимов в динамической системе фрезерования могут формироваться притягивающие множества типа орбитально асимптотически устойчивых предельных циклов, инвариантных торов и странных (хаотических) аттракторов. При этом анализируются два принципиально различных случая. Первый – относится к малым скоростям резания, для которого справедлива гипотеза о замороженности коэффициентов в дифференциальных уравнениях динамики. Второй случай относится к большой скорости резания, в котором параметры уравнения в вариациях относительно стационарной траектории состоят из постоянной и периодически изменяющейся составляющих. Значительное внимание в статье уделено анализу бифуркаций притягивающих множеств в параметрическом пространстве. Приводится общий анализ, и даются примеры. Притягивающие множества анализируются под углом зрения их влияния на параметры качества изготовления деталей.

Ключевые слова: процесс фрезерования концевыми фрезами; притягивающие множества; бифуркации; управление; параметры качества изготовления деталей.

V.L. Zakovorotny, A.A. Gubanova, A.D. Lukyanov, I.A. Kurskaja

ANALYSIS OF THE ATTRACTING SETS THAT ARE GENERATED IN A NEIGHBORHOOD OF STATIONARY TRAJECTORIES DURING MILLING END MILLS

The analysis of the attracting sets that are generated in the vicinity of the controlled stationary trajectory shaping movements of the tool relative to the workpiece when milling end cutters. Consider the case of down milling side faces of end mills. Unlike the previously discussed cases, when we consider the stability problem of stationary trajectories, the article analyzes the attracting set. It is shown that depending on the system parameters and technological conditions in the dynamic milling system can be formed which attracts many type orbital asymptotically stable limit cycles, invariant tori, and strange (chaotic) attractors. For these conditions, two fundamentally different cases. The first relates to small speeds for which fair hypothesis icing coefficients in the differential equations

* Статья выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-08-00206)

dynamics. The second case relates to high speed cutting, in which the parameters of the equation in variations relative to the stationary trajectories are composed of constant and periodically varying components. Considerable attention is paid to the analysis of bifurcations of attracting sets in a parameter space. Provides an overview and examples. The attracting sets are analyzed from the perspective of their impact on the parameters of quality of manufactured components.

Keywords: the process of end milling cutters; magnetic sets; bifurcation; management; quality parameters of manufacturing parts.

Введение.

При изучении свойств эволюции и самоорганизации в последние два десятилетия широко используется синергетическая парадигма [1 - 4]. Ее использование для управления сложными нелинейными объектами нашло свое отражение в работах [5 - 8]. При создании систем управления динамической системой резания также используются основы синергетической теории управления [7 - 14]. В этом случае управление, в том числе на основе построения программы ЧПУ, включает определение желаемых траекторий формообразующих движений, соответствующих им траекторий движения исполнительных элементов станка и, наконец, программы ЧПУ. При решении этой задачи принципиально важно знать свойства тех притягивающих множеств, которые самостоятельно образуются в окрестности формообразующих движений инструмента относительно обрабатываемой детали. Необходимо также уметь управлять этими множествами, которые непосредственно влияют на показатели качества формируемой при резании поверхности. Наконец, раскрытие свойств притягивающих множеств, формирующих сигнал вибраакустической эмиссии при резании, открывает новые пути повышения качества информационных моделей для диагностирования процесса обработки [15].

Изучение притягивающих множеств связано с рассмотрением динамической системы резания. Этой предметной области посвящено множество известных исследований [16 - 32]. Из всех процессов наиболее сложным является фрезерование [33 - 46]. Это обусловлено тем, что оно является нестационарным с периодически изменяющимися параметрами длины и толщины срезаемого слоя каждым режущим лезвием фрезы. Поэтому в подвижной системе координат, движение которой определяется траекториями движения исполнительных элементов (например, программой ЧПУ), стационарным установившимся состоянием является не точка равновесия, как это имеет место при точении, а некоторая замкнутая траектория. В связи с этим уравнение динамики, в общем случае, имеет периодически изменяющиеся коэффициенты, а также учитывается влияние запаздывающих аргументов. Рассматривается процесс фрезерования на станках, имеющих до пяти координат управления при обработке деталей, матрицы жесткости которых существенно изменяются вдоль траектории движения инструмента [44 - 46]. В настоящей статье развиваются проанализированные выше исследования для полных нелинейных математических моделей с учетом периодического изменения параметров. В отличие от известных исследований, учитывается несколько источников самовозбуждения системы и связей, обусловленных взаимодействиями передней и задней поверхностей инструмента в обрабатываемой деталью. Кроме этого в статье рассматриваются только свойства притягивающих множеств. Вопросы устойчивости траекторий проанализированы ранее [7, 8]. Здесь можно рассматривать два случая. Первый относится к обработке с малыми частотами вращения шпинделя, когда в системе в пределах импульсной реакции параметры можно считать замороженными. Второй случай относится к обработке с большими частотами вращения инструмента, когда параметры нельзя считать замороженными.

Математическая модель.

Рассмотрим попутное фрезерование боковыми лезвиями прямозубой концевой фрезой недеформируемой заготовки (рис.1). Деформации инструмента рассматриваются в плоскости, нормальной к оси инструмента. Будем считать, что ширина b обрабатываемой заготовки такова, что изгибом фрезы при ее деформировании можно пренебречь. Тогда $b = \text{const}$. Толщина срезаемого слоя определяется $a(\varphi) = a_k(\varphi) - X_1(\varphi)$. Здесь $a_k(\varphi)$ составляющая толщины, зависящая от угла φ поворота фрезы. Она не учитывает упругие деформационные смещения в направлении, нормальном к поверхности резания X_1 , и является периодической функцией угла φ . Введем в рассмотрение понятие стационарной траектории деформационных смещений $X^*(\varphi) = \{X_1^*(\varphi), X_2^*(\varphi)\}^T$. Она характеризует установившиеся упругие деформационные смещения инструмента и является периодической функцией φ с тем же периодом. Если в системе сформировалась стационарная траектория, то для нее справедливо: $a(\varphi) = a(\varphi - i\Delta\varphi)$, $a_k(\varphi) = a_k(\varphi - i\Delta\varphi)$, $X^*(\varphi) = X^*(\varphi - i\Delta\varphi)$, $i = 0, 1, 2, \dots$. Рассматривается случай $\Omega = \text{const}$, где Ω циклическая частота вращения фрезы. Тогда $\varphi = \int_0^t \Omega dt = \Omega t$. Следовательно,

справедливо: $a(t) = a(t - iT)$, $a_k(t) = a_k(t - iT)$, $X^*(t) = X^*(t - iT)$, $i = 0, 1, 2, \dots$. Введем в рассмотрение две системы координат. Первая имеет начало координат в центре фрезы без учета упругих деформационных смещений. В этой системе $X^{(1)} = \{X_1^{(1)}, X_2^{(1)}\}^T \subset \mathbb{N}^{(1)}$ рассматриваются деформации центра фрезы. В частности, при продольном фрезеровании эта система движется по направлению L_2 со скоростью $V_c^{(2)}$ (рис. 1). В общем случае траектория центра вращения фрезы без учета ее упругих деформационных смещений определяется двумя фазовыми траекториями ($V_c^{(1)} = dL_1/dt, L_1$) и ($V_c^{(2)} = dL_2/dt, L_2$). Это программа ЧПУ станка. Вторая система привязана к кинематической траектории движения вершины режущего лезвия. В этой системе рассматриваются деформационные смещения вершины режущего лезвия $X = \{X_1, X_2\}^T \subset \mathbb{N}$. Так как нет деформации режущего лезвия по отношению к телу фрезы, то деформациям вершины режущего лезвия соответствуют деформационные смещения оси фрезы.

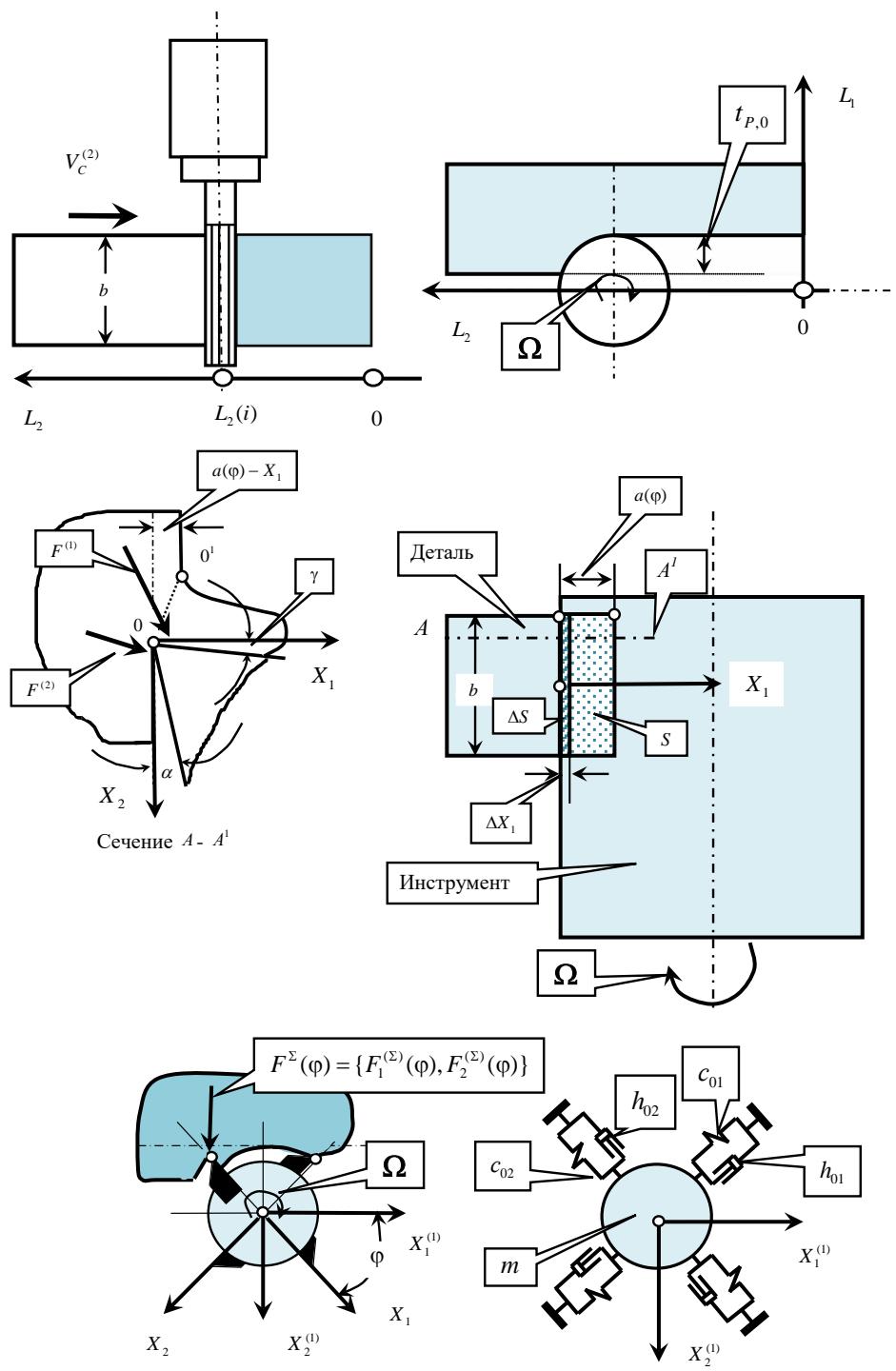


Рис. 1. Схема взаимодействия подсистем инструмента и обрабатываемой заготовки

Связь между этими системами координат определяется

$$X^{(1)} = S^{(1)} X, \quad (1)$$

где $S^{(1)} = \begin{bmatrix} \sin \varphi & \cos \varphi \\ -\cos \varphi & \sin \varphi \end{bmatrix}$, а также

$$X = SX^{(1)}, \quad (2)$$

где $S = \begin{bmatrix} \sin \varphi & -\cos \varphi \\ \cos \varphi & \sin \varphi \end{bmatrix}$. Так как $\Omega = \text{const}$, то операторы $S(\Omega t)$ и $S^{(1)}(\Omega t)$ есть периодические функции времени. При рассмотрении системы в пространстве \mathbb{N} фрезерование имеет свойства, аналогичные точению, но обработка ведется с периодически изменяющейся толщиной срезаемого слоя. Пусть в этом пространстве заданы силы, действующие на режущее лезвие. Тогда деформационные смещения в пространстве \mathbb{N} определяются из системы

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} + h \frac{dX}{dt} + cX = F^\Sigma(t), \quad (3)$$

где $m = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$, $h = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} \\ h_{1,2} & h_{2,2} \end{bmatrix}$, $c = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} \end{bmatrix}$ - матрицы инерционных, диссипативных и

упругих коэффициентов инструмента; $F^\Sigma(t) = \{F_1^{(\Sigma)}(t), F_2^{(\Sigma)}(t)\}^T$. Параметры m , h и c можно определить по правилам, изложенным, например, в [7, 8, 47 - 49]. При полной симметрии инструмента матрицы h , c не только симметричны, но и диагональные [50]. Кроме этого они имеют равные коэффициенты, и они не изменяются при переходе от пространства \mathbb{N} к $\mathbb{N}^{(1)}$.

Использование синергетического подхода требует выяснения законов взаимодействия системы со средой [3 - 7]. В нашем случае - процессом резания. Поэтому необходимо силы резания представить в координатах состояния. Они определяются суммой сил, действующих на переднюю $F^{(1)}$ и на заднюю $F^{(2)}$ грани инструмента, то есть $F^\Sigma = F^{(1)} + F^{(2)}$ (рис.1). Следуя [7, 8, 47 - 49], можно утверждать: силы возрастают при увеличении площади срезаемого слоя; имеет место запаздывание между изменениями площади и вариациями сил; при увеличении скорости резания наблюдается уменьшение сил, которое в скоростном диапазоне (40-180) м/мин можно считать экспоненциальным. Сила $F^{(2)}$ резко увеличивается при увеличении скорости движения инструмента в сторону заготовки. Зависимость этой силы от колебательной скорости характеризует нелинейное демпфирование колебаний инструмента. Кроме этого используется гипотеза о неизменности ориентации сил в установившемся состоянии. Она определяется для силы $F^{(1)}$ угловыми коэффициентами χ_1 и χ_2 . Для силы $F^{(2)}$ - $\chi_1^{(1)}$ и $\chi_2^{(1)}$. Этим свойствам соответствуют следующие представления сил $F^\Sigma(t) = \{F_1^{(\Sigma)}(t), F_2^{(\Sigma)}(t)\}^T$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1^{(\Sigma)}(X_1, X_2) = \chi_1 \rho_0 [1 + \mu \exp(-\alpha_1 (V - \frac{dX_2}{dt}))] \cdot b \cdot [a_k(t) - Y_1] + \chi_1^{(1)} F^{(0)} \cdot \exp[-\alpha_2 dX_1 / dt]; \\ F_2^{(\Sigma)}(X_1, X_2) = \chi_2 \rho_0 [1 + \mu \exp(-\alpha_1 (V - \frac{dX_2}{dt}))] \cdot b \cdot [a_k(t) - Y_2] + \chi_2^{(1)} F^{(0)} \cdot \exp[-\alpha_2 dX_1 / dt]; \\ T_1 \frac{dY_1}{dt} + Y_1 = X_1; \\ T_2 \frac{dY_2}{dt} + Y_2 = X_1, \end{array} \right. \quad (4)$$

где T_1 , T_2 – постоянные времени, моделирующие запаздывание сил по отношению к смещениям в $[c]$, причем, $T_2 > T_1$ (таким образом, учитывается фазовый сдвиг между вариациями сил в направлениях X_1, X_2); ρ_0 – давление стружки на переднюю грань инструмента в $[\text{кг}/\text{мм}^2]$ (в области малых скоростей давление стремится к координате

$\rho_0(1+\mu)$, а в области высоких – к координате ρ_0); $F_1^{(0)}$ – сила, действующая на заднюю грань инструмента в состоянии равновесия [кг]; α_1, α_2 – параметры, определяющие крутизну изменения сил в [$\text{с} / \text{мм}$]; V – скорость резания. Модель (3), дополненная (4), является моделью динамической системы фрезерования прямозубыми концевыми фрезами, обработка которой ведется без перекрытия контактов зубьями фрезы.

Бифуркации динамической системы отсутствии параметрического самовозбуждения.

При малой скорости резания изменениями параметров системы (3) с учетом (4) в пределах импульсной реакции можно пренебречь и рассматривать систему с замороженными коэффициентами [51]. В этом случае необходимо анализировать свойства системы для $a_k \in (a_k^{(1)}, a_k^{(2)})$ [52, 53], то есть при постоянных параметрах на этом отрезке. Рассматриваемая система моделирует два взаимосвязанных колебательных контура, которые имеют два источника самовозбуждения. Один обусловлен запаздыванием сил по отношению к деформационным смещениям. Второй вызван существованием участка, в котором увеличению скорости соответствует уменьшение сил резания. Поэтому в зависимости от параметров могут существовать три состояния. Первое – асимптотически устойчивая точка равновесия. Второе – орбитально асимптотически устойчивый предельный цикл. Третье – двумерный инвариантный тор. Рассмотрим систему, параметры которой приведены в табл. 1. Осуществляется процесс продольного попутного фрезерования стали 20Х. Основные геометрические параметры инструмента: $\gamma = 6^\circ$, $\alpha = 2^\circ$. Частота собственных колебаний инструмента без динамической связи, формируемой процессом резания равна: $\omega_0 = 710,0 \text{ Гц}$. Частоты системы с учетом динамической связи, формируемой процессом резания – $\omega_{0,1}^{(2)} = 1540 \text{ Гц}$, $\omega_{0,2}^{(2)} = 840 \text{ Гц}$.

Таблица 1 Параметры динамической модели инструмента

$m, \text{кг} \cdot \text{с}^2 / \text{мм}$	$h, [\text{кг} \cdot \text{с} / \text{мм}]$	$c, [\text{кг} / \text{мм}]$
$\begin{bmatrix} 0.98 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0.98 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 & 0,0 \\ 0,0 & 12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 500 & 0,0 \\ 0,0 & 500 \end{bmatrix}$

Образование двух частот обусловлено тем, что за счет реакции со стороны процесса резания, матрицы упругости системы в целом, во-первых, становятся несимметричными, во вторых не диагональными. Давление стружки на переднюю поверхность инструмента – $\rho_0 = (45,0 - 60,0) \text{ кг} / \text{мм}^2$. Коэффициенты ориентации силы: $\chi_1 = 0,6$, $\chi_2 = 0,8$, $\chi_1^{(1)} = 1$, $\chi_2^{(1)} = 0$. Они удовлетворяют условиям нормировки, например, $(\chi_1)^2 + (\chi_2)^2 = 1$. Чтобы варьировать основные параметры динамической характеристики процесса резания изменились технологические режимы: скорость резания в пределах (30-110) м/мин; ширина срезаемого слоя в пределах (5,0 – 20,0) мм. Величина подачи на один зуб фрезы выбрана неизменной, и равной 0,1 мм/об. Проанализируем бифуркационную диаграмму в плоскости двух параметров ($T_1 - \rho$), приведенную на рис.2. Здесь принято соотношение $T_1 = 0,5T_2$. На этой иллюстрации в качестве примера показаны точки «1, 2, 3, 4», для которых на рис. 3 приведены фазовые траектории в сечениях фазового пространства. Все фазовые траектории сверху вниз соответствуют точкам «1, 2, 3, 4» на рис.2. Кроме этого на рис. 2 приведены также области D-разбиения для линеаризованного в окрестности равновесия уравнения. Они показаны пунктирными кривыми.

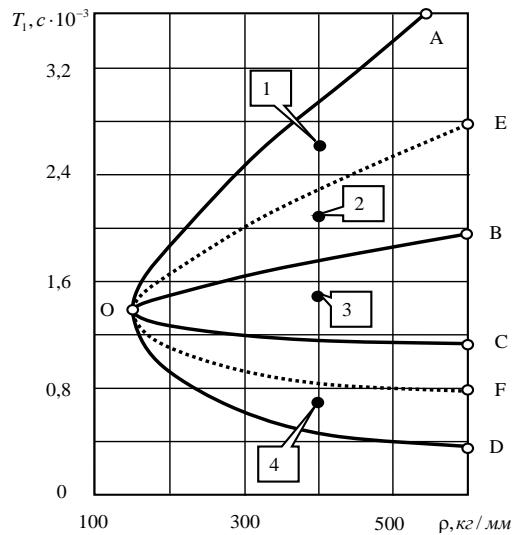
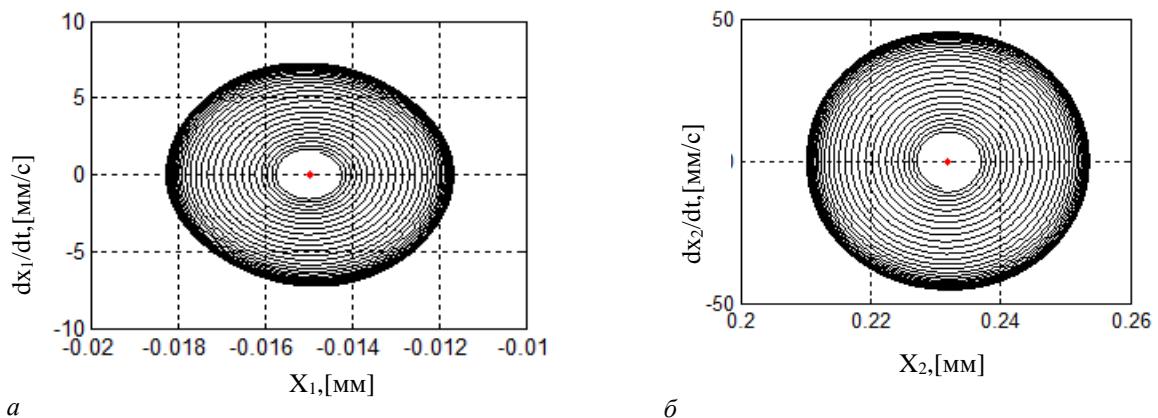


Рис.2. Бифуркационная диаграмма в плоскости (T_1, ρ) : «A-O-D» – область устойчивости равновесия; «B-O-C» – область формирования двумерного инвариантного тора; «A-O-B» – область формирования орбитально асимптотически устойчивого предельного цикла на низкой частоте; «C-O-D» – область формирования орбитально асимптотически устойчивого предельного цикла на высокой частоте

На участках «A-O-D» пунктирные кривые совпадают с границами бифуркационной диаграммы, поэтому они сливаются с границами областей D – разбиения. Они определяют четыре области: область, в которой все корни характеристического полинома линеаризованной системы расположены в отрицательной комплексной полуплоскости (A-O-D); области, в которых пара комплексно-сопряженных корня расположено в правой комплексной полуплоскости (A-O-E) и (F-O-D); область в которой две пары комплексно-сопряженных корня расположены в правой комплексной полуплоскости (E-O-F). Как видно, границы областей D-разбиения не совпадают с границами бифуркаций притягивающих множеств в параметрическом пространстве. Для объяснения этого можно рассмотреть фазовые траектории (рис. 3), соответствующие точкам «1, 2, 3, 3, 4». Временные диаграммы для точки «2» приведены на рис. 4. Здесь хорошо видно, что двухчастотный процесс с течением времени преобразуется в одночастотный, то есть имеет место затягивание высокочастотных колебаний к низкочастотным. Аналогичная ситуация возникает и в области (C-O-F).



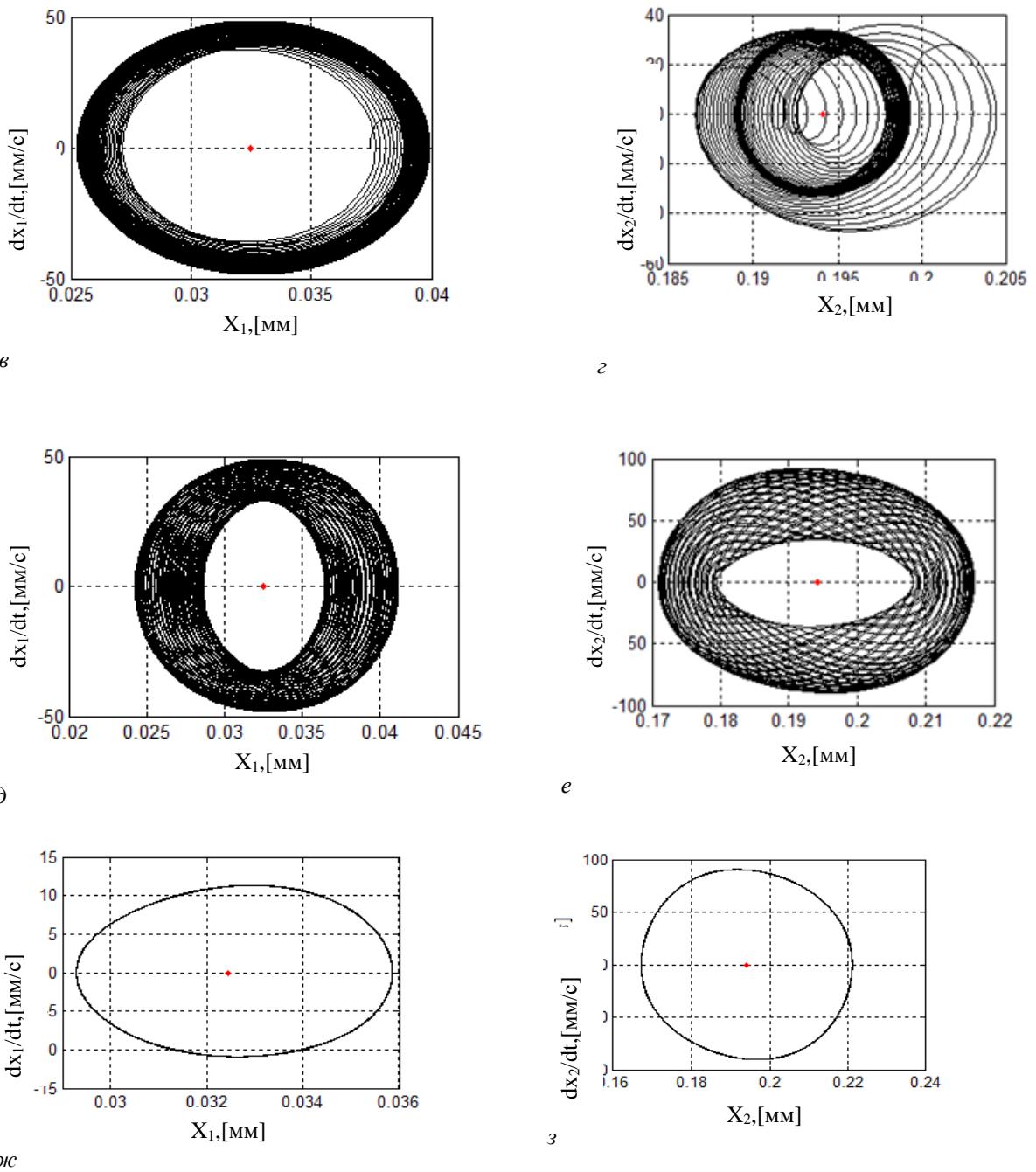


Рис. 3. Фазовые траектории системы

Однако здесь низкочастотный процесс стягивается к высокочастотному. Эти эффекты связаны с нелинейными диссипативными свойствами системы, которые учитываются дополнительной связью, формируемо в области контакта задней грани инструмента с заготовкой. Они определяются силой $F^{(2)}(dX_1/dt) = F^{(0)} \cdot \exp[-\alpha_2 dX_1/dt] \{\chi_1^{(1)}, \chi_2^{(1)}\}^T$. Приведем также спектральные характеристики колебаний (рис. 5) в направлении X_1 для точек (2, 3, 4) (левые иллюстрации), а также траектории установившихся колебаний в плоскости $(X_1 - X_2)$ (правые иллюстрации). Важно подчеркнуть, что при этом меняется расположение ориентации колебаний в плоскости $(X_1 - X_2)$ и их размах в направлении X_1 , в котором инструмент оставляет следы на обрабатываемой поверхности (рис. 5). При переходе от низкочастотных автоколебаний к высокочастотным размах X_1 соответственно уменьшается с 0,065 мм до 0,006 мм. При этом изменяется ориентация направления колебаний в плоскости $(X_1 - X_2)$.

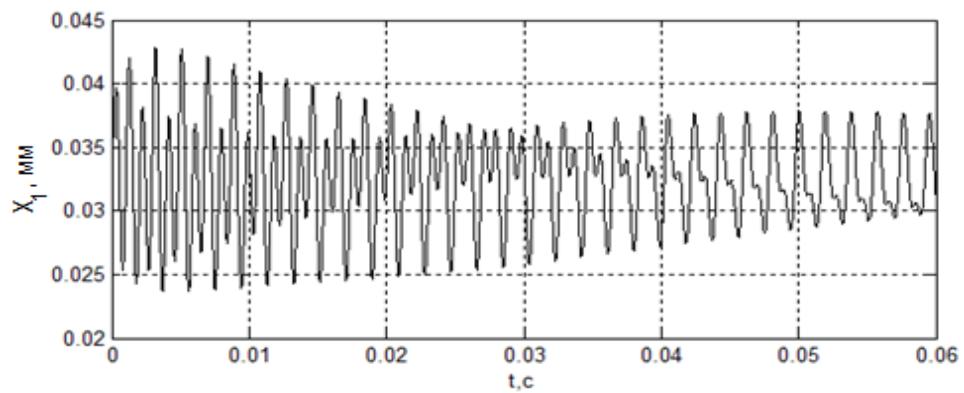
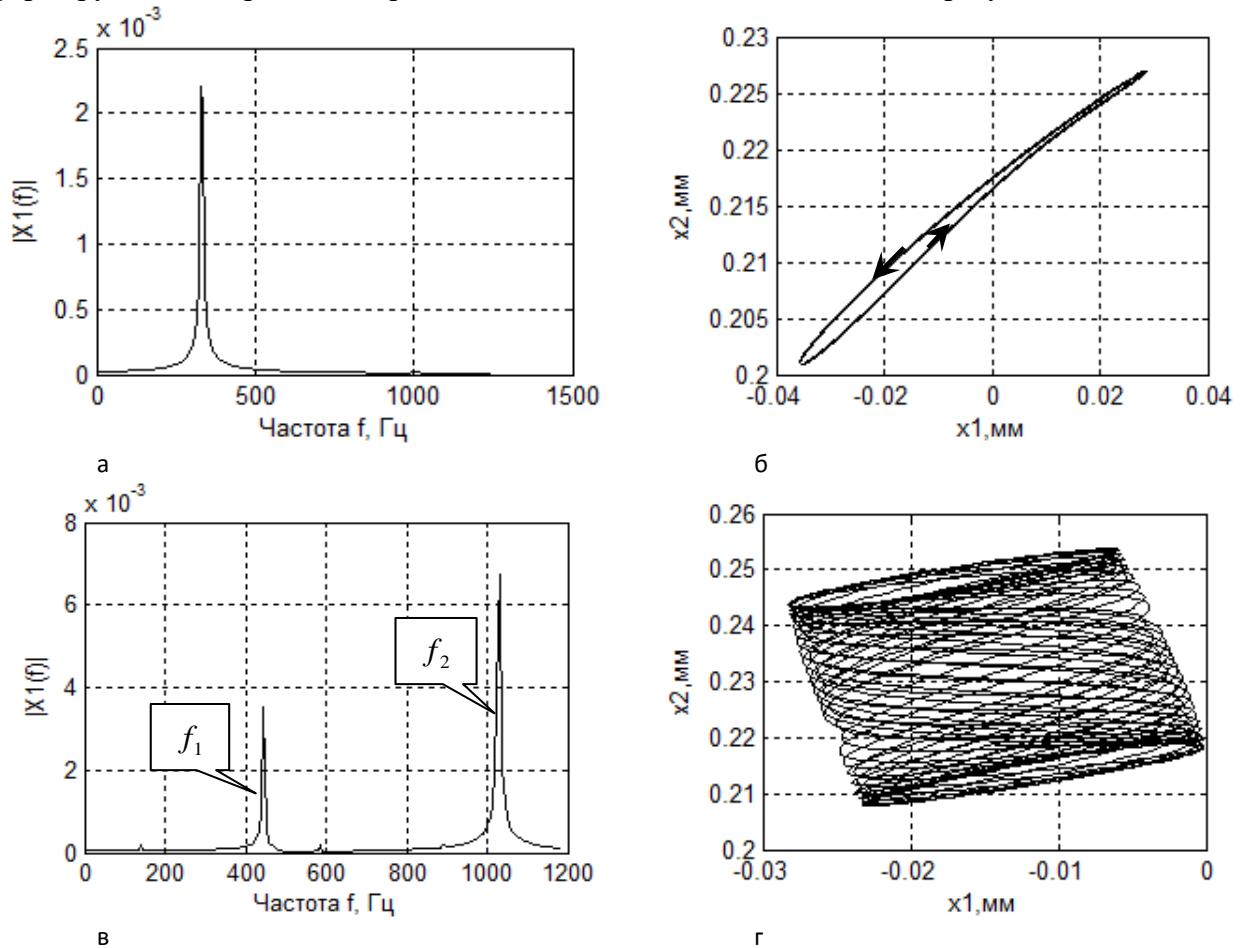


Рис. 4. Пример преобразования двухчастотного процесса в одночастотный, то есть в орбитально асимптотически устойчивый предельный цикл

Анализ влияния упруго диссипативных параметров подсистемы инструмента на формируемые многообразия показывает: качественно бифуркационная диаграмма остается соответствующей рис. 2. Варьирование параметров матрицы c и параметров динамической характеристики процесса резания приводит к смещениям корней характеристического полинома (6) в комплексной плоскости. При этом корни могут сближаться. В этом случае область, в которой формируется двумерный инвариантный тор, вырождается. На формирование этой области оказывают существенное влияние недиагональные элементы матрицы жесткости симметричной части суммарной матрицы упругости системы. Кроме этого при увеличении, прежде всего, диагональных элементов суммарной матрицы h область устойчивости расширяется. Таким образом, при изменении параметров упругости и диссипации подсистемы инструмента происходит изменения притягивающих множеств, формируемых в окрестности равновесия системы. Выполним анализ результатов.



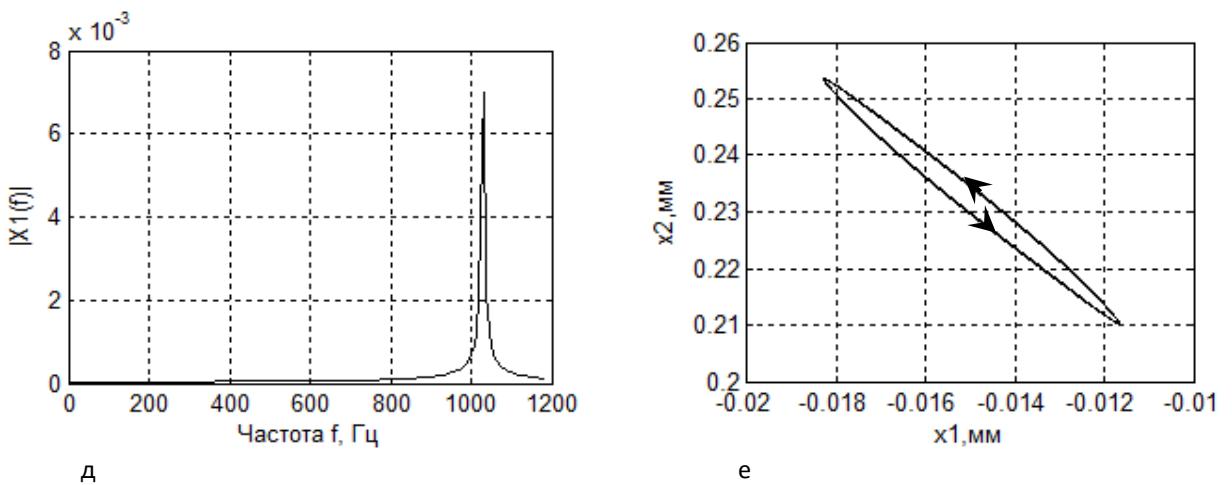
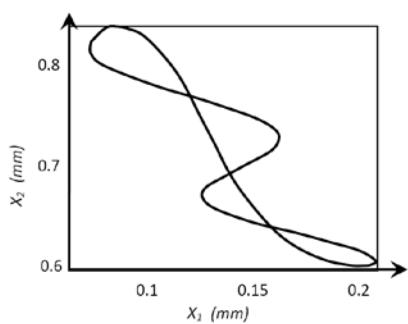


Рис. 5. Изменение спектров установившихся колебаний и их ориентация в плоскости ($X_1 - X_2$) для точек «2» (а,б), «3» (в,г), «4» (д,е) на рис. 2

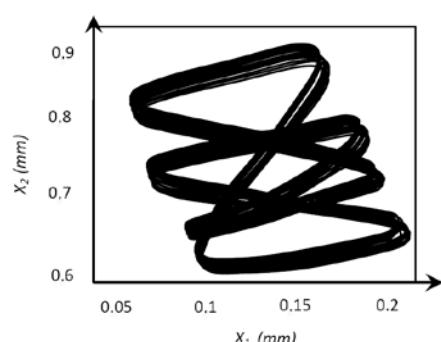
Динамическая система процесса фрезерования, формируемая на основе взаимодействия подсистемы инструмента с динамической связью процесса обработки, является принципиально нелинейной. В окрестности равновесия такой системы, как правило, формируются инвариантные многообразия типа предельного цикла или инвариантного тора. В наших исследованиях образование хаотических аттракторов для рассматриваемой системы не обнаружено. Типичным притягивающими множествами в системе являются предельные циклы, в редких случаях - инвариантные торы. Ситуация принципиально меняется, если в системе дополнительно существует параметрическое самовозбуждение.

Влияние параметрического самовозбуждения на бифуркации.

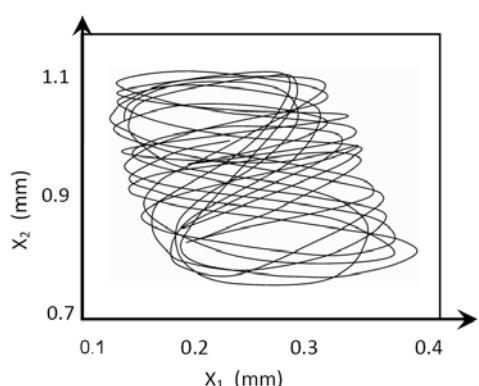
По мере увеличения частоты вращения шпинделя, наступает момент, когда время периодического изменения коэффициентов становится соизмеримым с импульсной реакцией системы. На практике такие условия соответствуют скоростному фрезерованию. К аналогичному эффекту приводят и уменьшение изгибной жесткости инструмента. В этом случае в системе (3), (4) дополнительно образуется источник самовозбуждения, обусловленный периодическими изменениями параметров в динамической связи. Рассмотрим систему, параметры которой без периодической составляющей соответствуют точке «1» на рис. 2. В этом случае без периодического изменения параметров в окрестности единственного равновесия системы формируется притягивающее множество типа предельного цикла на частоте, близкой к $\Omega_0 = 300 \text{ Гц}$. За счет параметрического самовозбуждения образуется дополнительный механизм потери устойчивости. Тогда в колебаниях становится заметным взаимодействие параметрических колебаний и автоколебаний. Моделирование стационарных траекторий, иллюстрирующее это взаимодействие, приведено на рис. 6. На этой иллюстрации показано изменение колебательных смещений инструмента в плоскости, нормальной к оси инструмента.



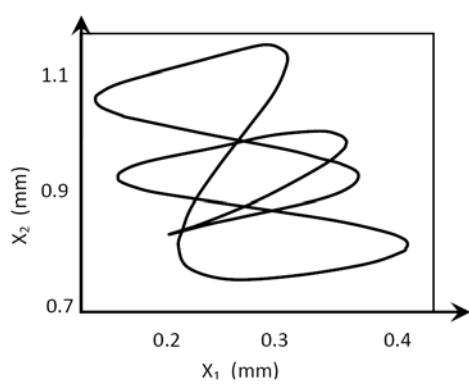
a



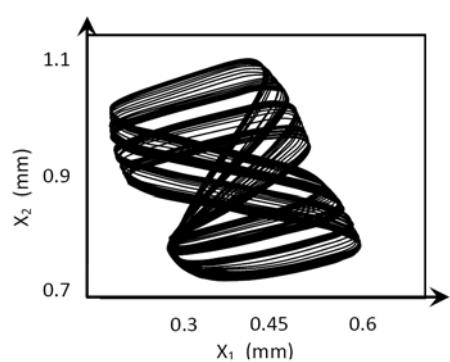
b



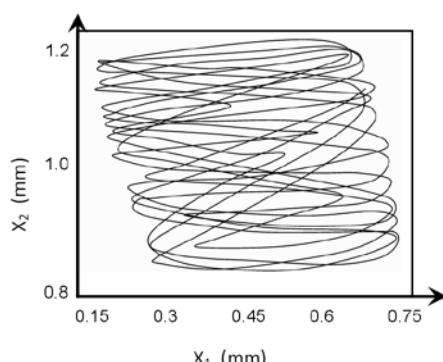
c



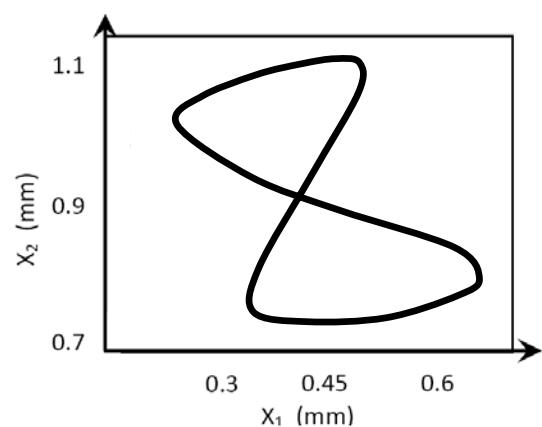
d



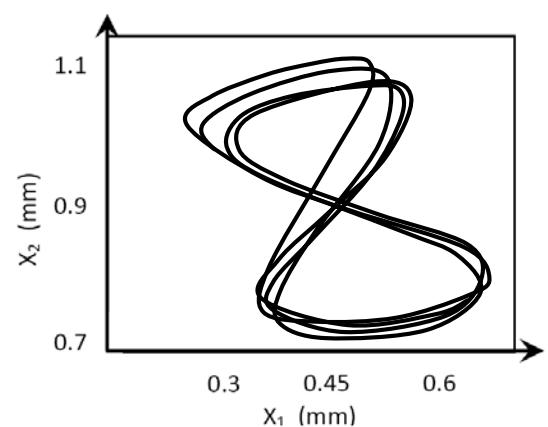
e



f



g



h

Рис. 6. Притягивающие множества в окрестности равновесия по мере увеличения частоты периодического изменения параметров: (а) – $\Omega = 150 \text{ Гц}$; (б) – $\Omega = 180 \text{ Гц}$; (в) – $\Omega = 210 \text{ Гц}$; (г) – $\Omega = 230 \text{ Гц}$; (д) – $\Omega = 260 \text{ Гц}$; (е) – $\Omega = 280 \text{ Гц}$; (ж) – $\Omega = 300 \text{ Гц}$; (з) – $\Omega = 320 \text{ Гц}$

Как видно, по мере увеличения частоты изменения параметров наблюдается синхронизация, в том числе дробного порядка, автоколебаний с периодическими движениями, генерируемыми переменностью параметров в уравнении. При определенном соотношении частот в системе обнаруживается хаотическое движение инструмента.

Обсуждение результатов.

При фрезеровании концевыми фрезами при заданных траекториях движения исполнительных элементов станка в окрестности траектории формируются различные притягивающие множества. При этом в зависимости от параметров взаимодействующих подсистем, технологических режимов и геометрии инструмента возможно образование притягивающих множеств типа предельных циклов, инвариантных торов и хаотических аттракторов. При малой скорости резания существует два основных источника самовозбуждения системы. Во-первых, запаздывание сил по отношению к деформационным смещениям, во-вторых, существование падающего участка зависимости сил от скорости. Внутренне эти два механизма взаимосвязаны, так как определяют преобразование симметричной части матрицы скоростных коэффициентов из положительно определенной в отрицательно определенную. В последнем случае в системе, как правило, формируются предельные циклы.

При большой скорости резания формируется дополнительный источник самовозбуждения, связанный с периодическими изменениями параметров системы. При изменении частоты вариации параметров можно выделить участки синхронизации двух периодических движений. При определенных частотах, зависящих от отношения частоты периодического изменения параметров и собственных частот линеаризованной системы, образуются стационарные траектории типа инвариантного тора (рис. 6, а, ж). Образуется также стационарная траектория, которая фактически состоит из двух чередующихся торов (рис. 6, г). При переходе от одного детерминированного стационарного состояния к другому наблюдается вначале размытие траекторий (рис. 6, б, д, з), а затем образование хаотических колебаний (рис. 6, в, е). Характерно, что переход к хаотическим колебаниям осуществляется через бифуркации удвоения периода по сценарию M.J. Feigenbaum [55]. Для этого проанализируем временные и спектральные характеристики движений инструмента (рис. 7).

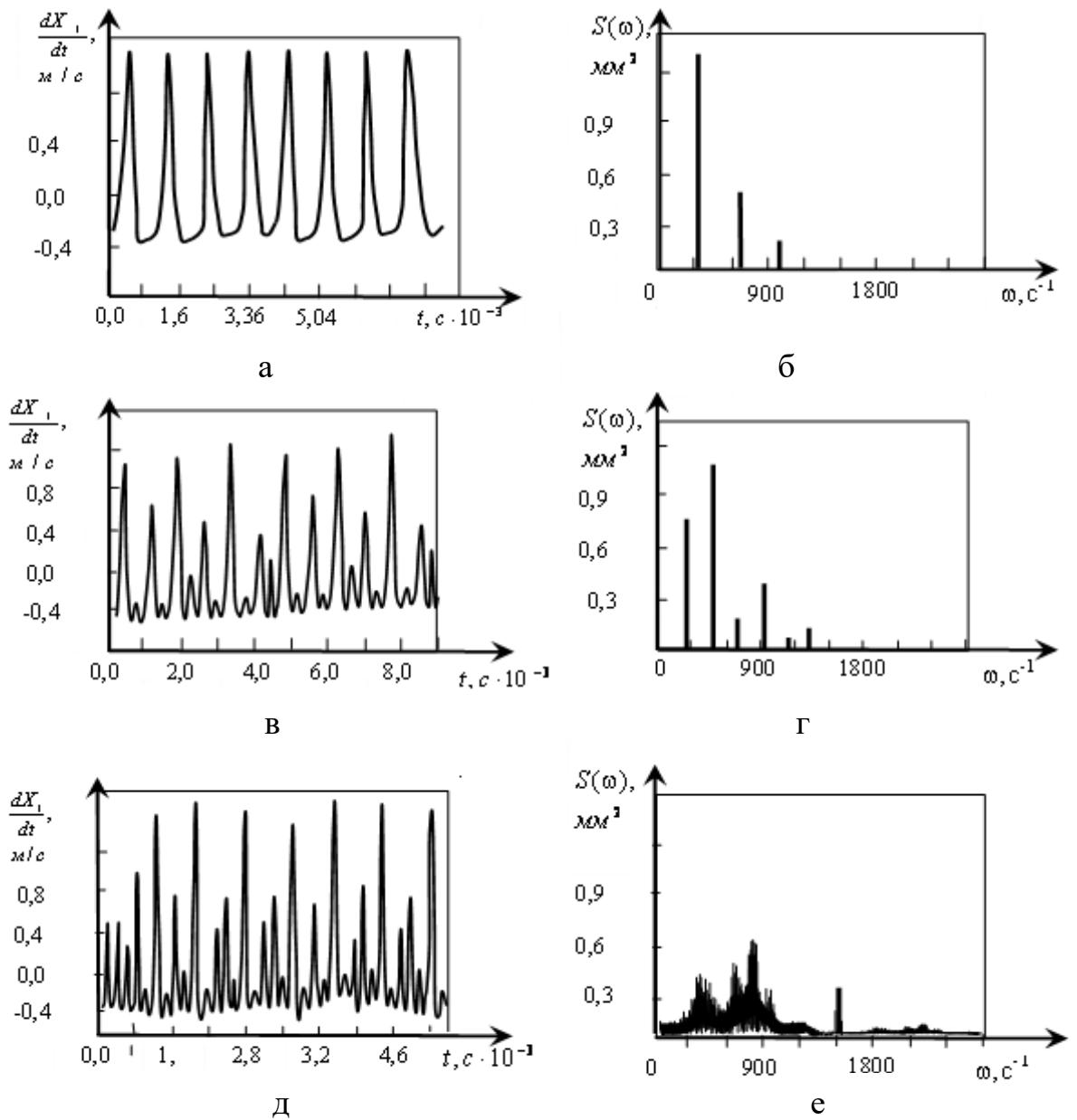


Рис. 7. Временные и спектральные характеристики колебательной скорости в направлении X_1 , соответствующие рис. 6 «а, б, в»

При управлении процессом фрезерования необходимо не только обеспечивать требуемые траектории движения исполнительных элементов станка, но и заданные свойства системы, которые характеризуются типом притягивающего множества, формируемого в окрестности этих траекторий. В этом случае принципиальное значение имеет ориентация колебаний в плоскости. Известно [7, 8], что, например, стойкость инструмента зависит от параметров автоколебаний инструмента. При этом имеются данные о том, что возбуждение колебаний в зоне резания в отдельных случаях вызывает уменьшение интенсивности изнашивания инструмента, в других – приводит к повышенному износу инструмента. Известно также, что интенсивность изнашивания зависит от мощности необратимых преобразований подводимой от станка энергии в зоне обработки. Повышение мощности необратимых преобразований всегда увеличивает интенсивность изнашивания.

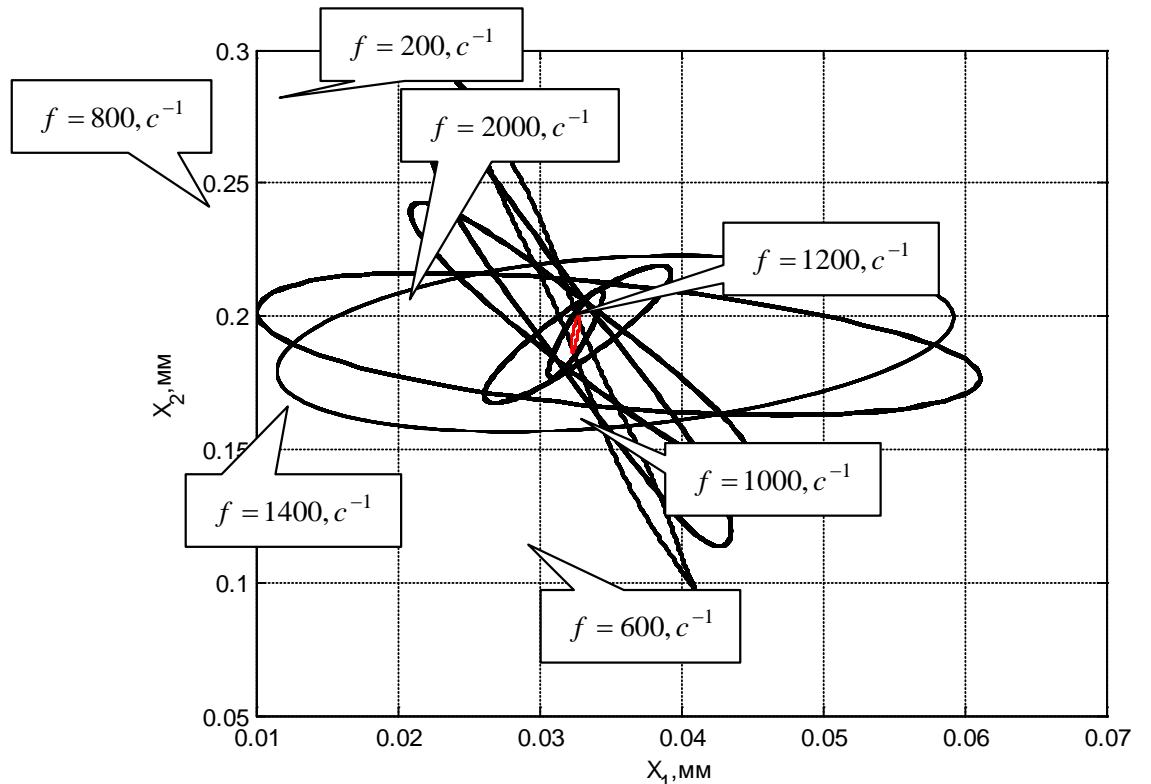


Рис.8. Изменение ориентации колебаний инструмента в плоскости в зависимости от частоты возбуждения колебаний

Если рассматривать динамическую структуру процесса фрезерования, то необходимо выделить те силы, которые характеризуют необратимые преобразования. Во-первых, это диссипативные силы, которые формируются симметричной составляющей матрицы скоростных коэффициентов. Кососимметричные составляющие, характеризующие гироскопические силы, на виртуальных перемещениях работу не совершают. Поэтому в матрице скоростных коэффициентов работу совершают силы, формируемые симметричной составляющей матрицы скоростных коэффициентов. Кроме этого в матрице упругости работу совершают циркуляционные силы, которые определяются кососимметричной составляющей матрицы упругости. Таким образом, при анализе влияния колебаний на интенсивность изнашивания необходимо рассматривать сумму сил, формируемых симметричной составляющей матрицы скоростных коэффициентов и кососимметричной составляющей матрицы упругости. Именно перераспределение этих сил в нелинейной системе может характеризовать уменьшение мощности необратимых преобразований в зоне резания. Этим, на наш взгляд, объясняется существование периодических траекторий движения инструмента, при которых суммарное значение мощности может уменьшаться при некоторых амплитудах и пространственной ориентации колебаний. При этом в зависимости от частоты, имеет место оптимальное значение автоколебаний, при которых стойкость максимальна.

Кроме этого, известно, что колебания оказывают противоречивое влияние на формируемую при резании поверхность. Здесь также принципиальное значение имеет ориентация колебаний в пространстве. На рис. 7 приведен пример изменения ориентации колебаний для рассмотренной выше системы в зависимости от частоты. Здесь в зависимости от ориентации параметров автоколебаний в пространстве, они могут приводить к уменьшению величины шероховатости формируемой поверхности. Колебания ограниченной амплитуды в направлении образующей формируемой поверхности могут существенно улучшать показатели качества формируемой поверхности.

Наконец, все нелинейные функции в математической модели не являются симметричными в вариациях относительно точки равновесия. Поэтому колебания вызывают смещение точки равновесия системы за счет образования динамического смещения. Это один из механизмов влияния колебаний на геометрический размер формируемой детали.

Заключение.

При управлении процессами обработки на станках необходимо решать две проблемы. Первая связана с проектированием траекторий движения исполнительных элементов станков и обеспечением их асимптотической устойчивости. Вторая – с обеспечением заданных свойств траекторий, которые характеризуются типом и параметрами притягивающих множеств, формируемых в окрестностях этих траекторий.

Список литературы:

1. Пригожин, И., Стенгерс, И. Порядок из хаоса: Пер. с англ. / Общ. ред. В. И. Аршинова, Ю. Л. Климонтовича и Ю. В. Сачкова. — М.: Прогресс, 1986. — 193 с.
2. Пригожин, И., Стенгерс, И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — 312 с.
3. Хакен, Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. — М.: Мир, 1985. — 424 с.
4. Хакен, Г. Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии. — М., Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. — 320 с.
5. Колесников, А.А. Синергетическая теория управления. — М.: Энергоатомиздат, 1994. — 344 с.
6. Синергетика и проблемы теории управления. / Под ред. А.А. Колесникова. — М.: Физматлит, 2004. — 504 с.
7. Заковоротный, В.Л. Динамика процесса резания. Синергетический подход. /В. Л. Заковоротный , М. Б. Флек // . — Ростов н/Д: Терра, 2006. — 880 с.
8. Заковоротный, В.Л., Лукьянов, А.Д., Нгуен, Д.- А., Фам, Д.- Т. Синергетический системный синтез управляемой динамики металлорежущих станков с учетом эволюции связей. — Ростов н/Д: изд-во ДГТУ, 2008. — 324 с.
9. Zakovorotny, V. L., Lukyanov, A.D. The Problems of Control of the Evolution of the Dynamic System Interacting with the Medium // Int. J. of Mechanical Engineering and Automation. — 2014. — Vol. 1, № 5. — P. 271 – 285.
10. Заковоротный В.Л., Панов Е.Ю., Потапенко П.Н. Свойства формообразующих движений при сверлении глубоких отверстий малого диаметра. Вестник Донского государственного технического университета. 2001. Т. 1. № 2. С. 81-93.
11. Заковоротный В.Л., Лапшин В.П., Туркин И.А. Управление процессом сверления глубоких отверстий спиральными сверлами на основе синергетического подхода. Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. 2014. № 3 (178). С. 33-41.
12. Заковоротный В.Л., Фам Д.Т. Особенности преобразования траекторий исполнительных элементов станка в траектории формообразующих движений инструмента относительно заготовки. Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. 2011. № 4. С. 69-75.
13. Заковоротный В.Л., Флек М.Б., Фам Д.Т. Синергетическая концепция при построении систем управления точностью изготовления деталей сложной геометрической формы. Вестник Донского государственного технического университета. 2011. Т. 11. № 10 (61). С. 1785-1797.
14. Заковоротный В.Л., Санкар Т., Бордачев Е.В. Система оптимального управления процессом глубокого сверления отверстий малого диаметра. СТИН. 1994. № 12. С. 22.

15. Заковоротный В.Л., Ладник И.В. Построение информационной модели динамической системы металлорежущего станка для диагностики процесса обработки. Проблемы машиностроения и надежности машин. 1991, №4, с.75-81.
16. Тлустый И. Автоколебания в металлорежущих станках / Пер. с чешск. —М.: Машгиз, 1956. —395 с.
17. Tlusty, I., Polacek, M., Danek, O., Spacek, L. Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen. Veb Verlag Technik, Berlin, 1962. — 320 p.
18. Tobias, S. A. Machine Tool Vibrations. Blackie, London, 1965. — 350 p.
19. Кудинов В.А. Динамика станков. — М.: Машиностроение, 1967. — 359 с.
20. Эльясберг, М.Е. Автоколебания металлорежущих станков: Теория и практика. — СПб.: ОКБС, 1993. — 182 с.
21. Вейц, В.Л., Васильков, Д.В. Задачи динамики, моделирования и обеспечения качества при механической обработке маложестких заготовок // СТИН. — 1999. — № 6.— С. 9 – 13.
22. Соколовский, А.П. Вибрации при работе на металлорежущих станках / Исследование колебаний при резании металлов. — М.: Машгиз, 1958. — С. 15 – 18.
23. Мурашкин, Л.С., Мурашкин, С.Л. Прикладная нелинейная механика станков. — Л.: Машиностроение, 1977. — 192 с.
24. Zakovorotny, V.L. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools. Journal of Transactions on Applied and Theoretical Mechanics. — 2015. —Vol. 10. — P. 102 – 116.
25. Заковоротный, В.Л., Фам, Д.- Т., Быкадор, В.С. Самоорганизация и бифуркации динамической системы обработки металлов резанием. // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 2014. —Т. 22, № 3. —С. 26 – 40.
26. Заковоротный, В.Л., Фам Д.- Т., Быкадор, В.С. Влияние изгибных деформаций инструмента на самоорганизацию и бифуркации динамической системы резания металлов.//Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 2014. — Т. 22, № 3. —С. 40 – 53.
27. Stepan, G. Delay-differential equation models for machine tool chatter (ed. Moon, F. C.)// John Wiley, NY, 1998. — P. 165–192.
28. G. Stepan, T.Insperger and R. Szalai. Delay, Parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes / Int. J. of Bifurcation and Chaos, 2005. —Vol. 15, №. 9. — P. 2783 – 2798.
29. Tobias, S.A., Fishwick W. Theory of regenerative machine tool chatter // The Engineer. —1958. — Vol. 205. — P. 199 – 203.
30. Merritt, H.E. Theory of self-excited machine tool chatter // ASME Journal of Engineering for Industry. — 1965. — Vol. 205, №11. — P. 447 – 454.
31. Sridhar, R., Hohn R.E., Long G.W. A stability algorithm for the general milling process: Contribution to machine tool chatter research-7 // ASME Journal of Engineering for Industry. — 1968. — Vol. 90, №2. — P. 330 – 334.
32. Altintas, Y., Budak E. Analytical prediction of stability lobes in milling // Annals of the CIRP. — 1995. — Vol. 44, №1. — P. 357 – 362.
33. Tlusty, J., Ismail, F. Special aspects of chatter in milling // ASME Journal of Vibration, Stress, and Reliability in Design. — 1983. — Vol. 105, №1. — P. 24 – 32.
34. Minis, I., Yanushevsky, T. A new theoretical approach for the prediction of machine tool chatter in milling // Trans. ASME Journal of Engineering for Industry. — 1993. — Vol. 115, № 2. —P. 1 – 8.
35. Insperger T., Stepan, G. Stability of the milling process // Periodical Polytechnic-Mechanical Engineering. — 2000. — Vol. 44, №1. — P. 47 – 57.
36. Budak, E., Altintas, Y. Analytical prediction of chatter stability in milling. Part I: General formulation // ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control. — 1998. — Vol. 120, № 6(1). — P. 22 – 30.
37. Budak, E., Altintas, Y. Analytical prediction of chatter stability conditions for multi-degree of systems in milling. Part II: Applications // ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control. — 1998. — Vol. 120, № 6 (1) — P. 31 – 36.

38. Merdol, D., Altintas, Y. Multi-frequency solution of chatter stability for low immersion milling // ASME J. Manuf. Sci. Eng. — 2004. — Vol. 126, № 3. — P. 459 – 466.
39. Insperger, T., Mann, B., Stepan, Bayly, P.V. Stability of up-milling and down-milling. Part 1: Alternative analytical methods // Int. J. of Machine Tools and Manufacture. — 2003. — Vol. 43, № 1 — P. 25 – 34.
40. Kline, W.A., Devor, R. E., Shareef I. A. The prediction of surface accuracy in end milling // ASME J. Eng. Ind. — 1982. — Vol. 104, № 5. — P. 272 – 278.
41. Elbestawi, M. A., Sagherian, R. Dynamic modeling for the prediction of surface errors in milling of thin-walled sections // Theor. Comput. Fluid Dyn. — 1991. — Vol. 25, № 2 — P. 215 – 228.
42. Campomanes, M.L., Altintas, Y. An improved time domain simulation for dynamic milling at small radial immersions // Trans. ASME. J. of Manuf. Sci. and Eng. — 2003. — Vol. 125, № 3. — P. 416 – 425.
43. Paris, H., Peigne, G., Mayer, R. Surface shape prediction in high-speed milling // Int. J. of Machine Tools and Manufacture. — 2004. — Vol. 44, № 15. — P. 1567 – 1576.
44. Altintas, Y., Lee, P. A general mechanics and dynamics model for helical end mills // Annals of the CIRP. — 1996. — Vol. 45, № 1. — P. 59 – 64.
45. Ozturk, E., Budak, E. Modeling of 5-axis milling processes // Machining Science and Technology. — 2007. — Vol. 11, № 3. — P. 287 – 311.
46. Budak, E., Ozturk, E., Tunç, L.T. Modeling and simulation of 5-axis milling processes // Annals of CIRP. Manufacturing Technology. — 2009. — Vol. 58, № 1. — P. 347 – 350.
47. Bravo, U., Altuzarra, O., Lopez de Lacalle, L.N., Sanchez, J.A., Campa, F.J. Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine // Int. J. of Machine Tools and Manufacture. — 2005. — Vol. 45. — P. 1669 – 1680.
48. Weinert, K., Kersting, P., Surmann, T., Biermann D. Modeling regenerative workpiece vibrations in five-axis milling // Prod. Eng. Res. Devel. — 2008. — № 2. — P. 255 – 260.
49. Biermann, D., Kersting, P., Surmann, T. A general approach to simulating workpiece vibrations during five-axis milling of turbine blades // CIRP Annals. ManufacturingTechnology. — 2010. — Vol. 59, № 1 — P. 125 – 128.
50. Воронов, С.А. Критерии оценки устойчивости процесса фрезерования нежестких деталей/ С.А. Воронов, А.В. Непочатов, И.А. Киселев // Изв. ВУЗов. Машиностроение. — 2011. — № 1 (610). — С. 50 – 62.
51. Voronov, S., Kiselev, I. Dynamics of flexible detail milling // Proc. of the Inst. of Mech. Eng. PartK: Journal of Multi-body Dynamics. — 2011. — Vol. 225, № 3. — P. 1177 – 1186.
52. Заковоротный, В.Л., Фам Д.- Т., Нгуен С.- Т. Математическое моделирование и параметрическая идентификация динамических свойств подсистемы инструмента и заготовки. Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. — 2011. — № 2. — С. 38 – 46.
53. Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Нгуен С.Т., Рыжкин М.Н. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (скоростная связь). Вестник Донского государственного технического университета. 2011. Т. 11. № 2 (53). С. 137-146.
54. Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Нгуен С.Т., Рыжкин М.Н. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения (позиционная связь). Вестник Донского государственного технического университета. 2011. Т. 11. № 3 (54). С. 301-311.
55. Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Нгуен С.Т. Моделирование деформационных смещений инструмента относительно заготовки при точении. Вестник Донского государственного технического университета. 2010. Т. 10. № 7 (50). С. 1005-1015.
56. Данжело Р. Линейные системы с переменными параметрами. М.: Машиностроение, 1974. – 287 с.
57. Понtryagin, L.S. Избранные труды. Т.2— М., Наука, 1988. —576 с.

58. Тихонов, А.Н., Васильев, А.Б., Волосов, В.М. Дифференциальные уравнения, содержащие малый параметр// Труды международного симпозиума по нелинейным колебаниям. — Киев : Изд-во АН УССР, 1963. — С. 56 – 61.
59. Заковоротный В.Л., Фам Т.Х. Параметрическое самовозбуждение динамической системы резания. 2013.Т. 13. № 5-6 (74). С 97 - 103
60. M.J. Feigenbaum. Quantitative universality for a class of nonlinear transformations. J. Stat. Phys., 1978, v. 19, 25 - 52.

*Абрамкин Сергей Евгеньевич, Душин Сергей Евгеньевич,
Кузьмин Николай Николаевич*

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В. И. Ульянова (Ленина)

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ МАССООБМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ КОМПЛЕКСА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ «АБСОРБЦИЯ–ДЕСОРБЦИЯ»

Представлены результаты исследования динамической математической модели взаимосвязанных управляемых массообменных процессов комплекса технологических систем «АБСОРБЦИЯ–ДЕСОРБЦИЯ». Разработана концептуальная модель комплекса технологических систем «АБСОРБЦИЯ–ДЕСОРБЦИЯ» как объекта управления. Разработаны и исследованы математические модели управляемых массообменных процессов в абсорбере и ректификационной колонне насадочного типа. Осуществлено «замыкание» математических моделей подсистем «Абсорбция газа» и «Ректификация» по концентрации целевого компонента в жидкой фазе. Предложено многорежимное регулирование моделируемых процессов. Компьютерные модели и результаты моделирования получены в программном средстве *Matlab/Simulink*.

Ключевые слова: абсорбция, десорбция, массообмен, концептуальная модель, математическое моделирование, дифференциальное уравнение в частных производных, управляемый технологический процесс, многорежимное регулирование

Abramkin S. E., Dushin S. E., Kuzmin N. N.

STUDY OF THE MODEL OF INTERDEPENDENT CONTROLLED MASS TRANSFER PROCESSES IN THE COMPLEX OF TECHNOLOGICAL SYSTEMS «ABSORPTION– DESORPTION»

The article shows the results of the study of a dynamic mathematical model describing the interdependent controlled mass transfer processes in the complex of technological systems "absorption-desorption." A conceptual model of the complex of technological systems "absorption-desorption" as an object of control is provided. Mathematical models of controlled mass transfer processes in a packed-type absorber and distillation column are worked out and studied. The closure of the mathematical models for subsystems "absorption gas" and "rectification" is implemented in part of concentration of the target component in the liquid phase. The multi-mode control of simulated processes is offered. The Matlab/Simulink software was used to design the computer models and to get the simulation results.

Keywords: Absorption, Desorption, Mass Transfer, Conceptual Model, Mathematical Modeling, Partial Differential Equation, Controlled Technological Process, Multimodal Control.

Проблемы моделирования управляемых технологических процессов (ТП) в разных отраслях промышленности всегда находились в центре научных изысканий кафедры автоматики и процессов управления СПбГЭТУ «ЛЭТИ» со дня ее образования в 1935 г. Большая роль в становлении и развитии этого направления принадлежит профессору

В. А. Олейникову, под чьим научным руководством осуществлялись исследования в тесном сотрудничестве с различными промышленными предприятиями.

К числу известных трудов по моделированию управляемых ТП, опубликованных в 60-х годах прошлого века, следует отнести [1], [2]. В книге [1], в частности, отмечалось, что «... методы проектирования сдерживают автоматизацию в некоторых областях промышленности. Проектировщики плохо знают свойства агрегатов и регуляторов. Проектирование состоит в расстановке на технологической схеме тех или регуляторов без анализа их работы, без согласования с объектом. Такое проектирование приводит к тому, что настройка регуляторов на объектах длится иногда годами и нередко не дает положительных результатов. В результате этого эксплуатационники теряют вкус к автоматике». Данные высказывания авторов и сейчас являются актуальными. Значительное место в этой книге уделяется вопросам моделирования объектов регулирования и элементов регуляторов, а также способам получения их динамических и статических характеристик. Подробно рассматриваются частотные методы анализа и синтеза, в основном линейных, систем автоматического регулирования, что предопределялось уровнем развития теории управления в те годы. Раздел, относящийся к построению математических моделей (ММ), по мнению авторов уже тогда являлся наиболее значимым для специалистов-разработчиков, т. к. «... математическое описание объектов и их исследование встречают наибольшие трудности».

В книге [2] представлен достаточно оригинальный материал по созданию ММ и анализу регулируемых процессов основных машин и аппаратов, нашедших широкое применение в обогатительной промышленности. Приводятся описания ТП обогащения, методы определения статических и динамических характеристик обогатительного оборудования. Книга вызвала в то время повышенный интерес среди инженерно-технических работников.

В 1982 году в свет вышла очередная книга В. А. Олейникова [3], посвященная вопросам математического моделирования и синтеза оптимальных управлений для технологических объектов нефтяной и газовой промышленности на основе динамических моделей, представленных нелинейными дифференциальными уравнениями (ДУ). В этой работе были широко представлены различные модели ТП и сделана попытка классификации производств и формирования соответствующих критериев управления. Рассматриваемые в ней с единых позиций вопросы общности положения, управляемости и наблюдаемости нелинейных динамических объектов, получили дальнейшее развитие на основе использования математического аппарата дифференциальной геометрии и алгебры Ли [4], [5].

В эти же годы заметно расширился круг сотрудников кафедры, научные интересы которых лежали в области моделирования, идентификации, автоматизации, анализа и синтеза управляемых ТП. Заметно возросло число соответствующих НИР по хоздоговорам с промышленностью, появилось большое количество публикаций на эту тему. Тесная связь с предприятиями позволяла на основе предлагаемых моделей разрабатывать и внедрять в производство самые передовые средства и системы управления и автоматизации.

С 2007 г. исследования в рамках рассматриваемого научного направления заметно активизировались. Только за последние 7 лет по соответствующей тематике на кафедре было издано 4 монографии [6]–[9], 2 учебных пособия [10]–[11], опубликовано большое число научных статей [12]–[18] и др. В этих работах впервые были получены ММ производства карбонильного никелевого порошка, построены замкнутая по жидкой фазе модель абсорбционного процесса осушки природного газа и нелинейная пространственная модель тепломассообменного процесса ректификационной колонны десорбционного комплекса. Разработанные модели и алгоритмы управления рекомендованы к внедрению на газовых месторождениях Крайнего Севера.

В данной работе представлены результаты исследования управляемых взаимосвязанных массообменных процессов в комплексе технологических систем (КТС) «АБСОРБЦИЯ–ДЕСОРБЦИЯ».

Концептуальная модель.

Первый этап моделирования предполагает анализ физики ТП, изучение технологических схем, построение структурно-потоковой и функциональной схем и разработку концептуальной модели взаимосвязанных физических процессов КТС «АБСОРБЦИЯ–ДЕСОРБЦИЯ» как объекта управления. Она должна быть положена в основу составления динамических ММ тепло- и массообменных процессов КТС в целом. Здесь термин концептуальная модель понимается как абстрактная модель, которая отражает основные физические процессы, определяющие абсорбционную осушку природного газа, и пренебрегает не существенными явлениями, очерчивает границы адекватности модели, устанавливает причинно-следственные связи между процессами моделируемого комплекса, тем самым задавая структуру объекта управления. Структурная схема концептуальной модели представлена на рис. 1.

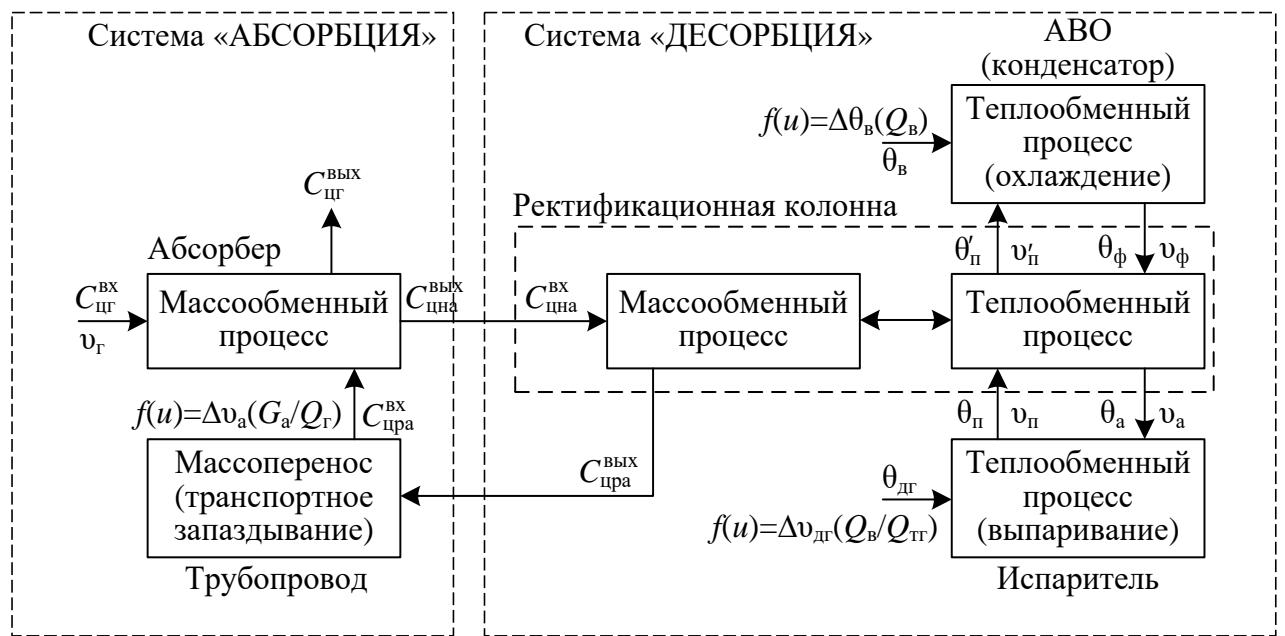


Рис. 1. Структурная схема концептуальной модели управляемых тепломассообменных процессов КТС «АБСОРБЦИЯ–ДЕСОРБЦИЯ»

На схеме приняты следующие обозначения: $C_{\text{ЦГ}}^{\text{вх}}$, $C_{\text{ЦГ}}^{\text{вых}}$ – концентрации целевого компонента (ЦК) в газе на входе и выходе абсорбера; v_r – скорость газа; $f(u) = \Delta v_a(G_a/Q_r)$ – функция управления скоростью абсорбента в зависимости от соотношения расходов абсорбент/газ, где u – сигнал управления, поступающий от регулятора; v_a – скорость абсорбента; G_a – расход абсорбента; Q_r – расход газа; $C_{\text{ЦРА}}^{\text{вх}}$, $C_{\text{ЦРА}}^{\text{вых}}$ – концентрации ЦК в регенерированном абсорбенте (РА) на входе абсорбера и выходе ректификационной колонны (РК); $C_{\text{ЦНА}}^{\text{вх}}$, $C_{\text{ЦНА}}^{\text{вых}}$ – концентрации ЦК в насыщенном абсорбенте (НА) на входе РК и выходе абсорбера; θ_p , θ'_p – температура пара на выходе испарителя и РК; v_p , v'_p – скорость пара на выходе испарителя и РК; θ_a – температура абсорбента в испарителе; θ_ϕ – температура флегмы из аппарата воздушного охлаждения (АВО); v_ϕ – скорость флегмы из АВО; θ_b – температура окружающей среды (воздуха); $f(u) = \Delta\theta_b(Q_b)$ – функция управления температурой воздуха, подаваемого в АВО, в зависимости от расхода воздуха, где Q_b – расход воздуха; θ_{dg} – температура дымовых газов в жаровых трубах испарителя; $f(u) = \Delta v_{dg}(Q_b/Q_{tr})$ – функция управления скоростью дымовых газов, в зависимости от соотношения расходов воздух/топливный газ, где v_{dg} – скорость дымовых газов; Q_{tr} – расход топливного газа.

Математические модели массообменных процессов.

В соответствии с концептуальной моделью к числу подсистем, оказывающих доминирующее влияние на процесс абсорбционной осушки природного газа, относятся: «Абсорбция газа» (абсорбер), «Ректификация» (РК), «Выпаривание» (испаритель) и «Воздушное охлаждение» (АВО). Как следует из анализа концептуальной модели КТС «АБСОРБЦИЯ–ДЕСОРБЦИЯ», его главной особенностью является замкнутость технологической схемы циркуляции раствора абсорбента (замкнутый цикл по жидкой фазе). В связи с этим возникает задача исследования процессов в замкнутом контуре. «Замыкание» ММ двух подсистем «Абсорбция газа» и «Ректификация» производилось по величине концентрации ЦК в жидкой фазе.

Необходимость управления процессами в указанных подсистемах обусловлена влиянием различного рода возмущающих воздействий, связанных:

- с изменением режима работы технологической установки (устанавливается оператором);
- с изменением скорости движения фаз через зоны взаимодействия;
- с изменением значений внешних параметров (пластового давления и температуры, состава и расхода фаз) на входе в зону взаимодействия фаз;
- с изменением требуемого состояния на выходе из зоны взаимодействия фаз (состав фаз).

При составлении модели ТП в абсорбере принимаются следующие ограничения и допущения:

- жидкость (абсорбент) в насадках колонны полностью перемешивается (модель идеального перемешивания);
- в основе получения ММ массообменных процессов между газом и жидкостью лежит гидродинамическая модель полного вытеснения (поршневой режим течения фаз);
- скорости газа v_g и жидкости $v_{\text{ж}}$ одинаковы по сечению насадочной колонны;
- концентрации газа C_g и абсорбента C_a одинаковы по сечению аппарата;
- массопередача на насадке эквимолярная, т. е. через поверхность раздела фаз в противоположных направлениях переносится одинаковое количество целевого компонента;
- абсорбент, проходя через насадку, не задерживается, что исключает образование зон простоя в насадке, а также исключается зависание абсорбента в насадке;
- зависимость равновесной концентрации ЦК в газе $C_{\text{ЦК}}^p(C_{\text{ца}})$ линейная, т. е. выполняется закон Генри;
- температурные профили газа и абсорбента по всей высоте аппарата принимаются постоянными (на практике процесс физической абсорбции газа сопровождается незначительным снижением температуры абсорбента).

При построении моделей массообменных процессов в подсистемах «Абсорбция газа» и «Ректификация» следует учитывать зависимость скорости газообразной фазы (газ, пар) $v_{\text{гф}}(\bar{G}_{\text{гф}}, \theta_{\text{гф}}, p_{\text{гф}})$ от расхода, температуры и давления

$$v_{\text{гф}}(\bar{G}_{\text{гф}}, \theta_{\text{гф}}, p_{\text{гф}}) = (V_m \bar{G}_{\text{гф}} (\theta_0 + \theta_{\text{гф}}) p_0) / (0,785 \theta_0 p_{\text{гфр}} D^2), \quad (1)$$

где $V_m=22,4$ – объем моля идеального газа при нормальных условиях; $\bar{G}_{\text{гф}}$ – расход газообразной фазы; $\theta_0=273$ – нормальная температура; $\theta_{\text{гф}}$ – рабочая температура газообразной фазы; p_0 – нормальное давление; $p_{\text{гфр}}$ – рабочее давление газообразной фазы; D – диаметр колонны.

С учетом принятых допущений и функциональной зависимости (1) в режиме отсутствия продольного перемешивания фаз нелинейная динамическая ММ управляемого массообменного процесса в подсистеме «Абсорбция газа» может быть представлена системой дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП):

$$\begin{aligned}\partial C_{\text{цг}} / \partial t &= -v_{zr} (\bar{G}_r, \theta_r, p_r) (\partial C_{\text{цг}} / \partial z) - R_r (v_{zr}) [C_{\text{цг}} - C_{\text{цг}}^p (C_{\text{ца}})]; \\ \partial C_{\text{ца}} / \partial t &= f(u) (\partial C_{\text{ца}} / \partial z) + R_a [C_{\text{цг}} - C_{\text{цг}}^p (C_{\text{ца}})], \\ 0 < z < l_a, \quad t > 0,\end{aligned}\quad (2)$$

где l_a – высота абсорбера. Управление процессом абсорбции осуществляется изменением подачи жидкого компонента в абсорбер, что отражено в модели введением управляющей функции $f(u)$, где u – сигнал управления, поступающий от регулятора.

Для ММ (2) принимались следующие граничные условия:

$$C_{\text{цг}}(z, t) \Big|_{z=0} = C_{\text{цг}}^{\text{BX}}(t); \quad C_{\text{ца}}(z, t) \Big|_{z=l_a} = C_{\text{ца}}^{\text{BX}}(t).$$

Начальные условия определяются исходными профилями концентраций ЦК по высоте аппарата:

$$C_{\text{цг}}(z, t) \Big|_{t=0} = C_{\text{цг}}(z); \quad C_{\text{ца}}(z, t) \Big|_{t=0} = C_{\text{ца}}(z).$$

Соответствующая (2) структурная схема приведена на рис. 2.

Для массообменных процессов подсистемы «Ректификация» приняты основные допущения:

- структура потоков отвечает модели идеального перемешивания, т. е. жидкость в насадках РК полностью перемешивается;
- в основу получения ММ массообменных процессов между паром и жидкостью положена гидродинамическая модель полного вытеснения;

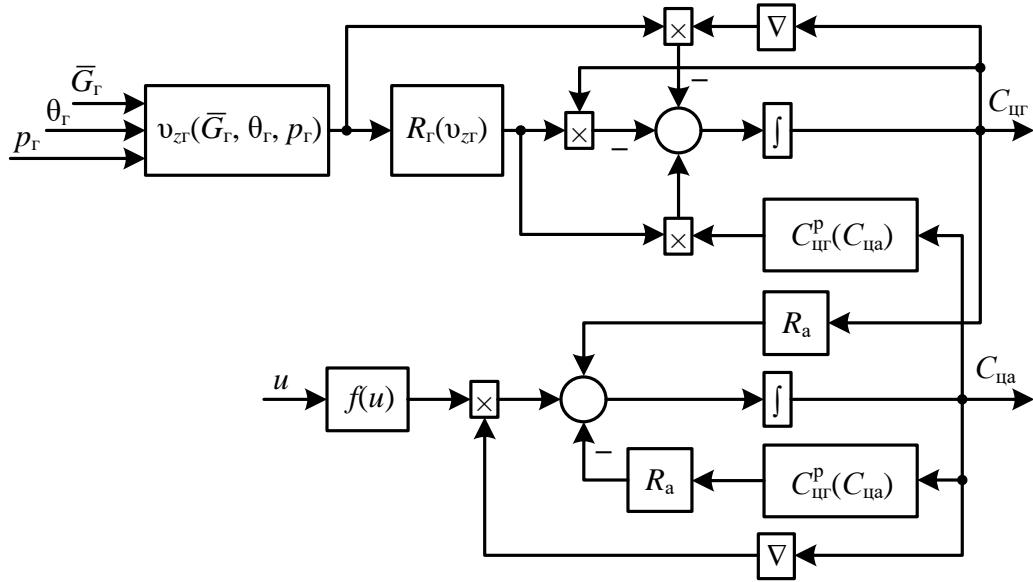


Рис. 2. Структурная схема управляемого массообменного процесса в абсорбере

- режим продольного перемешивания фаз отсутствует;
- скорость жидкости v_{jk} не меняется как по сечению колонны, так и по высоте насадочной секции колонны при постоянном давлении в РК;
- концентрации пара C_p и жидкости C_a одинаковы по сечению колонны;
- массопередача на насадках эквимолярная, т. е. через поверхность раздела фаз в противоположных направлениях переносится одинаковое количество целевого компонента;
- жидкость, проходя через насадку, не задерживается, что исключает образование зон простоя в насадках, а также исключается зависание жидкости в насадках.

Учитывая принятые допущения и функциональную зависимость (1), нелинейная динамическая ММ массообменного процесса в подсистеме «Ректификация» может быть представлена системой ДУЧП:

$$\begin{aligned}\partial C_{\text{пп}} / \partial t &= v_{\text{пп}} (\bar{G}_{\text{пп}}, \theta_{\text{пп}}) (\partial C_{\text{пп}} / \partial z) + R_{\text{пп}} [C_{\text{пп}} - C_{\text{пп}}^{\text{p}} (C'_{\text{ца}})]; \\ \partial C'_{\text{ца}} / \partial t &= -v_{\text{а}} (\partial C'_{\text{ца}} / \partial z) - R'_{\text{а}} [C_{\text{пп}} - C_{\text{пп}}^{\text{p}} (C'_{\text{ца}})],\end{aligned}\quad (3)$$

Для ММ (3) принимались следующие граничные

$$C_{\text{пп}}(z, t)|_{z=0} = C_{\text{пп}}^{\text{вых}}(t), \quad C_{\text{пп}}(z, t)|_{z=l_{\text{к}}} = C_{\text{пп}}^{\text{вых}}(t),$$

$$C'_{\text{ца}}(z, t)|_{z=l_{\text{к}}} = C'_{\text{ца}}^{\text{вых}}(t), \quad C'_{\text{ца}}(z, t)|_{z=0} = C'_{\text{ца}}^{\text{вых}}(t)$$

и начальные условия

$$C_{\text{пп}}(z, t)|_{t=0} = C_{\text{пп}}^0(z), \quad C'_{\text{ца}}(z, t)|_{t=0} = C'_{\text{ца}}^0(z).$$

Изучение взаимосвязи массообменных процессов подсистем «Абсорбция газа» и «Ректификация» производится по составной ММ (2), (3). Система «ДЕСОРБЦИЯ» включает промежуточное емкостное, насосное и трубопроводное оборудование, где происходит выравнивание температуры и концентрации абсорбента перед подачей в РК. В связи с этим для согласования подсистем был введен поправочный коэффициент, который учитывает совокупное влияние вышеуказанных факторов на установившиеся взаимосвязанные процессы в замкнутом контуре.

Дискретно-непрерывная модель управляемых массообменных процессов КТС «АБСОРБЦИЯ–ДЕСОРБЦИЯ», необходимая для получения компьютерной модели, записывается в виде следующей системы обыкновенных ДУ:

$$\begin{aligned}dC_{\text{цг}i+1} / dt &= -((v_{\text{г}}/h) + R_{\text{г}}(v_{\text{г}}))C_{\text{цг}i+1} + R_{\text{г}}(v_{\text{г}})E_p C_{\text{цап}i} + (v_{\text{г}}/h)C_{\text{цг}i}; \\ dC_{\text{цai}+1} / dt &= -((f(u)/h) + R_a E_p)C_{\text{цai}+1} + R_a C_{\text{цг}n-i} + (f(u)/h)C_{\text{цai}}; \\ dC_{\text{цп}i+1} / dt &= -((v_{\text{пп}}/h) - R_{\text{пп}})C_{\text{цп}i+1} + (v_{\text{г}}/h)C_{\text{цп}i} - R_{\text{пп}} E C'_{\text{цап}i}; \\ dC'_{\text{цai}+1} / dt &= -((v_a/h) - R'_a(v_a)E)C'_{\text{цai}+1} + (v_a/h)C'_{\text{цai}} - R'_a(v_a)C_{\text{цп}n-i},\end{aligned}\quad (4)$$

где $i=0, \dots, n-1$; E_p, E – коэффициенты фазового равновесия; $f(u)$ – управляющее воздействие по скорости абсорбента в абсорбере; h – шаг дискретизации по пространственным переменным.

Многорежимное регулирование процессов.

Изучаемому объекту управления присущи различные динамические ситуации, обусловленные как сменой технологического режима установки, так и действием внешних (расход, температура и давление) и внутренних факторов. Внутренние возмущающие факторы проявляются с течением времени в виде изменения конструктивных особенностей установки, т. е. утончения стенок аппаратов, засорения проходного сечения трубопроводов и т. п. Для поддержания заданных величин в широком интервале изменения воздействий и возмущений целесообразно использовать концепцию многорежимного управления.

За десятилетия работы газодобывающей промышленности накоплен большой массив данных о режимах функционирования типовых технологических установок. Для каждого типа установок существуют «свое множество знаний» по поддержанию заданного технологического режима. С целью анализа и последующего использования накопленных знаний для управления ТП необходимо применение специализированных систем хранения данных (типа хранилищ данных (DataWarehouse)). Поскольку такие системы могут отслеживать скрытые закономерности и тенденции, их целесообразно использовать как для проектирования новых УКПГ на месторождениях, так и для прогностического управления ТП газопромысловой технологии в режиме реального времени.

В соответствии с принципом многорежимного регулирования для каждого режима работы КТС устанавливается локальная цель регулирования и выбирается локальный закон

регулирования с учетом ранее наработанных рекомендаций и сложившихся типовых решений на газовом промысле.

Использование концепции многорежимного регулирования применительно к технологическим установкам осушки газа основывается на обеспечении заданных требований к текущему режиму функционирования за счет подключения локального регулятора (регулятора режима, субрегулятора) из имеющегося набора режимных регуляторов в соответствии со сложившейся на данный момент времени динамической (технологической) ситуации. Термин динамической ситуации для концепции многорежимного регулирования впервые был введен проф. Н. Б. Филимоновым [19]. Изменение закона управления многорежимного регулятора происходит при получении определенного набора информативных признаков. Информативные признаки формируются на основе измеренных величин, характеризующих текущее состояние установки и состояние окружающей среды. Базируясь на полученной информации, многорежимный регулятор в соответствии с текущей динамической ситуацией вырабатывает требуемый управляющий сигнал.

На рис. 3 представлена функциональная схема многорежимного регулятора. В структуру многорежимного регулятора входят набор локальных регуляторов (линейных, нелинейных) и анализатор динамических ситуаций (АДС). Локальные регуляторы обслуживаются соответствующие технологические режимы. Анализатор динамических ситуаций обрабатывает полученный набор информативных признаков текущей динамической ситуации и дает команду на включение соответствующего локального регулятора.

На схеме видно, что АДС и локальные регуляторы обмениваются набором информативных признаков с источниками данных. Источниками данных являются сигналы, поступающие из информационно-измерительной системы, а также информация из баз данных и баз знаний. Анализатор динамических ситуаций формирует сигналы на подключение локальных регуляторов, которые, в свою очередь, формируют управляющие сигналы для исполнительных механизмов.

На рис. 4 представлена функциональная схема АДС для ТП абсорбционной осушки природного газа.

На схеме приняты обозначения:

$g_{из}$ – измеряемые возмущения. В частности, доступны измерениям возмущения по расходу, давлению, температуре газа и жидкости, по температуре точки росы газа, по уровню жидкости и т. п.;

$g_{ид}$ – непосредственно неизмеряемые возмущения, но которые могут быть идентифицированы по результатам наблюдения процесса регулирования или получены по результатам, взятым из баз данных. Например, концентрации целевого компонента в газовой и жидкой фазах непосредственно не измеряются, но могут быть получены на основании данных специальных экспериментов и сохраненных в базах данных;

$g_{кл}$ – возмущения, которые не имеют точной количественной оценки. Они выявляются при качественном анализе возмущений. Функция блока классификации возмущений заключается в распознавании образа воздействия $g_{кл}$ на основе всего объема информации, измеренной или полученной из баз данных и баз знаний. Например, данные о состоянии технологического оборудования, условия образования гидратных пробок в трубопроводах.

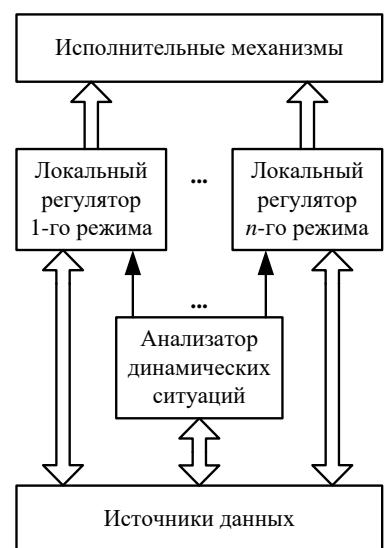


Рис. 3. Функциональная схема многорежимного регулятора

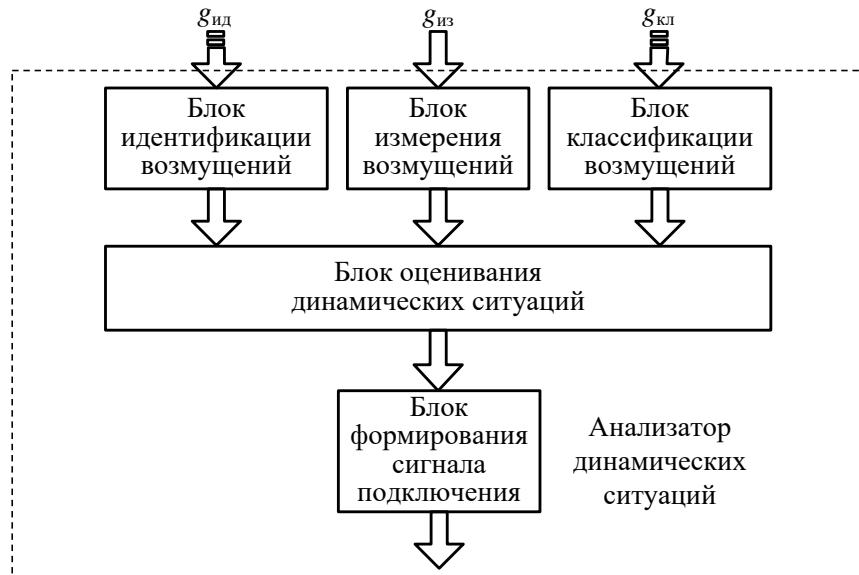


Рис. 4. Функциональная схема АДС

Информация от блоков возмущений поступает в блок оценивания ситуаций, в котором происходит обработка информации, принимается решение о текущей динамической ситуации и генерируется соответствующая оценка. Полученная оценка поступает в блок формирования сигнала подключения локального регулятора, «настроенного» на динамическую ситуацию.

Блоки, входящие в АДС, реализуются как программные блоки. При реализации программного АДС можно воспользоваться одной из платформ анализа данных, которая предполагает обработку информации, полученной из различных источников, в режиме реального времени. Например, в случае управления процессами газопромысловой технологии информация от системы датчиков должна обрабатываться с целью выявления, классификации или прогнозирования возможных событий, а так же формирования на основе этих данных управляющего воздействия на объект.

Отметим, что принцип и метод многорежимного регулирования могут лежать в основу разработки не только системы управления, но и системы диагностирования состояния объекта (норма, предаварийный режим, аварийный режим).

Компьютерная модель соответствующая (4) представлена на рис. 5.

Осуществление многорежимного регулирования взаимосвязанных массообменных процессов КТС «АБСОРБЦИЯ–ДЕСОРБЦИЯ» на основе ММ (4) производится с помощью управляющей функции $f(u)$. На каждом режиме сигнал u отвечает П-закону управления, обеспечивающего требуемые соотношения расходов «газ–абсорбент». Формируемая «по множеству» коэффициентов нелинейная характеристика регулятора позволяет получать необходимый показатель на любом допустимом режиме и не требует переключений.

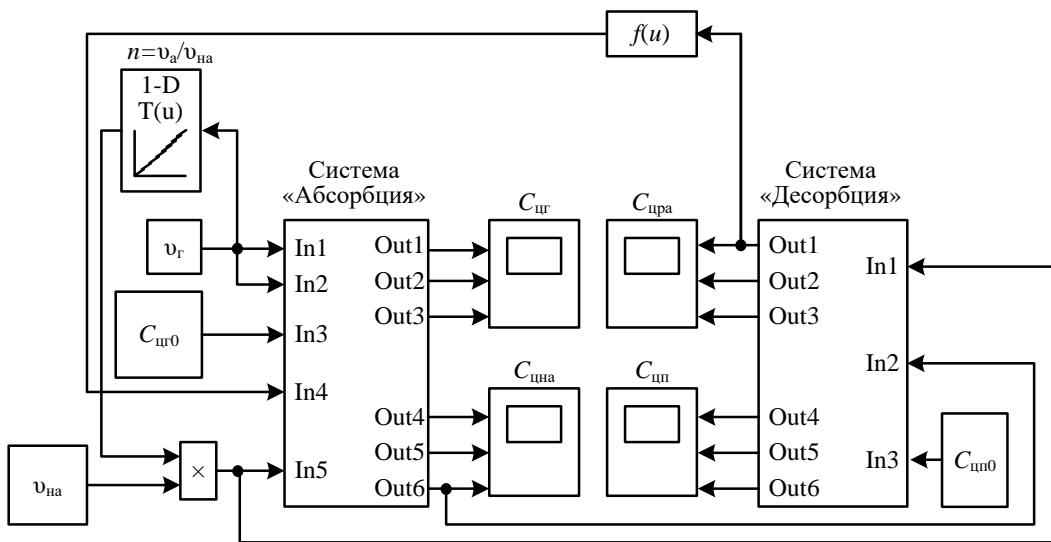


Рис. 5. Компьютерная модель взаимосвязанных управляемых массообменных процессов КТС «АБСОРБЦИЯ–ДЕСОРБЦИЯ»

Результаты компьютерного моделирования управляемых взаимосвязанных массообменных процессов КТС «АБСОРБЦИЯ–ДЕСОРБЦИЯ» при подаче ступенчатого возмущения по скорости газа на входе абсорбера представлены на рис. 6. Изменение скорости газа от номинальной до минимальной вызывает плавное отклонение выходных величин от первоначальных значений и постепенный переход к заданным значениям по ЦК в газовой фазе на выходе абсорбера.

Как показал вычислительный эксперимент с применением многорежимного регулятора, значения содержания ЦК в жидкой фазе лежат в области допустимых значений, выявленных при наблюдении за ТП на реальном производственном объекте. Для регенерированного диэтиленгликоля эти значения лежат в области $[0,71 \div 4,1] \text{ \%вес}$, для насыщенного диэтиленгликоля – $[2,45 \div 9,9] \text{ \%вес}$. В случае ступенчатого снижения скорости газа содержание ЦК в регенерированном диэтиленгликоле установилось в новом значении 3,3 %вес., а в насыщенном – 7,1 %вес. В случае подачи возмущения в виде прямоугольных импульсов содержание ЦК в регенерированном диэтиленгликоле устанавливалось в значении 1,2 %вес., а в насыщенном – 4,9 %вес.

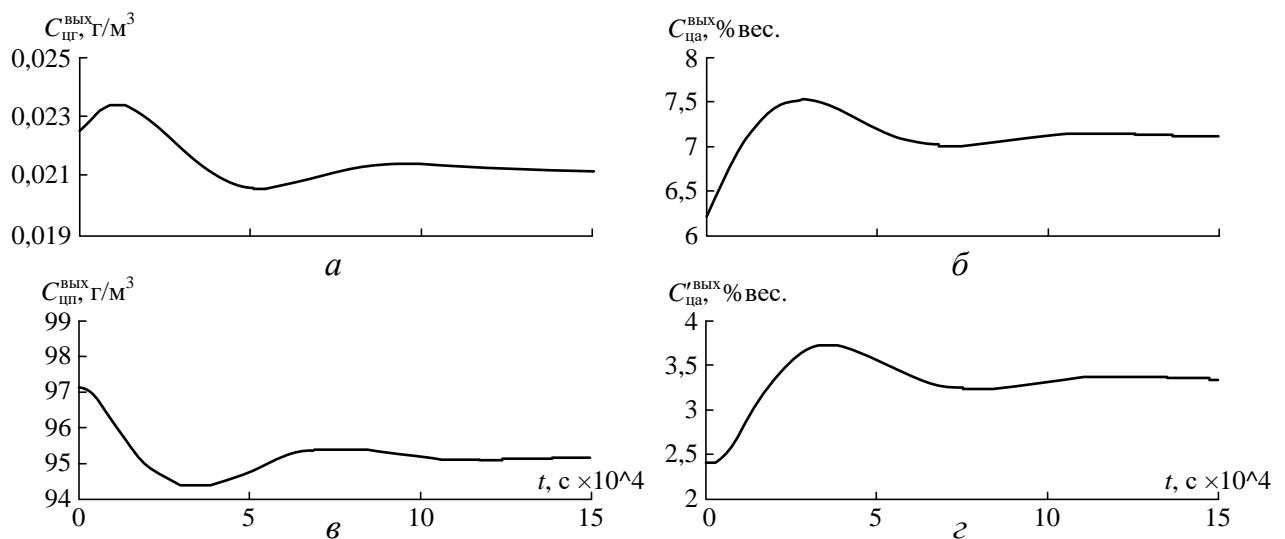


Рис. 6. Графики переходных процессов в абсорбере и РК по газовой/паровой (a, c) и жидкой (b, d) фазам при ступенчатом снижении скорости газа

Заключение.

На основе концептуальной модели КТС «АБСОРБЦИЯ–ДЕСОРБЦИЯ», характеризующейся разнородностью физических процессов, взаимосвязанной структурой и обоснованным выбором входных, внутренних, измеряемых и регулируемых величин, а также обоснованно принятными допущениями, разработаны динамические пространственно–распределенные математические модели массообменных процессов подсистем «Абсорбция газа» и «Ректификация» КТС «АБСОРБЦИЯ–ДЕСОРБЦИЯ». Особенность моделей состоит в учете функциональной зависимости скорости газообразной фазы от внешних (расхода, давления и температуры) и внутренних (температура пара в РК) возмущающих факторов, что позволяет адекватно управлять процессами в условиях изменения этих факторов. Взаимосвязь подсистем осуществляется по величине концентрации ЦК в жидкой фазе, а управление массообменными процессами через скорость жидкой фазы при подаче ее в абсорбер.

Практическая ценность разработанных математических моделей взаимосвязанных управляемых массообменных процессов КТС «АБСОРБЦИЯ–ДЕСОРБЦИЯ» заключается в возможности объяснения и прогнозирования поведения комплекса при различных внешних факторах, определяющих режимы функционирования технологического процесса.

Применение в системе управления принципа многорежимного регулирования обеспечивает поддержание заданного качества газа в широком интервале изменения давления, температуры и расхода.

Список литературы:

1. Олейников В. А., Зотов Н. С. Автоматическое регулирование технологических процессов в нефтяной и нефтехимической промышленности. – Л.: Гостоптехиздат, 1962. – 324 с.
2. Олейников В. А., Тихонов О. Н. Автоматическое управление производственными процессами в обогатительной промышленности. – Л.: Недра, 1966. – 356 с.
3. Олейников В. А. Оптимальное управление технологическими процессами в нефтяной и газовой промышленности. – Л.: Недра, 1982. – 216 с.
4. Баранов А. В., Душин С. Е. Анализ условий общности положения нелинейных систем методами дифференциальной геометрии // Мехатроника. автоматизация, управление. 2006. № 5. С. 2-6.
5. Баранов А. В., Душин С. Е. Анализ условий общности положения нелинейных систем с несколькими управляющими воздействиями методами дифференциальной геометрии // Мехатроника. автоматизация, управление. 2007. № 3. С. 9–12.
6. Имаев Д. Х., Станиславски В. Исследование динамики иерархических систем на примере парогенератора. – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2011. – 240 с.
7. Шевцов И. В., Шестopalов М. Ю. Модели управления и диагностики технологического процесса производства никелевого порошка. – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2012. – 218 с.
8. Абрамкин С. Е., Душин С. Е. Динамические модели управляемых процессов абсорбционной осушки природного газа // Приоритетные направления развития Уренгойского комплекса: Сб. научн. тр./ ООО «Газпром добыча Уренгой». – М.: Издательский дом Недра, 2013. С. 242–253
9. Малков А. В., Першин И. М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. – М.: Научный мир, 2012. – 476 с.
10. Душин С. Е., Красов А. В., Литвинов Ю. В. Моделирование систем и комплексов: Учебное пособие. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2010. – 177 с.
11. Душин С. Е., Красов А. В., Кузьмин Н. Н. Моделирование систем управления: Учебное пособие для вузов / Под ред. С.Е. Душина. – М.: Студент, 2012. – 348 с.
12. Абрамкин С. Е. Анализ технологического процесса абсорбционной осушки газа как объекта управления // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2007. № 3. С. 24–31.

13. Абрамкин С. Е., Душин С. Е., Кузьмин Н. Н. Моделирование управляемых массо- и теплообменных процессов в системе подготовки природного газа к транспортировке Труды X междунар. Четаевской конф. «Аналитическая механика, устойчивость и управление», Т.1. – Казань, 2012. С. 3–10.
14. Абрамкин С. Е., Душин С. Е. Разработка математической модели технологического комплекса «Абсорбция – Десорбция» // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2011. № 1. С. 29–33.
15. Абрамкин С. Е., Душин С. Е., Кузьмин Н. Н. Математические модели управляемых массо- и теплообменных процессов в технологическом комплексе систем «абсорбция-десорбция» // Изв. ЮФУ. Технические науки. Системный синтез и прикладная синергетика. 2011. № 6. С. 255–264.
16. Абрамкин С. Е., Душин С. Е., Наседкин А. В. Исследование математической модели массообменного процесса в ректификационной колонне // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2012. № 6. С. 30–36.
17. Абрамкин С. Е., Душин С. Е. Динамические модели управляемых процессов абсорбционной осушки природного газа // Геология, бурение, разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений: Науч.-техн. сб. – М.: ООО «Газпром экспо», 2012. № 2. С. 53–61.
18. Абрамкин С. Е., Душин С. Е. Особенности управления комплексом технологических систем «абсорбция-десорбция» // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2013. № 4. С. 41–47.
19. Филимонов Н. Б. Концепция многорежимного регулирования // Автоматическое управление объектами с переменными характеристиками: Межвуз. сб. науч. тр. – Новосибирск: НЭТИ, 1988. С. 88–92.

Афанасьева Ирина Геннадьевна

Северо-Кавказский федеральный университет, филиал в г.Пятигорске

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ КОРРЕКТИРУЮЩИМ УСТРОЙСТВОМ

Изложена методика анализа и синтеза систем автоматического регулирования с параллельным корректирующим устройством, обеспечивающим астатизм без использования интегрирующих звеньев, методом математического моделирования продемонстрирована эффективность использования таких систем для объектов с сосредоточенными и распределёнными параметрами.

Ключевые слова: система автоматического регулирования, параллельное корректирующее устройство, астатизм, объекты с запаздыванием, объекты с распределёнными параметрами.

Afanasyeva I. G.

AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS WITH PARALLEL CORRECTION DEVICE

The paper describes the method of analysis and synthesis of automatic control systems with parallel correction device. This method provides the astatic without using the integrating link. Mathematical simulations demonstrated the effectiveness of their use for objects with lumped and distributed parameters.

Keywords: the system of automatic control, parallel correcting device, astatic, objects with delay, objects with distributed parameters.

В системах автоматического регулирования объектами как с сосредоточенными, так и с распределёнными параметрами для устранения статической ошибки последовательно неизменяемой части системы обычно включают интегрирующее звено, при этом порядок инерционности системы неизбежно повышается на единицу. Достигнуть астатизма можно без использования интегрирующих звеньев путём включения корректирующего устройства параллельно неизменяемой части системы, при этом, если соответствующим образом выбрать параметры корректирующего устройства, порядок инерционности системы будет таким же, как и у её неизменяемой части. Известны отдельные случаи использования подобных систем [1,2], однако широкого распространения они не получили. В данной работе обосновывается эффективность применения подобных систем для объектов с различными динамическими свойствами, в том числе и для объектов с распределёнными параметрами.

Обобщённая структурная схема системы автоматического регулирования (САР) с параллельным корректирующим устройством (ПКУ) изображена на рисунке 1.

Операторное уравнение, соответствующее изображённой структурной схеме:

$$\begin{aligned} & [1 + W_y(s)W_o(s)k_{oc} - W_\kappa(s)k_{oc}]x_p(s) = \\ & = W_y(s)W_o(s)x_3(s) + [W_\kappa(s)W_e(s)k_{oc} - W_e(s)]x_e(s) \end{aligned} \quad (1)$$

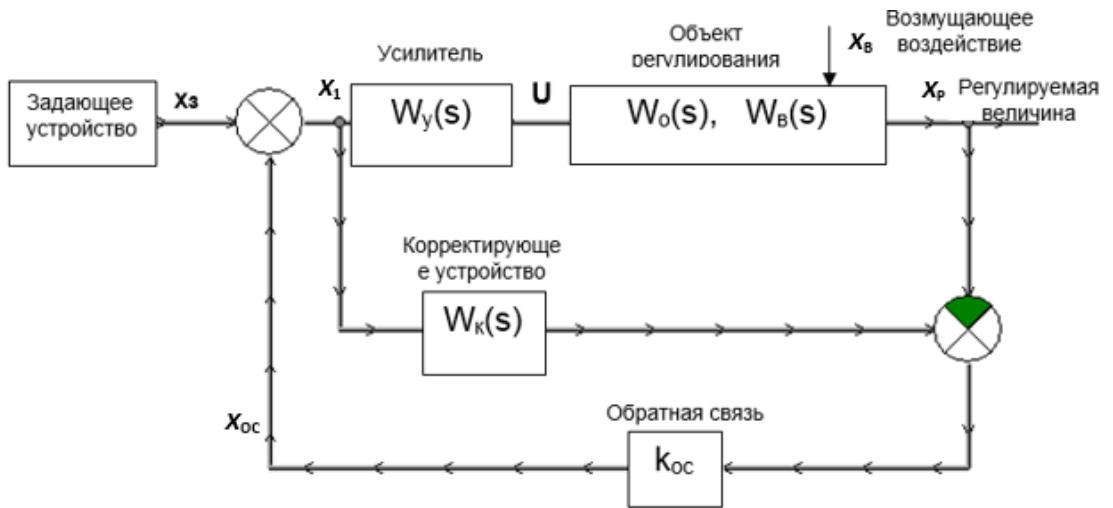


Рис. 1. Структурная схема САР с ПКУ

соответствующее уравнение статики:

$$[1 + k_y k_o k_{oc} - k_k k_{oc}] x_p = k_y k_o x_3 + [k_k k_e k_{oc} - k_e] x_e \quad (2),$$

где k_y , k_{oc} , k_k , k_o , k_e – передаточные коэффициенты усилителя, звена обратной связи, корректирующего устройства и объекта регулирования по управляемому и возмущающему воздействиям соответственно.

Если установить произведение коэффициентов $k_k k_{oc}$ равным единице, то уравнение статики (2) примет вид:

$$x_p = x_3/k_{oc},$$

т.е. в установленном режиме регулируемая величина не зависит от возмущающего воздействия и пропорциональна задающему воздействию.

Для того, чтобы порядок инерционности САР был не выше порядка инерционности неизменяемой части системы, необходимо, чтобы знаменатель передаточной функции корректирующего устройства был равен произведению знаменателей (или части знаменателей) передаточных функций усилителя и объекта регулирования по управляемому воздействию, что следует из уравнения (1). Например, если объект регулирования представлен апериодическим звеном первого порядка с передаточной функцией

$$W_o(s) = \frac{k_o}{T_o s + 1},$$

а инерционность усилителя пренебрежимо мала, то приняв корректирующее устройство, имеющее передаточную функцию

$$W_k(s) = \frac{k_k}{T_o s + 1}, \text{ где } k_k = 1/k_{oc},$$

в соответствии с (1) будем иметь характеристическое уравнение замкнутой системы:

$$\frac{T_o}{k_o k_{oc} k_y} s + 1 = 0,$$

т.е., действительно, замкнутая система, как и объект регулирования, имеет инерционность первого порядка, а инерционность системы снижается пропорционально увеличению коэффициента усиления усилителя, или иначе, уровню сигнала на входе объекта регулирования.

Если передаточная функция неизменяемой части системы, умноженная на коэффициент обратной связи, может быть представлена в виде:

$$W_o(s)W_y(s)k_{oc} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + k_o k_y k_{oc}}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + 1}, \text{ где } n < m,$$

(примем, например, $m = n-1$), то передаточную функцию корректирующего устройства удобно принять следующего вида:

$$W_k(s) = \frac{k_k - k_{d1}s - k_{d2}s^2 - \dots - k_{dm}s^m}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + 1} \quad (3).$$

В этом случае, обозначив $k_o k_y k_{oc} = k$, $k_{d1} k_{oc} = k_1, \dots k_{di} k_{oc} = k_i$ и учитывая, что $k_k k_{oc} = 1$, в соответствии с (1) получим следующее характеристическое уравнение замкнутой системы:

$$a_n s^n + (a_{n-1} + b_m + k_{n-1})s^{n-1} + \dots + (a_1 + b_1 + k_1)s + k = 0 \quad (4).$$

Изменяя в (4) коэффициенты k_i при производных корректирующего устройства, можно получить желаемое расположение корней характеристического уравнения, обеспечивающее заданные показатели качества регулирования.

В качестве примера возьмём объект регулирования, имеющий передаточную функцию колебательного звена:

$$W_o(s) = \frac{k_o}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1} \quad \text{или} \quad W_o(s) = \frac{k_o}{a_2 s^2 + a_1 s + 1}, a_1^2 < 4a_2,$$

где $T=0.1\text{с}$, $\xi=0.05$, $k_o=2$. Переходная характеристика такого звена представлена на рисунке 2.

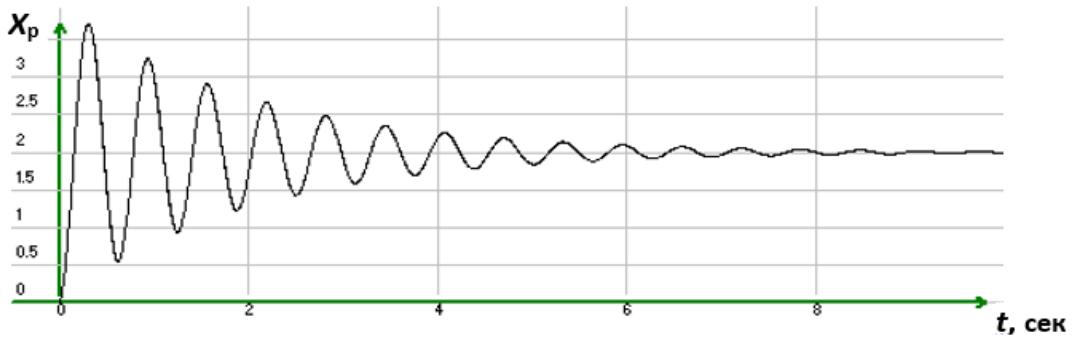


Рис. 2. Переходная характеристика колебательного звена

В качестве корректирующего примем звено, имеющее передаточную функцию:

$$W_k(s) = \frac{k_k - k_{d}s}{a_2 s^2 + a_1 s + 1}.$$

В соответствии со структурной схемой (рисунок1), уравнением (1) и принятыми выше обозначениями в данном случае характеристическое уравнение системы будет следующим:

$$1 + \frac{k}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} - \frac{k_k k_{oc} - k_1 s}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} = 0,$$

или с учётом того, что произведение $k_k k_{oc}$ для устранения статической ошибки необходимо принимать равным единице, после элементарных преобразований, приняв обозначения, использованные в (4), получим:

$$a_2 s^2 + (a_1 + k_1)s + k = 0,$$

откуда вытекает условие отсутствия колебаний в переходных процессах:

$$k \leq \frac{(a_1 + k_1)^2}{4a_2} \dots (5).$$

На рисунке 3 представлены кривые переходных процессов в рассматриваемой системе, соответствующие кратным корням характеристического уравнения, при скачкообразном задающем воздействии. Кривые 1 (регулируемая величина) и 1' (управляющее воздействие) получены при $k_1=0.3$ и $k=1.2$, принятами в соответствии с условием (5). Кривые 2 и 2' получены при $k_1=0.4$ и $k=2.1$. Увеличение коэффициента при производной позволяет соответственно повысить скорость переходного процесса, не изменяя его характера. Минимальная длительность переходного процесса, как и в примере с апериодическим звеном первого порядка, ограничивается допустимой величиной управляющего воздействия. При моделировании представленных переходных процессов инерционность усилителя принята на

два порядка ниже инерционности объекта регулирования и при расчёте коэффициентов не учитывалась.

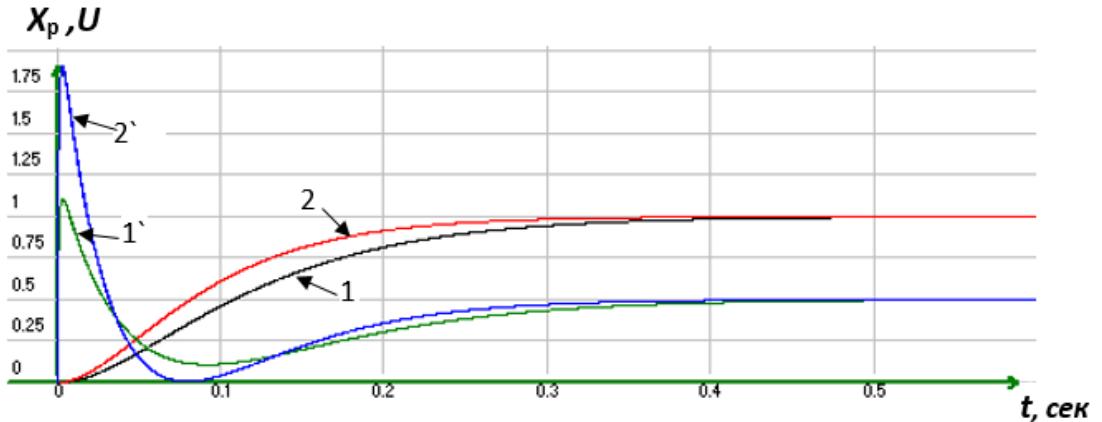


Рис. 3. Переходные процессы в САР с ПКУ с колебательным звеном

САР с ПКУ с успехом могут быть использованы для объектов с запаздыванием и объектов с распределёнными параметрами.

Рассмотрим пример синтеза САР с ПКУ для объекта с передаточной функцией:

$$W_o(s) = \frac{k_o e^{-st}}{a_2 s^2 + a_1 s + 1}.$$

В данном случае в соответствии с (3) передаточную функцию корректирующего устройства принимаем вида:

$$W_k(s) = \frac{k_k - k_d s}{a_2 s^2 + a_1 s + 1}. \quad (6)$$

Систему регулирования строим по структурной схеме, изображённой на рисунке 1. Инерционностью усилителя и звена обратной связи пренебрегаем. Используя обозначения, принятые в (4) и учитывая, что произведение $k_k k_{oc} = 1$, получаем характеристическое уравнение:

$$a_2 s^2 + (a_1 + k_1)s + k e^{-st} = 0 \quad (7).$$

Поставим цель получить апериодический переходный процесс при минимальном времени регулирования. Для этого в (7) заменим s на вещественный корень $-\alpha$ и разрешим уравнение относительно k :

$$k = [(a_1 + k_1)\alpha - a_2 \alpha^2] e^{-\alpha t} \quad (8).$$

Функция $k(\alpha)$ при увеличении α сначала положительная, затем отрицательная, убывает по экспоненте. Поскольку необходимо получить минимальное время регулирования, нас интересует максимальное значение коэффициента k при вещественном ближайшем к мнимой оси корне характеристического уравнения. Чтобы найти это значение, производную $dk/d\alpha$ приравняем нулю, в результате чего получим уравнение:

$$\begin{aligned} \tau a_2 \alpha^2 - [2a_2 + (a_1 + k_1)\tau]\alpha + (a_1 + k_1) &= 0, \text{ откуда:} \\ \alpha &= \frac{2a_2 + (a_1 + k_1)\tau - \sqrt{4a_2^2 + \tau^2(a_1 + k_1)^2}}{2\tau a_2} \end{aligned} \quad (9).$$

Перед корнем используем отрицательный знак, т.к. нас интересует наименьший корень. Задавшись значением коэффициента при производной корректирующего устройства и, соответственно, значением коэффициента k_1 , используя (9), вычисляем α . Подставив найденное значение α в (8), вычисляем требуемое значение коэффициента k , разделив которое на передаточные коэффициенты объекта регулирования и звена обратной связи, получаем максимальный коэффициент усиления усилителя, при котором переходный процесс будет апериодическим.

Для иллюстрации изложенного методом математического моделирования построены кривые переходных процессов при следующих значениях параметров: $k_0=1$, $a_2=50c^2$, $a_1=15c$, $\tau=4c$. При $k_1=0$ согласно (9) и (8) $\alpha \approx 0.108$ и $k \approx 0.673$, этим значениям на рисунке 4

соответствуют кривые 1 (регулируемая величина) и 1' (сигнал управления). При $k_1=25$ получим $\alpha \approx 0.178$ и $k \approx 2.716$, этим значениям соответствуют кривые 2 и 2'.

Сравнивая кривые переходных процессов, можно сделать вывод, что введение производной в закон формирования выходного сигнала корректирующего устройства существенно повышает быстродействие системы за счёт увеличения сигнала управления в период переходного процесса.

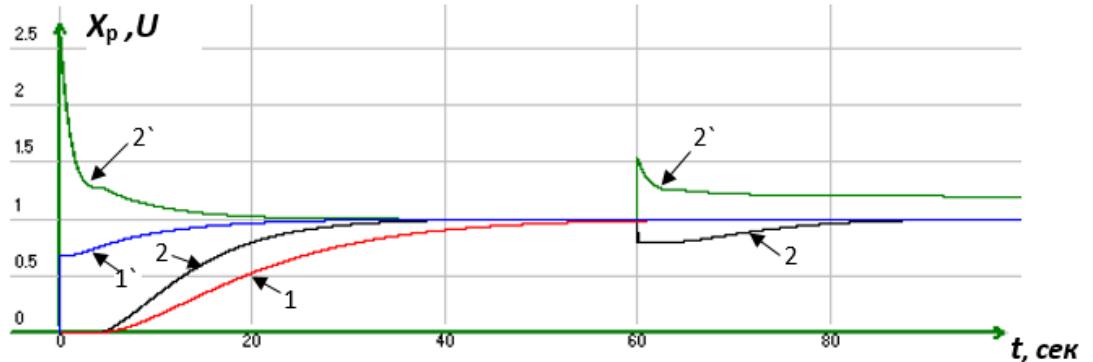


Рис. 4. Кривые переходных процессов в САР с инерционным объектом второго порядка с запаздыванием

При моделировании через 60 сек после подачи скачкообразного задающего воздействия было также скачкообразно подано возмущающее воздействие, после чего, как это видно из представленного графика, регулируемая величина вернулась к заданному значению, равному единице. Все кривые переходных процессов носят апериодический характер. При необходимости сократить длительность переходных процессов следует увеличивать коэффициент при производной корректирующего устройства, вследствие чего корень α будет смещён влево, коэффициент усиления усилителя в соответствии с (8) может быть увеличен, что не изменит характера переходного процесса и за счёт увеличения уровня управления U ускорит переходный процесс.

Рассмотрим теперь пример синтеза САР с ПКУ для объекта с распределёнными параметрами. В качестве такого объекта примем стальную пластину с размерами $X_L=0.3\text{м}$, $Y_L=0.6\text{м}$, $Z_L=0.045\text{м}$ (рисунок 5). Входным воздействием примем равномерные тепловые потоки U_a, U_b, U_c , направленные на поверхность (X, Y, Z_L) в пределах, обозначенных пунктирными линиями. Расстояния между нагревательными элементами и от краёв по оси X примем равными 0,0125м. Установим идеальную теплоизоляцию поверхностей S_1 и S_2 , а также в промежутках между нагревательными элементами.

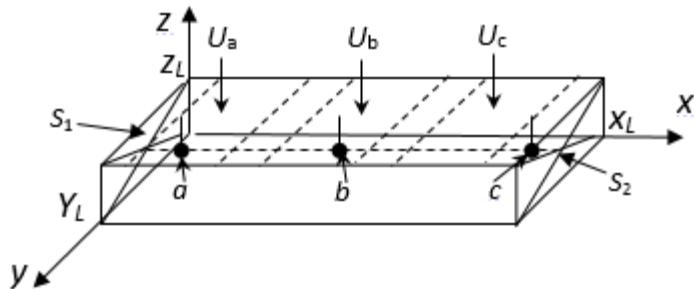


Рис. 5. Стальная пластина

Функцией выхода примем температуру T в средней по координате Z плоскости (X, Y) пластины.

Математическая модель объекта описывается уравнениями [3, с.24]:

$$\frac{\partial T(X,Y,Z,t)}{\partial t} = a \left[\frac{\partial^2 T(X,Y,Z,t)}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T(X,Y,Z,t)}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 T(X,Y,Z,t)}{\partial Z^2} \right] \quad (10),$$

$0 < X < X_L, \quad 0 < Y < Y_L, \quad 0 < Z < Z_L,$

$$-\lambda \frac{\partial T(X,Y,Z,t)}{\partial Z} = U(X, Y, t) \quad (11).$$

Примем для стали коэффициент температуропроводности $a = 0.000019$, и коэффициент теплопроводности $\lambda = 0.23$ [4]. Для моделирования тепловых процессов примем следующую дискретизацию: $\Delta X = X_L/24$, $\Delta Y = Y_L/24$, $\Delta Z = Z_L/30$, $\Delta t = 0.01\text{с}$.

Примем следующие граничные и начальные условия:

$$T(X, 0, Z, t) = T(X, Y_L, Z, t) = T(X, Y, 0, t) = 0 \quad (12),$$

$$\frac{\partial T(0, Y, Z)}{\partial X} = \frac{\partial T(X_L, Y, Z)}{\partial X} = \frac{\partial T(0.1, Y, Z_L)}{\partial Z} = \frac{\partial T(0.2, Y, Z_L)}{\partial Z} = 0 \quad (13),$$

$$T(X, Y, Z, 0) = 0 \quad (14).$$

Условие (12) отражает постоянную температуру, равную температуре окружающей среды, на поверхностях пластины, перпендикулярных оси Y , и на поверхности, противоположной поступления теплового потока. Условие (13) отражает принятую выше теплоизоляцию. По условию (14) в начальный момент времени температура во всём объёме пластины равна температуре окружающей среды.

Зададимся целью стабилизировать волну температуры, направленную по оси X , на трёх уровнях: 100, 150 и 200 градусов Цельсия в средней зоне по оси Z . Для этого установим основные датчики температуры a, b и c , как это показано на рисунке 5 жирными точками. Помимо этих датчиков предусмотрим дополнительные (на рисунке не показаны), необходимые для вычисления производных температуры по осям X и Y , эти датчики сместим относительно основных по указанным осям в обе стороны на шаг дискретизации.

Для расчёта параметров САР необходимо, прежде всего, получить характеристики объекта регулирования, которые будем путём аппроксимации определять по кривым разгона. В соответствии с расположением нагревательных элементов и принятыми граничными условиями кривые разгона будем получать по оси Y по первой моде с разложением по синусам, по оси X – по первой и четвёртой модам с разложением по синусам и по косинусам. При воздействии по первой моде:

$$U_{1,1} = U_m \sin\left(\frac{\pi}{X_L} X\right) \sin\left(\frac{\pi}{Y_L} Y\right)$$

математическим моделированием получены кривые изменения температуры в точках a, b и c установки датчиков. Аналогичные кривые получены при постоянном воздействии:

$$U_{4,1} = U_m \cos\left(\frac{4\pi}{X_L} X\right) \sin\left(\frac{\pi}{Y_L} Y\right).$$

Ввиду симметрии кривые, снятые в точках « a » и « c », получились в обоих случаях идентичными. С использованием метода Симою [5, с.169] кривые разгона аппроксимированы экспонентами второго порядка с запаздыванием. Результаты аппроксимации представлены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры объекта регулирования и коэффициенты распределённых усилителей.

Параметры	Области « a » и « c »		Область « b »	
	Мода 1,1	Мода 4,1	Мода 1,1	Мода 4,1
Передаточный коэффициент, ${}^0C^*m^2/Bt$	0.0822	0.0467	0.0728	0.0287
Постоянная времени T_1 , сек	34.8	34	31.8	25
Постоянная времени T_2 , сек	5.4	5.3	4.9	2.7
Запаздывание τ , сек	2	1	2	1
Коэффициенты усилителей $K1$ при $k_1=0$	21,4	41,2	23,7	81,5
Коэффициенты усилителей $K1$ при $k_1=25$	50.1	103.5	58.7	252

Аппроксимировав кривые разгона экспонентами второго порядка с запаздыванием, соответственно выбираем корректирующее устройство, имеющее передаточную функцию

вида (6), где $a_1=T_1+T_2$, $a_2=T_1T_2$. Примем $k_k=1$, тогда, как это изложено выше, для получения астатизма необходимо принять $k_{oc}=1$, и в соответствии с обозначениями, принятыми в (4), получим $k_d=k_1$. Приняв то или иное значение коэффициента k_1 при производной корректирующего устройства, передаточный коэффициент k для каждой моды входного воздействия, обеспечивающий апериодический процесс в системе при минимальном времени регулирования, вычислим, используя выражения (9) и (8). Далее, разделив полученные передаточные коэффициенты k на соответствующие передаточные коэффициенты объекта регулирования, получим передаточные коэффициенты усилителя $K1$ для каждой моды и каждой области. Вычисленные таким образом при $k_1=0$ и при $k_1=25$ коэффициенты распределённых усилителей (а их в данном случае три – для каждой из трёх областей регулирования) представлены в таблице 1.

Коэффициенты E_1 и n_1 [3, с.65] распределённых усилителей, обеспечивающие для выбранных мод вычисленные коэффициенты усиления $K1$, находим, используя систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} K1_{1,1} &= E_1 \left(\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G_{1,1} \right) \\ K1_{4,1} &= E_1 \left(\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G_{4,1} \right) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

В (15) $G_{1,1} = \left(\frac{\pi}{X_L}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{Y_L}\right)^2 \approx 137$, $G_{4,1} = \left(\frac{4\pi}{X_L}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{Y_L}\right)^2 \approx 1781$ – значения обобщённой координаты для принятых размеров пластины и выбранных мод. Решая (15) относительно E_1 и n_1 , получим:

$$E_1 = \frac{K1_{1,1}(G_{4,1}-1)-K1_{4,1}(G_{1,1}-1)}{G_{4,1}-G_{1,1}}, \quad n_1 = \frac{K1_{1,1}(G_{4,1}-1)-K1_{4,1}(G_{1,1}-1)}{K1_{1,1}-K1_{4,1}} \quad (16).$$

Для областей «*a*» и «*c*» при $k_1=0$ будем иметь:

$$E_{1a,c} = \frac{21,4*1780-41,2*136}{1781-137} \approx 19.8, \quad n_{1a,c} = \frac{21,4*1780-41,2*136}{41,2-21,4} \approx -1641,$$

для области «*b*» $E_{1b} = 18.9$, $n_{1b} = -538$.

Коэффициенты E_1 и n_1 , вычисленные при $k_1=25$ для областей «*a*» и «*c*»:

$$E_{1a,c} = 45.7, \quad n_{1a,c} = -1406,$$

для области «*b*»:

$$E_{1b} = 44.4, \quad n_{1b} = -421.$$

По найденным коэффициентам E_1 и n_1 в САР непрерывно вычисляются управляющие воздействия (см. структурную схему рис.1) в соответствии с выражением [3, с.65]:

$$U = E_1 \left(\frac{n_1 - 1}{n_1} X_1 - \frac{1}{n_1} \nabla^2(X, Y) \right) \quad (17),$$

где

$$\nabla^2(X, Y) = \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2},$$

T – температура в точке установки датчика.

В рассматриваемом примере коэффициенты веса получились отрицательными, поэтому в скобках выражения (17) второе слагаемое необходимо исключить, иначе в системе возникает положительная обратная связь и при определённом значении лапласиана $\nabla^2(X, Y)$ переходный процесс становится расходящимся.

При аппроксимации кривых разгона для разных мод имеют место разные постоянные времени, поэтому в корректирующем устройстве желательно предусмотреть распределённые инерционные звенья [3, с.73]. Постоянные времени этих звеньев в САР должны непрерывно вычисляться в соответствии с выражением:

$$T = E_6 \left(\frac{n_6 - 1}{n_6} - \frac{1}{n_6} \nabla^2(X, Y) \right),$$

коэффициенты E_6 и n_6 определяют по формулам, аналогичным (15) и (16):

$$E_6 = \frac{T_{1,1}(G_{4,1}-1)-T_{4,1}(G_{1,1}-1)}{G_{4,1}-G_{1,1}}, n_6 = \frac{T_{1,1}(G_{4,1}-1)-T_{4,1}(G_{1,1}-1)}{T_{1,1}-T_{4,1}},$$

коэффициенты, вычисленные для рассматриваемого примера по постоянным времени, помещённым в таблице 1, представлены в таблице 2.

Таблица 2. Коэффициенты инерционных звеньев корректирующего устройства.

Коэффициенты	Области « <i>a</i> » и « <i>c</i> »		Область « <i>b</i> »	
	Для T_1	Для T_2	Для T_1	Для T_2
E_6	34.9	5.43	32.4	5.08
n_6	71650	22330	7824	3797

С использованием представленных расчётных данных выполнено математическое моделирование переходного процесса в рассматриваемой САР. На рисунке 6 изображены кривые изменения температуры в точках установки основных датчиков, изображённых на рисунке 5, при $k_1=0$ (пунктирные линии) и при $k_1=25$ (сплошные линии). Во всех случаях перерегулирование не превышает 2%. Введение производной в закон формирования сигнала корректирующего устройства снизило время регулирования более, чем в 1.3 раза. Увеличением коэффициента k_1 возможно дальнейшее уменьшение времени регулирования за счёт увеличения сигнала управления в переходный период. При моделировании в области установки датчика «*b*» через 60 секунд после начала переходного процесса было подано возмущающее воздействие, снизившее температуру на 25 °C. На графике видно, что на температуре в других контролируемых точках это никак не отразилось, а в области возмущения температура вернулась к заданному значению менее, чем за 10 секунд.

На рисунке 7. изображено температурное поле в средней по оси *Z* области пластины в установленном режиме. В соответствии с поставленной целью, по оси *X* температура повышается волной со стабилизацией на уровнях 100, 150 и 200 градусов. К краям поверхностей, перпендикулярных оси *Y*, температура снижается до нуля, т.к. на этих поверхностях приняты нулевые граничные условия.

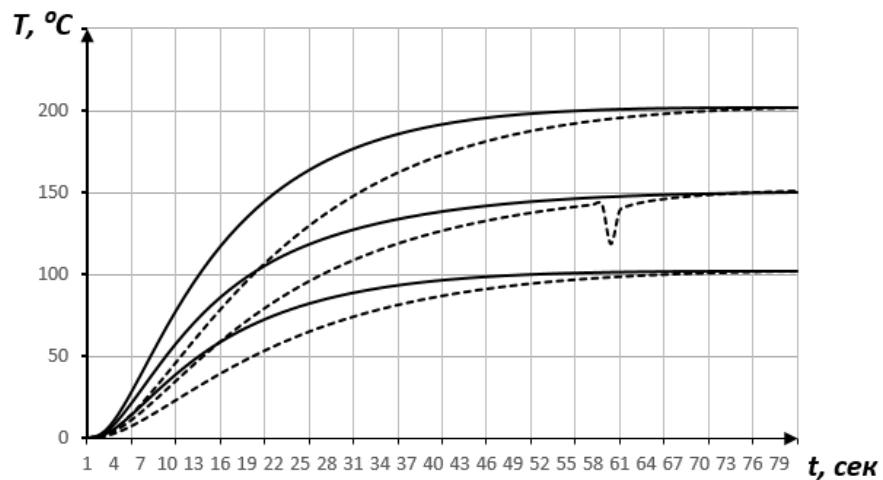


Рис.6. Кривые изменения температуры в точках установки датчиков при скачкообразном задающем воздействии в САР с ПКУ.

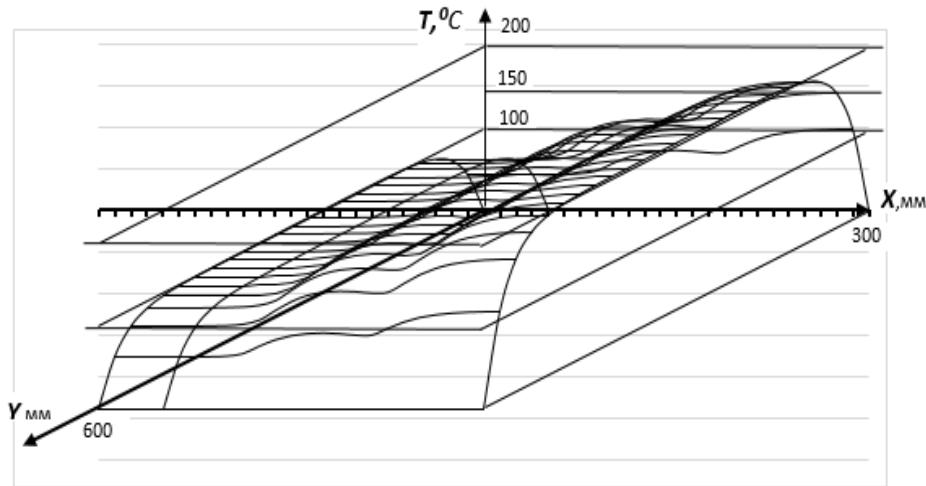


Рис. 5. Температурное поле в заданной области пластины в установившемся режиме

Выводы.

- Системы автоматического регулирования с параллельным корректирующим устройством являются астатическими.
- Отсутствие в САР с ПКУ интегрирующих звеньев позволяет иметь порядок инерционности системы равным порядку инерционности её неизменяемой части.
- САР с ПКУ позволяют получить высокие показатели качества регулирования процессов в объектах с различными динамическими характеристиками, в том числе и в объектах с распределёнными параметрами.
- Для расчёта параметров рассматриваемых систем удобно использовать корневые методы, напрямую связанные с основными показателями качества регулирования.

Список литературы.

- Афанасьев Г.Д., Щербинин А.Я.** Выбор корректирующего устройства, обеспечивающие заданные значения ускорения и рывка в приводе шахтной подъёмной машины по системе СПЧ-АД. Труды Северо-Кавказского горнometаллургического института: г. Орджоникидзе, 1972, с.86-91.
- Афанасьев Г.Д.** Разработка системы автоматического регулирования загрузки конусной дробилки мелкого дробления. Отчёт по НИР. НГМК, г. Норильск, 1977.
- Малков А.В., Першин И.М.** Системы с распределёнными параметрами. Анализ и синтез.-М: Научный мир, 2012.
- Теплохимический справочник. Том 2. Под ред. В.Н. Юрнева, П.Д. Лебедева. – М: Энергия, 1976.
- Олейников В.А., Тихонов О.Н.** Автоматизация обогатительных фабрик. – Ленинград: Недра, 1966.

Веселова Диана Геннадьевна¹, Скляров Андрей Анатольевич²

¹Санкт-Петербургский Государственный Университет

²Южный Федеральный Университет

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ БУРОВЫХ УСТАНОВОК В УСЛОВИЯХ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ НАГРУЗКАМИ

Аннотация. В работе проводится исследование математической модели буровой установки в условиях влияния различных типов нагрузки. Результаты исследования показали, что в системе присутствует точка равновесия, которая характеризуется одинаковым вращением верхнего и нижнего дисков и постоянным значением углового смещения. Такое поведение является желаемым для нормального функционирования буровой установки в целом, однако выявлено, что из-за неоднородности грунта, в частности при прохождении через более плотные слои земной поверхности и, как следствие, изменении проницаемости среды, в системе могут возникать нежелательные скрытые колебания – колебания, область притяжения которых не содержит окрестность состояния равновесия. В статье делаются предпосылки к проектированию систем управления буровыми установками, обеспечивающих асимптотически устойчивое функционирование системы без учета характера возмущающих воздействий, т.е. для любой функции момента трения, действующего на нижний диск буровой установки.

Ключевые слова. Буровая установка, математическая модель, устойчивость, положение равновесия.

Veselova D.G., Sklyarov A.A.

RESEARCH OF STABILITY OF DRILLING RIG FUNCTIONING IN CONDITIONS WITH VARIABLE LOADS

Abstract. The paper presents research of the mathematical model of a drilling rig, which works with varying loads. The research results revealed that in the system exists the stable equilibrium state, which is characterized by the same angular speed and constant angular displacement of upper and lower discs. This operating mode corresponds to a normal behavior of the drilling system. However, research results is also revealed that the heterogeneous bedrock can be cause of the drilling system vibrations. Usually it happened when a drill bit is going through the rigid ground layers. The result of sudden bedrock change is an emergence of hidden periodic oscillations - the attraction area of the oscillations is not in the stable equilibrium state of system. In addition, paper propose a prerequisites of a control law design of drilling systems, which will provide the asymptotic stability system functioning without taking into account characteristics of disturbances, i.e. the given control law can be applied for drilling system which works in conditions with various lower disk friction torques.

Keywords. Drilling rig; mathematical model; stability; stable equilibrium state.

В настоящее время буровые установки широко применяются в различных добывающих отраслях. Существует множество причин простоя технологического процесса в данных отраслях, однако наиболее частым является, выход из строя бурового оборудования. Ремонт буровой установки занимает много времени и денежных средств, поэтому для того чтобы

уменьшить количество поломок и увеличить эффективность добывающей промышленности необходимо детально изучить причины возникновения поломок.

Буровая установка состоит из шести основных частей (рис. 1): система подъемников, стол бурового ротора, двигатель, буровая колонна. Буровая колонна включает в себя такие элементы как буровой стержень, удлинитель и буровая головка. Буровая установка данной конструкции [1] создает скважину буровой головкой, которая содержит режущие элементы на свободном конце. Вращающий момент на головке бура создается двигателем, который подключен к столу бурового ротора (или верхнему вращающемуся диску) через трансмиссию.

Во время процесса бурения стержень бура подвержен различным видам вибраций, которые классифицируются в зависимости от природы их возникновения [1]: вибрация кручения, осевая вибрация, поперечная вибрация.

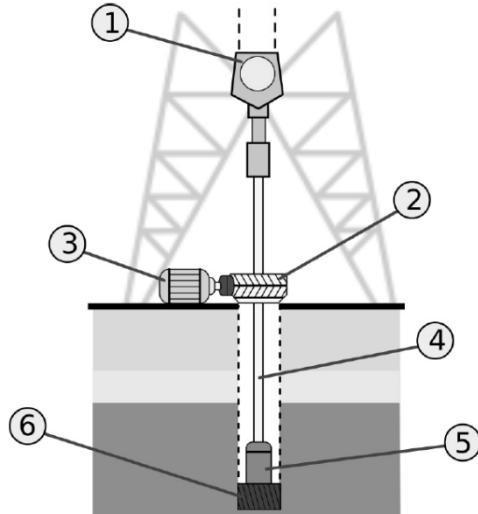


Рис. 1. Схема буровой установки (1 – подъемная система, 2 – стол бурового ротора, 3 – двигатель, 4 – буровая колонна, 5 – удлинитель, 6 – буровая головка)

В данной работе рассматривается вибрация кручения бурового стержня, так как данный вид вибрации является наиболее разрушительным для буровой установки. Вибрация кручения может быть причиной поломки как бурового стержня, так и всей буровой установки, что приведет достаточно высокими затратами по цене восстановления, а также займет достаточно долгое время простоя технологического процесса.

В настоящее время проблемами вибрации стержня бура буровых установок занимается как российские [1 – 4], так и зарубежные [5] ученые. Наиболее проработанная модель поведения буровой установки была описана в работах [5 – 6], в частности, в работе [6] описана упрощённая математическая модель буровой установки, приводящаяся в движение двигателем постоянного тока. Однако данный двигатель содержит в своей конструкции сложные составные элементы, что приводит к дополнительным затратам на обслуживание данных видов двигателей. Что касается, асинхронного двигателя с фазным ротором, то он лишен описанных выше недостатков, что и стало причиной его частого использования в качестве привода для буровых установок [1]. Таким образом в данной работе для определения устойчивости в условиях с переменными нагрузками предлагается рассмотреть модель буровой установки с асинхронным электродвигателем с фазным ротором.

Основными частями асинхронного двигателя является неподвижная часть – статор и вращающая часть – ротор. Статор трехфазного асинхронного двигателя состоит из шихтованного магнитопровода, запрессованного в литую станину. На внутренней поверхности магнитопровода имеются пазы для укладки проводников, образующих три фазы обмотки статора. Ротор трехфазного асинхронного двигателя представляет собой насаженный на вал цилиндр, фазы обмотки которого соединяются звездой и концы их присоединяются к трем контактным кольцам, насаженным на вал и электрически изолированным как от вала, так

и друг от друга (рис. 2). С помощью щеток, находящихся в скользящем контакте с кольцами, имеется возможность включать в цепи фазных обмоток регулировочные реостаты (рис. 3). Асинхронный двигатель с фазным ротором имеет лучшие пусковые и регулировочные свойства, однако ему присущи большие масса, размеры и стоимость, чем асинхронному двигателю с короткозамкнутым ротором [3].

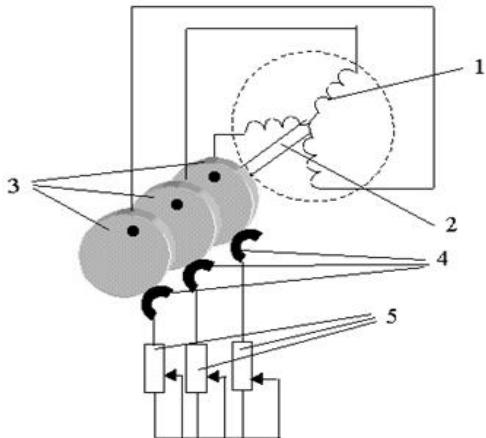


Рис. 2. Схема асинхронного привода с фазным ротором (1 – фазные катушки, 2 – вал, 3 – контактные кольца, 4 – щетки, 5 – регулировочные реостаты, 6 – буровая головка)

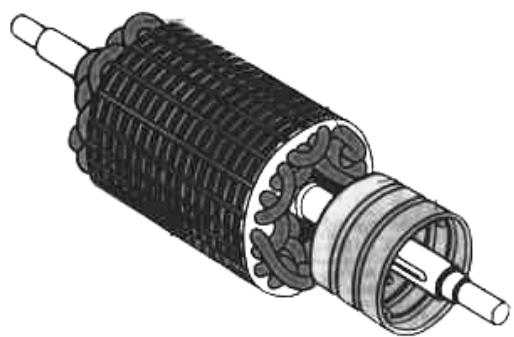


Рис. 3. Фазный ротор с контактными кольцами

Согласно [1, 3] динамика работы асинхронного привода с фазным ротором описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} J\ddot{\theta} &= nBS \sum_{k=1}^3 i_k \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta - \frac{2(k-1)\pi}{3}\right) - M_f; \\ L\dot{i}_1 + Ri_1 &= -nBS\dot{\theta} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right); \\ L\dot{i}_2 + Ri_2 &= -nBS\dot{\theta} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta - \frac{2\pi}{3}\right); \\ L\dot{i}_3 + Ri_3 &= -nBS\dot{\theta} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta - \frac{4\pi}{3}\right), \end{aligned} \quad (1)$$

где n – число витков обмоток, BS – магнитный поток сквозь ротор, θ – угол поворота ротора, i_k – ток k -ой обмотки, R – общее сопротивление обмоток ротора, L – индуктивность обмоток ротора, J – момент инерции ротора, M_f – момент силы сопротивления.

Следует отметить, что математическая модель работы асинхронного привода с фазным ротором (1) составлена при следующих допущениях [1]:

- магнитная проницаемость стали статора и ротора равна бесконечности,
- вихревыми токами, гистерезисом, насыщением и потерями в стали можно пренебречь,
- предполагается, что магнитное поле однородно распределяется вдоль окружности ротора,
- обмотки статора подключены к мощному источнику синусоидального напряжения.

Далее перейдем к построению простейшей модели буровой установки с асинхронным приводом. В работах [1 – 6] модель буровой установки представлена в виде двух дисков (верхнего и нижнего) соединенных стальным стержнем. Оба диска могут вращаться относительно своей оси. Верхний диск приводиться в движение асинхронным

электродвигателем с фазным ротором, а нижний соединен с тормозным механизмом для моделирования силы трения, возникающей при бурении пород различной проницаемости.

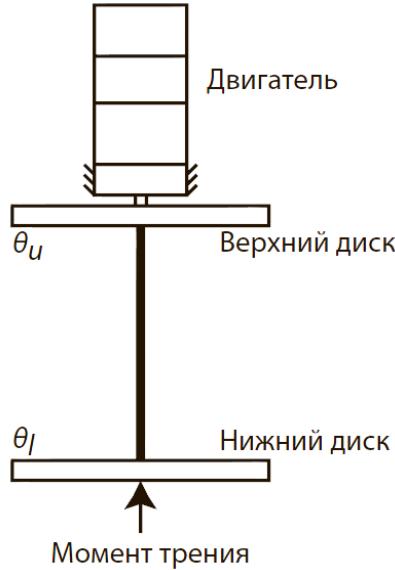


Рис. 4. Простейшая модель буровой установки

Режим вращения верхнего и нижнего дисков буровой установки описывается следующей системой дифференциальных уравнений [1]:

$$\begin{aligned} J_u \ddot{\theta}_u &= -k_\theta (\theta_u - \theta_l) - b(\dot{\theta}_u - \dot{\theta}_l) - T_{fu}(\dot{\theta}_u) + k_m u; \\ J_l \ddot{\theta}_l &= k_\theta (\theta_u - \theta_l) + b(\dot{\theta}_u - \dot{\theta}_l) - T_{fl}(\dot{\theta}_l), \end{aligned} \quad (2)$$

где θ_u и θ_l – угловые смещения верхнего и нижнего дисков, соответственно, J_u и J_l – момент инерции верхнего и нижнего дисков, соответственно; b – коэффициент трения (затухания), k_θ , k_m – положительные коэффициенты. $T_{fu}(\dot{\theta}_u)$, $T_{fl}(\dot{\theta}_l)$ – моменты трения, действующие на верхний и нижний диски, соответственно. Согласно [1] для учета динамики привода необходимо дополнить модель буровой установки (2) уравнениями динамика работы асинхронного привода (1):

$$\begin{aligned} J_u \ddot{\theta}_u &= -k_\theta (\theta_u - \theta_l) - b(\dot{\theta}_u - \dot{\theta}_l) + nBS \sum_{k=1}^3 i_k \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_u - \frac{2(k-1)\pi}{3}\right); \\ L \dot{i}_1 &= -R i_1 - nBS \dot{\theta}_u \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_u\right); \\ L \dot{i}_2 &= -R i_2 - nBS \dot{\theta}_u \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_u - \frac{2\pi}{3}\right); \\ L \dot{i}_3 &= -R i_3 - nBS \dot{\theta}_u \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_u - \frac{4\pi}{3}\right); \\ J_l \ddot{\theta}_l &= k_\theta (\theta_u - \theta_l) + b(\dot{\theta}_u - \dot{\theta}_l) - T_{fl}(\dot{\theta}_l). \end{aligned} \quad (3)$$

Согласно [5] модель поведения момента трения, действующего на нижний диск буровой установки может быть описан в следующем виде:

$$T_{fl}(\omega + \dot{\theta}_l) \in \begin{cases} T_{cl}(\omega + \dot{\theta}_l) \operatorname{sign}(\omega + \dot{\theta}_l), & \text{при } \omega + \dot{\theta}_l \neq 0, \\ [-T_0, T_0], & \text{при } \omega + \dot{\theta}_l = 0, \end{cases} \quad (4)$$

$$T_{cl}(\omega + \dot{\theta}_l) = \frac{T_0}{T_{sl}} (T_{pl} + (T_{sl} - T_{pl}) e^{\left| \frac{\omega + \dot{\theta}_l}{\omega_{sl}} \right|^{\delta_{sl}}} + b_l |\omega + \dot{\theta}_l|),$$

где $T_0, T_{sl}, T_{pl}, \omega_{sl}, \delta_{sl}$ и b_l – положительный коэффициенты. Введем замену переменных:

$$\begin{aligned}\omega_u &= -\dot{\theta}_u, \omega_l = -\dot{\theta}_l, \theta = \theta_u - \theta_l, \\ x &= -\frac{2}{3} \frac{L}{nSB} \sum_{k=1}^3 i_k \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_u - \frac{2(k-1)\pi}{3}\right), \\ y &= -\frac{2}{3} \frac{L}{nSB} \sum_{k=1}^3 i_k \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_u - \frac{2(k-1)\pi}{3}\right), \\ z &= i_1 - i_2 + i_3,\end{aligned}$$

для представления модели (4) в следующем виде [1]:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -cx + y\omega_u, \\ \dot{y} &= -cy - \omega_u - x\omega_u, \\ \dot{z} &= -cz, \\ \dot{\theta} &= \omega_l - \omega_u, \\ \dot{\omega}_u &= \frac{k_\theta}{J_u} \theta + \frac{b}{J_u} (\omega_l - \omega_u) + \frac{a}{J_u} y, \\ \dot{\omega}_u &= -\frac{k_\theta}{J_l} \theta - \frac{b}{J_l} (\omega_l - \omega_u) + \frac{1}{J_l} T_{fl} (\omega - \omega_l),\end{aligned}\tag{5}$$

где $a = \frac{3(nSB)^2}{2L}$, $c = \frac{R}{L}$.

Для анализа устойчивости модели буровой установки (5) применение аналитических методов является не целесообразным ввиду высокой размерности модели дополнительно усложненной за счет учета нелинейной функции момента трения, действующего на нижний диск. Поэтому проведем компьютерное исследование системы (5) для выявления вибраций при изменении нагрузки на нижний диск.

Общая методика бурения заключается в следующем: для создания вращательного движения бурильного стрежня запускается двигатель, соединенный со столом бурового ротора. Упругий бурильный стрежень прокручивается в скважине пока не встретиться с плотными породами грунта. В данном состоянии считается, что система находится в режиме холостого хода. Холостой ход характеризуется минимальным воздействием момента трения нижнего диска T_{fl} (4). Проведем компьютерное исследование системы (5) на предмет возникновения устойчивого состояния при малом ($T_0 = 0,2$) воздействии момента трения нижнего диска. Примем в качестве параметров системы следующие значения: $\omega = 8$, $J_u = 0,4765$, $J_l = 0,035$, $k = 0,075$, $a = 2,1$, $b = 0,01$, $T_{sl} = 0,26$, $T_{pl} = 0,05$, $\omega_{sl} = 2,2$, $\delta_{sl} = 1,5$, $b_l = 0,009$.

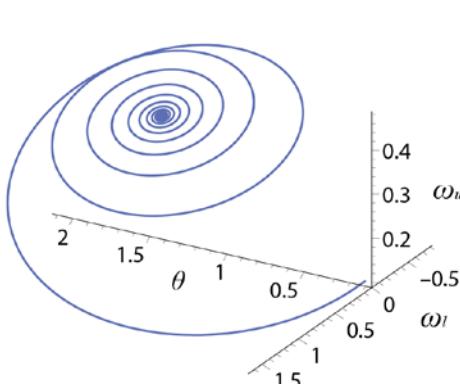


Рис. 5. Фазовый портрет устойчивого состояния буровой системы при нагрузке $T_0 = 0,2$

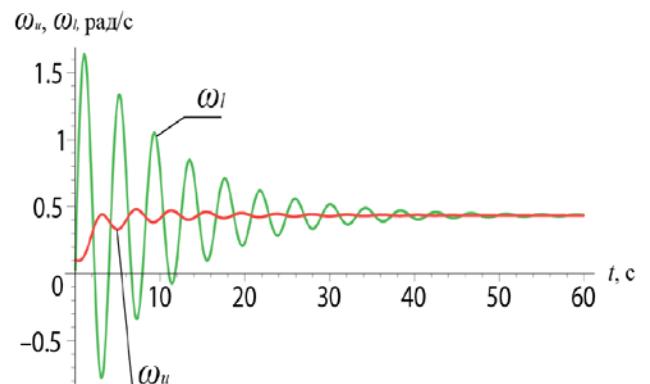


Рис. 6. Переходные процессы угловых скоростей ω_u (красный) и ω_l (зеленый) при нагрузке $T_0 = 0,2$

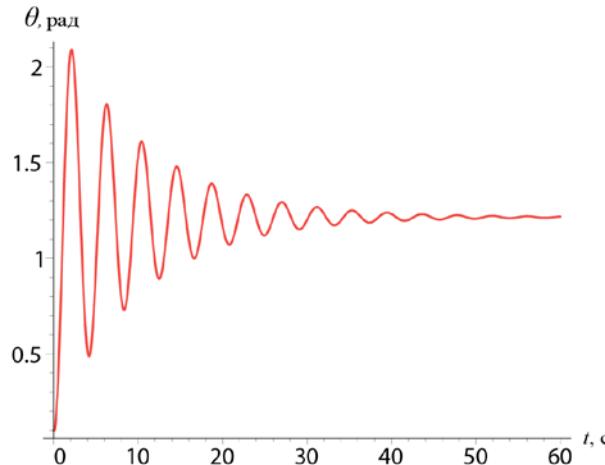


Рис. 7. Переходной процесс углового смещения θ при нагрузке $T_0 = 0,2$

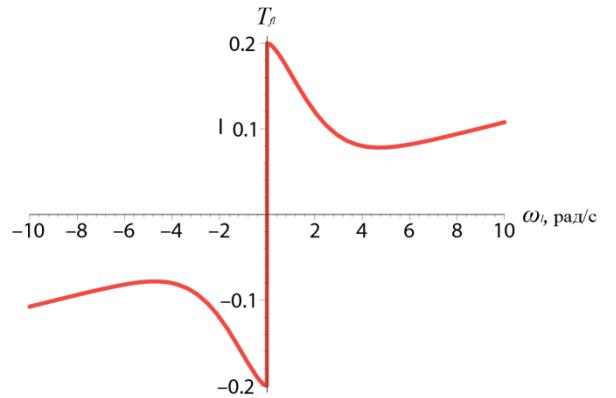


Рис. 8. Функция момента трения, действующего на нижний диск буровой установки

Результаты компьютерного исследования (Рис. 5 – Рис. 8) показали, что в системе присутствует точка равновесия, которая характеризуется одинаковым вращением верхнего и нижнего дисков и постоянным значением углового смещения $\theta = \text{const}$. Данное поведение является желаемым для нормального функционирования буровой установки в целом, однако зачастую из-за неоднородности грунта, в частности при прохождении через более плотные слои земной поверхности и, как следствие, изменении проницаемости среды, в системе могут возникать нежелательные скрытые колебания – колебания, область притяжения которых не содержит окрестность состояния равновесия [1]. Поэтому проведем компьютерное исследование системы (5) на предмет возникновения скрытых колебаний при значительном воздействии ($T_0 = 0,7$) момента трения нижнего диска (4).

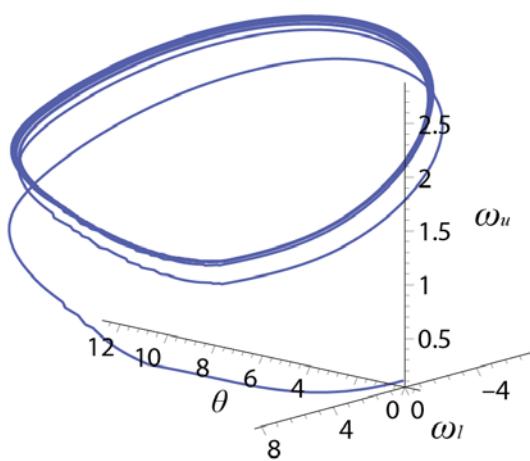


Рис. 9. Фазовый портрет буровой системы при возникновении скрытых колебаний

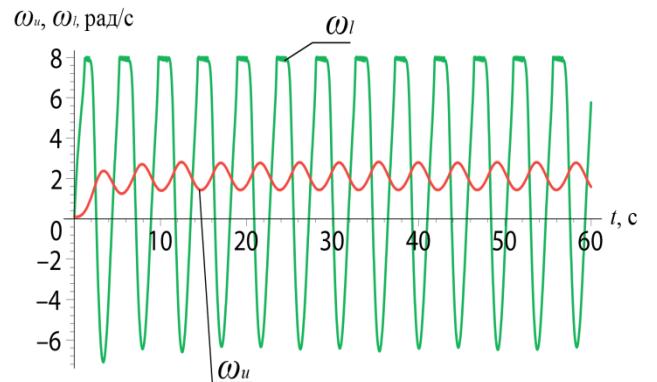


Рис. 10. Переходные процессы угловых скоростей ω_u (красный) и ω_l (зеленый) при возникновении скрытых колебаний

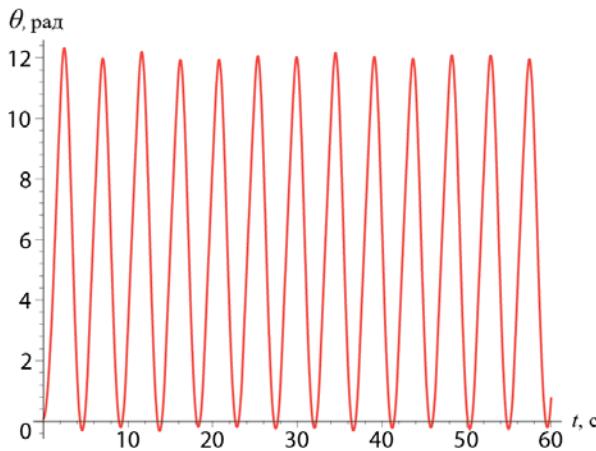


Рис. 11. Переходной процесс углового смещения θ при возникновении скрытых колебаний

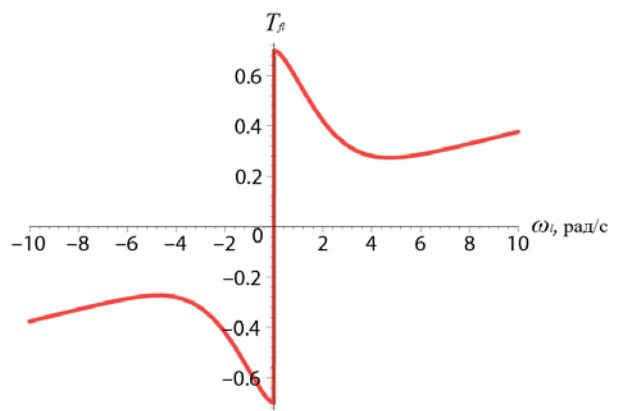


Рис. 12. Функция момента трения, действующего на нижний диск буровой установки

Результатом скрытых колебаний (Рис. 9 – Рис. 12) может стать поломка бурового стержня, что является наиболее частой причиной простоя в нефтедобывающей и газодобывающей промышленности. Несмотря на большое количество исследований, проводимых в этой области [1 – 6], проблема предотвращения поломки бурового стержня является открытой.

В настоящее время в работах [1, 3] предлагается способ предотвращения возникновения скрытых колебаний и, как следствие, поломки буровой установки, за счет введения в систему внешнего сопротивления или реостата, с помощью которого можно управлять асинхронным электродвигателем с фазным ротором для ведения системы в конечное желаемое устойчивое состояние (Рис. 5). Однако к минусам данного подхода можно отнести ограниченность области применения полученного алгоритма управления, так как при синтезе учитывается характер возмущений или функция момента трения, действующего на нижний диск буровой установки (4).

Таким образом целью дальнейшего исследования является преодоление недостатков регулирования приводом буровой установки, а именно создание алгоритма управления осуществляющего асимптотически устойчивое функционирование системы без учета характера возмущающих воздействий, т.е. для любой функции момента трения (4), действующего на нижний диск. Для этого предполагается использовать подходы и методы современной теории управления, описанные в работах [7 – 11], а именно синергетическую теорию управления и, в частности, метод интегральной адаптации многомерных нелинейных систем.

Список литературы:

1. M.A. Kiseleva, N.V. Kondratyeva, N.V. Kuznetsov, G.A. Leonov, E.P. Solovyeva, Hidden periodic oscillations in drilling system driven by induction motor// Preprints of the 19th World Congress The International Federation of Automatic Control Cape Town, South Africa. August 24-29, 2014, Pp. 5872 – 5877.
2. Леонов Г.А., Киселева М.А. Устойчивость электромеханических моделей буровых установок при резкопеременных нагрузках // Доклады Академии наук, 2012, Том 444, Вып. 2, с. 160–164.
3. Киселева М.А., Локальная устойчивость буровых установок приводимых в движение асинхронным двигателем // Вестник С.-Петербург. ун-та, 2012, сер. 1, Вып. 3, с. 39–41.
4. Киселева М.А., Леонов Г.А. Задача устойчивости буровой установки при резкопеременных нагрузках // Международная научная конференция по механике “Шестые поляховские чтения”, Тезисы докладов, 2012, Санкт-Петербург, Россия, с. 45.

5. de Bruin, J., Doris, A., van de Wouw, N., Heemels, W., and Nijmeijer, H.. Control of mechanical motion systems with non-collocation of actuation and friction: A Popov criterion approach for input-to-state stability and set-valued nonlinearities. *Automatica*, 2009, 45(2), Pp. 405 – 415.
6. Mihajlovic, N., Van de Wouw, N., Hendriks, M.P.M., and Nijmeijer, H.. Friction-induced limit cycling in exible rotor systems: An experimental drill-string setup. *Nonlinear Dynamics*, 2006, 46(3), Pp. 273 – 291.
7. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
8. Веселов Г.Е. Синергетический подход к синтезу иерархических систем управления// Известия ТРТУ. 2006. –Т. 61. –№ 6. –С. 73-84.
9. Колесников А.А. Синергетическая концепция системного синтеза: единство процессов самоорганизации и управления// Известия ТРТУ. 2006. – Т. 61. –№ 6. – С. 10-38.
10. Колесников А.А., Веселов Г.Е., Попов А.Н., Мушенко А.С. и др. Синергетические методы управления сложными системами: механические и электромеханические системы. – М.: КомКнига, 2006. – 304 с.
11. Kondratiev I., Dougal R., Veselov G., Kolesnikov A. Hierarchical Control for Electromechanical Systems Based on Synergetic Control Theory// Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications 2009 IEEE International Conference on Control Applications, CCA '09. Saint Petersburg, 2009. C. 495-500.

Грудяева Елизавета Камаловна, Душин Сергей Евгеньевич

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В. И. Ульянова (Ленина)

СИНТЕЗ ЛОГИКО-ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ БИОЛОГИЧЕСКОЙ ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД

Решается задача синтеза логико-динамической системы управления биологической очисткой сточных вод активным илом с использованием нелинейной модели ASM1, характеризующей процессы нитрификации и денитрификации в двухзонном биореакторе с рециркуляцией и ультрафильтрационными мембранами. Разработана методика параметрической настройки регулятора с переключаемой структурой. Приводятся результаты моделирования поведения синтезированной системы управления. Показана возможность качественной очистки в условиях широкого изменения уровней входных многокомпонентных загрязнений в заданном объеме биореактора.

Ключевые слова: нитрификация, денитрификация, активный ил, двухзонтный биореактор, рециркуляционный поток, математическое моделирование, ASM1, логико-динамический регулятор.

Grudyaeva E.K., Dushin S.E.

SYNTHESIS OF DYNAMIC LOGIC SYSTEM OF PROCESS CONTROL OF BIOLOGICAL WASTEWATER TREATMENT

The problem of synthesis of a logic-dynamic control system of biological treatment by activated sludge using a nonlinear model ASM1 characterizing processes of nitrification and denitrification in a two-zone bioreactor with recirculation and ultrafiltration membranes is solved. The technique of parametrical setting of the regulator with the switched structure is developed. Results of the synthesized control system behavior modeling are given. Possibility of quality purification in the conditions of wide range of entrance multicomponent pollution in the set bioreactor volume is shown.

Keywords: nitrification, denitrification, activated sludge, two-zone bioreactor, recycle stream, mathematical modeling, ASM1, logic-dynamic controller.

Введение.

Потребность в математических моделях (ММ) обусловлена требованиями высокого качества управления технологическим процессом (ТП), ограниченным набором средств измерения, а также временными затратами при использовании лабораторных анализов и сложностью качественного анализа проб иловой массы. Процессы биологической очистки сточных вод активным илом описываются ММ различной степени сложности и адекватности.

Одной из ММ, представляющих основные процессы в активном иле, является модель ASM1 [1]–[2]. Эта нелинейная модель характеризует процессы удаления соединений азота в результате жизнедеятельности групп бактерий. Бактерии автотрофы обеспечивают процесс нитрификации при наличии кислорода, в результате которого аммонийный азот окисляется до нитратного. Процесс денитрификации обусловлен действием бактерий гетеротрофов, которые в бескислородных условиях удаляют нитратный азот, преобразуя его в газообразный.

Математические модели.

Рассматриваемый биореактор (рис. 1) состоит из зон денитрификации Д и нитрификации Н, причем, из Н в Д предусмотрен рециркуляционный поток. Возвратный поток из мембранных блока М поступает в зону денитрификации, а фильтрат – на последующее обеззараживание и далее – потребителю. Обозначения потоков приводятся ниже в таблице.

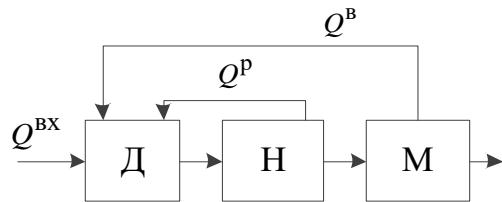


Рис. 1. Схема биореактора

Размер пор в мембранах ультрафильтрации блока М составляет 0,03–0,1 мкм. Взвешенные частицы имеют размер более 0,1 мкм, размер бактерий нитрификаторов – от 0,8 мкм, денитрификаторов – от 1 мкм. Таким образом, принимается, что ультрафильтрационные мембранные фильтруют все взвешенные вещества и бактерии.

Модель должна учитывать химическое потребление кислорода (ХПК) – количество кислорода, потребляемое при химическом окислении содержащихся в воде органических веществ под действием различных наиболее сильных окислителей в присутствии катализатора. ХПК характеризует необходимые затраты кислорода на удаление загрязняющих веществ из сточной воды [2] и рассчитывается из следующих фракций [3]: S_s – растворенное легко разлагаемое органическое вещество; S_i – растворенное биологически инертное органическое вещество; X_s – взвешенное медленно биологически разлагаемое органическое вещество; X_i – взвешенное биологически инертное разлагаемое органическое вещество; X_{bh} – биомассы бактерий нитрификаторов и денитрификаторов. С учетом допущения, что ультрафильтрационные мембранные фильтруют все взвешенные вещества и бактерии, ХПК после мембранных блоков состоит из растворенных веществ – легко разлагаемого органического и биологически инертного.

При разработке ММ принимались следующие ограничения и допущения:

- зоны биореактора характеризуются идеальным перемешиванием; пространственная распределенность потоков не учитывается;
- состав активного ила образован бактериями нитрификаторов и денитрификаторов;
- температура в технологическом пространстве аппарата фиксирована и равна 20°C;
- на вход биореактора поступают аммонийный азот, нитратный азот, растворенное биологически разлагаемое органическое вещество, а также взвешенное органически медленно разлагаемое вещество; входные стоки также характеризуются щелочностью;
- в модели мембранных блоков процессы нитрификации и денитрификации не учитываются.

Процессы в зонах нитрификации и денитрификации характеризуются уравнениями модели ASM1 и отличаются тем, что в зону нитрификации подается кислород. На рис. 2 приведена схема взаимодействия компонентов модели ASM1.

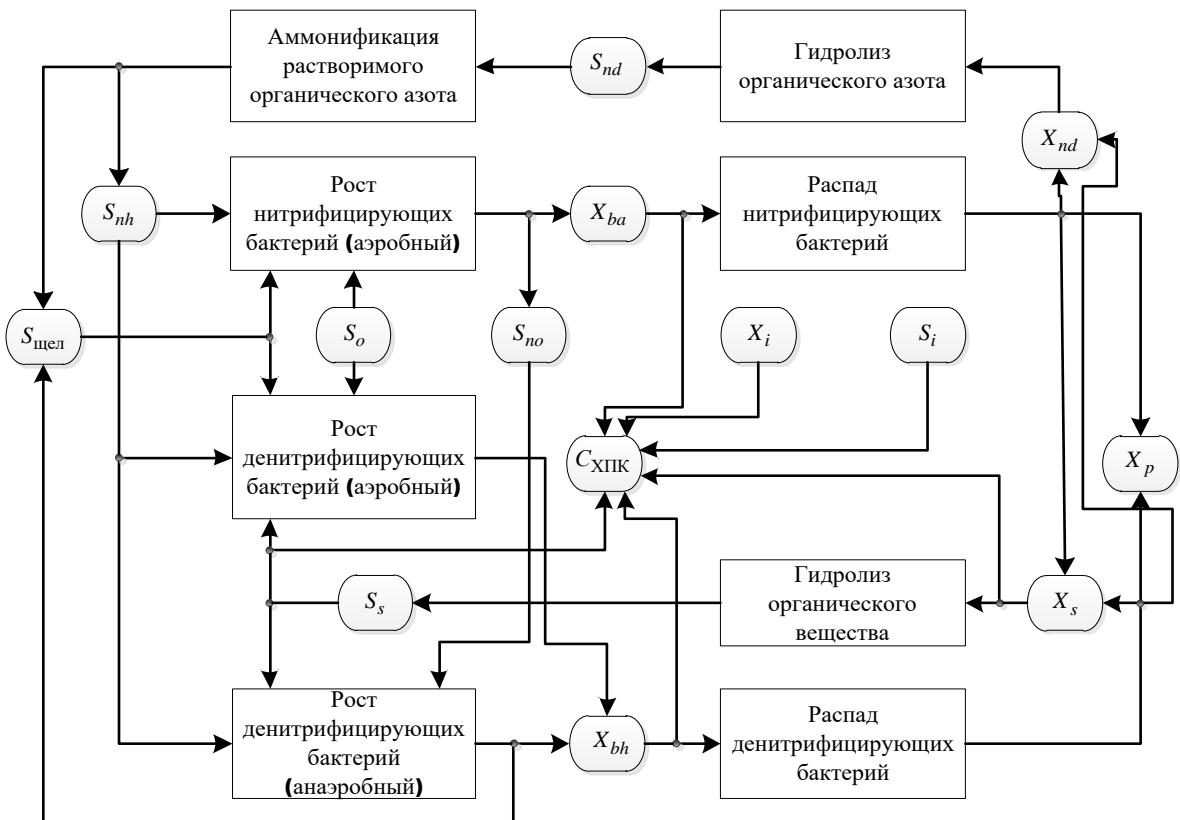


Рис. 2. Схема взаимодействия компонентов модели ASM1

Для удобства восприятия составляющие модели, их обозначения и размерности сведены в таблицу.

Таблица

№	Наименование величин и параметров	Обозначение	Размерность
1	Концентрация бактерий-нитрификаторов	X_{ba}	г ХПК / м ³
2	Концентрация бактерий-нитрификаторов	X_{bh}	г ХПК / м ³
3	Концентрация аммония и аммонийного азота	S_{nh}	г NH ₄ ⁺ / м ³
4	Концентрация нитратного азота	S_{no}	NO ₃ ⁻ / м ³
5	Концентрация растворенного биологически разлагаемого органического вещества	S_s	г ХПК / м ³
6	Концентрация взвешенного органического медленно разлагаемого вещества	X_s	г ХПК / м ³
7	Концентрация растворенного кислорода	S_o	г O ₂ / м ³
8	Концентрация растворенного органического азота	S_{nd}	г N / м ³
9	Концентрация взвешенного органического медленно разлагаемого азота	X_{nd}	г N / м ³
10	Щелочность	$S_{щел}$	ЭКВ/ м ³
11	Концентрация твердых продуктов распада биомассы	X_p	г ХПК / м ³
12	Концентрация растворимого инертного органического вещества	S_i	г ХПК / м ³
13	Концентрация взвешенного инертного органического вещества	X_i	г ХПК / м ³

14	Химическое потребление кислорода (ХПК)	$C_{\text{ХПК}}$	$\text{г ХПК} / \text{м}^3$
15	Удельная объемная скорость роста концентрации вещества j , где j – составляющие модели ASM1 1 – 11, [...] – соответствующая единица измерения массы	r_j	$\text{г} [...] / \text{м}^3$
16	Расход сточных вод на входе биореактора	Q^{BX}	$\text{м}^3 / \text{сут}$
17	Расход рециркуляционного потока нитратов	Q^{P}	$\text{м}^3 / \text{сут}$
18	Расход возвратного потока из мембранных блоков	Q^{B}	$\text{м}^3 / \text{сут}$
19	Объем зоны i биореактора	V_i	м^3

С учетом обозначений процессы в зонах Д и Н описываются системами нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ДУ).

Модель зоны Д (денитрификация):

$$\begin{aligned}
 \frac{dX_{ba1}}{dt} &= \frac{Q^{\text{P}}}{V_1} X_{ba2} + \frac{Q^{\text{B}}}{V_1} X_{ba3} - \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_1} X_{ba1} + r_{ba1}(S_{nh1}, S_{o1}, X_{ba1}); \\
 \frac{dX_{bh1}}{dt} &= \frac{Q^{\text{P}}}{V_1} X_{bh2} + \frac{Q^{\text{B}}}{V_1} X_{bh3} - \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_1} X_{bh1} + r_{bh1}(S_{no1}, S_{s1}, S_{o1}, X_{bh1}); \\
 \frac{dS_{nh1}}{dt} &= \frac{Q^{\text{BX}}}{V_1} S_{nh}^{\text{BX}} + \frac{Q^{\text{P}}}{V_1} S_{nh2} + \frac{Q^{\text{B}}}{V_1} S_{nh3} - \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_1} S_{nh1} + r_{nh1}(S_{nh1}, S_{no1}, S_{s1}, S_{o1}, S_{nd1}, X_{ba1}, X_{bh1}) \\
 \frac{dS_{no1}}{dt} &= \frac{Q^{\text{BX}}}{V_1} S_{no}^{\text{BX}} + \frac{Q^{\text{P}}}{V_1} S_{no2} + \frac{Q^{\text{B}}}{V_1} S_{no3} - \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_1} S_{no1} + r_{no1}(S_{no1}, S_{s1}, S_{o1}, S_{nd1}, X_{ba1}, X_{bh1}); \\
 \frac{dS_{s1}}{dt} &= \frac{Q^{\text{BX}}}{V_1} S_s^{\text{BX}} + \frac{Q^{\text{P}}}{V_1} S_{s2} + \frac{Q^{\text{B}}}{V_1} S_{s3} - \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_1} S_{s1} + r_{ss1}(S_{no1}, S_{s1}, S_{o1}, X_{bh1}, X_{s1}); \\
 \frac{dX_{s1}}{dt} &= \frac{Q^{\text{BX}}}{V_1} X_s^{\text{BX}} + \frac{Q^{\text{P}}}{V_1} X_{s2} + \frac{Q^{\text{B}}}{V_1} X_{s3} - \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_1} X_{s1} + r_{xs1}(S_{no1}, S_{o1}, X_{ba1}, X_{bh1}, X_{s1}); \quad (1) \\
 \frac{dS_{o1}}{dt} &= \frac{Q^{\text{P}}}{V_1} S_{o2} + \frac{Q^{\text{B}}}{V_1} S_{o3} - \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_1} S_{o1} + r_{o1}(S_{nh1}, S_{s1}, S_{o1}, X_{ba1}, X_{bh1}); \\
 \frac{dS_{nd1}}{dt} &= \frac{Q^{\text{P}}}{V_1} S_{nd2} + \frac{Q^{\text{B}}}{V_1} S_{nd3} - \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_1} S_{nd1} + r_{nd1}(S_{no1}, S_{o1}, X_{ba1}, X_{bh1}, X_{nd1}, X_{s1}); \\
 \frac{dX_{nd1}}{dt} &= \frac{Q^{\text{P}}}{V_1} X_{nd2} + \frac{Q^{\text{B}}}{V_1} X_{nd3} - \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_1} X_{nd1} + r_{xnd1}(S_{no1}, S_{o1}, X_{ba1}, X_{bh1}, X_{nd1}, X_{s1}); \\
 \frac{dS_{щел1}}{dt} &= \frac{Q^{\text{BX}}}{V_1} S_{щел}^{\text{BX}} + \frac{Q^{\text{P}}}{V_1} S_{щел2} + \frac{Q^{\text{B}}}{V_1} S_{щел3} - \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_1} S_{щел1} + \\
 &+ r_{щел1}(S_{nh1}, S_{no1}, S_{s1}, S_{o1}, S_{nd1}, X_{ba1}, X_{bh1}); \\
 \frac{dX_{p1}}{dt} &= \frac{Q^{\text{P}}}{V_1} X_{p2} + \frac{Q^{\text{B}}}{V_1} X_{p3} - \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_1} X_{p1} + r_{p1}(X_{ba1}, X_{bh1}), \\
 C_{\text{ХПК1}} &= S_{s1} + S_i + X_{s1} + X_i + X_{xba1} + X_{xbh1}.
 \end{aligned}$$

Модель зоны Н (нитрификация):

$$\begin{aligned}
 \frac{dX_{ba2}}{dt} &= \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_2} (X_{ba1} - X_{ba2}) + r_{ba2}(S_{nh2}, S_{o2}, X_{ba2}); \\
 \frac{dX_{bh2}}{dt} &= \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_2} (X_{bh1} - X_{bh2}) + r_{bh2}(S_{no2}, S_{s2}, S_{o2}, X_{bh2});
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dS_{nh2}}{dt} &= \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_2} (S_{nh1} - S_{nh2}) + r_{nh2}(S_{nh2}, S_{no2}, S_{s2}, S_{o2}, S_{nd2}, X_{ba2}, X_{bh2}); \\
\frac{dS_{no2}}{dt} &= \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_2} (S_{no1} - S_{no2}) + r_{no2}(S_{no2}, S_{s2}, S_{o2}, S_{nd2}, X_{ba2}, X_{bh2}); \\
\frac{dS_{s2}}{dt} &= \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_2} (S_{s1} - S_{s2}) + r_{ss2}(S_{no2}, S_{s2}, S_{o2}, X_{bh2}, X_{s2}); \\
\frac{dX_{s2}}{dt} &= \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_2} (X_{s1} - X_{s2}) + r_{xs2}(S_{no2}, S_{o2}, X_{ba2}, X_{bh2}, X_{s2}); \\
\frac{dS_{o2}}{dt} &= \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_2} (S_{o1} + S_o^{\text{BX}} - S_{o2}) + r_{o2}(S_{nh2}, S_{s2}, S_{o2}, X_{ba2}, X_{bh2}); \\
\frac{dS_{nd2}}{dt} &= \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_2} (S_{nd1} - S_{nd2}) + r_{snd2}(S_{no2}, S_{o2}, X_{ba2}, X_{bh2}, X_{nd2}, X_{s2}); \\
\frac{dX_{nd2}}{dt} &= \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_2} (X_{nd1} - X_{nd2}) + r_{xnd2}(S_{no2}, S_{o2}, X_{ba2}, X_{bh2}, X_{nd2}, X_{s2}); \\
\frac{dS_{щел2}}{dt} &= \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_2} (S_{щел1} - S_{щел2}) + r_{щел2}(S_{nh2}, S_{no2}, S_{s2}, S_{o2}, S_{nd2}, X_{ba2}, X_{bh2}); \\
\frac{dX_{p2}}{dt} &= \frac{Q^{\text{BX}} + Q^{\text{P}} + Q^{\text{B}}}{V_2} (X_{p1} - X_{p2}) + r_{p2}(X_{ba2}, X_{bh2}),
\end{aligned} \tag{2}$$

$$C_{\text{ХПК2}} = S_{s2} + S_i + X_{s2} + X_i + X_{xba2} + X_{xbh2}.$$

В мембранным блоке происходит разделение потока на возвратный и выходной. Модель возвратного потока включает все компоненты потока иловой смеси из биореактора. В потоке фильтрата присутствуют только растворенные компоненты смеси. Таким образом, концентрация нерастворимых веществ в возвратном потоке увеличивается обратно пропорционально расходу.

Модель возвратного потока:

$$\begin{aligned}
X_{ba3}Q^{\text{B}} &= X_{ba2}Q^{\text{BX}}; & X_{s3}Q^{\text{B}} &= X_{s2}Q^{\text{BX}}; & Q^{\text{B}}X_{p3} &= X_{p2}Q^{\text{BX}}; \\
X_{bh3}Q^{\text{B}} &= X_{bh2}Q^{\text{BX}}; & S_{o3} &= S_{o2}; & C_{\text{ХПК3}} &= S_{s3} + S_i + X_{s3} + \\
S_{nh3} &= S_{nh2}; & S_{nd3} &= S_{nd2}; & & + X_i + X_{xba3} + X_{xbh3}. \\
S_{no3} &= S_{no2}; & X_{nd3}Q^{\text{B}} &= X_{nd2}Q^{\text{BX}}; & & \\
S_{s3} &= S_{s2}; & S_{щел3} &= S_{щел2};
\end{aligned} \tag{3}$$

Модель выходного потока фильтрата:

$$\begin{aligned}
X_{ba4} &= 0; & S_{o4} &= S_{o2}; \\
X_{bh4} &= 0; & S_{nd4} &= S_{nd2}; \\
S_{nh4} &= S_{nh2}; & X_{nd4} &= 0; \\
S_{no4} &= S_{no2}; & S_{щел4} &= S_{щел2}; \\
S_{s4} &= S_{s2}; & X_{p4} &= 0; \\
X_{s4} &= 0; & C_{\text{ХПК4}} &= S_{s2} + S_i.
\end{aligned} \tag{4}$$

Постановка задачи.

Для каждой составляющей загрязнения при технологическом расчете системы очистки используются фиксированные средние показатели, по которым вычисляют конструктивные параметры реактора и значение поступающего расхода. Анализ литературных источников [4]–[6] показал, что для ТП многозонного реактора с рециркулом и подачей кислорода принятые за рубежом нормы очистки сточных вод на порядок хуже, чем требуется по нормам, принятым в Российской Федерации [7].

Поскольку состав сточных вод на выходе реактора является многокомпонентным, и концентрации компонентов меняются в различных диапазонах, выделяются три составляющие субстрата: аммоний, нитраты и быстро биологически разлагаемое вещество. На основе данных, полученных с 28 очистных сооружений в России и странах ближнего зарубежья, были определены минимальные, средние и максимальные по уровню значения загрязнений по аммонию, нитратам и легко биологически разлагаемому веществу. Объем всех зон реактора принимался одинаковым и равным 100 м³. Как показали исследования, при подаче на вход реактора даже «средних» загрязнений, получаемая на выходе концентрация аммония оказывалась выше установленных норм, что требует обеспечения эффективного его удаления из системы.

Ставится задача разработки ММ управляемых ТП очистки сточной воды, удовлетворяющих требованиям строительных норм и правил и показателям качества процессов управления на основе использования логико-динамического регулятора (ЛДР). Кроме того, необходимо, чтобы производительность установки очистки была максимальна при удовлетворении этих условий.

Показатели качества процессов управления.

Установившиеся и переходные процессы в динамических системах биоочистки, представленные нелинейными моделями (1)–(4), характеризуются определенными показателями качества управления.

Одними из основных показателей качества, которые непосредственно характеризуют степень очистки сточных вод при использовании ММ ASM1, являются установившиеся ошибки по концентрациям аммония $e_{nh}^{уст}$, нитратов $e_{no}^{уст}$ и ХПК $e_{ХПК}^{уст}$:

$$e_{nh}^{уст} = S_{nh}^{\text{зад}} - S_{nh}^{уст} \geq 0, \quad e_{no}^{уст} = S_{no}^{\text{зад}} - S_{no}^{уст} \geq 0, \quad e_{ХПК}^{уст} = S_{ХПК}^{\text{зад}} - S_{ХПК}^{уст} \geq 0, \quad (5)$$

где $S_{nh}^{\text{зад}}$, $S_{no}^{\text{зад}}$, $S_{ХПК}^{\text{зад}}$ – заданные значения концентраций (уставки) по аммонию, нитратам и ХПК, $S_{nh}^{уст}$, $S_{no}^{уст}$, $S_{ХПК}^{уст}$ – установившиеся значения концентраций, подлежащие измерениям.

На выходные концентрации накладываются ограничения в виде $S_{nh} \leq S_{nh}^{\text{доп}}$, $S_{no} \leq S_{no}^{\text{доп}}$, $S_{ХПК} \leq S_{ХПК}^{\text{доп}}$, где $S_{nh}^{\text{доп}}$, $S_{no}^{\text{доп}}$, $S_{ХПК}^{\text{доп}}$ – допустимые по СНиПу установившиеся значения.

При использовании ПИ (ПИД)-регуляторов по ошибкам уставки принимают значения $S_{nh}^{\text{зад}} = S_{nh}^{\text{доп}}$, $S_{no}^{\text{зад}} = S_{no}^{\text{доп}}$, $S_{ХПК}^{\text{зад}} = S_{ХПК}^{\text{доп}}$. В случае использования П-регуляторов по ошибкам для уставок можно принять $S_{nh}^{\text{зад}} < S_{nh}^{\text{доп}}$, $S_{no}^{\text{зад}} < S_{no}^{\text{доп}}$, $S_{ХПК}^{\text{зад}} < S_{ХПК}^{\text{доп}}$.

К важному динамическому показателю очистки относят максимальное положительное отклонение концентрации от установленногося значения. При регулировании процессов это значение не должно превышать 5% от допустимого значения:

$$S_{nh}^{\max} \leq 1.05 \cdot S_{nh}^{\text{доп}}, \quad S_{no}^{\max} \leq 1.05 \cdot S_{no}^{\text{доп}}, \quad S_{ХПК}^{\max} \leq 1.05 \cdot S_{ХПК}^{\text{доп}}. \quad (6)$$

Другим важным динамическим показателем очистки, характеризующим скорость его протекания, является время установления $t_{\text{уст}}$ переходного процесса, который требуется минимизировать:

$$t_{\text{уст}} = \min. \quad (7)$$

Установившееся значение расхода субстрата на входе реактора $Q^{\text{уст}}$ целесообразно максимизировать. Это требование обусловлено необходимостью переработки установкой определенного количества сточных вод, т. е. производительность установки должна быть адекватна требованиям нагрузки, что обеспечит очистку подаваемых стоков в течение продолжительного периода. Теми же соображениями обусловлено требование максимизации интегрального показателя входного расхода, характеризующего суммарный объем стоков, прошедший через систему за период очистки t_u

$$V_{\Sigma}^{\text{ex}} = \int_0^{t_u} Q^{\text{bx}} dt = \max. \quad (8)$$

В случае неоднозначности выбора настроек регулирования вводятся в рассмотрение также интегральные показатели загрязнений, характеризующие суммарное количество загрязнителей на выходе системы за период очистки t_u , которые подлежат минимизации в результате регулирования:

$$S_{nh\Sigma} = \int_0^{t_u} S_{nh2} dt = \min, \quad S_{no\Sigma} = \int_0^{t_u} S_{no2} dt = \min, \quad S_{XPK\Sigma} = \int_0^{t_u} S_{XPK4} dt = \min. \quad (9)$$

Методика параметрической настройки.

Методика отражает порядок настройки ЛДР биореактора с выносным мембранным блоком фильтрации. Регулятор входного расхода состоит из трех ПИД-субрегуляторов. Его работа основана на выборе минимального управляющего воздействия. Схема регулятора приводится на рис. 3.

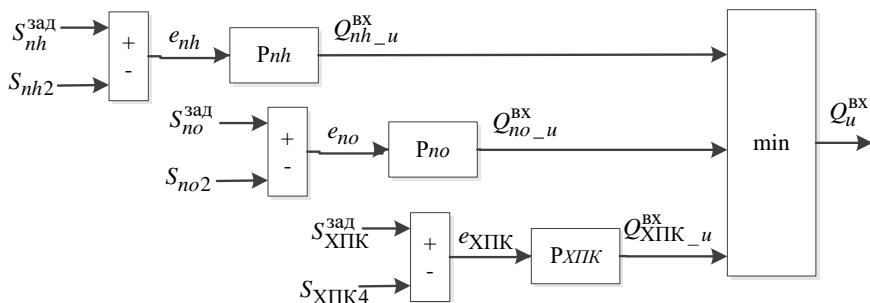


Рис. 3. Схема регулятора

«Логика» работы регулятора входного расхода:

$$Q_u^{\text{bx}} = \begin{cases} Q_{nh_u}^{\text{bx}} : Q_{nh_u}^{\text{bx}} \leq Q_{no_u}^{\text{bx}}, Q_{nh_u}^{\text{bx}} \leq Q_{XPK_u}^{\text{bx}}; \\ Q_{no_u}^{\text{bx}} : Q_{no_u}^{\text{bx}} \leq Q_{nh_u}^{\text{bx}}, Q_{no_u}^{\text{bx}} \leq Q_{XPK_u}^{\text{bx}}; \\ Q_{XPK_u}^{\text{bx}} : Q_{XPK_u}^{\text{bx}} \leq Q_{no_u}^{\text{bx}}, Q_{XPK_u}^{\text{bx}} \leq Q_{nh_u}^{\text{bx}}, \end{cases}$$

где $Q_{nh_u}^{\text{bx}}$, $Q_{no_u}^{\text{bx}}$, $Q_{XPK_u}^{\text{bx}}$ – значения входного расхода, формируемые регуляторами аммония, нитратов и ХПК соответственно.

Методика настройки ПИД-субрегуляторов осуществляется в соответствии с показателями качества, приведенными ранее, и сводится к следующему.

На вход системы подается субстрат со «средними» концентрациями аммония, нитратов и легко биологически разлагаемого вещества среднего уровня. Коэффициенты

интегральной и дифференциальной составляющих субрегуляторов полагаются равными нулю. Отслеживаются значения аммония, нитратов, ХПК на выходах системы, управляющих воздействий каждого субрегулятора, а также результирующего управляющего воздействия регулятора. По графикам процессов изменения концентраций определяется выполнение условий (5).

Если условия (5) нарушаются, то по графикам управляющих воздействий субрегуляторов выявляется регулятор, выход которого совпадает с результирующим воздействием, т. е. воздействие которого является минимальным. Этот регулятор считается ведущим.

Для ведущего регулятора производится увеличение пропорционального коэффициента и сравнение показателей качества процессов в порядке приоритетности с показателями, полученными в п. 1.

Если в соответствии с (5) значения установившихся ошибок приблизились к нулевым значениям, настройки п. 2 считаются лучше, чем в п. 1.

Если значения ошибок не изменились, то берется следующий по приоритетности показатель качества, и в соответствии с (6) определяются лучшие настройки. В случае невозможности определить лучший вариант, сравнение продолжается по каждому следующему показателю качества с (7) по (9).

Если увеличение коэффициента приводит к ухудшению показателей качества процессов, то пропорциональный коэффициент следует уменьшать относительно значения, полученного в п. 1. Далее, сравнение настроек проводится так же, как в пп. 4 и 5.

Изменение пропорционального коэффициента проводится до тех пор, пока не обеспечится условие (5) или по условию (5) лучших результатов не получить, а в соответствии с условиями (6) или (7) изменения не приносят лучших результатов.

Подключается интегральная составляющая ведущего регулятора, и показатели качества получившихся процессов сравнивают с предыдущими (лучшими) в п. 7.

Проводится изменение интегрального коэффициента с целью улучшения качества процессов до тех пор, пока не выполнится условие (5), а в соответствии с условиями (6) или (7) изменения не приносят лучших результатов; в противном случае интегральная составляющая отключается.

Подключается дифференциальная составляющая и настройка проводится аналогично пп. 8 и 9.

В процессе изменения коэффициентов (параметров) ведущий регулятор может поменяться. В этом случае продолжается настройка по указанному алгоритму уже для другого ведущего регулятора.

При настройке необходимо отслеживать, чтобы не возникало ложного ведущего регулятора. Управляющее воздействие ложного ведущего регулятора совпадает с результирующим воздействием, однако концентрация загрязнителя, на регулирование которой он направлен, гораздо ниже допустимого значения, т. е. установившаяся ошибка отрицательна, и превышения допустимого значения нет; при этом концентрация другого загрязнителя превосходит допустимое значение. Ложный ведущий регулятор может быть настроен таким образом, что все показатели качества по регулируемой им концентрации удовлетворяются. В данном случае необходимо проводить настройку ложного ведущего регулятора таким образом, чтобы его воздействие превысило воздействие регулятора концентрации, не удовлетворяющей показателям качества. Как правило, для этого следует в несколько раз увеличить пропорциональную составляющую ложного ведущего регулятора.

После того, как регулятор настроен на очистку «средних» загрязнений, аналогично производится настройка для максимальных и минимальных по уровням загрязнений на входе. Поскольку выделены три компонента загрязнения, то всего возможны 27 динамических ситуаций. Для каждой ситуации находятся свои оптимальные настройки субрегуляторов и свои ведущие регуляторы.

При переходе к настройкам каждой следующей динамической ситуации используются настройки той ситуации, значения концентраций загрязнений на входе которой близки к текущей, а ведущий регулятор совпадает.

Полученная серия настроек регуляторов используется в зависимости от того, в каком из трех диапазонов значений (минимальное, среднее, максимальное) находится каждый из трех субстратов, при этом переключение субрегуляторов происходит автоматически.

Параметрический синтез системы управления.

Ниже приводятся результаты исследования поведения системы биоочистки при различных уровнях загрязнений на входе.

На рис. 4 отражен процесс изменения концентраций загрязнений на выходе мембранных блоков при постоянном расходе на входе биореактора без регулирования. Концентрации аммония и легко биоразлагаемого субстратов на входе максимальны, концентрация нитратов минимальна. Штриховой линией обозначена 5% зона допустимых концентраций. Как видно из графиков, концентрации аммония и ХПК во много раз превышают допустимые уровни.

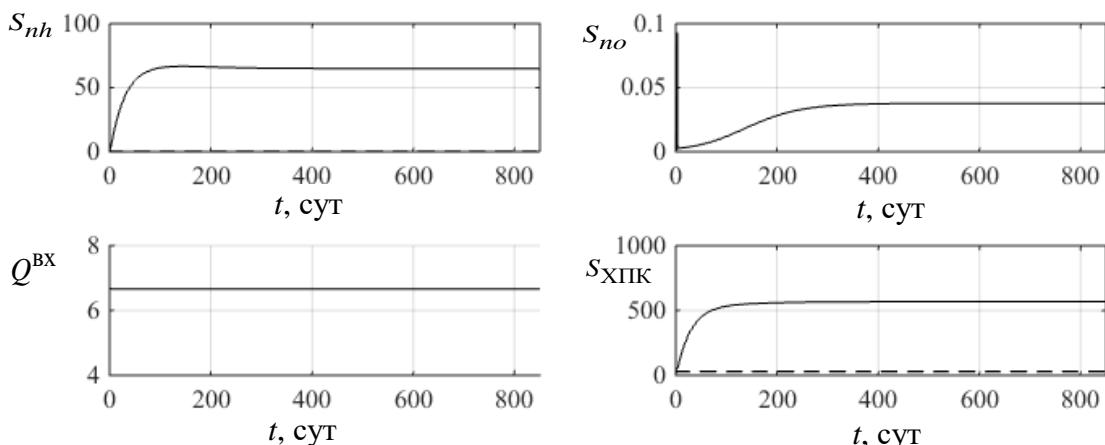


Рис. 4. Процессы концентраций загрязнителей и расхода в системе без регулирования

На рис. 5 приводятся результаты моделирования управляемых процессов удаления загрязнений из сточных вод с помощью регулятора входного расхода при наилучших настройках. Даже в этом случае на графике концентрации аммония наблюдается отклонение от установившегося значения, что можно объяснить ограниченной скоростью роста популяции бактерий-нитрификаторов.

На рис. 6 изображены графики концентраций на выходе системы без регулирования при подаче максимальной концентрации нитратов, концентрации аммония и легко биоразлагаемого субстратов на входе. Наблюдаются превышение концентрации нитратов в установившемся режиме, а также превышение концентрации по аммонию в переходном режиме. Графики на рис. 7 показывают реакции системы управления с ЛДР. Значения расхода на входе стремятся к нулю при заданных входных концентрациях.

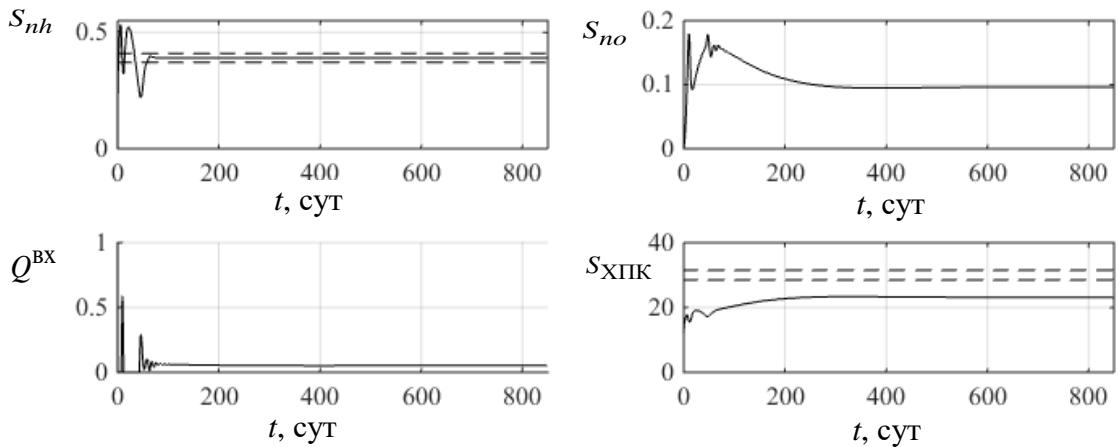


Рис. 5. Процессы концентраций загрязнителей и расхода в системе управления

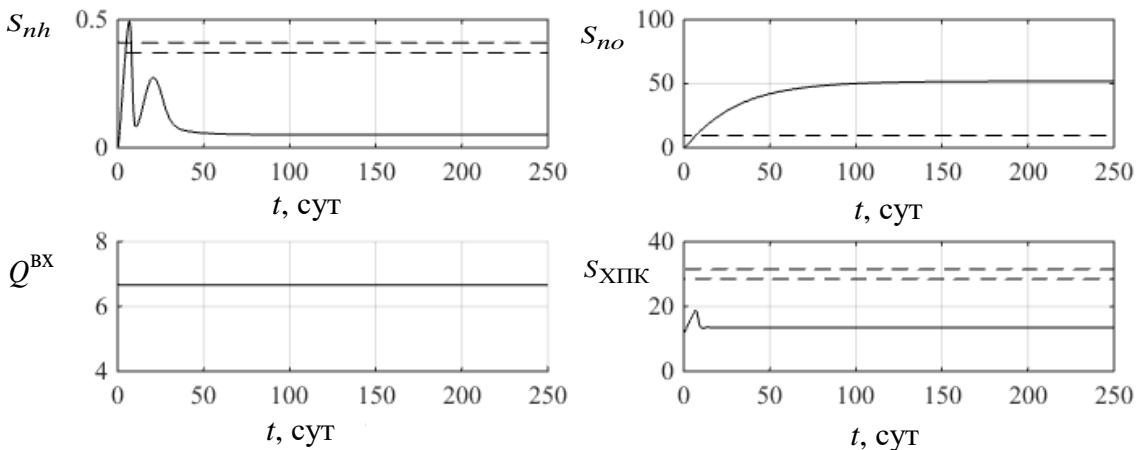


Рис. 6. Процессы концентраций загрязнителей и расхода в системе без регулирования при максимальных входных уровнях

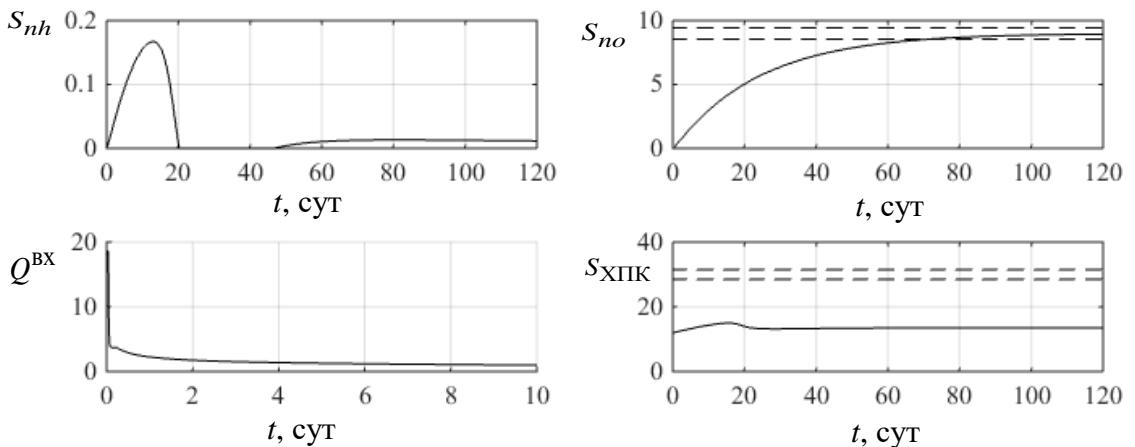


Рис. 7. Процессы концентраций загрязнителей и расхода в системе управления при максимальных входных уровнях

Увеличить установившееся значение расхода в этом случае, а также снизить максимальное положительное отклонение концентрации аммония (рис. 5) возможно за счет введения дополнительных управляющих координат по расходам потока рецикла и возвратного потока, а также по концентрации растворенного кислорода.

Выводы.

Логико-динамическое регулирование обеспечивает необходимое качество воды независимо от концентраций загрязнений исходных стоков и при неизменном объеме реактора. Рассмотренный подход позволяет унифицировать разработку систем очистки и сократить время и средства при проектировании биореактора. При этом возможно снижение производительности установки при определенных концентрациях, однако потери качества очистки воды на выходе не происходит.

Применение регулятора с переключением для входного расхода позволяет без перенастройки обеспечивать допустимые концентрации аммония, нитратов и ХПК на выходе системы на всех рабочих диапазонах. Существует ограничение по регулированию ХПК концентрациями инертных составляющих, значения которых определяются в результате химического анализа.

Для увеличения расхода на входе, а также для улучшения качества регулируемых процессов следует также применить регулирование расхода рецикла и концентрации кислорода [8].

Список литературы:

1. Henze M., Grady C. P. L., Gujer W., Marais G. v. R., Matsuo T. Activated Sludge Model No. 1 Scientific and Technical Report London: IAWPRC, 1987. N 1. 37 p.
2. Жмур Н. С. Технологические и биохимические процессы очистки сточных вод на сооружениях с аэротенками. М.:АКВАРОС, 2003. 512 с.
3. Хенце М., Армоэс П., Ля-Кур-Янсен Й., Арван Э. Очистка сточных вод. М.: Мир, 2009. 480 с.
4. Гордеева Ю. Л., Гордеев Л. С. Математическая модель непрерывного процесса в биореакторе с рециклом субстрата и биомассы // Вестник АГТУ. Сер.: Управление, вычислительная техника и информатика. 2013. № 2. С. 9–18.
5. Weijers S. R. Modelling, Identification and Control of Activated Sludge Plants for Nitrogen Removal. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven, 2000. 235 p.
6. Stahl T., Duffy G., Kestel S., Gray M. Dissolved Oxygen Control Based in Real-Time Oxygen Uptake Rate Estimation // Florida Water Resources Journal. 2013. N 4. P. 50—53.
7. СНиП 2.04.03-85 «Канализация. Наружные сети и сооружения». М.: ОАО «ЦПП», 2012. 97 с.
8. Грудяева Е. К., Душин С. Е. Моделирование управляемых технологических процессов нитрификации и денитрификации в биологической очистке сточных вод / Проблемы автоматизации и управления в технических системах: Сб. статей. междунар. науч.-техн. конф. (г. Пенза, 19–21 мая 2015 г.)/ Под ред. д.т.н., проф. М.А. Щербакова. Пенза: Изд-во ПГУ, 2015, Т.1. С. 351–355.

*Львов Алексей Арленович¹, Светлов Михаил Семенович², Мартынов Павел
Владимирович¹, Журавлева Екатерина Владимировна¹*

¹Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.

²Институт проблем точной механики и управления РАН

ПОВЫШЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ НАДЕЖНОСТИ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ ДЕЙСТВИЯ ПОМЕХ БОЛЬШОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

Обеспечение высокого уровня информационной надежности – одна из важнейших задач синтеза цифровых систем передачи информации (ЦСПИ) различного функционального назначения. В работе для повышения информационной надежности ЦСПИ с последовательным синхронным интерфейсом в условиях действия импульсных случайных помех большой интенсивности предложены алгоритмы кодирования-декодирования с использованием кодового сигнального признака (КСП). При этом символы разрядов первичного корректирующего кода передаются сигналами на основе вторичного кода в виде последовательностей коротких импульсов, жестко связанных фиксированными промежутками времени, кратными определенной величине временного интервала Δt . Получены формулы расчета вероятностей исходов приема информации, позволяющие оценить информационную надежность ЦСПИ.

Ключевые слова: информационная надежность, кодовый сигнальный признак, самосинхронизация.

Lvov A.A., Svetlov M.S., Martynov P.V., Zhuravleva E.V.

INCREASING OF THE INFORMATION RELIABILITY OF DIGITAL SYSTEMS IN CONDITIONS OF HIGH INTENSITY NOISE

Providing a high level of information reliability is one of most important tasks of synthesis of digital data transmission systems for various applications. In this paper, there are suggested algorithms of encoding and decoding using code signal feature for increasing information reliability in digital data transmission systems with serial synchronous interface. Discharges of the primary correction code are transmitted by signals based on the secondary code in the form of sequences of short pulses rigidly associated by fixed time intervals which are multiple to a predetermined value of time interval Δt . Moreover, there are obtained formulas for calculating the probabilities of outcomes of information receiving allowing to estimate the information reliability of the system. The formulas for calculating the probability of outcomes of the transmitting pulse sequences were obtained.

Keywords: information reliability, code signal feature, self-synchronization.

Одной из наиболее актуальных задач синтеза современных сложных многофункциональных ЦСПИ является обеспечение требуемого уровня их информационной надежности в условиях действия случайных импульсных помех большой интенсивности. Как известно, информационная надежность характеризуется достоверностью приема переданной по каналу информации. В свою очередь, обеспечение необходимого уровня достоверности определяется помехоустойчивостью информационного канала (ИК) как совокупности канала связи (КС) и устройств кодирования (КУ) и декодирования (ДКУ). Количество помехоустойчивость и,

следовательно, достоверность и информационная надежность, в первую очередь, оцениваются значениями вероятностей исходов приема (правильный и ложный приемы, защитный отказ) при заданной (известной) статистике канала (вероятности ошибок различного вида). При этом основная задача повышения помехоустойчивости ИК и ЦСПИ в целом состоит в максимально возможном снижении значений вероятностей ложного приема и защитного отказа, что традиционно обеспечивается использованием корректирующих кодов при каскадном кодировании [1-2]. Однако применение корректирующих кодов эффективно лишь при малых и средних значениях интенсивности помех, когда $i_{\text{сп}} = f_{\text{сп}} / f_k < 3$ ($i_{\text{сп}}$ – интенсивность случайной импульсной помехи; $f_{\text{сп}}$, f_k – частоты случайной импульсной помехи и кода (выдачи в канал рабочих кодовых слов), соответственно). В случае действия в канале случайных импульсных помех большой интенсивности ($i_{\text{сп}} \geq 3$), кроме корректирующих кодов, как правило, используются различные способы дублирования передачи, что не только усложняет алгоритмы работы КУ и ДКУ, но и существенно снижает быстродействие и экономическую эффективность систем [3].

В ходе проведенных исследований для повышения информационной надежности ИК и ЦСПИ предложены алгоритмы кодирования и декодирования на базе КСП [4-6].

Сигнальный признак, характеризующий информационный параметр передаваемого сигнала, определяет вид его модуляции в канале. При этом, если амплитудный, временной, частотный, фазовый, полярный сигнальные признаки, с точки зрения помехоустойчивости, относятся к так называемым первичным признакам, то КСП является вторичным (защитным) и используется на последней ступени кодирования (в последнем каскаде КУ) [7]. Особенностью КСП является представление каждого разрядного символа длительностью T_p используемого алфавита (в общем случае, K -ичного) первичного кода (кода предпоследнего каскада кодирования при многокаскадном КУ) в виде последовательностей (серий) импульсов существенно малой длительности τ , жестко связанных между собой фиксированными интервалами времени. При этом КУ формирует вторичный код в виде K различных рабочих двоичных n -разрядных кодовых слов-серий, которые в общем случае могут быть представлены в виде:

$$A_i = \sum_{v=0}^{n-1} a_{iv} 2^v \quad (i \in \{K\} = \{0, 1, 2, \dots, K-1\}; a_{iv} = 0, 1).$$

В процессе кодирования первый единичный разряд ($v_1 = 0$; $a_{i0} = 1$) кодового слова A_i формируется с некоторой фиксированной начальной задержкой Δt_0 по отношению к каждому подлежащему представлению КСП разрядному символу первичного кода, последующие единичные разряды формируются через интервалы времени, величины которых кратны значению времени задержки Δt . При этом длительность T_A формирования в КУ кодовой серии составит:

$$T_A = \Delta t_0 + (n-1)\Delta t + \tau \leq T_p. \quad (1)$$

В (1) $T_A = T_p$, если пренебречь погрешностью ΔT_p генерации разрядов первичного кода: $T_p = \text{const}$, $\Delta T_p = 0$. В общем случае $T_p = \bar{T}_p \pm \Delta T_p$, где \bar{T}_p – среднее значение величины T_p . Поэтому кодовая серия должна быть сформирована до начала момента времени, задающего диапазон погрешностей величины T_p : $T_A = \bar{T}_p - \Delta T_p$ (рис. 1).

На рис. 1 $s_1, s_2, \dots, s_{m_i-1}$ – целочисленные коэффициенты, обеспечивающие условия выполнения кратности временных интервалов между рабочими импульсами заданной величине Δt .

Для обеспечения высокого уровня помехоустойчивости значения величин задержек Δt_0 и Δt должны быть строго постоянными и одинаковыми для КУ и ДКУ системы. При

этом должно выполняться условие: $\Delta t_0 \neq k\Delta t$ (k – целочисленный коэффициент). Кроме того, формируемые кодовые слова вторичного кода не должны являться циклическими перестановками (сдвигами) друг друга, а символы их первых и последних разрядов всегда должны быть единичными. При этом предполагается, что все рабочие кодовые слова имеют одинаковые значения веса: $V(A_i) = m_1$ (m_1 – число единичных символов в каждом рабочем кодовом слове (число импульсов в каждой рабочей кодовой серии): $3 \leq m_1 \leq n-2$). Максимально возможное значение $(d_{min})_{max}$ минимального кодового расстояния при этом определяется как $(d_{min})_{max} = 2(m_1-2)$.

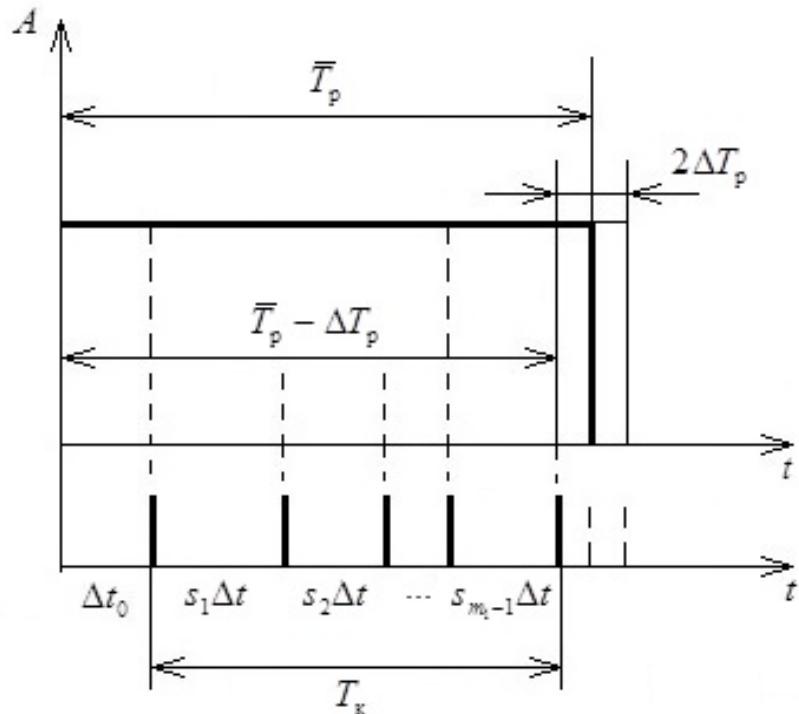


Рис. 1. Формирование кодовой серии

Таким образом, каждое рабочее кодовое слово может быть записано в виде:

$$A_i = a_{i0}2^0 + \sum_{v=1}^{n-2} a_{iv}2^v + a_{i(n-1)}2^{n-1}, \quad a_{i0} = a_{i(n-1)} = 1. \quad (2)$$

Для исследования процессов передачи и приема каждое из A_i рабочих кодовых слов, описываемых выражениями вида (2), может быть представлено в виде n -членного временного ряда $A_i(t)$. При этом ненулевыми будут m_1 членов ряда, соответствующие моментам времени $\Delta t_0 + \mu_{ij}\Delta t$ формирования единичных разрядов (импульсов) на выходе КУ в соответствующем кодовом слове A_i ($j = 1, 2, \dots, m_1$; $\mu_{ij} = 0, 1, 2, \dots, n-1$). Запишем ряд, оставляя только его ненулевые члены:

$$A_i(t) = \sum_{j=1}^{m_1} a_{ij}(t - \Delta t_0 - \mu_{ij}\Delta t). \quad (3)$$

В соответствии с условиями формирования рабочих кодовых серий, $\mu_{i1} = 0$, $\mu_{im_1} = n-1$. Следовательно, члены $a_{i1}(t - \Delta t_0)$ и $a_{im_1}[t - \Delta t_0 - (n-1)\Delta t]$ в (3) соответствуют разрядам a_{i0} и $a_{i(n-1)}$ в (2). Таким образом, ряд (3) можно представить в виде:

$$A_i(t) = a_{i1}(t - \Delta t_0) + \sum_{j=2}^{m_1-1} a_{ij}(t - \Delta t_0 - \mu_{ij}\Delta t) + a_{im_1}[t - \Delta t_0 - (n-1)\Delta t]. \quad (4)$$

При декодировании в ДКУ кодовых слов-серий, описываемых уравнениями (3) или (4), разряды условно нумеруются в порядке, обратном принятому при кодировании в КУ. Поэтому для декодируемого кодового слова B_i , соответствующего A_i , справедливо выражение:

$$B_i = \sum_{\xi=0}^{n-1} b_{i\xi} 2^{\xi} \quad (\xi = n-1-v; b_{i\xi} = 0,1).$$

Формула вида (2) для декодируемого кодового слова запишется как:

$$B_i = b_{i0} 2^0 + \sum_{\xi=1}^{n-2} b_{i\xi} 2^{\xi} + b_{i(n-1)} 2^{n-1}, \quad b_{i0} = b_{i(n-1)} = 1. \quad (5)$$

Декодирование начинается с некоторой фиксированной задержкой относительно момента времени поступления в ДКУ первого единичного разряда кодовой последовательности $A_i(t)$. Для определенности будем считать, что величина этой задержки, как и в КУ, равна Δt_0 . При этом алгоритм декодирования может быть записан в виде системы m_1 уравнений вида:

$$B_i(t) = A_i(t - \Delta t_0) = \sum_{j=1}^{m_1} b_{ij} (t - 2\Delta t_0 - \mu_{ij} \Delta t). \quad (6)$$

Заметим, что $b_{i1}(t - 2\Delta t_0 - \mu_{i1} \Delta t)$ и $b_{im_1}(t - 2\Delta t_0 - \mu_{im_1} \Delta t)$ в (6) соответствуют разрядам b_{i0} и $b_{i(n-1)}$ в (5).

При декодировании во все моменты времени, кратные Δt , осуществляется задержка каждого разряда декодируемой серии на величину Δt . Поэтому длительность процедуры декодирования составит $T_A - \tau = \Delta t_0 + (n-1)\Delta t$. Другими словами, момент времени формирования результата декодирования отстоит от момента времени поступления в ДКУ первого единичного разряда кодовой последовательности $A_i(t)$ на интервал времени $(T_A - \tau)$ или от момента времени поступления в КУ каждого разряда первичного кода на интервал времени T_B :

$$T_B = T_A - \tau + \Delta t_0 = 2\Delta t_0 + (n-1)\Delta t. \quad (7)$$

Пусть v_j и ξ_j – номера разрядов кодовых последовательностей A_i и B_i , соответственно, на которых находится j -ая единица. Тогда $\mu_{ij} = v_j = n-1-\xi_j$, и система уравнений вида (6) запишется:

$$B_i(t) = \sum_{j=1}^{m_1} b_{ij} [t - 2\Delta t_0 - (n-1-\xi_j) \Delta t]. \quad (8)$$

Подставляя в (8) $t = T_B$, получим:

$$B_i(T_B) = \sum_{j=1}^{m_1} b_{ij} (\xi_j \Delta t). \quad (9)$$

Из уравнений системы (9) следует, что все m_1 единиц (рабочих импульсов) b_{ij} соответствующих номеров разрядов ξ_j декодируемого кодового слова B_i появляются в момент времени $t = T_B$ одновременно с выходов ξ_j разрядных элементов задержек ДКУ длительностей $\Delta t_0(\xi_{n-1})$ и $\Delta t(\xi_{n-2} \div \xi_0)$. Тем самым, в системе надежно обеспечивается режим самосинхронизации, что принципиально важно в ИК и ЦСПИ с последовательным синхронным интерфейсом для обеспечения высокой информационной надежности.

ДКУ при правильном приеме обеспечивает формирование на своих K выходах одного из откликов в виде сигнала логической единицы (на i -ом выходе при декодировании

кодового слова B_i), поступающей далее на формирователь i -го символа первичного кода Φ_i в ДКУ первичного кода.

Пусть $F(B_i)$ – функция декодирования i -ой кодовой последовательности B_i , соответствующей A_i : $F(B_i) = F_i$ (F_i – функция формирования i -го отклика в ДКУ). Тогда функция $F_{\text{ДК}}$, соответствующая алгоритму работы ДКУ, запишется в виде:

$$F_{\text{ДК}} = \sum_{i=0}^{K-1} F_i \Phi_i. \quad (10)$$

С учетом режима самосинхронизации справедлива формула:

$$F_i(T_B) = \prod_{j=1}^{m_i} b_{ij}(T_B) = \prod_{j=1}^{m_i} b_{ij}(\xi_j \Delta t). \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10), получим:

$$F_{\text{ДК}}(T_B) = \sum_{i=0}^{K-1} \left(\prod_{j=1}^{m_i} b_{ij}(\xi_j \Delta t) \Phi_i \right). \quad (12)$$

Формула (12) может рассматриваться как математическая модель алгоритма декодирования в ЦСПИ на базе КСП при отсутствии помех в канале.

При наличии помех в канале необходимо учитывать значения всех разрядов принимаемого кодового слова, поэтому формула (12) должна быть записана в виде:

$$F_{\text{ДК}}(T_B) = \sum_{i=0}^{K-1} \left(\prod_{j=0}^{n-1} b_{ij}(\xi_j \Delta t) \Phi_i \right). \quad (13)$$

В формулах (11) – (13) произведения – булевы.

Пусть E_i – импульсный случайный сигнал помехи в КС, приводящий к ошибкам трансформации символов в кодовом слове A_i (ошибки стирания в данной работе не рассматриваются). Будем считать, что длительность импульсов помехи равна длительности τ рабочих импульсов. Анализ алгоритмов кодирования и декодирования дает возможность сделать вывод о том, что, если сигнал помехи содержит две составляющие: $E_{i_{\text{nc}}}$ и $E_{i_{\text{c}}}$ – соответственно, несинхронную и синхронную по отношению к моментам времени, кратным Δt , – то составляющую $E_{i_{\text{nc}}}$ можно исключить из рассмотрения. Это объясняется тем, что любая комбинация импульсов помехи, попадающая за время передачи кодовой последовательности вторичного кода $T_k = (n-1)\Delta t + \tau$ передачи кодового слова A_i в интервалы $(\Delta t - \tau)$, не может появиться в момент времени $T_B = 2\Delta t_0 + (n-1)\Delta t$ формирования отклика F_i на выходах ДКУ. Другими словами, составляющая $E_{i_{\text{nc}}}$ помехи не влияет на надежность синхронизации и исход приема.

Наиболее точно вероятность $p(i)$ действия i импульсов помехи длительности τ частоты f_{noise} за время T_k передачи кодового слова может быть определена в соответствии с законом распределения Пуассона [8]:

$$p(i) = \frac{(\pi f_{\text{noise}})^i}{i!} e^{-\pi f_{\text{noise}}}. \quad (14)$$

Как было указано выше, число импульсов помехи (значение интенсивности помехи) $i = i_{\text{с.п.}} = f_{\text{с.п.}} / f_k = f_{\text{noise}} / f_k = f_{\text{noise}} T_k$. На основании закона распределения Пуассона (14) вычисляются вероятности попадания i импульсов помех на кодовое слово за время T_k его передачи.

Для расчета вероятностей исходов приема переданного кодового слова необходимо определить вероятности p_{10} трансформации символа единицы в символ нуля и p_{01} символа нуля в символ единицы под воздействием помехи в канале. Рассмотрим ситуацию, при которой за рабочее время кода T_k действует один импульс помехи. Вероятность $p(1) = p_1$ попадания одного импульса помехи в один из m_1 возможных моментов времени, соответствующих наличию рабочего импульса, можно вычислить по формуле:

$$p_1 = \frac{m_1 \tau}{T_k}. \quad (15)$$

Вероятность $q(1) = q_1$ непопадания одного импульса помехи ни в один из m_1 моментов времени, соответствующих рабочим импульсам, вычисляется по формуле:

$$q_1 = \frac{T_k - m_1 \tau}{T_k - \tau} \approx \frac{T_k - m_1 \tau}{T_k} = 1 - \frac{m_1 \tau}{T_k} = 1 - p_1. \quad (16)$$

Приближенное равенство при расчете q_1 по формуле (16) допустимо в связи с тем, что в соответствии с алгоритмом кодирования $\tau \ll T_k$.

В случае совпадения по времени импульса помехи и рабочего импульса амплитуда рабочего импульса изменится. Если A и A_{noise} – амплитуды, соответственно, рабочего импульса и импульса помехи (положительного или отрицательного), а h – заданное положительное пороговое значение амплитуды результирующего импульса, установленное в первой решающей схеме (РС-1) приемного устройства, то при амплитуде результирующего импульса $A_p = A + A_{noise} \geq h$ РС-1 фиксирует сигнал логической единицы, а при $A_p = A + A_{noise} < h$ – сигнал логического нуля. Другими словами, условие трансформации символа единицы в символ нуля можно записать в виде неравенства $A_{noise} < (-A + h)$.

Амплитуда импульса помехи A_{noise} может рассматриваться как случайная величина с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением σ_n , распределенная в соответствии с нормальным законом распределения. Плотность вероятности $f(x)$ для такого распределения задается формулой:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}}. \quad (17)$$

Вероятность $p(x)$ того, что импульс помехи имеет амплитуду $A_{noise} < (-A + h)$, определяется исходя из функции распределения вероятностей для нормального распределения:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-A+h} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}} dx. \quad (18)$$

Вероятность того, что амплитуда импульса помехи, совпавшего с рабочим импульсом, меньше величины $(-A + h)$, т.е. вероятность трансформации p_{10} , может быть вычислена как произведение вероятностей p_1 и $p(x)$:

$$p_{10} = p_1 p(x) = \frac{m_1 \tau}{T_k} \cdot \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-A+h} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}} dx. \quad (19)$$

Аналогично может быть получена формула определения вероятности трансформации p_{01} :

$$p_{01} = p_0 p(x) = \frac{m_0 \tau}{T_k} \cdot \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \int_h^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}} dx. \quad (20)$$

В формуле (20) m_0 – число нулевых символов в передаваемом кодовом слове, а $p_0 = \frac{m_0 \tau}{T_k}$ – вероятность действия импульса помехи в момент времени, кратный Δt , в который рабочий импульс в кодовом слове отсутствует (если амплитуда импульса помехи больше порогового значения h , то импульс будет принят на приемной стороне как соответствующий символу единицы). Для этого случая $q_0 = q(0) = 1 - \frac{m_0 \tau}{T_k} = 1 - p_0$.

Для оценки вероятностей исходов приема представим выражение (13), описывающее алгоритм декодирования, в виде четырех булевых произведений:

$$F_{\text{ДК}}(T_B) = \sum_{i=0}^{K-1} \left(\prod_{j_{11}=1}^{m_1 \frac{d}{2}} b_{ij_{11}}(\xi_{j_{11}} \Delta t) \prod_{j_{01}=1}^{m_0 \frac{d}{2}} b_{ij_{01}}(\xi_{j_{01}} \Delta t) \prod_{j_{12}=1}^{\frac{d}{2}} b_{ij_{12}}(\xi_{j_{12}} \Delta t) \prod_{j_{02}=1}^{\frac{d}{2}} b_{ij_{02}}(\xi_{j_{02}} \Delta t) \Phi_i \right). \quad (21)$$

В (21) j_{11} и j_{01} – соответственно, порядковые номера разрядов с единичными и нулевыми символами в кодовом слове A_i , не образующих кодовое расстояние $d = d_{min}$; j_{12} и j_{02} – соответственно, порядковые номера разрядов с единичными и нулевыми символами в кодовом слове A_i , образующих кодовое расстояние d . Другими словами, в каждом из K рабочих кодовых слов по $\frac{d}{2}$ разрядов с единичными и нулевыми символами, образующих кодовое расстояние d .

Правильный прием кодового слова будет осуществлен при выполнении следующих условий:

$$\left. \begin{array}{l} \prod_{j_{11}=1}^{m_1 \frac{d}{2}} b_{ij_{11}}(\xi_{j_{11}} \Delta t) = 1; \\ \prod_{j_{12}=1}^{\frac{d}{2}} b_{ij_{12}}(\xi_{j_{12}} \Delta t) = 1; \\ \prod_{j_{02}=1}^{\frac{d}{2}} b_{ij_{02}}(\xi_{j_{02}} \Delta t) = 0. \end{array} \right\} \quad (22)$$

Ложный прием будет иметь место при следующих условиях:

$$\left. \begin{array}{l} \prod_{j_{11}=1}^{m_1 \frac{d}{2}} b_{ij_{11}}(\xi_{j_{11}} \Delta t) = 1; \\ \sum_{j_{12}=1}^{\frac{d}{2}} b_{ij_{12}}(\xi_{j_{12}} \Delta t) = 0; \\ \prod_{j_{02}=1}^{\frac{d}{2}} b_{ij_{02}}(\xi_{j_{02}} \Delta t) = 1. \end{array} \right\} \quad (23)$$

Заданный отказ будет зафиксирован при выполнении одного из следующих условий:

$$\left. \begin{array}{l} \prod_{j_{11}=1}^{m_1-\frac{d}{2}} b_{ij_{11}}(\xi_{j_{11}} \Delta t) = 0; \\ \prod_{j_{12}=1}^{\frac{d}{2}} b_{ij_{12}}(\xi_{j_{12}} \Delta t) = 0; \\ \prod_{j_{02}=1}^{\frac{d}{2}} b_{ij_{02}}(\xi_{j_{02}} \Delta t) = 0; \\ \sum_{j_{12}=1}^{\frac{d}{2}} b_{ij_{12}}(\xi_{j_{12}} \Delta t) = 1; \\ \prod_{j_{02}=1}^{\frac{d}{2}} b_{ij_{02}}(\xi_{j_{02}} \Delta t) = 1. \end{array} \right\} \quad (24)$$

В формулах (22) – (24) произведения и суммы – булевы.

Из анализа уравнений (22) следует, что правильный прием кодовой серии осуществляется при выполнении следующих условий:

1. Все m_1 единичных символов не трансформированы (первое и второе условия в (22)).
2. Из $\frac{d}{2}$ нулевых символов на разрядах, образующих кодовое расстояние, хотя бы один символ не трансформирован (третье условие в (22)).

На основании этих условий после некоторых аналитических преобразований получена формула расчета вероятности $P_{\text{пр.пр.}}$ правильного приема:

$$P_{\text{пр.пр.}} = (1 - p_{10})^{m_1} \left(1 - p_{01}^{\frac{d}{2}}\right) \quad (25)$$

Из анализа уравнений (23) следует, что ложный прием кодовой серии возможен в следующих случаях:

1. $\left(m_1 - \frac{d}{2}\right)$ единичных символов, не образующих кодового расстояния, не трансформируются (первое условие в (23)).
2. $\frac{d}{2}$ единичных символов на разрядах, образующих кодовое расстояние, трансформируются в нулевые символы (второе условие в (23)).
3. $\frac{d}{2}$ нулевых символов на разрядах, образующих кодовое расстояние, трансформируются в единичные символы (третье условие в (23)).

Таким образом, формула для вычисления вероятности $P_{\text{л.пр.}}$ ложного приема после некоторых преобразований может быть записана в виде:

$$P_{\text{л.пр.}} = (1 - p_{10})^{m_1 - \frac{d}{2}} (p_{10} p_{01})^{\frac{d}{2}}. \quad (26)$$

Из анализа уравнений (24) следует, что защитный отказ фиксируется в следующих случаях:

1. Хотя бы один единичный символ на разрядах, не образующих кодового расстояния, трансформируется в нулевой символ (первое уравнение в (24)).
2. Хотя бы один единичный символ трансформируется в нулевой символ, а нулевые символы не трансформируются на разрядах, образующих кодовое расстояние (система второго и третьего уравнений в (24)).

3. Единичные символы не трансформируются в нулевые символы, а все нулевые символы трансформируются в единичные символы на разрядах, образующих кодовое расстояние (система четвертого и пятого уравнений в (24)).

На основании этого после определенных аналитических преобразований формула расчета вероятности $P_{\text{з.о.}}$ защитного отказа примет вид:

$$P_{\text{з.о.}} = 1 - \left(1 - p_{10}\right)^{m_1-2} \left[\left(1 - p_{10}\right)^{\frac{d}{2}} \left(1 - p_{01}^{\frac{d}{2}}\right) + \left(p_{10} p_{01}\right)^{\frac{d}{2}} \right]. \quad (27)$$

Если $d = (d_{\min})_{\max} = 2(m_1-2)$, то формулы (25) – (27) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{пр.пр.}} &= \left(1 - p_{10}\right)^{m_1} \left(1 - p_{01}^{m_1-2}\right); \\ P_{\text{д.пр.}} &= \left(1 - p_{10}\right)^2 \left(p_{10} p_{01}\right)^{m_1-2}; \\ P_{\text{з.о.}} &= 1 - \left(1 - p_{10}\right)^2 \left[\left(1 - p_{10}\right)^{m_1-2} \left(1 - p_{01}^{m_1-2}\right) + \left(p_{10} p_{01}\right)^{m_1-2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Формулы (25) – (28) получены для общего случая несимметричного КС. В частном, но достаточно распространенном случае симметричного КС выполняется условие $p_{01} = p_{10} = p$. С учетом этого условия легко получить формулы вида (25) – (28) для симметричного канала.

Анализ полученных формул (25) – (27) расчета вероятностей исходов приема для различных значений d кодового расстояния и вероятностей p_{10} и p_{01} однократных ошибок трансформации, соответственно, единичных и нулевых символов друг в друга, а также сравнение с вероятностями исходов приема при тех же самых значениях параметров d , p_{10} и p_{01} для наиболее часто используемых в ЦСПИ корректирующих кодов показал, что предложенные метод и алгоритмы кодирования-декодирования с использованием КСП обеспечивают существенно более высокие показатели по информационной надежности.

Так, например, значения вероятностей ложного приема и защитного отказа уменьшаются на 1-2 порядка, за счет чего при одних и тех же исходных параметрах могут быть реализованы ЦСПИ повышенной категории достоверности (в соответствии с требованиями МККТТ).

Кроме того, при обеспечении постоянства всех временных параметров КУ и ДКУ обеспечивается высокая надежность самосинхронизации, в связи с чем при реализации предложенного метода кодирования-декодирования с КСП в системах с последовательным синхронным интерфейсом не требуется осуществления каких-либо специальных мер контроля и коррекции синхронизации.

Список литературы:

- Питерсон У. Коды, исправляющие ошибки / У. Питерсон, Э. Уэлдон, пер. с англ. под редакцией Р.Л. Добрушина и С.И. Самойленко // М.: Мир, 1976.
- Голомб С. Цифровые методы в космических системах связи / С. Голомб // М., Связь, 1969.
- Шенон К. Работы по теории информации и кибернетике / К. Шенон // М., Изд-во иностранной литературы, 1963.
- Мартынов П.В. Повышение помехоустойчивости в цифровых системах передачи информации с радиоканалами / М.С. Светлов, П.В. Мартынов // Вестник Саратовского государственного технического университета, №1 (64), выпуск 2, 2012. – С. 328-331.
- Martynov P.V. Improvement of information reliability of digital systems with QAM/COFDM modulation / A.A. Lvov, M.S. Svetlov, P.V. Martynov // Proceedings of the 20th IMEKO TC4 International Symposium “Research on Electrical and Electronic Measurement for the Economic Upturn” and 18th IMEKO TC-4 International Workshop on ADC and DAC Modelling and Testing, Italy, Benevento, 2014. P. 478-482.

6. Мартынов П.В. Повышение информационной надежности цифровых систем с QAM/COFDM модуляцией / А.А. Львов, М.С. Светлов, П.В. Мартынов // Известия Саратовского университета. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2014. Т. 14, вып. 4, ч. 1. С. 473-482.
7. Юргенсон Р.И. Помехоустойчивость цифровых систем передачи телемеханической информации / Р.И. Юргенсон // Л.: Энергия, 1971.
8. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – 2-е изд., перераб. и доп. / В.И. Тихонов // М.: Радио и связь, 1982

Марутян Александр Суренович

Северо-Кавказский Федеральный Университет – филиал в г. Пятигорске

УПРАВЛЯЕМЫЕ ЛЕГКИЕ МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ ИЗ ПЕРЕКРЕСТНЫХ СИСТЕМ

Приведены цели и задачи управления процессами в несущих конструкциях зданий и сооружений, которые представляют собой их напряженные и деформированные состояния. Обоснована перспективность принятия в качестве физического объекта управления металлоконструкций нового поколения в форме ортогональных систем из перекрестных стальных ферм с болтовыми соединениями. Последние целесообразно дополнить упругими элементами в виде пластинчатых (U-образных) и тарельчатых пружин для расширения возможностей управления (регулирования) в процессе эксплуатации. Описана методика расчета строительных конструкций на сейсмические и аварийные воздействия.

Ключевые слова: управляемые конструкции, регулирование напряженно-деформированным состоянием, перекрестные фермы, болтовые соединения, пружинные элементы, сейсмические и аварийные воздействия.

Marutyan A.S.

CONTROLLABLE METAL SUPPORTING STRUCTURES OF BUILDINGS IN THE FORM OF CROSS-TRUSSES SYSTEMS.

Given goals and objectives of management processes in the supporting structures of buildings and structures that represent their stress and strain state. The perspective adopted as a physical object managing the new generation of metal in the form of orthogonal systems of the cross steel trusses with bolted connections. Last desirable to supplement the elastic elements in the form of plate (U-shaped) and Belleville springs to empower government (regulation) in service. A technique for calculation of building structures on seismic and emergency exposure.

Keywords: control structures, the regulation of stress-strain state, the cross-trusses, bolted connections, spring elements, seismic and accidental exposure.

Управление параметрами несущих конструкций зданий и сооружений преследует цель улучшать их физико-механические свойства (прочность, жесткость, устойчивость, надежность, сейсмостойкость и т.п.), а также технико-экономические характеристики и свойства (расход конструкционного материала, трудоемкость, стоимость, экологичность, транспортируемость, срочность и т.п.) [1, 2]. Разработка и развитие подобных конструкций требуют системного подхода, результатами которого становятся весьма гармоничные образцы, такие как пространственно-стержневые (кристаллические) структурные плиты покрытий или перекрытий [3-5]. К числу описываемых несущих строительных каркасов вполне можно отнести и легкие металлические конструкции комплектной поставки с использованием перекрестных систем из гнутосварных профилей нового поколения, включая модули покрытий (перекрытий) типа «Пятигорск» (рис. 1) [6, 7].

Для повышения степени унификации несущих элементов перекрестных систем управление их параметрами можно реализовывать при помощи технического решения, в котором площади сечения поясов контурных несущих элементов A_k и площади сечения поясов внутренних несущих перекрестных элементов A_b связаны соотношением:

$$A_k/A_b=0,5n...0,5(n+2), \quad (1)$$

где n – число членений несущими элементами стороны плана покрытия на одинаковые или почти одинаковые отрезки, $n \geq 4$ [8].

Приведенное решение эффективно нивелирует напряженно-деформированное состояние за счет перераспределения усилий во внутренних несущих элементах, но оставляет значительную разницу относительно контурных. Так, $A_k/A_b=2\dots 3$ уже при $n \times n=4 \times 4$ и $A_k/A_b=3,5\dots 4,5$ при $n \times n=7 \times 7$. Поэтому дальнейшее управление возможно при помощи колонн переменной жесткости или другого технического решения, например, опорных (карнизных) узлов с регулируемым предварительным напряжением. Суть подобного решения заключается в перераспределении реактивных (опорных) и пролетных моментов контурных несущих элементов перекрестных систем (рис. 2) [9], что условно можно представить в следующем виде:

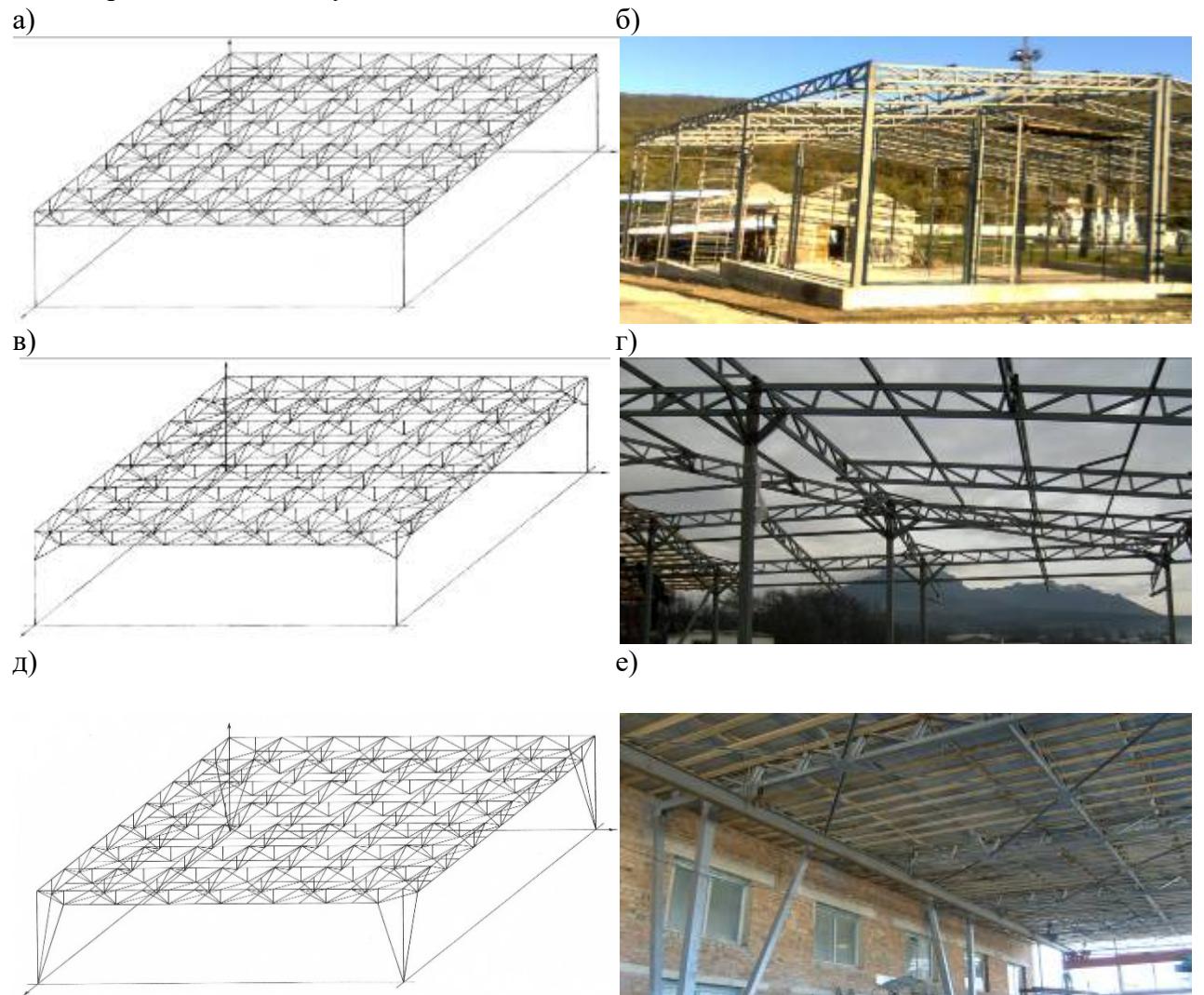


Рис. 1. Расчетная схема и снимок пространственного покрытия из перекрестной системы с приопорными панелями нижних поясов контурных ферм (а, б), расчетная схема и снимок пространственного покрытия из перекрестной системы с подкосами контурных ферм (в, г), расчетная схема и снимок пространственного покрытия из перекрестной системы с наклонными ветвями V-образных колонн (д, е).

1. $M_r=0$ при $M=M_{\max}$;
2. $M_r=-M_{\max}/4$ при $M=3M_{\max}/4$;
3. $M_r=-M_{\max}/2$ при $M=M_{\max}/2$;
4. $M_r=-3M_{\max}/4$ при $M=M_{\max}/4$;
5. $M_r=-M_{\max}$ при $M=0$,

где M_r – реактивный (опорный) момент; M – пролетный момент; M_{\max} – наибольший (балочный) момент.

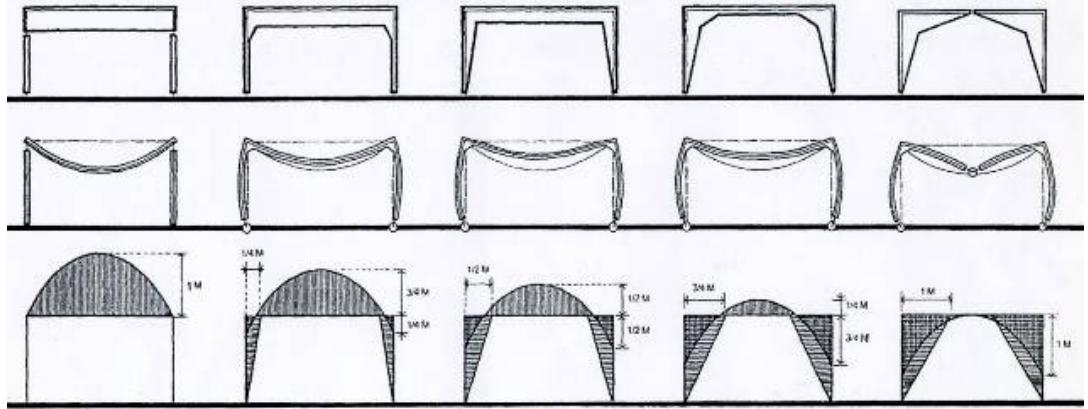


Рис. 2. Схема управления параметрами несущих конструкций с перераспределением реактивных и пролетных моментов.

Для контурных ферм (элементов) перекрестных систем с количеством ячеек $n \times n \geq 4 \times 4$ (рис. 3) применим балочный аналог с линейной нагрузкой q , распределенной параболически по всей длине пролета l :

при шарнирных опорах [10]

$$0 \leq z \leq l, q_z = 4qz(l-z)/l^2,$$

$$Q = (ql/3)(1 - 6z^2/l^2 + 4z^3/l^3), M = (ql^2/3)(z/l - 2z^3/l^3 + z^4/l^4), \quad (2)$$

$$z = l/2, M_{\max} = 5ql^2/48, f_{\max} = 61ql^4/(5760EI), \quad (3)$$

$$z = 0, Q = ql/3, z = l, Q = -ql/3; \quad (4)$$

при жестких опорах [11, 12]

$$z = 0, Q = ql/3, z = l, Q = -ql/3, \quad (5)$$

$$z = 0 \text{ и } z = l, M_r = -ql^2l/15, \quad (6)$$

$$z = l/2, M_{\max} = 3ql^2/80, f = f_{\max} - (M_r + M_r)l^2/(16EI) = \\ = 61ql^4/(5760EI) - (ql^2l/15 + ql^2l/15)l^2/(16EI) = 13ql^4/(5760EI), \quad (7)$$

где z – координата рассматриваемого сечения балочного аналога; q_z – интенсивность параболической нагрузки в сечении с координатой z ; Q – поперечная сила; f и f_{\max} – прогиб и наибольший прогиб балочного аналога; E – модуль продольной упругости конструкционного материала; I – момент инерции сечения.

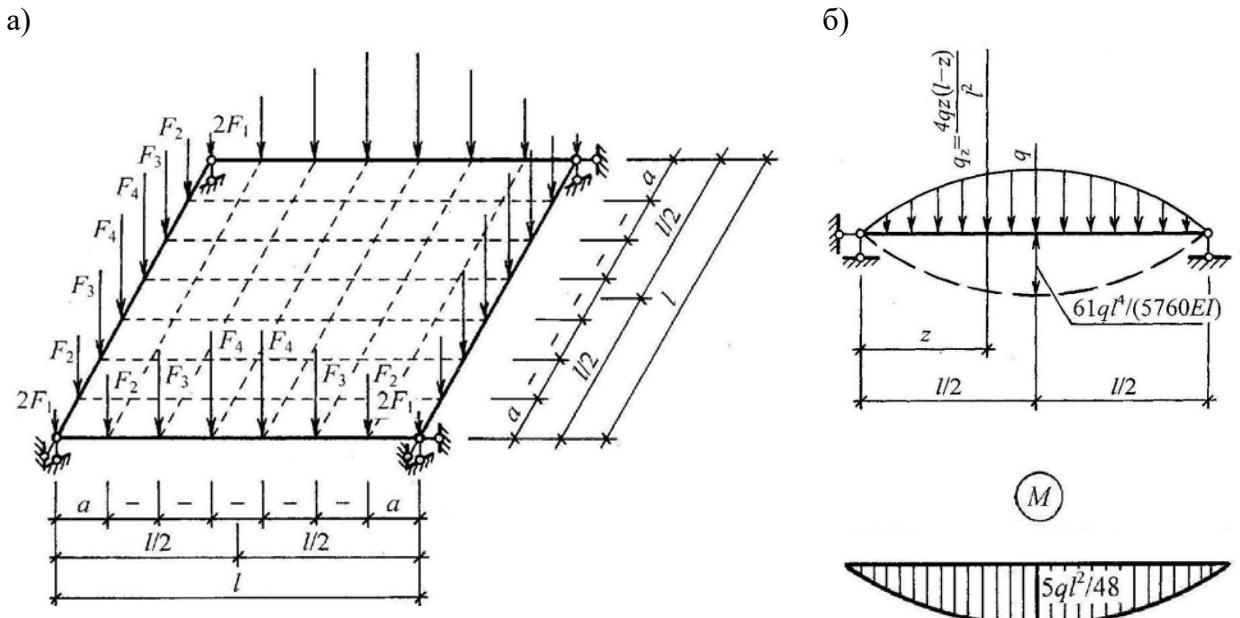


Рис. 3. Расчетные схемы контурных элементов (ферм) перекрестной системы (а) и их балочного аналога (б).

Из сравнения формул (3) и (7) видно, что с заменой шарнирных опор на жесткие при прочих равных условиях прогиб уменьшается в $61/13=4,69$ раза, то есть во столько же раз увеличивается жесткость (одно из важнейших механических свойств несущих конструкций). Определенный практический интерес представляет изменение прогибов при переходе на жесткие опоры с регулируемыми реактивными моментами:

$$1. M_r=0, \\ f=61ql^4/(5760EI)=ql^4/(94,43EI); \quad (8)$$

$$2. M_r=-M_{\max}/4=-(1/4)\cdot(5ql^2/48)=-15ql^2/192, \\ f=f_{\max}-(M_r+M_r)l^2/(16EI)=61ql^4/(5760EI)-(15ql^2l/192+15ql^2l/192)l^2/(16EI)= \\ =507ql^4/(69120EI)=ql^4/(136,3EI), \quad (9)$$

то есть прогиб уменьшается в $136,3/94,43=1,44$ раза;

$$3. M_r=-M_{\max}/2=-(1/2)\cdot(5ql^2/48)=-ql^2/96, \\ f=f_{\max}-(M_r+M_r)l^2/(16EI)=61ql^4/(5760EI)-(ql^2l/96+ql^2l/96)l^2/(16EI)= \\ =47ql^4/(11520EI)=ql^4/(245,1EI), \quad (10)$$

то есть прогиб уменьшается в $245,1/94,43=2,59$ раза;

$$4. M_r=-3M_{\max}/4=-(3/4)\cdot(5ql^2/48)=-45ql^2/192, \\ f=f_{\max}-(M_r+M_r)l^2/(16EI)=61ql^4/(5760EI)-(45ql^2l/192+45ql^2l/192)l^2/(16EI)= \\ =57ql^4/(69120EI)=ql^4/(1213EI), \quad (11)$$

то есть прогиб уменьшается в $1213/94,43=12,8$ раза;

$$5. M_r=-M_{\max}=-5ql^2/48, \\ f=f_{\max}-(M_r+M_r)l^2/(16EI)=61ql^4/(5760EI)-(5ql^2l/48+5ql^2l/48)l^2/(16EI)= \\ =-7ql^4/(2880EI)=-ql^4/(411,4EI), \quad (12)$$

то есть вместо прогиба имеет место выгиб в обратном направлении, который по абсолютной величине в $411,4/94,43=4,35$ раза меньше «эталонного» прогиба (прогиба при шарнирных опорах).

Полученные соотношения прогибов весьма показательно подтверждают эффективность приведенного метода управления. Однако их выкладки сделаны при допущении неизменности изгибной жесткости ($EI=\text{const}$). Поэтому для уточнения жесткостных параметров необходимо после статического расчета сделать подбор сечений контурных элементов перекрестных систем. Такой подбор позволяет попутно оценить, каким образом описываемое управление отражается на материаломкости (металлоемкости), которая относится к числу наиболее важных технико-экономических характеристик несущих конструкций зданий и сооружений. В качестве базового объекта целесообразно принять расчет и проектирование здания-модуля с количеством ячеек $n\times n=7\times 7$ и размерами в плане $l\times l=42\times 42$ м ($a\times a=6\times 6$ м – размеры ячеек) [13].

При управлении параметрами легких металлоконструкций здания-модуля за счет варьирования реактивных моментов приняты следующие допущения:

- полная нагрузка составляет $p=3,2$ кН/м² и включает постоянную нагрузку $p_g=1,4$ кН/м², а также временную (снеговую) – $s_g=1,8$ кН/м² (третий снеговой район);

- контурные фермы на монтаже собирают при помощи болтовых стыков из отправочных марок длиной, равной размеру ячеек перекрестной системы;

- подбор сечений поясных элементов контурных ферм ограничен квадратными гнутосварными профилями из сортамента, использованного в базовом объекте;

- в качестве «эталонного» варианта для сравнения приняты контурные фермы с шарнирными опорами ($M_r=0$).

Некоторые результаты статического расчета и подбора сечений представлены и в таблице 1.

Таблица 1. Масса поясных элементов и прогиб контурных ферм

Реактивный момент	Масса		Прогиб, f		
	кг	%	мм	f/l	%
$M_r=0$	4667	100	275,9	1/152,2	100
$M_r=-M_{max}/4$	3184	68,2	287,8	1/145,9	104,3
$M_r=-M_{max}/2$	2593	55,6	168,2	1/249,7	61,0
$M_r=-3M_{max}/4$	3002	64,3	27,09	1/1550	9,82
$M_r=-M_{max}$	4497	96,4	-56,45	-1/744,0	-20,5

Как видно, минимальный расход конструкционного материала имеет место, когда посредством предварительного напряжения величина максимального балочного момента перераспределяется между опорами и пролетом поровну. При этом следует заметить, что экономический эффект может оказаться более весовым с расширением сортамента сечений за счет ГОСТ Р 54157-2010 «Трубы стальные профильные для металлоконструкций», а также разработанного на его базе проекта сортамента пятиугольных гнутосварных профилей [14]. Кроме того, перераспределение за счет предварительного напряжения величины максимального балочного момента между опорами и пролетом поровну отличается не только минимальной материалоемкостью, но и уменьшением прогиба в середине пролета более чем на одну треть.

Таким образом, приведенные выкладки позволяют сделать ряд выводов.

1. Управление параметрами легких металлических конструкций из перекрестных систем весьма перспективно и может сопровождаться качественным и количественным улучшением их физико-механических свойств и технико-экономических характеристик.

2. Переход от шарнирных опираний к жестким в перекрестных системах с количеством ячеек $n \times n = 7 \times 7$ ($n \times n \geq 4 \times 4$) обеспечивает минимальный расход конструкционного материала, когда посредством предварительного напряжения величина максимального балочного момента перераспределяется между опорами и пролетом поровну.

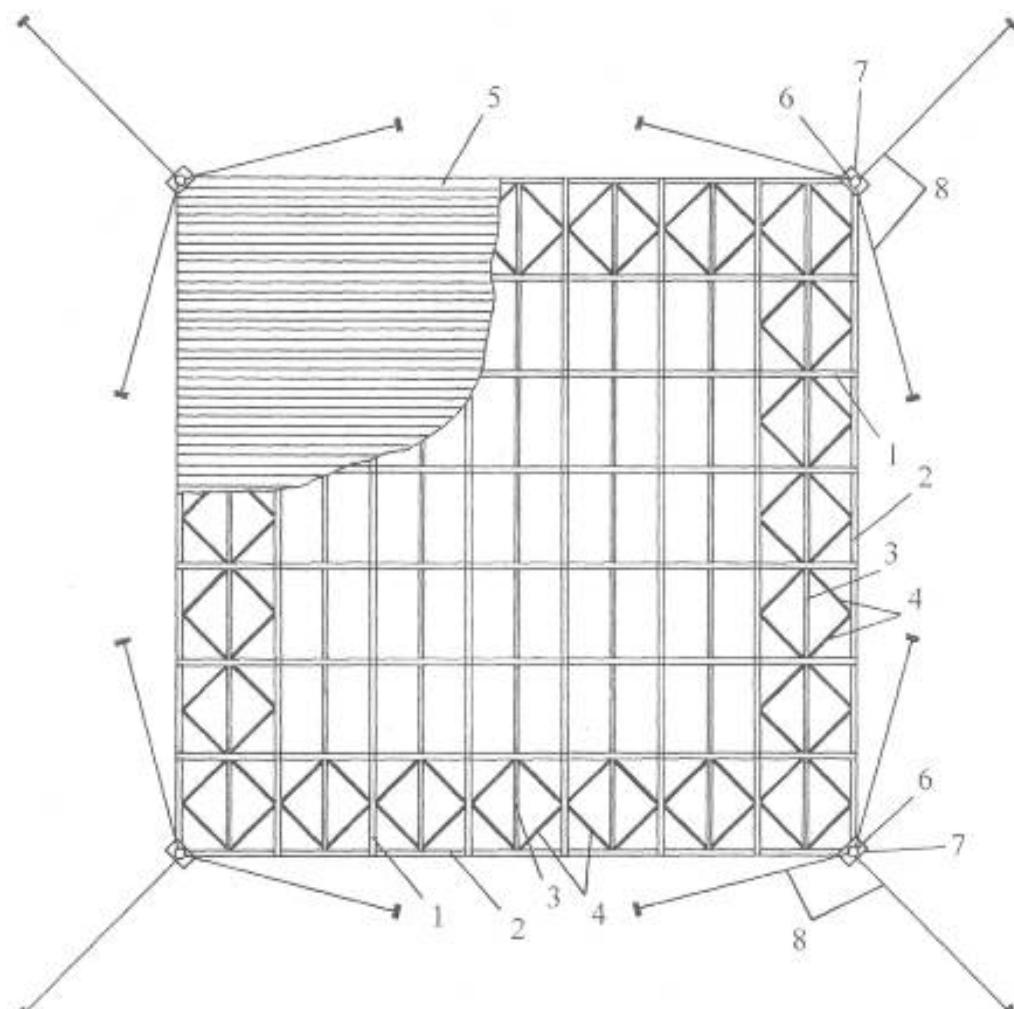
3. Переход от шарнирных опираний перекрестных систем к жестким максимально разгружает фундаменты и основания (или другие опорные конструкции), так как жесткие закрепления опорных конструкций (колонн), сосредоточенные в фундаментах, можно перенести и рассредоточить в несущих конструкциях покрытий и перекрытий.

4. Дальнейшим этапом разработки управляемых конструкций должно стать экономичное, но надежное техническое решение предварительного напряжения опорных (карнизных) узлов контурных ферм перекрестных систем, включая модули покрытий и перекрытий типа «Пятигорск».

Техническим результатом предлагаемого решения является повышение степени унификации по сечению стержневых элементов перекрестной системы с уменьшением расхода конструкционного материала при достижении одинаковых значений поясных усилий внутренних и контурных ферм. Такой результат достигается за счет того, что в пространственном покрытии из перекрестной системы, опертом по углам, преимущественно квадратного плана, содержащем контурные и внутренние равновысокие фермы, стержневые элементы при опорных (так называемых «нулевых») панелей нижних поясов контурных ферм снабжены парными реверсивными устройствами из стяжных шпилек и тарельчатых пружин для регулирования предварительным напряжением опорных (карнизных) узлов с перераспределением реактивных (опорных) и пролетных моментов контурных несущих элементов перекрестной системы [15]. Значительно повысить эффективность предварительного напряжения можно за счет увеличения плеча силовой пары при соответствующем размере стержневых элементов с реверсивными устройствами и трансформации их из при опорных панелей нижних поясов в подкосы контурных ферм или наклонные ветви угловых V-образных колонн (рис. 4, 5 и 6). Регулирование

предварительным напряжением опорных узлов целесообразно совместить с монтажом несущих конструкций по методу подъема перекрытий (покрытий).

а)



б)

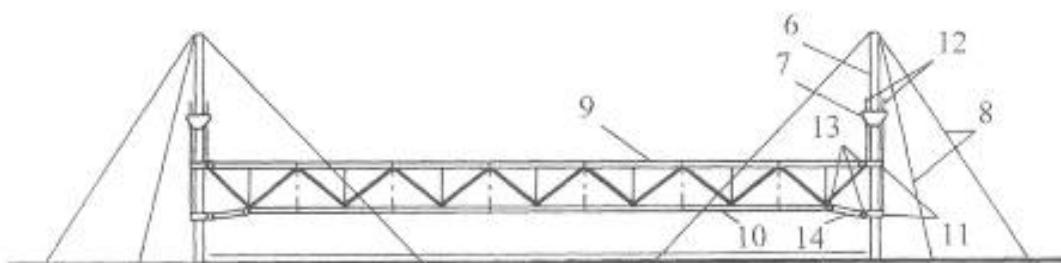
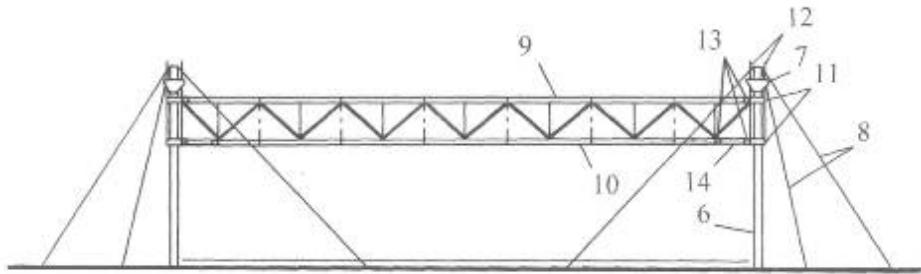
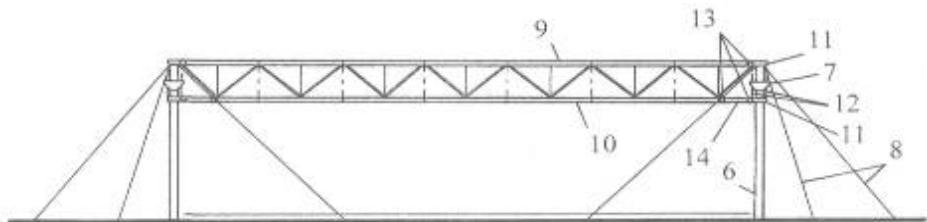


Рис. 4. Схемы пространственного покрытия из перекрестной системы в процессе монтажа по методу подъема: а – вид сверху; б – вид сбоку в начальной стадии подъема; 1 – внутренние фермы; 2 – контурные фермы; 3 – прогоны; 4 – приконтурные связи по нижним поясам ферм; 5 – профилированный настил; 6 – угловые колонны; 7 – подъемники; 8 – расчалки; 9 – верхний пояс контурных ферм; 10 – нижний пояс контурных ферм; 11 – парные обоймы; 12 – грузовые тяги; 13 – шарниры; 14 – стержневые элементы с парными реверсивными устройствами.

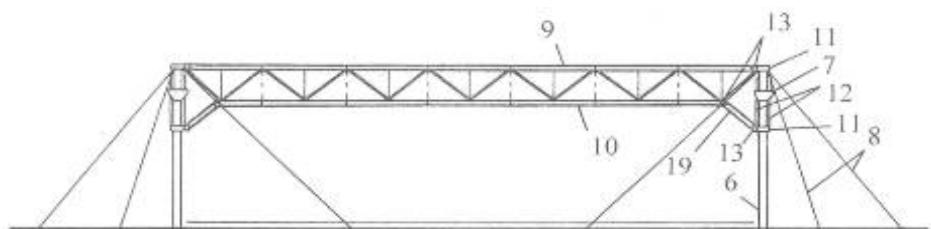
а)



б)



в)



г)

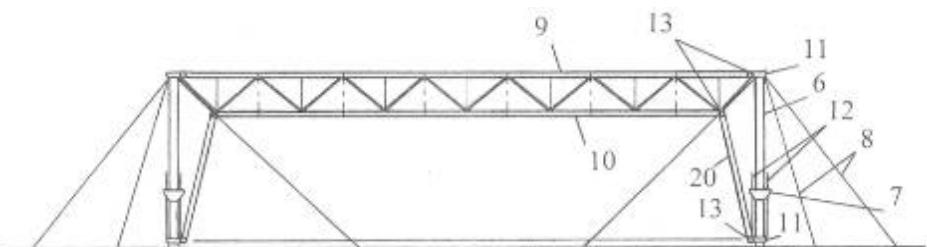
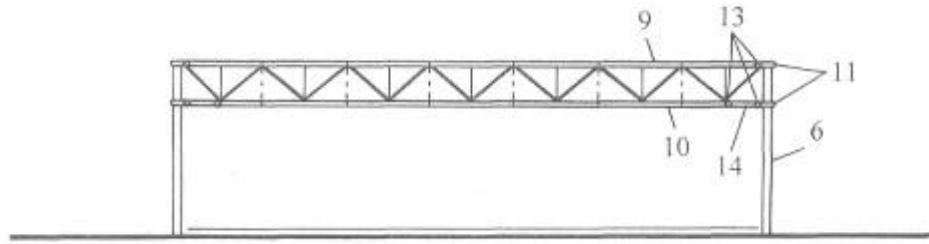
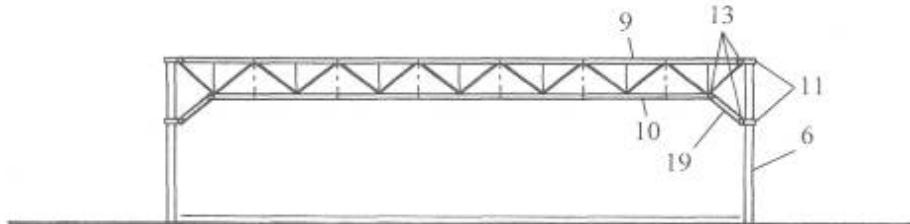


Рис. 5. Схемы пространственного покрытия из перекрестной системы в процессе монтажа по методу подъема: а – вид сбоку в промежуточной стадии подъема; б – вид сбоку в завершающей стадии подъема; в – вид сбоку покрытия с подкосами контурных ферм в завершающей стадии подъема; г – вид сбоку покрытия с наклонными ветвями угловых колонн в завершающей стадии подъема; 6 – угловые колонны; 7 – подъемники; 8 – расчалки; 9 – верхний пояс контурных ферм; 10 – нижний пояс контурных ферм; 11 – парные обоймы; 12 – грузовые тяги; 13 – шарниры; 14 – стержневые элементы с парными реверсивными устройствами; 19 – подкосы контурных ферм; 20 – наклонные ветви угловых колонн.

а)



б)



в)

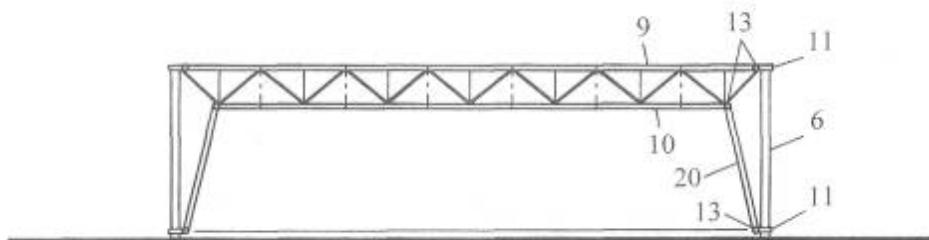


Рис. 6. Схемы пространственного покрытия из перекрестной системы: а – вид сбоку покрытия после монтажа; б – вид сбоку покрытия с подкосами контурных ферм после монтажа; в – вид сбоку покрытия с наклонными ветвями угловых колонн после монтажа; 6 – угловые колонны; 9 – верхний пояс контурных ферм; 10 – нижний пояс контурных ферм; 11 – парные обоймы; 13 – шарниры; 14 – стержневые элементы с парными реверсивными устройствами; 19 – подкосы контурных ферм; 20 – наклонные ветви угловых колонн.

Пространственное покрытие из перекрестной системы включает в свой состав внутренние фермы 1 и равновысокие им контурные фермы 2. Каждая из ячеек перекрестной системы делится пополам прогонами 3. При пролетах 30 м и выше обычно устанавливают приконтурные связи 4 по нижним поясам ферм [16]. По верхним поясам ферм и прогонам уложены стальные оцинкованные листы профилированного настила 5. Опорами перекрестной системы служат угловые колонны 6, которые разработаны с учетом монтажа покрытия по методу подъема, закрепления на них подъемников 7 и монтируемых конструкций (рис. 7) [17].

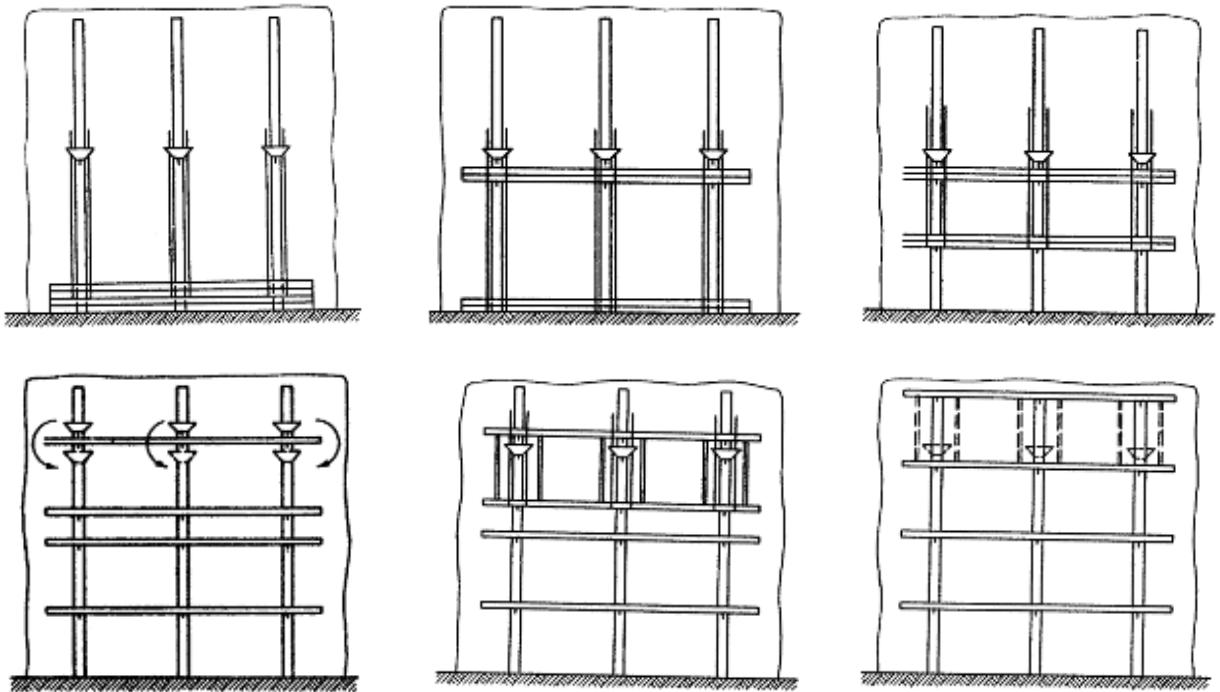


Рис. 7. Схемы возведения сооружения (здания) методом подъема перекрытий и покрытия с использованием последовательно перемещаемых и закрепляемых на колоннах подъемников и их грузовых тяг.

Монтаж покрытия начинают с установки угловых колонн 6, которые центрируют в фундаментах и закрепляют в вертикальном положении при помощи расчалок 8. На планировочной поверхности сборку перекрестных ферм (внутренних 1 и контурных 2) из отправочных марок (длиной, равной их шагу в обоих ортогональных направлениях) ведут от центрального узла пересечения или центральной ячейки, последовательно подрашивая против или по ходу часовой стрелки. Такая очередность сборки обеспечивает равномерное распределение всех неточностей монтируемых конструкций. Узлы сопряжений верхних поясов 9 и нижних поясов 10 контурных ферм 2 с колоннами 6 решены при помощи парных обойм 11, выполненных с учетом их закрепления на колоннах в процессе монтажа (демонтажа) и эксплуатации, а также соединения с грузовыми тягами 12 подъемников 7. Верхний пояс 9 контурной фермы 2 соединен с верхней обоймой 11 шарниром 13. Нижний пояс 10 контурной фермы 2 связан с нижней обоймой 11 при помощи двух шарниров 13, между которыми устанавливают стержневой элемент 14 (рис. 8) с парными реверсивными устройствами. Последние включают в свой состав стяжные шпильки 15 (укомплектованные необходимыми шайбами, гайками и контргайками) и тарельчатые пружины 16, объединяющие в единое целое две опорные части 17 и одну ствольную часть 18 стержневого элемента 14. За счет соответствующего размера ствольной части 18 стержневой элемент 14 из припорной панели нижнего пояса 10 можно трансформировать в подкос 19 контурной фермы 2 или наклонную ветвь 20 угловой колонны 6.

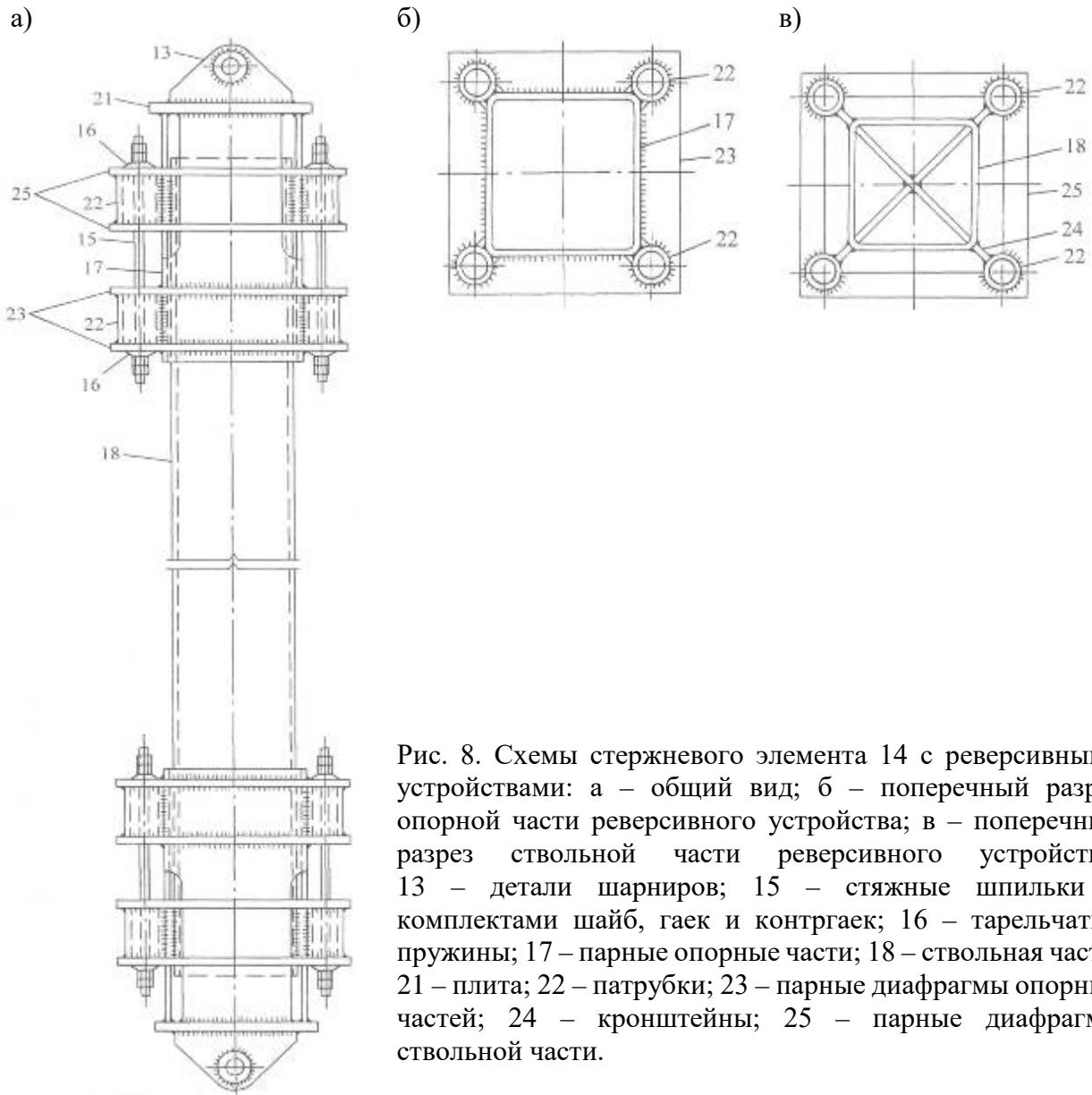


Рис. 8. Схемы стержневого элемента 14 с реверсивными устройствами: а – общий вид; б – поперечный разрез опорной части реверсивного устройства; в – поперечный разрез ствольной части реверсивного устройства; 13 – детали шарниров; 15 – стяжные шпильки с комплектами шайб, гаек и контргаек; 16 – тарельчатые пружины; 17 – парные опорные части; 18 – ствольная часть; 21 – плита; 22 – патрубки; 23 – парные диафрагмы опорных частей; 24 – кронштейны; 25 – парные диафрагмы ствольной части.

Стержневые элементы 14 с парными реверсивными устройствами изготавливают в заводских условиях. Каждый такой элемент собирают из двух опорных частей 17 и одной ствольной части 18. Опорная часть 17 представляет собой обойму стаканной формы, дном которой является плита 21 с деталями шарнира 13. Патрубки 22 в количестве четырех штук для пропуска стяжных шпилек 15 закреплены на углах боковых граней обоймы опорной части 17 при помощи двух диафрагм 23. На угловых участках этих же граней в промежутках между плитами 21 и патрубками 22 выполнены прорези, в которых размещены торцевые кронштейны 24 ствольной части 18. Аналогично патрубки 22 в количестве четырех штук для пропуска стяжных шпилек 15 закреплены на кронштейнах 24 при помощи двух диафрагм 25. Размер прорезей в опорной части 17 и расстояние между соосными патрубками 22 обеспечивают необходимый запас хода стяжных шпилек 15 для регулирования уровня предварительного напряжения с помощью тарельчатых пружин 16.

После укрупнительной сборки перекрестной системы на планировочной поверхности ее внутренние фермы 1 и контурные фермы 2 тщательно выверяют и затягивают болтовые соединения монтажных стыков. По верхней поясной сетке перекрестной системы устанавливают и надежно закрепляют прогоны 3 и профилированные листы настила 5 (с образованием жесткого диска), а по нижней поясной сетке – приконтурные связи 4. Собранные таким образом пространственное покрытие обладает вполне достаточным

ресурсом несущей способности для того, чтобы его можно было транспортировать вверх на проектную отметку. На угловые колонны 6 устанавливают подъемники 7, а их грузовые тяги 12 соединяют с верхними обоймами 11, которые являются опорными узлами для контурных ферм 2 и через шарниры 13 непосредственно соединены с верхними поясами 9. Верхние и нижние обоймы 11 конструктивно решены с использованием гнутых фланцев 26, подкрепленных диафрагмами жесткости 27 (рис. 9) [18, 19]. Удлиненные отогнутые полки трех фланцев 26 из четырех (формирующих одну обойму 11) выполнены с отверстиями и под монтажные болты, и для шарниров 13. Диафрагмы жесткости 27 для пропуска и закрепления грузовых тяг 12 тоже выполнены с отверстиями, подкрепленными патрубками 28. Кроме того, для закрепления на колоннах 6 подъемников 7 и транспортируемых ими конструкций при помощи опорных клиньев 29 в противоположных фланцах на участках между отогнутыми полками сделаны отверстия, совпадающие с отверстиями в стволе колонны.

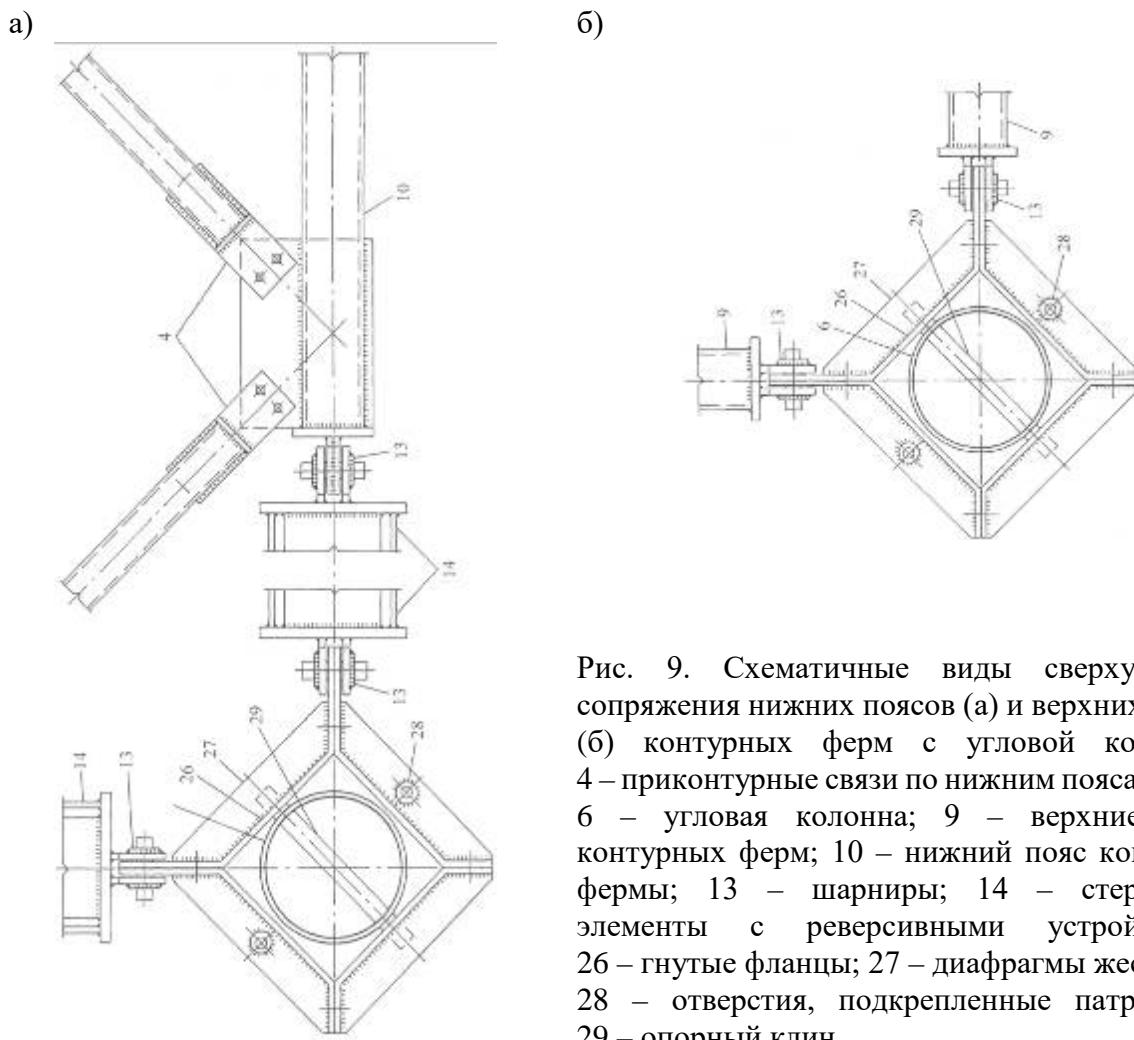


Рис. 9. Схематичные виды сверху узлов сопряжения нижних поясов (а) и верхних поясов (б) контурных ферм с угловой колонной: 4 – приконтурные связи по нижним поясам ферм; 6 – угловая колонна; 9 – верхние пояса контурных ферм; 10 – нижний пояс контурной фермы; 13 – шарниры; 14 – стержневые элементы с реверсивными устройствами; 26 – гнутые фланцы; 27 – диафрагмы жесткости; 28 – отверстия, подкрепленные патрубками; 29 – опорный клин.

Перед началом подъема стержневые элементы 14 с парными реверсивными устройствами приводят в состояние свободной подвески на шарнирах 13 между нижними обоймами 11 и нижними поясами 10 контурных ферм 2. Чтобы избежать заклинивания нижней обоймы 11 во время подъема, ее поддерживают в горизонтальном положении при помощи временной подвески к верхней обойме 11 из элементов одной из грузовых тяг 12. Для транспортировки смонтированных конструкций с планировочной поверхности на проектную высотную отметку целесообразно использовать стандартную систему электромеханического оборудования из подъемников с номинальной грузоподъемностью по 50 тонн каждый, обеспечивающую их синхронную работу в автоматическом режиме

[20]. Мощность этого оборудования рассчитана для подъема, в основном, железобетонных перекрытий, масса которых много больше массы металлических конструкций. Поэтому такая грузоподъемность вполне достаточна и для подъема смонтированной конструкции, и для создания в ней предварительного напряжения рассчитанной по проекту интенсивности. Технологическую операцию создания предварительного напряжения целесообразно совместить с завершающей стадией подъема, когда, в соответствии с известным техническим решением [16], подъемники демонтируют и устанавливают ниже верхнего уровня монтируемых конструкций, а в данном случае под верхними поясами 9 контурных ферм 2. Процесс подъема возобновляют и продолжают до тех пор, пока верхние обоймы 11 не займут проектное положение, которое можно зафиксировать и надежно закрепить. На этом завершают подъем конструкций и приступают к их предварительному напряжению. После тщательной контрольной проверки фактического положения всех конструкций и уточнения их геометрических параметров с максимально возможной точностью при помощи резьбовых соединений стяжных шпилек 15 регулируют линейные размеры всех стержневых элементов 14. Выполняют это с таким расчетом, что при подтягивании нижних обойм 11 к уже закрепленным верхним обоймам состояние свободной подвески в стержневых элементах 14 плавно сменяется их укорочением, сопровождаемым равномерным обжатием нижних поясов 10 контурных ферм 2 и соответствующим растяжением верхних поясов 9. Проектный уровень предварительного напряжения должен быть зафиксирован в тот момент, когда продольные оси стержневых элементов 14 совпадут с продольными осями нижних поясов 10. После контрольной проверки выполнения данного требования нижние обоймы 11 можно надежно закрепить, а подъемники 7 и расчалки 8 демонтировать.

Если расход материала на опорные конструкции в виде угловых колонн из «эталонном» варианте ($M_r=0$) принять за 100%, то в предлагаемом решении с приопорными панелями нижних поясов контурных ферм (угловые колонны + приопорные панели) он составит 47,4%, с подкосами контурных ферм (угловые колонны + подкосы) – 49,8%, с наклонными ветвями угловых колонн – 65,5%. Общая масса «эталонного» варианта пространственного покрытия составляет около 107 тонн. Тогда очевидно, что суммарная мощность четырех 50-тонных подъемников вполне достаточна для монтажа более легких предлагаемых конструкций и их предварительного напряжения. Здесь весьма наглядно, что в новом решении предварительное напряжение с использованием тарельчатых пружин через реверсивные устройства оказывает позитивное влияние и на колонны, и на фермы. При этом увеличиваются надежность и ресурсы силового сопротивления несущих конструкций, в том числе динамическим нагрузкам значительной интенсивности, включая сейсмические и крановые воздействия. Эффективность таких конструкций может заметно возрасти с переходом на многопролетные и неразрезные схемы их работы.

Список литературы:

1. Абовский Н.П. Управляемые конструкции: Учебное пособие / КрасГАСА. – Красноярск, 1998. – 433 с.
2. Перельмутер А.В. Управление поведением несущих конструкций. – М.: Издательство АСВ, 2011. – 183 с.
3. Марутян А.С. Управление процессами в металлоконструкциях зданий и сооружений нового поколения. – Системный синтез и прикладная синергетика (ССПС-2011). – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2011. – С. 311-319.
4. Павленко Ю.И., Першин И.М., Марутян А.С. Использование уравнений математической физики при исследовании динамических характеристик металлоконструкций. – Материалы Международной молодежной научной конференции «Математическая физика и ее приложения» (МФП-2012). В 5 т. Т. 2. – Пятигорск: СКФУ, 2012. – С. 106-111.

5. Ильюшин Ю.В. Анализ распространения сейсмической волны. – Фундаментальные и прикладные исследования в современном мире. – СПт.: Информационный учебно-научный центр «Стратегия будущего», 2013, №4(04). – С. 23-25.
6. Марутян А.С., Першин И.М., Павленко Ю.И. Фланцевое соединение растянутых элементов замкнутого профиля. – Патент №2413820, 10.03.2011, бюл. №7.
7. Марутян А.С., Кобалия Т.Л. Модуль (блок) покрытия (перекрытия) из перекрестных ферм типа «Пятигорск». – Патент №117944, 10.07.2012, бюл. №19.
8. Аденский В.А., Гринберг М.Л., Прицкер А.Я., Шимановский В.Н., Трофимов В.И., Штепа Б.А., Пименов И.Л., Чаадаев В.К. Пространственное покрытие. – Авторское свидетельство №992689, 30.01.1983, бюл. №4.
9. Atlante delle Strutture / Heino Engel and Hatje Cantz Verlag – Union Tipografico-Editrice Torinesse, Torino, 2001. – Р. 178-179.
10. Марутян А.С. Оптимизация минимальных высот стропильных и перекрестных стальных ферм, включая типа «Пятигорск». – Строительная механика и расчет сооружений, 2014, №2. – С. 60-66.
11. Справочник по сопротивлению материалов / Отв. ред. Писаренко Г.С. – Киев: Наукова думка, 1988. – С. 130, 299, 353.
12. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. Расчетно-теоретический. – В 2 кн. Кн. 1 / Под ред. А.А. Уманского. – М.: Стройиздат, 1972. – С. 389.
13. Марутян А.С. Легкие металлоконструкции из перекрестных систем / Пятигорский государственный технологический университет. – Пятигорск: РИА КМВ, 2009. – 348 с.
14. Марутян А.С. Проектирование легких металлоконструкций из перекрестных систем, включая модули типа «Пятигорск»: Справочное пособие. – Пятигорск: СКФУ, 2013. – 436 с.
15. Марутян А.С. Пространственное покрытие из перекрестной системы. – Патент №2539524, 20.01.2015, бюл. №2.
16. Трофимов В.И., Каминский А.М. Легкие металлические конструкции зданий и сооружений. – М.: Издательство АСВ, 2002. – С. 107.
17. Саакян А.О., Саакян Р.О., Шахназарян С.Х., Мовсесов К.Г. Способ возведения сооружений методом подъема. – Авторское свидетельство №1087638, 23.04.1984, бюл. №15.
18. Аванесов С.И., Трофимов В.И., Марутян А.С., Прицкер А.Я., Аденский В.А., Пименов И.Л. Узел соединения перекрестных стержневых конструкций. – Авторское свидетельство №1283322, 15.01.1987, бюл. № 2.
19. Шагинян С.Г., Аванесов С.И., Марутян А.С. Пространственные покрытия зданий и сооружений / НТО стройиндустрии. – М.: Стройиздат, 1988. – С. 42-44.
20. Саакян А.О., Саакян Р.О., Шахназарян С.Х. Воздведение зданий и сооружений методом подъема: Исследования, проектирование, строительство. – М.: Стройиздат, 1982. – 551 с.

Первухин Дмитрий Анатольевич, Ильюшин Юрий Валерьевич

«Национальный минерально-сырьевой университет «Горный» г. Санкт- Петербург

ДИНАМИКА ПОЛЕТА ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА

Аннотация. В данной статье рассматривается динамика полета крылатой ракеты на первом этапе полета выхода из шахтной пусковой установки и на втором этапе – полета в условиях турбулентности и наведения ее на цель. Расчет ведется на основе тактико-технических характеристик крылатой ракеты «Томагавк», взятых из открытых источников. Строятся математические модели и моделируются характеристики полета крылатой ракеты на всех этапах ее полета.

Ключевые слова: крылатая ракета, анализ, синтез, моделирование, параллельные алгоритмы.

Pervukhin D.A., Ilyushin Y.V.

FLIGHT DYNAMICS OF A HIGH-SPEED MOBILE OBJECT.

Abstract. This article discusses flight dynamics of a cruise missile in the first phase of the flight out of the silo and at the second stage - flying in turbulence and targeting. The calculation is based on the performance characteristics of the cruise missile "Tomahawk", taken from open sources. The mathematical model is built the process is simulated at all stages of flight.

Keywords: cruise missile, analysis, synthesis, simulation, parallel algorithms.

Введение.

С ростом технической оснащенности вооруженных сил наиболее развитых стран мира все большее значение в них в качестве оружия для нанесения ударов стали приобретать управляемые ракеты большого радиуса действия – крылатые ракеты (КР). Это эффективное малозаметное оружие способно в короткие сроки доставлять свое боевое оснащение в любую точку планеты. Современные крылатые ракеты обладают возможностью морского, сухопутного и воздушного базирования.

Например, в настоящее время на вооружении армии США стоят крылатые ракеты «Томагавк» (BGM-109 Tomahawk) и «Фастхок» (Fasthawk). Так же стоит отметить и то, что ведутся разработки перспективного оружия – крылатой бомбы (гиперзвуковая ударная система FALCON HCV-2 и AHW (Advanced Hypersonic Weapon).

Базирование данных ракет представлено в довольно широком спектре:

- 23 атомных подводных лодки (АПЛ) типа «Лос-Анджелес», 12 КР;
- 4 АПЛ типа «Огайо», до 154 КР (по 7 ракет в пусковой установке (ПУ) барабанного типа на каждую из 22 шахт от БРПЛ «Трайдент»;
- 3 АПЛ типа «Сивулф», до 50 зарядов к торпедным аппаратам, в том числе крылатые ракеты;
- 9 АПЛ типа «Вирджиния», до 12 КР;
- британская АПЛ типа «Суифтшор» водоизмещение 4900 тонн, 5 торпедных аппаратов, 20 торпед и ракет;

- британская АПЛ типа «Трафальгар» водоизмещение 5200 тонн, 5 торпедных аппаратов, 25 торпед и ракет;

- британская ударная АПЛ типа «Астьют» (2007, первая из четырёх этого класса), водоизмещение 7200/7800 тонн, срок службы ~ 30 лет, 6 торпедных аппаратов, 48 торпед и ракет;

- 61 эсминец типа «Арли Бёрк», ёмкость двух ВПУ Mk41 системы «Иджис» – 90/96 ячеек (в зависимости от серии корабля). В универсальном варианте вооружения корабль несет 8 «Томагавков», в ударном — 56;

- 22 ракетных крейсера типа «Ticonderoga», ёмкость ВПУ Mk41 системы «Иджис» – 122 ячейки, типовая загрузка — 26 КР «Томагавк»;

- с 2016 года спуск 2 новых эсминцев типа DDG-1000 с 80 ПУ каждый.

Такое большое количество КР создает все большее количество прецедентов для захвата его различными террористическими организациями. Так, например, в руки террористической организации «Исламское государство», по данным открытых источников, попало от 2 до 4 ракет «Томагавк» [1...3]. Это создает угрозу их несанкционированного применения террористическими организациями.

Одним из основных видов противодействия террористическим действиям, связанным с боевым применением КР, является их уничтожение на траектории полета. При этом, как показывают оценки, для поражения КР на траектории с высокой вероятностью необходимо произвести пуск трех противоракет на одну крылатую ракету. Для более эффективного противодействия такого рода атакам целесообразно использовать высокоскоростные алгоритмы наведения. Для их применения необходимо проанализировать динамику полета крылатой ракеты с момента ее пуска до момента попадания в цель.

Рассмотрим динамические характеристики сил, действующих на КР, при выходе ее из шахтной пусковой установки и на всех этапах полета.

Расчет динамики выхода ракеты из шахтной пусковой установки.

Согласно схемам, приведенным на рисунках 1 и 2, получим параметры выхода ракеты из шахтной пусковой установки (ШПУ).

Определим параметры выхода КР для схемы с отводом газов с учетом вычисленных требований по давлению в «подракетном» пространстве.

«Главный калибр» надводных кораблей США. Модули универсальной пусковой установки Mk-41

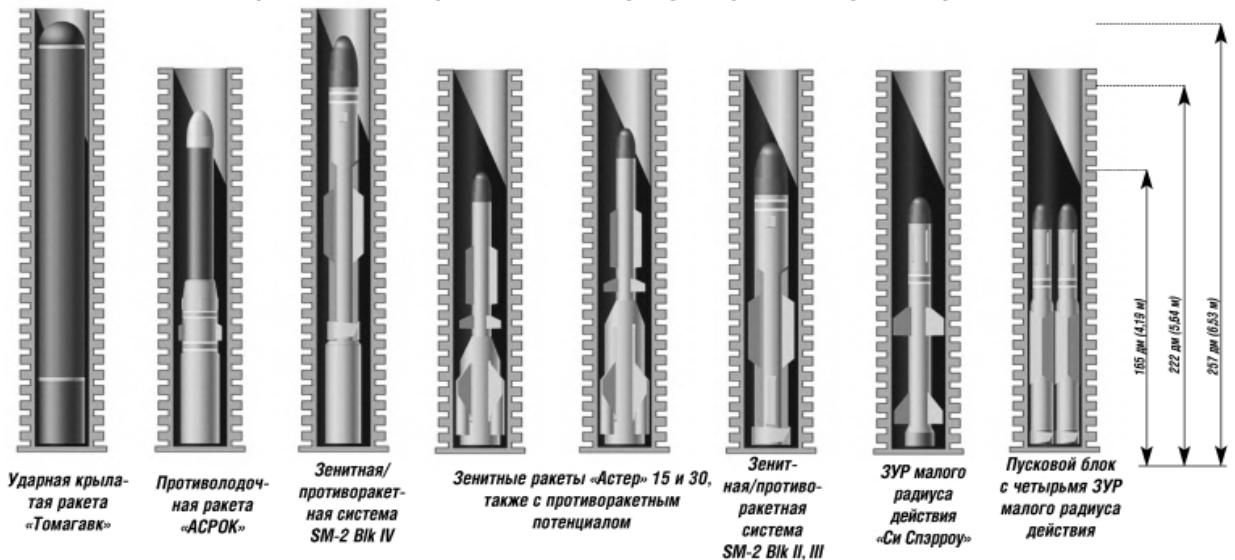


Рисунок 1 – Модули универсальной пусковой установки надводных кораблей МК- 41

Для задачи газовой динамики требуется решить систему из четырех независимых уравнений Навье-Стокса. Если: S_M - источниковый член для импульса; T - температура;

t - время; S_E - источниковый член для энергии; μ - коэффициент динамической вязкости; λ - коэффициент теплопроводности; p - давление; ρ - плотность; V - скорость; h_{tot} - полная энталпия; h_{stat} - статическая энталпия; ∇ - оператор Гамильтона (набла); Γ - коэффициент диффузии; \vec{V} - обозначает векторную величину, то

1. Уравнение неразрывности (сохранения массы) примет вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \Delta \bullet (p \vec{V}) = 0$$

2. Уравнение количества движения (сохранения импульса) примет вид

$$\frac{\partial(p \vec{V})}{\partial t} + \Delta \bullet (p \vec{V} \otimes \vec{V}) = -\nabla p + \nabla \bullet \tau + \vec{S}_M;$$

где

$\vec{\tau}$ - тензор напряжений, записываемый в виде

$$\tau = \mu \left[\nabla \vec{V} + (\nabla \vec{V})^T - \frac{2}{3} \delta \nabla \bullet \vec{V} \right];$$

δ - дельта-функция Кронекера

$$\delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

3. Уравнение энергии (сохранения энергии) примет вид

$$\frac{\partial(\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \bullet (\partial \rho \vec{V} h_{tot}) = \nabla \bullet (\lambda \nabla T) + \nabla \bullet (\vec{V} \bullet \vec{\tau}) + \vec{V} \bullet \vec{S}_M + S_E;$$

где

$$h_{tot} = h_{stat} + \frac{\vec{V}^2}{2};$$

$$h_{stat} = h_{stat}(T, p);$$

4. Уравнение состояния примет вид

$$p = p(T, p);$$

Система уравнений Навье-Стокса образуют законченную математическую модель поведения жидкости (газа).

Так, как переменные (ρ, p, T) подчиняются обобщенному закону сохранения [4, 8], то, обозначив зависимую переменную ϕ , получим следующее обобщенное дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t}(p\phi) + \nabla(p\vec{V}\phi) = \nabla(I\nabla\phi) + S;$$

Движение ракеты определяется из уравнения

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{1}{m}(P - mg);$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = 1;$$

Общая скорость и направление набегающего потока определяются из скорости потока при движении, вычисленной в предыдущем расчете, и скорости ветра [4, 5]

$$V_{\Sigma} = \sqrt{V_p^2 + V_{ветра}^2};$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{V_{ветра}}{V_p}\right);$$

Лобовое сопротивление ракеты определяется

$$C_r = \frac{F_x}{qS}$$

Коэффициенты продольной и нормальной сил

$$C_r = \frac{F_x}{qS};$$

$$C_n = \frac{F_y}{qS},$$

где q – скорость напор, Па;

S – площадь миделя ракеты, m^2 ;

F_x - суммарная продольная сила, Н;

F_y - суммарная нормальная сила, Н.

Тогда система уравнений движения ракеты в пусковой установки с учетом отвода газа будет представлена в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{ucm} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_k \left(1 - \left(\frac{p}{p_k} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)}; \\ T_2 = T_k - \frac{u_{ucm}^2}{2 \cdot C_p}; \\ P = m \cdot u_{ucm} + f_{ДОН} \cdot p; \\ \frac{dV}{dt} m = P - mg - P_{атм} \cdot f_{ДОН}; \\ \frac{dH}{dt} = V; \\ V_{z.cp} = \frac{m_{омв,ДОП}}{p \cdot S_{омв}}; \\ \frac{p - p_{атм}}{L} = \frac{\lambda}{d_h} \cdot \frac{p}{2} \cdot V_{z.cp}^2; \\ \frac{dp}{dt} = \frac{n}{W + f_{ДОН} H} \cdot ((m - m_{омв,ДОП}) \cdot gRT_2 - pf_{ДОН}V). \end{array} \right.$$

Расчет траекторных характеристик полета крылатой ракеты на первом этапе полета в условиях турбулентности

При анализе системы в турбулентной атмосфере используется связь между углами тангажа, атаки, наклона траектории и дополнительного угла атаки:

$$-\vartheta + \alpha + \theta = \begin{cases} \frac{u}{V^*}; \\ 0 \end{cases}$$

При анализе полета на малой высоте необходимо учитывать:

$$\delta + l_1 \vartheta + l_2 \frac{d\vartheta}{dt} + l_3 y + l_4 \frac{dy}{dt} = \begin{cases} 0 \\ l_3 h \end{cases}$$

где: V – приращение скорости полета; α – приращение угла атаки; y – приращение высоты полета; δ – приращение угла отклонения рулей высоты; u – пульсационная составляющая скорости ветра, перпендикулярная направлению полета; ϑ – приращение угла тангажа; Θ – приращение угла наклона траектории к горизонту; V^* – скорость невозмущенного полета, $l_1 \dots l_4$ – передаточные числа.

Спектральная плотность и корреляционная функция стационарной случайной функции связаны формулой [4]:

$$G_Y(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_Y(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau.$$

Обозначим: M – масса ракеты; M_Z – аэродинамический момент относительно поперечной оси; I_Z – момент инерции относительно поперечной оси; P – тяга двигательной установки воздушно-реактивного двигателя ракеты; g – ускорение свободного падения. Тогда дисперсия реакции системы примет вид:

$$D_Y = \int_0^{\infty} G_Y(\omega) d\omega.$$

Спектр турбулентных пульсаций, перпендикулярных направлению полета будет определяться зависимостью:

$$G_u(\omega) = \frac{\sigma_u^2 L_u}{2\pi V^*} \frac{1+3\left(\frac{\omega L_u}{V^*}\right)^2}{\left[1+\left(\frac{\omega L_u}{V^*}\right)^2\right]^2};$$

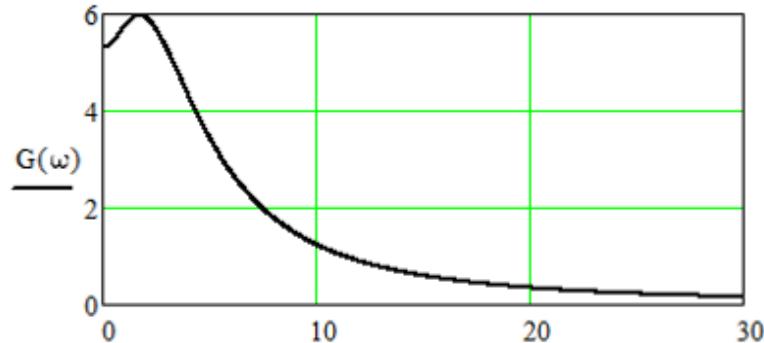


Рис. 2 – Спектр турбулентных пульсаций

Параметры невозмущенного движения определяются выражениями:

$$q = 0.5 \cdot \rho \cdot V_0^2;$$

$$\alpha_0 = \frac{M \cdot g}{(C_y \cdot \alpha + C_y \cdot \delta \cdot \frac{M_z - \alpha}{M_z \cdot \delta}) \cdot q \cdot S};$$

$$\delta_0 = \frac{-M_z \cdot \alpha \cdot \alpha_0}{M_z \cdot \delta};$$

$$C_y = C_y \cdot \alpha \cdot \alpha_0 + C_y \cdot \delta \cdot \delta_0;$$

$$P = C_x \cdot q \cdot S;$$

$$Gv = \frac{P}{P_{ud}}.$$

Частотная характеристика (v - скорость полета) будет иметь вид, показанный на рисунке 2.

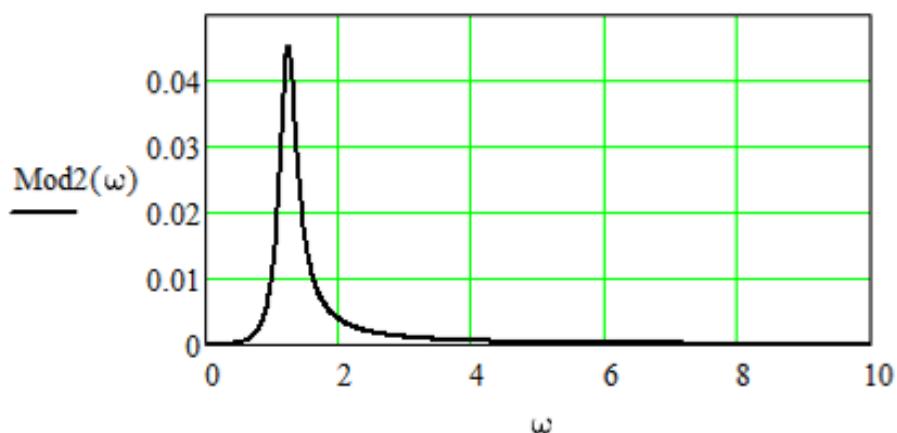


Рис. 3 – Частотная характеристика (v - скорость полета)

Дисперсия и среднеквадратическое значение примут вид:

$$D_Y = \int_0^{10} R(\omega) d\omega;$$

$$\sigma := \sqrt{D};$$

Расчет траекторных характеристик полета крылатой ракеты по заданной траектории

Рассмотрим математическую модель полета крылатой ракеты в возмущенной среде. Уравнения центра масс крылатой ракеты в проекциях на касательную и нормаль к траектории полета определяются зависимостью [5]:

$$\frac{dV}{dt} + a_{00}V + a_{02}\alpha + a_{03}\delta + a_{04}\theta = 0;$$

$$\frac{dy}{dt} + a_{54}\theta + a_{50}V^* = 0.$$

Уравнение вращательного движения КР вокруг центра масс представлено выражением:

$$a_{10}V + \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + a_{11}\frac{d\vartheta}{dt} + a_{12}\frac{d\alpha}{dt} + a_{12}\alpha + a_{13}\frac{d\delta}{dt} + a_{13}\delta = 0.$$

Кинематическое уравнение автопилота представлено зависимостью:

$$a_{40}V + a_{42}\alpha + a_{44}\theta - \frac{d\theta}{dt} + a_{43}\delta = 0.$$

При анализе системы в турбулентной атмосфере используется связь между углами тангажа, атаки, наклона траектории и дополнительного угла атаки:

$$-\vartheta + \alpha + \theta = \begin{cases} \frac{u}{V^*}; \\ 0. \end{cases}$$

При анализе полета на малой высоте необходимо учитывать:

$$\delta + l_1\vartheta + l_2\frac{d\vartheta}{dt} + l_3y + l_4\frac{dy}{dt} = \begin{cases} 0 \\ l_3h, \end{cases}$$

где: V – приращение скорости полета; α – приращение угла атаки; y – приращение высоты полета; δ – приращение угла отклонения рулей высоты; u – пульсационная составляющая скорости ветра, перпендикулярная направлению полета; ϑ – приращение угла тангажа; Θ – приращение угла наклона траектории к горизонту; V^* – скорость невозмущенного полета, $l_1 \dots l_4$ – передаточные числа.

Математическая модель возмущенного движения:

$$K(x) = \sigma_h^2 \exp(-\beta^2 x^2),$$

где σ и β :

$$\sigma = 0.68a;$$

$$\beta = \frac{\pi}{b\sqrt{6}},$$

где a глубина и b частота расчленения.

Глубина и частота расчленения рельефа местности заключены в пределах (в метрах) $0 < a < 20$; $400 < b < 1500$.

Переход от пространственного измерения к временному определяется зависимостью:

$$t = x/V.$$

Спектральная плотность и корреляционная функция стационарной случайной функции связаны формулой:

$$G_Y(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_Y(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau.$$

Если M – масса ракеты; M_Z – аэродинамический момент относительно поперечной оси; I_Z – момент инерции относительно поперечной оси; P – тяга двигательной установки воздушно-реактивного двигателя ракеты; g – ускорение свободного падения, тогда динамические коэффициенты равны:

$$\begin{aligned}
a_{00} &= \frac{X^V - PV}{M}; \quad a_{02} = \frac{X^\alpha + P\alpha}{M}; \quad a_{03} = \frac{X^\delta}{M}; \quad a_{04} = g \cos \theta; \\
a_{10} &= -\frac{MV}{I_z}; \quad a_{11} = -\frac{M\dot{\theta}}{I_z}; \quad a_{12} = -\frac{M\dot{\alpha}}{I_z}; \quad a_{13} = \frac{M\dot{\delta}}{I_z}; \\
a_{13} &= -\frac{M\ddot{\delta}}{I_z}; \quad a_{13}' = -\frac{M\ddot{\delta}}{I_z}; \\
a_{40} &= \frac{PV\alpha + YV}{MV}; \quad a_{42} = \frac{Y^\alpha + P}{MV}; \quad a_{43} = \frac{Y^\alpha}{MV}; \quad a_{44} = \frac{g \sin \theta}{MV}; \\
a_{50} &= -\sin \theta; \quad a_{54} = -V \cos \theta;
\end{aligned}$$

Тогда производные равны:

$$\begin{aligned}
P^V &= -G_B; \\
X^V &= C_x \rho VS; \quad X^\alpha = C_x^\alpha qS; \quad C_x^\alpha = C_y \tan \alpha; \\
M_z^V &= m_z \rho VSL; \quad M_z^\delta = m_z^\delta qSL; \\
Y^V &= C_y \rho VS; \quad Y^\alpha = C_y^\alpha qS,
\end{aligned}$$

где C_x, C_y, m_z – аэродинамические коэффициенты, q – скоростной напор, G_B – расход воздуха в двигателе. Остальные производные считаются равными нулю.

После преобразования по Лапласу получим систему линеаризованных уравнений возмущённого движения:

$$\left. \begin{aligned}
&\frac{d}{dt}v(t) + a_{00}v(t) + a_{02}\alpha(t) + a_{03}\delta(t) + a_{04}\theta(t) = 0; \\
&a_{10} \cdot v(t) + \frac{d^2}{dt^2}\theta(t) + a_{11}\frac{d}{dt}\theta(t) + a_{12}\frac{d}{dt}\alpha(t) + a_{13}\frac{d}{dt}\delta(t) + a_{14}\delta(t) = 0; \\
&-\theta(t) + \alpha(t) + \Theta(t) = 0; \\
&\delta(t) + l_1\theta(t) + l_2\frac{d}{dt}\theta(t) + l_3y(t) + l_4\frac{d}{dt}y(t) = l_3h; \\
&a_{40}v(t) + a_{42}\alpha v(t) + a_{44}\theta(t) - \frac{d}{dt}(t) + a_{43}\delta(t) = 0; \\
&\frac{d}{dt}y(t) + a_{54}\Theta(t) + a_{50} \cdot V = 0.
\end{aligned} \right\}$$

Матрица коэффициентов примет вид:

$$\begin{aligned}
A(p) &:= \begin{pmatrix} a_{00} & 0 & a_{02} & a_{03} & a_{04} & 0 \\ a_{10} & p^2 + a_{11} \cdot p & a_{12} + a_{11} \cdot p & a_{13} + a_{11} \cdot p & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & l_1 + l_2 \cdot p & 0 & 1 & 0 & l_3 + l_4 \cdot p \\ a_{40} & 0 & a_{42} & a_{43} & a_{44} - p & 0 \\ a_{50} & 0 & 0 & 0 & a_{54} & p \end{pmatrix}; \\
A(p) \text{float,3} &:= \begin{pmatrix} p + 0.0279 & 0 & 13.2 & 0 & 9.81 & 0 \\ 0 & p^2 & 72.4 & 46.5 & 0 & 0 \\ 0 & -1.0 & 1.0 & 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & -2.0 \cdot p - 1.0 & 0 & 1.0 & 0 & -0.1 \cdot p - 0.1 \\ 0.0000719 & 0 & 0.858 & 0.272 & -1.0 + 0.00000215 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -300 & p \end{pmatrix};
\end{aligned}$$

Тогда реакция скорости полета примет вид:

$$\begin{aligned}
Wu_v(\omega) &:= W(i \cdot \omega)_0; \\
Mv(\varpi) &:= (|Wu_v(\omega)|)^2.
\end{aligned}$$

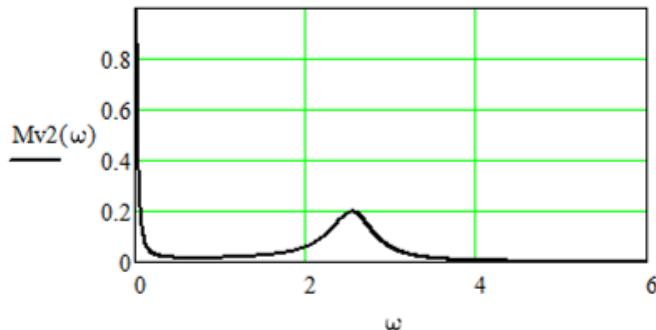


Рис. 4 – Реакция скорости полета

Реакция угла тангажа, руля высоты, угла наклона траектории, высоты, поперечной перегрузки и скорость отклонения определяются:

$$\Phi\theta(\omega) := M\theta 2(\omega) \cdot G(\omega);$$

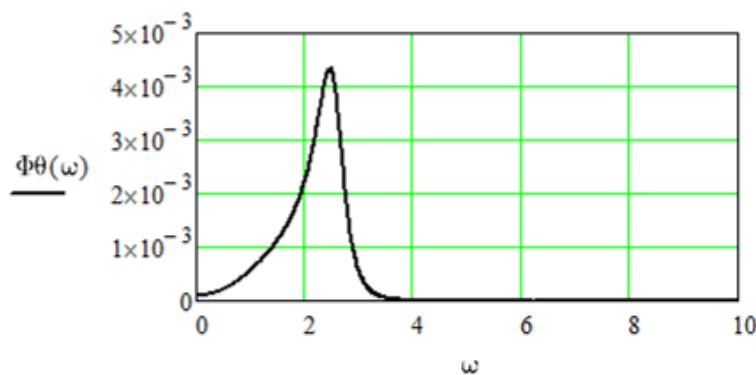


Рис. 5 – Реакция угла тангажа

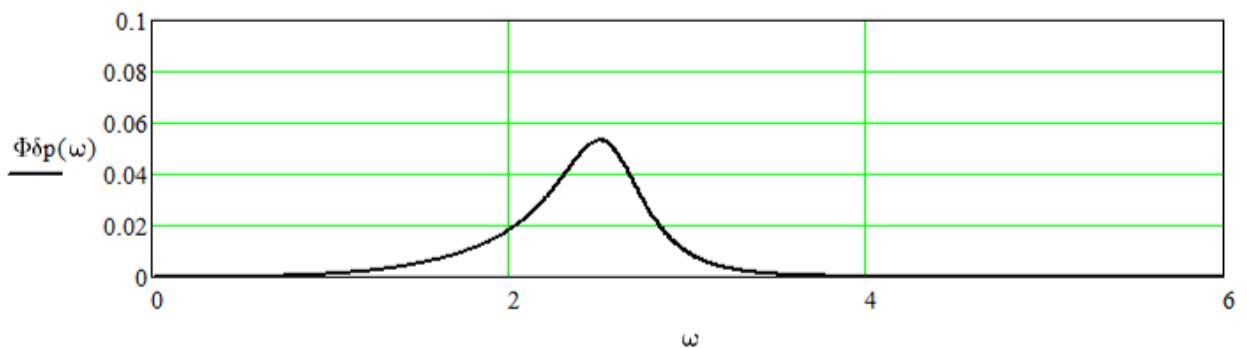


Рис. 6 – Скорость отклонения руля высоты

Заключение

Проведенное исследование показывает динамику полета крылатой ракеты «Томагавк» на всех этапах ее полета. Данные расчеты позволяют сделать выводы о возможности эффективного поражения крылатой ракеты противоракетными средствами. Но для этого необходимо использование высокоскоростных алгоритмов наведения на цель. Одним из таких алгоритмов можно считать различного рода параллельные системы, выполненные, в том числе, и на платформе NvidiaCUDA [6].

На основе проделанной работы можно сделать вывод о следующем:

– существующие алгоритмы моделирования поведения крылатых ракет достаточно перегружены. Можно увеличить их быстродействие за счет применения параллельных алгоритмов;

– зная точные траекторные характеристики полета крылатых ракет можно увеличить эффективность алгоритмов наведения, в том числе за счет применения параллельных алгоритмов.

Также в заключении стоит отметить несовершенство алгоритма полета КР как реакции на возмущающее воздействие. Это несовершенство позволяет сузить треугольник упреждения при наведении на цель противоракеты. Однако это является предметом дальнейшего исследования.

Список литературы

1. Гельфанд Б.Е., Сильников М.В. Фугасные эффекты взрывов. — СПб.: ООО «Издательство «Полигон», 2002. — 272 с
2. Ильюшин Ю.В., Первухин Д.А., Кучеренко И.А. Анализ системы температурных полей корабельной артиллеристской установки// Вопросы оборонной техники. Серия 16: Технические средства противодействия терроризму № 5-6. – СПб, Издательство: Научно-производственное объединение специальных материалов, 2014. С. 99-102.
3. Ильюшин, Ю. В., Первухин Д.А. Анализ системы распространения взрывных волн на гибридном суперкомпьютере// Вопросы оборонной техники. Серия 16: Технические средства противодействия терроризму № 1-2. – СПб, Издательство: Научно-производственное объединение специальных материалов, 2014. С. 38-42.
4. Yandex.ru
5. Rambler.ru
6. Nvidia.com

Романов Сергей Алексеевич

ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ СИСТЕМ В ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

Аннотация: рассматриваются алгоритмы оценивания параметров глобальной и локальной экспоненциальной устойчивости. Для полиномиальных систем предложен алгоритм оценки скорости сходимости траекторий в заданную область.

Ключевые слова: экспоненциальная устойчивость, SOS-разложение, функции Ляпунова.

Romanov S.A.

ESTIMATION OF EXPONENTIAL STABILITY PARAMETERS IN THE BOUNDED REGION.

Abstract: The estimation algorithms of global and local exponential stability parameters are considered. The algorithm of estimation convergence rate to the described region for polynomial systems is proposed.

Key words: exponential stability, SOS-decomposition, Lyapunov functions

Введение.

Устойчивость по Ляпунову занимает одно центральных мест в теории управления. Как правило, обеспечение этого свойства является обязательным требованием при синтезе закона управления. Одним из ключевых понятий теории является понятие функций Ляпунова. С их помощью можно проверять устойчивость, синтезировать законы управления [1], оценивать область притяжения [2] и решать другие задачи.

Аппарат функций Ляпунова позволяет работать, в том числе, с экспоненциальной устойчивостью. Экспоненциальная устойчивость является весьма хорошим свойством. В самом деле, она гарантирует, что норма траектории системы убывает экспоненциально. Если, к тому же, оценить множитель и показатель экспоненты, то возможно строить оценки время регулирования и перерегулирования в нелинейных системах.

Основной проблемой, затрудняющей использование функций Ляпунова, является отсутствие процедур их построения в общем случае, за исключением некоторых классов систем [1]. Относительно недавно широкое распространение в теории управления получила SOS (sum-of-square) оптимизация, которая позволяет строить полиномиальные функции Ляпунова для класса полиномиальных систем [3]. На основе этой техники различными авторами рассматривались различные варианты устойчивости: глобальная и локальная, экспоненциальная и асимптотическая, однако вопрос оценки параметров экспоненциальной устойчивости затрагивался в меньшей степени [4, 5].

В работе представлены алгоритмы оценивания параметров для случаев локальной и глобальной экспоненциальной устойчивости, основанные на технике SOS-оптимизации. Рассмотрен случай экспоненциальной сходимости в заданную область.

Оставшаяся часть статьи организована следующим образом. Во втором разделе кратко излагаются необходимые сведения из теории SOS-разложения. Третий раздел посвящён оценке параметров для случая глобальной экспоненциальной устойчивости. Далее идёт случай локальной устойчивости и заключение.

SOS-разложение.

Рассмотрим многомерный полином $p(x)$, где $x \in \mathbb{R}^n$. Требуется определить, является $p(x)$ положительно определённым, т.е. выполняется ли неравенство $p(x) \geq 0$ для всех $x \in \mathbb{R}^n$. Известно, что в общем случае эта задача NP-трудная, поэтому рассматривают следующую релаксацию: полином $p(x)$ принадлежит классу SOS-полиномов Σ_n , если его можно представить в виде суммы квадратов некоторого числа полиномов, т.е. $p(x) = \sum_{i=1}^m p_i(x)$. Очевидно, что если $p(x) \in \Sigma_n$, то $p(x)$ – положительно определённый, однако проверка этой принадлежности является вычислительно менее затратной и сводится к решению задачи полуопределённого программирования [3]. К тому же классу задач оптимизации сводится задача поиска параметров полинома $p(x)$ заданной степени, при которых он принадлежит Σ_n .

На практике часто возникает задача определения положительной определённости полинома на некотором множестве. Если его удаётся описать набором полиномиальных неравенств, то можно воспользоваться полиномиальной S-процедурой, являющейся частным случаем Positivstellensatz'a [3]:

Задан набор полиномов $\{p_i(x)\}_{i=0}^m$. Если существуют $\{s_k(x)\}_{k=0}^m \in \Sigma$ такие, что $p_0(x) - \sum_{i=1}^m s_i p_i \geq 0$ для всех $x \in \mathbb{R}^n$, то выполняется следующее включение:

$$\bigcap_{i=1}^m \{x \in \mathbb{R}^n \mid p_i(x) \geq 0\} \subseteq \{x \in \mathbb{R}^n \mid p_0(x) \geq 0\}$$

Таким образом, техника SOS-разложения позволяет эффективно решать задачи теории управления, сформулированные в виде задачи поиска положительно-определенных полиномов на некотором множестве, описываемом полиномиальными равенствами и неравенствами. Существуют программы, решающие задачи SOS-разложения [6].

Глобальная устойчивость.

Рассматривается система

$$\dot{x}(t) = f(x(t)), \quad (1)$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$. Напомним следующее определение:

Система (1) называется полуглобально экспоненциально устойчивой, если для любого $h > 0$ существуют такие m и C , что $\|x(t)\| \leq m e^{-ct} \|x_0\|$ для всех $\|x_0\| \leq h$ и $t \geq 0$. Если существуют параметры m и c , которые не зависят от выбора h , то система называется глобально экспоненциально устойчивой.

В работе [4] предложен алгоритм оценивания параметров m и c для полиномиальных систем. Зная эти параметры, можно оценить время протекания переходных процессов. Однако такому подходу присущ недостаток. Рассмотрим, например, систему $\dot{x} = -x - 10x^3$. В достаточно малой окрестности нуля линеаризованная модель имеет вид $\dot{x} = -x$, значит максимальное значение параметра $c = 1$. В то же время такая оценка является достаточно консервативной, поскольку в окрестность нуля система приходит очень быстро.

Описанные рассуждения мотивируют постановку следующей задачи: найти параметры m и c такие, что $\|x(t)\| \leq m e^{-ct} \|x_0\|$ для всех x_0 и $\|x(t)\| \geq r$. Решение предлагается искать на основе следующей теоремы, являющейся модификацией теоремы 9 из [4].

Теорема 1: Пусть d – целое число, большее или равное единице. Тогда, если существуют функция $V(x)$ и числа $\alpha > 0$, $\gamma > 0$ такие, что для любого $x \in \mathbb{R}^n$ $V(x) \geq \alpha \|x\|_d^d$, функция $-\dot{V}(x)$ – положительно определённая и $\dot{V}(x) \leq \gamma V(x)$ для всех $\|x\| \geq r$, то система (1) глобально асимптотически устойчива и $\|x(t)\| \leq m e^{-ct} \|x_0\|$ для всех $\|x_0\| \leq h$ и

$$\|x(t)\| \geq r, \text{ где } c = \frac{\gamma}{d}, m = \left(\frac{V(x_0)}{\alpha \|x_0\|} \right)^{\frac{1}{d}}.$$

Доказательство: $V(x) \geq \alpha \|x\|_d^d$ и $-\dot{V}(x)$ – положительно определённая, значит $x=0$ – глобально асимптотически устойчивое положение равновесия. Далее, для всех $\|x(t)\| \geq r$ выполняется $\dot{V}(x) \leq -\gamma V(x)$, откуда $V(x)/\dot{V}(x) \leq -\gamma$, или $\frac{d}{dt} \log(V(x)) \leq -\gamma$. Интегрируя, получим $\log(V(x(t))) \leq -\gamma t + \log(V(x_0))$, откуда $V(x(t)) \leq V(x_0)e^{-\gamma t}$. Таким образом, для $\|x(t)\| \geq r$ имеем следующие неравенства: $\alpha \|x(t)\|_d^d \leq V(x(t)) \leq V(x_0)e^{-\gamma t}$, откуда $\|x(t)\| \leq m e^{-ct} \|x_0\|$, где $c = \frac{\gamma}{d}$, $m = \left(\frac{V(x_0)}{\alpha \|x_0\|} \right)^{\frac{1}{d}}$.

Ограничим теперь класс рассматриваемых функций $f(x)$ и $V(x)$ полиномами. Тогда, используя теорему 1 и полиномиальную S-процедуру, для нахождения максимального C получим следующую задачу оптимизации:

$$\begin{cases} \gamma \rightarrow \max \\ V - \alpha \|x\|_d^d \in \Sigma_n \\ -\dot{V} + \beta \|x\|_d^d \in \Sigma_n \\ -(\gamma V + \dot{V}) - s_1(x)(x^T x - r^2) \in \Sigma_n \\ s_1(x) \in \Sigma_n \end{cases} \quad (2)$$

Задача (2) является задачей с ограничениями типа билинейных матричных неравенств, а значит нелинейной и невыпуклой. Однако, поскольку $\gamma \in \mathbb{R}$, то задача является квазивыпуклой, а значит может быть решена бинарным поиском по γ , где на каждой итерации поиска решается задача полуопределённого программирования.

Рассмотрим следующий пример [4].

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 - x_1^3 \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2^3 \end{cases}$$

Система является глобально асимптотически устойчивой, однако линеаризованная в окрестности нуля модель имеет корни $\pm j$, поэтому положение равновесия не является экспоненциально устойчивым. Пусть, однако, нас интересует скорость сходимости траекторий в область $\|x(t)\| \leq r$. Тогда описанный выше алгоритм при $d=2$ и квадратичной функции Ляпунова даёт оценку $c=1$, $m=1$.

В данном примере оценка параметра c зависит прямо пропорционально от значения r , поэтому может быть определена по линеаризованной в окрестности точки x_0 модели, где $\|x_0\|=r$. В самом деле, линеаризованная модель имеет вид $\dot{x}=a$, где $a \in \mathbb{R}^n$,

поэтому $x(t) = at + a_0$. Строя экспоненту, касающуюся нормы траектории, получим, что параметр C может быть найден как решение следующей задачи оптимизации:

$$\begin{cases} -\frac{\langle x_0, f(x_0) \rangle}{r^2} \rightarrow \min_{x_0} \\ \|x_0\| = r \end{cases}$$

где $\langle x, y \rangle$ – скалярное произведение.

В общем случае это нелинейная невыпуклая задача полиномиальной оптимизации. Её можно решать по-разному, например используя метод множителей Лагранжа и необходимые условия экстремума, или используя специализированные пакеты, такие как Gloptipoly 3, решающий обобщённую проблему моментов [7].

Для линейных систем оба вышеперечисленных алгоритма ожидают результат, не зависящий от параметра r .

Локальная устойчивость.

Рассмотрим теперь следующую задачу. Пусть задана система (1) и параметр r такой, что шар $\|x\| \leq r$ принадлежит области асимптотической устойчивости положения равновесия $x = 0$. Отысканию такого r посвящено большое количество работ [2, 3, 5]. Задача по прежнему найти параметры m и C такие, что $\|x(t)\| \leq \|x_0\|me^{ct}$ для всех $\|x_0\| \leq r$. Решение основано на использовании следующей теоремы [8]:

Если существуют положительные $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ такие, что для любых $\|x\| \leq r$ выполняется $\alpha_1\|x\|^2 \leq V(x) \leq \alpha_2\|x\|^2$ и $\dot{V}(x) \leq -\alpha_3\|x\|^2$, то $\|x(t)\| \leq ce^{-\lambda t}\|x_0\|$, где $m \leq \sqrt{\alpha_2 / \alpha_1}$, $c \geq \alpha_3 / 2\alpha_2$, $V(x)$ – функция Ляпунова.

Таким образом, задача нахождения оптимальных параметров m и C может быть сведена к задаче максимизации $\alpha_3 / 2\alpha_2$ и минимизации α_2 / α_1 при ограничениях

$$\{x \in \mathbb{R}^n \mid x^T x \leq r^2\} \subseteq \{x \in \mathbb{R}^n \mid V(x) - \alpha_1 x^T x \geq 0\}$$

$$\{x \in \mathbb{R}^n \mid x^T x \leq r^2\} \subseteq \{x \in \mathbb{R}^n \mid \alpha_2 x^T x - V(x) \geq 0\}$$

$$\{x \in \mathbb{R}^n \mid x^T x \leq r^2\} \subseteq \{x \in \mathbb{R}^n \mid -\dot{V}(x) - \alpha_3 x^T x \geq 0\}$$

Используя полиномиальную S-процедуру, перейдём к следующим ограничениям:

$$V(x) - \alpha_1 x^T x - s_1(x)(r^2 - x^T x) \in \Sigma$$

$$\alpha_2 x^T x - V(x) - s_2(x)(r^2 - x^T x) \in \Sigma$$

$$-\dot{V}(x) - \alpha_3 x^T x - s_3(x)(r^2 - x^T x) \in \Sigma$$

Из условий теоремы следует, что $\alpha_2 \geq \alpha_2^{\min}$, $\alpha_1 \leq \alpha_1^{\max}$, $\alpha_3 \leq \alpha_3^{\max}$, где α_i^* – некоторые предельные допустимые значения. Далее, будем решать в два прохода. Сначала максимизируем C :

$$\alpha_3 - 2\alpha_2 \rightarrow \max$$

$$V - \alpha_1 x^T x - s_1(x)(r^2 - x^T x) \in \Sigma$$

$$\alpha_2 x^T x - V - s_2(x)(r^2 - x^T x) \in \Sigma$$

$$-\dot{V} - \alpha_3 x^T x - s_3(x)(r^2 - x^T x) \in \Sigma$$

$$s_i(x) \in \Sigma$$

$$\alpha_i \geq \varepsilon$$

Затем минимизируем m : для найденных V , α_2 и α_3 максимизируем α_1 :

$$\begin{aligned}
& \alpha_1 \rightarrow \max \\
& V - \alpha_1 x^T x - s_1(x)(r^2 - x^T x) \in \Sigma_n \\
& s_1(x) \in \Sigma_n \\
& \alpha_1 \geq 0
\end{aligned}$$

Ограничения $\alpha_i \geq \varepsilon$ введены для того, чтобы при решении не возникало функций Ляпунова с малыми коэффициентами, которые приводят к ошибкам и неустойчивости решений задачи оптимизации.

Рассмотрим пример – обратный осциллятор Ван дер Поля:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 + (x_1^2 - 1)x_2 \end{cases}$$

При $r=1$ полученные значения параметров представлены в таблице 1, где d – заданная степень функции Ляпунова.

Таблица 1

d	m	c
2	1,438	0,156
4	1,540	0,211
6	1,525	0,215
8	1,521	0,216

График нормы траектории при различных начальных условиях, удовлетворяющих условию $\|x_0\|=r$, и полученных оценок для разных степеней функции Ляпунова представлен на рисунке 1.

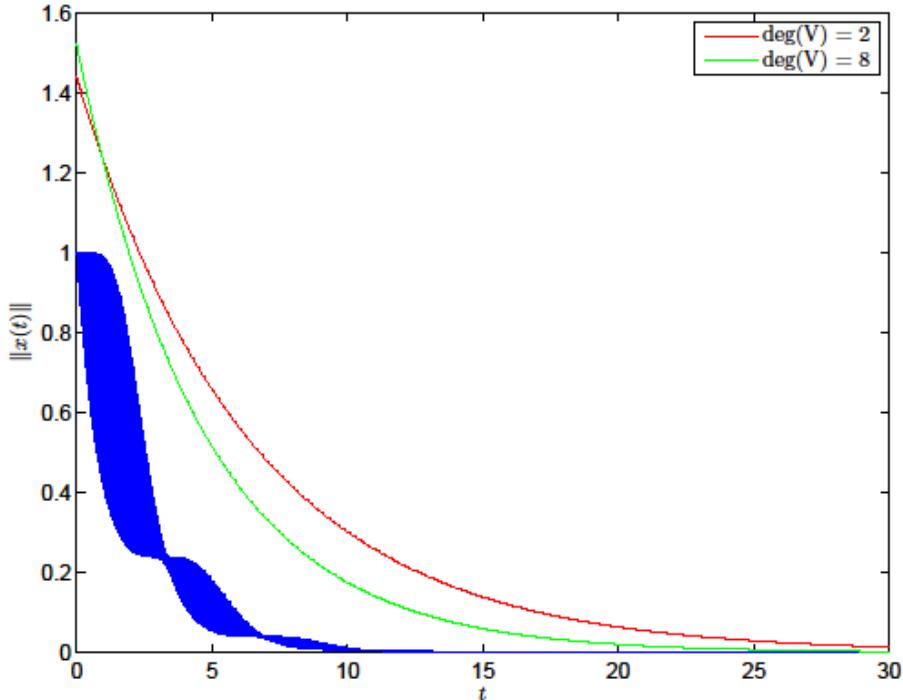


Рис. 1 Переходные процессы

Результаты моделирования позволяют оценить искомые параметры как $m=2.5$, $c=0.5$.

Заключение.

В работе предложены алгоритмы оценивания параметров экспоненциальной устойчивости для нелинейных полиномиальных систем, которые представляют собой задачи полуопределённого программирования и могут быть эффективно решены

автоматически. Полученные результаты могут быть использованы для оценки качества переходных процессов. В дальнейшем предполагается расширить результаты на случай синтеза управления по заданным показателям. Такое направление может быть особенно актуальным при построении наблюдателей состояния.

Список литературы

1. Kokotovic P., Arcak M. Constructive nonlinear control: a historical perspective // Automatica. 2001. Vol. 37(5). P. 637-662.
2. Chesi G. LMI Techniques for Optimization over Polynomials in Control: a Survey // IEEE Transaction on Automatic control. 2010. Vol. 55(11). P. 2500-2510.
3. Parrilo P. A. Structured Semidefinite Programs and Semialgebraic Geometry Methods in Robustness and Optimization. Ph. D. thesis, California Institute of Technology, 2000.
4. Jarvis-Wloszek Z. W. Lyapunov Based Analysis and Controller Synthesis for Polynomial Systems using Sum-of-Squares Optimization. Ph. D. thesis, California Institute of Technology, 2003.
5. Topcu U., Packard A. Local Stability Analysis for Uncertain Nonlinear Systems // IEEE Transaction on Automatic control. 2009. Vol. 54(5). P.1042-1047.
6. Löfberg J. Pre- and post-processing sum-of-squares programs in practice // IEEE Transactions on Automatic Control. 2009. Vol. 54(5). P. 1007-1011.
7. Henrion D., Lasserre J. B., Löfberg J. GloptiPoly 3: moments, optimization and semidefinite programming // Optimization Methods and Software. 2009. Vol. 24. P. 761-779.
8. Khalil H. Nonlinear systems. New Jersey: Prentice Hall, 2002.

Садомцев Юрий Васильевич, Щукина Елена Вячеславовна

Саратовский Государственный Технический Университет им. Гагарина Ю.А.

СИНТЕЗ КОРРЕКЦИИ ВЕРТИКАЛЬНОГО КАНАЛА БИНС С УЧЕТОМ ПОМЕХ В ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Рассматривается проблема построения корректирующих управлений для вертикального канала БИНС, который без введения таких управлений является неустойчивым. Проблема формализуется как задача синтеза обратной связи с использованием информации о высоте и вертикальной скорости, снимаемой с соответствующих датчиков, при относительно высоком уровне помех. Учет спектральных характеристик этих помех позволяет свести данную задачу к проблеме H_2 -оптимизации с дополнительными требованиями астатизма. Дано численное решение задачи и проведен анализ работы корректируемой БИНС.

Ключевые слова: вертикальный канал БИНС, упрощенная модель, помехи измерения, ПИ-коррекция, H_2 -оптимизация, синтез, анализ

Sadomtsev Y.V., Shukina E.V.

SYNTHESIS OF CORRECTIVE CONTROLS FOR VERTICAL CHANNEL SINS WITH REGARD TO THE NOISE IN THE MEASUREMENTS INFORMATION.

Considers the problem of building a corrective controls for vertical channel SINS that without the introduction of such management is unstable. The problem is formalized as the task of the synthesis of feedback with use of the information on the height and vertical speed extracted from the co-respective sensors at a relatively high level of noise. Accounting spectral characteristics of the noise allows us to reduce this problem to the problem of H_2 -optimization with additional requirements astatism. Given the number solution of the problem and the analysis of the work corrected SINS.

Keywords: vertical channel SINS, a simplified model, interference measurements, PI-correction, H_2 -optimization, synthesis, analysis

Введение.

Проблема построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), позволяющих в реальном времени и с высокой точностью определять географическое местоположение объекта (широту, долготу, высоту), а также его ориентацию (курс, крен, тангаж), является одной из центральных в современной авионике. Особенностью этой проблемы является то, что в полной системе навигационных уравнений [1], описывающих движение объекта в нормальной географической системе координат, можно выделить подсистему вертикального канала, которая оказывается неустойчивой. Это приводит к необходимости введения корректирующих управлений, формируемых по информации о высоте и вертикальной скорости, получаемой с помощью соответствующих датчиков системы воздушных сигналов (СВС). При этом информация с этих датчиков, как правило, является сильно зашумленной, что не дает возможности их прямого использования вместо интегрирования (в реальном времени) уравнений вертикального канала. Таким образом, задача коррекции вертикального канала БИНС при наличии помех в датчиках информации является весьма актуальной.

Следует отметить, что погрешности существующих датчиков СВС помимо шумовых составляющих (помех измерения) содержат также постоянные или медленно изменяющиеся, которые могут достигать достаточно больших значений и которые существенно влияют на точность работы вертикального канала БИНС. Тем не менее, поскольку компенсация этих составляющих является самостоятельной проблемой, которая не входит в рамки рассматриваемой и решается другими средствами, то в данной работе они не учитываются.

Формализация задачи синтеза коррекции с учетом помех в измерительной информации.

Особенность предлагаемого подхода состоит в том, что коррекция по принципу обратной связи осуществляется только в вертикальном канале, который выделяется из полной системы навигационных уравнений, несмотря на то, что эти уравнения являются взаимосвязанными (вертикальный канал взаимосвязан с горизонтальным). Целесообразность такого выделения объясняется тем, что, как показали предварительные исследования, коррекция всех каналов по информации о высоте и вертикальной скорости не дает каких либо преимуществ, по сравнению с коррекцией только вертикального канала. Кроме того, выделение этого канала в виде замкнутой (через блок коррекции) системы регулирования дает возможность использования его упрощенной модели, что значительно снижает вычислительную сложность алгоритма определения высоты и вертикальной скорости в реальном времени.

Упрощенная модель вертикального канала, используемая для синтеза коррекции, а также в алгоритмах функционирования БИНС, формируется на основе уравнений ошибок БИНС [2] путем обнуления отклонений по переменным горизонтального канала. В результате, эта модель оказывается представленной двумя интеграторами, соединенных последовательно (рис. 1), ко входам которых прикладываются корректирующие управления u_V и u_H , а в качестве задающего воздействия выступает вертикальная составляющая кажущегося ускорения a_H , вырабатываемая по показаниям акселерометров. При этом интеграторы охватываются положительной обратной связью с определенным коэффициентом $p=2g_0/A_0$ ($g_0=9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение силы тяжести; $A_0 \approx 6,38 \cdot 10^6 \text{ м}$ – большая полуось земного эллипсоида) с целью сохранения динамики вертикального канала, как неустойчивого.

Отметим, что поскольку сигналы датчиков информации зашумлены помехами, то одной из главных задач коррекции вертикального канала, помимо обеспечения его устойчивости, является подавление этих помех с помощью корректирующих обратных связей, реализуемых в блоке коррекции. С другой стороны, наличие шумов СВС приводит к тому, что корректирующие управлении u_H , u_V также содержат шумы. Причем, уровень этих шумов тем выше, чем больше коэффициенты передачи блока коррекции по каналам u_H и u_V . Таким образом, наличие обоих управлений в каналах высоты и вертикальной скорости будет приводить к более высокому уровню шумов в навигационных переменных $H(t)$ и $V_H(t)$, чем при отсутствии одного из них. При этом, если используется только воздействие u_V ($u_H=0$), то фильтрующие свойства вертикального канала, в большей степени будут проявляться по отношению к переменной $H(t)$ и в меньшей степени – к переменной $V_H(t)$,

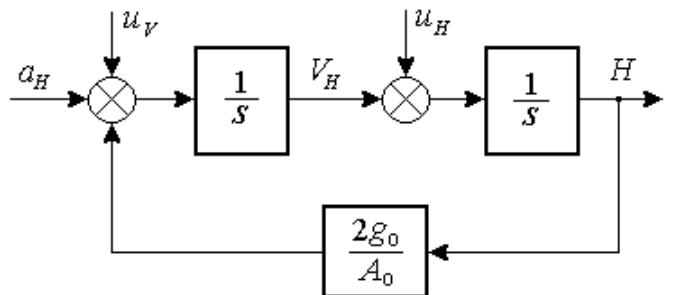


Рис. 1. Структурная схема вертикального канала

в противном случае ($uv = 0$) – наоборот. Тогда, если учесть, что по физическому смыслу задачи построения корректируемой БИНС приоритет по точности воспроизведения навигационных переменных $H(t)$ и $V_H(t)$ следует отдать высоте, то для решения этой задачи, целесообразно использовать только одно корректирующее воздействие $uv(t)$.

Таким образом, если с учетом сказанного модель вертикального канала (рис. 1), как объекта управления, записать в отклонениях от режима движения, определяемого воздействием $a_H(t)$, то с учетом уравнений для измерительной информации по высоте и вертикальной скорости, а также с учетом возмущений (w_1, w_2), порождаемых помехами акселерометров и влиянием других каналов, такая модель будет иметь вид:

$$\begin{cases} \Delta \dot{H}(t) = \Delta V_H(t) + w_1(t), \\ \Delta \dot{V}_H(t) = p \Delta H(t) + u_v(t) + w_2(t), \\ y_1(t) = \Delta H(t) + v_1(t), \\ y_2(t) = \Delta V_H(t) + v_2(t), \end{cases} \quad (1)$$

где $y_1 = H - H^*$, $y_2 = V_H - V_H^*$ – отклонения, соответственно, по высоте и вертикальной скорости от показаний соответствующих датчиков (H^*, V_H^*), зашумленных помехами v_1, v_2 .

Относительно возмущений w_1, w_2 и помех измерения v_1, v_2 будем полагать, что они являются случайными процессами с нулевым средним, причем, w_1, w_2 будем считать белыми шумами единичной интенсивности, а v_1, v_2 – «цветными» шумами с заданными спектральными плотностями:

$$S_v(\omega) = \frac{\omega^2}{\omega_0^2 + \omega^2} = \frac{s}{\omega_0 + s} \cdot \frac{-s}{\omega_0 - s} \quad (s = j\omega), \quad (2)$$

где ω_0 – нижняя граничная частота спектра помехи, которая из практических представлений может быть определена величиной 1 Гц ($\omega_0 = 6,28$ рад/с).

На основе (2) случайные процессы $v_1(t)$ и $v_2(t)$ можно представить как результат прохождения некоррелированных белых шумов $n_1(t)$ и $n_2(t)$ единичной интенсивности через две независимые системы (формирующие фильтры) с одинаковыми передаточными функциями $W_v(s) = s / (\omega_0 + s)$. Тогда модель случайных процессов $v_1(t)$ и $v_2(t)$ можно представить в виде дифференциальных уравнений, которые следует добавить к уравнениям (1), чтобы получить расширенную модель вертикального канала, включающую спектральные характеристики помех измерения. Кроме того, для формализации задачи синтеза корректирующей обратной связи необходимо ввести понятие вектора регулируемых выходов $\theta = \text{colon}\{d_1 \Delta H, d_2 \Delta V_H, u_v\}$, компоненты которого ΔH и ΔV_H , взвешенные коэффициентами d_1 и d_2 , будут представлять ошибки вертикального канала БИНС, а корректирующее управление uv вводится для возможности ограничения этого управления и не вырождаемости задачи синтеза.

Таким образом, модель вертикального канала, как объекта управления, в задаче синтеза корректирующей обратной связи с учетом помех в измерительной информации можно определить следующими векторными уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Gf(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Nf(t), \quad \theta(t) = D x(t) + Su(t), \end{aligned} \quad (3)$$

где $x = \text{colon}\{\Delta H, \Delta V_H, \xi_1, \xi_2\}$ – вектор состояния эквивалентного объекта, образованного расширением модели (1) за счет уравнений для состояний ξ_1 и ξ_2 формирующих фильтров помех; $u = u_v$ – управление; $f = \text{colon}\{w_1, w_2, n_1, n_2\}$ – векторный белый шум единичной

интенсивности ($R_f(\tau) = I_4 \delta(\tau)$, I_α – единичная матрица размеров $\alpha \times \alpha$); $y = \text{colon}\{y_1, y_2\}$ – вектор измеряемых выходов; A, B, G, C, N, D, S – числовые матрицы следующего вида:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0_{1 \times 2} \\ p & 0 & 0_{1 \times 2} \\ 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} & -\omega_0 I_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 1 \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0_{1 \times 2} \\ 0 & d_2 & 0_{1 \times 2} \\ 0 & 0 & 0_{1 \times 2} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$G = \begin{bmatrix} I_2 & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & -\omega_0 I_2 \end{bmatrix}, \quad C = [I_2 : I_2], \quad N = [0_{2 \times 2} : I_2], \quad S = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix},$$

в которых $0_{n \times m}$ обозначает нулевой блок соответствующих размеров.

Целью решения задачи синтеза является нахождение алгоритма работы блока коррекции (регулятора), который в общем виде может быть представлен следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{x}_r(t) &= A_r x_r(t) + B_r y(t), \\ u(t) &= C_r x_r(t) + D_r y(t), \end{aligned} \quad (5)$$

где x_r – вектор состояний регулятора, размерность которого устанавливается в процессе решения задачи; A_r, B_r, C_r, D_r – числовые матрицы соответствующих размеров, подлежащие определению.

Критерием качества работы корректируемой БИНС выберем точность воспроизведения навигационных переменных $H(t)$ и $V_H(t)$. Количественным показателем этого критерия может служить следующий функционал:

$$J = \mathbf{M}\{\theta^T(t)\theta(t)\} = \mathbf{M}\{d_1^2 \Delta H^2(t) + d_2^2 \Delta V_H^2(t) + u^2(t)\}, \quad (6)$$

представляющий собой сумму установившихся дисперсий ($\mathbf{M}\{\bullet\}$ – операция матожидания) взвешенных ошибок вертикального канала и управления.

Таким образом, формализованное представление задачи синтеза корректирующей обратной связи может быть выражено следующим образом: для модели (3), (4) вертикального канала БИНС, построенной с учетом спектральных характеристик шумов измерительной информации, требуется определить алгоритм работы блока коррекции (5) так, чтобы замкнутый контур вертикального канала был устойчивым и минимизировался функционал (6).

Отметим, что модель вертикального канала (3) формально представляет объект управления, возбуждаемый векторным белым шумом единичной интенсивности. Тогда задача синтеза по критерию минимума функционала (6) будет математически эквивалентна проблеме H_2 -оптимизации [3], связанной с минимизацией интенсивности (L_∞ -нормы) регулируемого выхода при ограниченной энергии (L_2 -нормы) внешнего возмущения, предполагаемого неопределенным.

Следует также заметить, что если действительная высота является постоянной (медленно меняющейся), то формирование навигационной переменной $H(t)$ по принципу обратной связи приведет к тому, что в этой переменной будет содержаться постоянная (медленно меняющаяся) ошибка, которая будет пропорциональна действительной высоте. Поэтому, чтобы исключить это явление, блок коррекции необходимо строить по принципу пропорционально-интегрального (ПИ) регулятора. Другими словами, сформулированная выше задача должна быть дополнена требованием астатизма по воздействию $H^*(t)$.

Синтез ПИ-коррекции на основе метода H_2 -оптимизации.

Для учета требования астатизма по высоте дополним модель (3) уравнением интегратора: $\dot{\mu}(t) = C^{[1]}x(t) + N^{[1]}f(t)$, присоединенного к главному измеряемому

выходу y_1 ($C^{[1]}$ и $N^{[1]}$ – первые строки соответствующих матриц). Тогда, если ввести расширенный вектор состояний $\bar{x}=\text{colon}\{x, \mu\}$ и учесть, что переменная μ может рассматриваться как свободная от помех дополнительная компонента нового вектора измеряемых выходов $\bar{y}=\text{colon}\{y, \mu\}$, то эквивалентную модель вертикального канала можно представить в виде:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}}(t) &= \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t) + \bar{G}f(t), \\ \bar{y}(t) &= \bar{C}\bar{x}(t) + \bar{N}f(t), \\ \bar{\theta}(t) &= \bar{D}\bar{x}(t) + \bar{S}u(t),\end{aligned}\tag{7}$$

где $\bar{\theta}=\text{colon}\{d_1\Delta H, d_2\Delta V_H, m\mu, u\}$ – новый вектор регулируемых выходов, в число которых включен выходной сигнал введенного интегратора с весовым коэффициентом m ; $\bar{A}, \bar{B}, \bar{G}, \bar{C}, \bar{N}, \bar{D}, \bar{S}$ – блочные матрицы, формируемые на основе исходных и имеющие вид:

$$\begin{aligned}\bar{A} &= \begin{bmatrix} A & 0_{4 \times 1} \\ C^{[1]} & 0 \end{bmatrix}; & \bar{B} &= \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}; & \bar{G} &= \begin{bmatrix} G \\ N^{[1]} \end{bmatrix}; & \bar{C} &= \begin{bmatrix} C & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 4} & 1 \end{bmatrix}; \\ \bar{N} &= \begin{bmatrix} N \\ 0_{1 \times 4} \end{bmatrix}; & \bar{D} &= \begin{bmatrix} D & M \\ 0_{1 \times 4} & 0 \end{bmatrix}; & M &= \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ m \end{bmatrix}; & \bar{S} &= \begin{bmatrix} 0 \\ S \end{bmatrix}.\end{aligned}\tag{8}$$

Таким образом, учет требования астатизма приводит к некоторой трансформации задачи синтеза, связанной с тем, что решение этой задачи сначала следует провести для расширенного объекта (7), (8). В результате получится некоторый регулятор, который совместно с введенным интегратором образует искомый алгоритм ПИ-коррекции.

Отметим, что введение в регулируемый выход расширенного объекта выходного сигнала интегратора, что необходимо для обеспечения детектируемости этого выхода, а следовательно для существования решения задачи синтеза, приводит к изменению функционала (6), который теперь приобретает вид:

$$\bar{J} = \mathbf{M}\{\bar{\theta}^T(t)\bar{\theta}(t)\} = \mathbf{M}\{d_1^2\Delta H^2(t) + d_2^2\Delta V_H^2(t) + m^2\mu^2(t) + u^2(t)\}. \tag{9}$$

При этом очевидно, что задача синтеза оптимальной обратной связи для расширенного объекта (7), (8) с функционалом (9) по-прежнему остается эквивалентной проблеме H_2 -оптимизации, решение которой известно [3] и представляется объединением регулятора по полному состоянию, использующего оценку расширенного вектора состояний $\hat{\bar{x}}(i)$, и фильтра Калмана, доставляющего эту оценку. Тем не менее, поскольку компонента μ измеряемого выхода \bar{y} свободна от помех, то восстанавливать эту компоненту нет необходимости и в качестве вектора оценок расширенного состояния можно взять $\hat{\bar{x}}=\text{colon}\{\hat{x}, \mu\}$, где \hat{x} – вектор оценок переменных состояния объекта (3). Таким образом, с учетом уравнения фильтра Калмана для этого вектора, алгоритм коррекции для расширенного объекта (7) примет вид [3]:

$$\begin{cases} u(t) = F_x \hat{x}(t) + \varphi_\mu \mu(t), \\ \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(C\hat{x}(t) - y(t)), \end{cases} \tag{10}$$

где F_x, φ_μ – 1×4 блок и скалярный коэффициент матрицы $\bar{F} = [F_x : \varphi_\mu]$ регулятора по расширенному состоянию; A, B, C – матрицы исходного объекта (3), определяемые из (4); L – матричный коэффициент фильтра Калмана, доставляющего оценку $\hat{x}(i)$ для объекта (3). При этом, если использовать структуру матриц \bar{D} и \bar{S} , то нетрудно показать [3], что матрица \bar{F} будет являться решением невырожденной проблемы H_2 -оптимизации при полной информации, т.е.

$$\bar{F} = -\bar{B}^T \bar{X}, \quad (11)$$

$$\bar{X}\bar{A} + \bar{A}^T \bar{X} - \bar{X}\bar{B}\bar{B}^T \bar{X} + \bar{D}^T \bar{D} = 0.$$

Аналогично, с использованием матриц G и N объекта (3), можно показать [3], что матричный коэффициент L фильтра Калмана будет являться решением невырожденной проблемы H_2 -оптимизации при полном управлении с коррелированными шумами возмущения и измерения ($GN^T \neq 0_{4 \times 2}$):

$$L = -(YC^T + GN^T), \quad (12)$$

$$AY + YA^T - (YC^T + GN^T)(CY + NG^T) + GG^T = 0.$$

Отметим, что в силу стабилизируемости пар (\bar{A}, \bar{B}) и (A, G), а также детектируемости пар (\bar{D}, \bar{A}) и (C, A) (данные свойства нетрудно установить с использованием соответствующих матриц) неотрицательно определенные решения $\bar{X} \geq 0$ и $Y \geq 0$ уравнений Риккати из (11) и (12) существуют и единственны.

Используя теперь принцип построения искомой коррекции, перенесем модель интегратора к регулятору (10). Тогда, если ввести 5-и мерный вектор состояний $x_r = \text{colon}\{\hat{x}, \mu\} = \hat{\vec{x}}$, после некоторых преобразований получим окончательное представление алгоритма ПИ-коррекции в виде (5), матрицы которого будут иметь следующую блочную структуру:

$$\begin{aligned} A_r &= \left[\begin{array}{c|c} A + LC + BF_x & B\varphi_\mu \\ \hline 0_{1 \times 4} & 0 \end{array} \right], \quad B_r = \begin{bmatrix} -L \\ 1 \end{bmatrix}, \\ C_r &= \begin{bmatrix} F_x & \varphi_\mu \end{bmatrix} = \bar{F}, \quad D_r = 0_{1 \times 2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Приведем численное решение задачи синтеза (в скалярной форме), полученное с помощью операторов комплекса «MatLab». Принимая для определенности $d_1 = d_2 = 10$ и $m = 1$ получим следующие уравнения ПИ-регулятора:

$$\begin{cases} \dot{x}_{r1} = -1,05x_{r1} + 0,713x_{r2} - 1,05x_{r3} - 0,29x_{r4} + 1,05y_1 + 0,29y_2, \\ \dot{x}_{r2} = -11,18x_{r1} - 12,04x_{r2} - 0,29x_{r3} - 0,99x_{r4} - x_{r5} + 0,134y_1 + 0,99y_2, \\ \dot{x}_{r3} = 3,56x_{r1} - 0,2x_{r2} - 2,72x_{r3} - 0,2x_{r4} - 3,56y_1 + 0,2y_2, \\ \dot{x}_{r4} = -0,36x_{r1} + 3,64x_{r2} - 0,36x_{r3} - 2,64x_{r4} + 0,36y_1 - 3,64y_2, \\ \dot{x}_{r5} = y_1, \\ u_V = -11,05x_{r1} - 11,05x_{r2} - 0,16x_{r3} - x_{r5}. \end{cases} \quad (14)$$

Отметим, что в силу выбранной процедуры синтеза, основанной на методе H_2 -оптимизации, устойчивость замкнутого контура коррекции обеспечивается при любых весовых коэффициентах d_1 , d_2 и m . Тем не менее, выбором этих коэффициентов можно обеспечивать желаемое качество регулирования (время переходного процесса, полосу пропускания и т.д.) и необходимую точность работы вертикального канала БИНС.

Анализ работы корректируемого вертикального канала БИНС для прямолинейного возмущенного движения.

В качестве эталонного движения принимался возмущаемый прямолинейный полет на заданной высоте, представляемый следующими законами изменения географических координат (долготы, широты, высоты):

$$\lambda = \lambda_h + a_\lambda \sin \omega_\lambda t, \quad \varphi = \varphi_h + a_\varphi \sin \omega_\varphi t, \quad H = H_h + a_h \sin \omega_h t, \quad (15)$$

где $\lambda_{\text{H}}, \varphi_{\text{H}}, H_{\text{H}}$ – определяют невозмущенное движение; $a_{\lambda}, a_{\varphi}, a_h, \omega_{\lambda}, \omega_{\varphi}, \omega_h$ – заданные амплитуды и частоты гармонических возмущений.

Невозмущенное эталонное движение формировалось в виде [1]:

$$H_{\text{H}} = H_0 = \text{const}, \quad \varphi_{\text{H}} = \varphi_0 + \frac{V_N^0}{A_0 + H_0} t, \quad (16)$$

$$\lambda_{\text{H}} = \lambda_0 + \frac{V_E^0}{2V_N^0} \left(\ln \frac{1 + \sin \varphi_{\text{H}}}{1 - \sin \varphi_{\text{H}}} - \ln \frac{1 + \sin \varphi_0}{1 - \sin \varphi_0} \right),$$

где $\lambda_0, \varphi_0, H_0, V_N^0, V_E^0$ – заданные значения ($V_N^0 \neq 0$); A_0 – большая полуось земного эллипсоида вращения.

В качестве параметров невозмущенного движения (16) и возмущений в (15) принимались следующие значения:

$$\lambda_0 = 0,82 \text{ рад}, \quad \varphi_0 = 0,89 \text{ рад}, \quad H_0 = 1000 \text{ м}, \quad V_N^0 = V_E^0 = 200 \text{ м/с},$$

$$a_{\lambda} = 0,174 \cdot 10^{-3} \text{ рад}, \quad a_{\varphi} = 0,348 \cdot 10^{-3} \text{ рад}, \quad a_h = 100 \text{ м},$$

$$\omega_{\lambda} = 0,523 \cdot 10^{-2} \text{ рад/с}, \quad \omega_{\varphi} = 0,523 \cdot 10^{-2} \text{ рад/с}, \quad \omega_h = 0,523 \cdot 10^{-1} \text{ рад/с}.$$

Для моделирования помех гироскопов, акселерометров а также датчиков высоты и вертикальной скорости СВС использовались случайные высокочастотные сигналы с нулевым средним, нормированная спектральная плотность которых выбиралась в виде (2), а их дисперсии – по уровням реальных сигналов, полученных на испытательном стенде.

Моделирование осуществлялось в среде «Simulink» программного комплекса «MatLab» в соответствии со структурной схемой БИНС [1] и с применением найденной ПИ-коррекции (14). При этом интегрирование дифференциальных уравнений, моделирующих работу БИНС, проводилось методом Рунге-Кутта 4-го порядка точности с шагом 0.0025 с, время интегрирования – 4000 с.

Целью моделирования являлось выявление ошибок вертикального канала по высоте и вертикальной скорости. Ошибки БИНС по другим навигационным переменным (долгота, широта, северная и восточная скорости), а также ошибки ориентации по курсу, тангажу и крену практически не зависят от алгоритма коррекции вертикального канала и определяются другими факторами.

Результаты моделирования представлены на рис. 2, где приведены ошибки вертикального канала БИНС по высоте и вертикальной скорости при отсутствии регулярных составляющих погрешностей датчиков СВС.

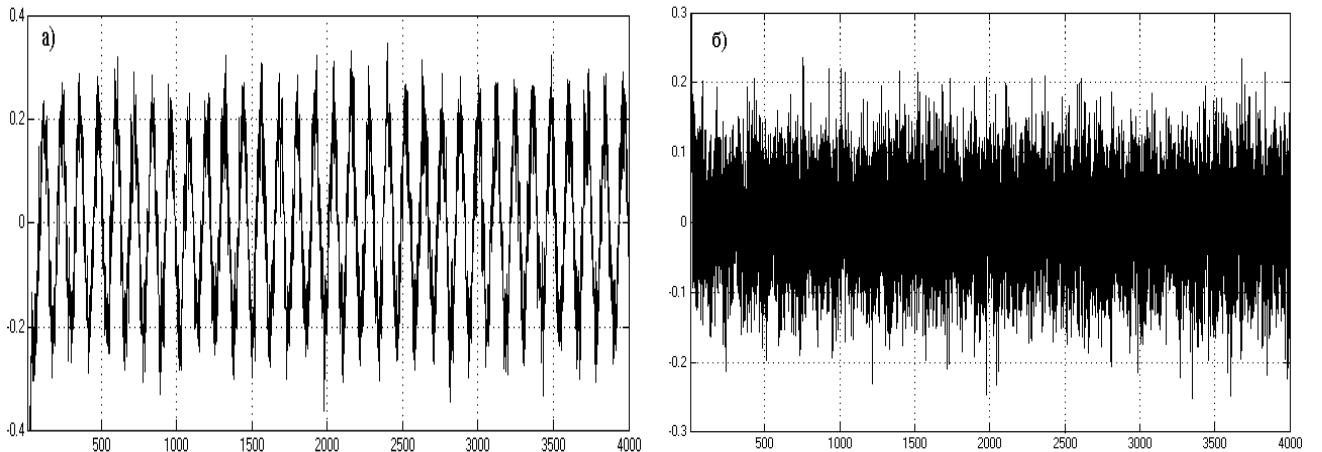


Рис. 2. Ошибки вертикального канала БИНС с ПИ-коррекцией (14):
а) ошибка по высоте (м); б) ошибка по вертикальной скорости (м/с)

Анализ приведенных графиков позволяет приблизенно оценить среднеквадратические ошибки вертикального канала (0,15 м по высоте и 0,025 м/с по вертикальной скорости) и сделать вывод об эффективности предлагаемого подхода к синтезу корректирующей обратной связи в плане подавления случайных помех измерителей.

Заключение.

В работе представлены результаты исследований, связанных с разработкой алгоритма коррекции вертикального канала БИНС при наличии помех в измерительной информации. С использованием априорных данных о спектральных свойствах этих шумов рассматриваемая проблема была formalизована как задача H_2 -оптимизации. Решение этой задачи было проведено с учетом требования астатизма замкнутого контура коррекции с целью устранения постоянных (медленно изменяющихся) ошибок по высоте. Проведенный в работе анализ полученных результатов, осуществленный моделированием работы БИНС для горизонтального возмущенного движения на заданной высоте, показал работоспособность и эффективность предлагаемого подхода в плане подавления помех измерителей.

Список литературы:

1. Челноков Ю.Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения – М.: Физматлит. 2006. 512 с.
2. Логинов М.Ю., Челноков Ю.Н. Дифференциальные уравнения ошибок корректируемой беспилотной инерциальной навигационной системы, функционирующей в нормальной географической системе координат // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 10. С. 64-72.
3. Doyle J., Glover K., Khargonekar P.P., Francis B.A. State-Space Solution to Standard H_2 - and H_∞ -Control Problems // IEEE Trans. Autom. Control. 1989. V.34. №.8. P. 831-846.

Самиорин Николай Иванович, Честнов Владимир Николаевич

Институт проблем управления РАН

К СИНТЕЗУ РЕГУЛЯТОРОВ ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ И ОГРАНИЧЕННЫХ ПО МОЩНОСТИ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

Аннотация: Рассматривается синтез робастных регуляторов линейных многомерных систем с неопределенностью физических параметров в заданных границах, подверженных действию неизмеряемых внешних полигармонических возмущений, ограниченных по мощности. Ставится задача построения регулятора, который помимо робастной устойчивости замкнутой системы гарантирует заданные границы на среднеквадратичные значения регулируемых переменных. Решение задачи сводится к некоторой специальным образом сконструированной проблеме H_∞ -оптимизации, в которой заданная точность обеспечивается путем выбора весовой матрицы при регулируемых переменных.

Ключевые слова: робастная устойчивость, параметрическая неопределенность, ограниченные по мощности внешние возмущения, H_∞ - управление.

Chestnov V.N., Samshorin N.I.

SYNTHESIS OF CONTROLLERS IN CASE OF PARAMETRIC UNCERTAINTY AND BOUNDED IN POWER EXTERNAL DISTURBANCES.

Abstract: We consider the robust stabilization problem for linear multivariable systems whose physical parameters may deviate from nominal in some known bounds, and the control plant is subject to non-measurable polyharmonic external disturbances bounded in power. We pose the problem of synthesizing a controller that guarantees robust stability of the closed-loop system and additionally ensures given mean-square values with respect to controlled variables. The solution of this problem can be reduced to a standard H_∞ -optimization procedure, while the necessary accuracy is achieved by choosing the weight matrix for controlled plant variables.

Key words: robust stability, parametric uncertainty, external disturbances bounded in power, H_∞ -control.

Введение

Проблема обеспечения робастных свойств синтезируемых динамических систем с регуляторами по выходу в современной теории автоматического управления играет существенную роль [1–4]. В этой связи, очевидна необходимость построить регулятор так, чтобы с одной стороны он обеспечивал робастную устойчивость замкнутой системы при заданных отклонениях физических параметров объекта от расчетных (номинальных), а с другой, гарантировал бы заданные среднеквадратичные ошибки регулирования при действии полигармонических внешних возмущений (с неизвестными амплитудами и частотами), ограниченных по мощности.

Настоящая работа выполнена в русле частотного подхода к синтезу робастных регуляторов многомерных систем, развитого в [5–11].

Решение задачи опирается на «технику размыкания» системы «объект – регулятор» по варьируемым параметрам объекта [5, 9, 10]. При этом регулятор обеспечивает заданные границы изменения коэффициентов усиления в искусственно созданных каналах, в которых присутствуют варьируемые параметры объекта (представленные их номиналами). Заметим, что традиционно в теории автоматического управления в качестве точек размыкания замкнутой системы используют обычно физический вход или выход объекта управления [6, 7]. Эта задача (обеспечение заданных границ коэффициентов усиления в данных контурах) сводится к стандартной вырожденной задаче H_∞ -оптимизации [5, 10]. Обеспечение заданной точности в такой H_∞ задаче сводится к выбору весовых коэффициентов при регулируемых переменных, для которых получены строгие аналитические выражения.

Постановка задачи.

Рассмотрим объект управления, описываемый уравнениями в физических переменных [12]:

$$L_1(p)z_0(t) = L_2(p)u(t) + L_3(p)f(t), \quad y(t) = Nz_0(t), \quad (1)$$

где z_0 – n_0 -мерный вектор физических переменных объекта (скорость, ускорение, ток, напряжение, перемещение, угол поворота, и т.д.); u – m -мерный вектор управляющих воздействий; y – m_2 -мерный вектор измеряемых (и одновременно регулируемых) переменных объекта; f – m_3 -мерный вектор внешних возмущений; N – известная числовая матрица размером $(m_2 \times n_0)$; $L_1(p)$, $L_2(p)$, $L_3(p)$ – полиномиальные матрицы размеров $(n_0 \times n_0)$, $(n_0 \times m)$, $(n_0 \times m_3)$ соответственно, оператора дифференцирования $p = d/dt$

$$L_1(p) = \sum_{i=0}^{\alpha_1} L_1^{(i)} p^i, \quad L_2(p) = \sum_{j=0}^{\alpha_2} L_2^{(j)} p^j, \quad L_3(p) = \sum_{k=0}^{\alpha_3} L_3^{(k)} p^k \quad (2)$$

где $L_1^{(i)}, L_2^{(j)}, L_3^{(k)}$ – известные вещественные матрицы соответствующих размеров, $\alpha_2, \alpha_3 < \alpha_1$.

Будем полагать, что объект (1) стабилизируем и детектируем, а его уравнения представляют собой исходное, наименее преобразованное описание, полученное на основе фундаментальных физических законов.

Элементы матриц $L_1^{(i)} (i = \overline{1, \alpha_1})$, $L_2^{(j)} (j = \overline{1, \alpha_2})$ далее будем называть физическими параметрами объекта управления. Пусть n физических параметров объекта с номинальными значениями $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ могут принимать значения из заданных интервалов

$$\lambda_i + \Delta\lambda_i \in (\lambda_i^{\min}, \lambda_i^{\max}), \quad i = \overline{1, n} \quad (3)$$

где $\Delta\lambda_i$ – отклонение параметра от расчетного, $\lambda_i^{\min}, \lambda_i^{\max}$ – известные нижняя и верхняя границы.

Элементы матрицы $L_3(p)$ на устойчивость замкнутой системы не оказывают влияния, поэтому их отклонения от расчетных далее не рассматриваются.

Компоненты вектора внешних возмущений f представляют собой ограниченные полигармонические функции, вида:

$$f_i(t) = f_{i0} + \sum_{k=1}^{\infty} w_{ik} \sin(\omega_k t + \psi_{ik}), \quad i = \overline{1, m_3} \quad .(4)$$

Здесь: f_{i0} – неизвестные постоянные составляющие, а амплитуды w_{ik} , начальные фазы ψ_{ik} , а также бесконечное число частот ω_k гармоник неизвестны.

Будем полагать, что среднеквадратичные значения (мощности) каждой компоненты внешнего возмущения подчинены условию:

$$\langle f_i^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f_i^2(t) dt = (f_{i0})^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} w_{ik}^2 \leq w_i^{*2}, \quad i = \overline{1, m_3}, \quad (5)$$

где $w_i^* (i = \overline{1, m_3})$ – заданные числа.

Определим среднеквадратичные значения регулируемых переменных [11]:

$$\langle y_i^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T y_i^2(t) dt > 0, \quad i = \overline{1, m_2}.$$

Будем говорить, что требования к точности выполнены, если:

$$\langle y_i^2 \rangle \leq (y_i^*)^2, \quad i = \overline{1, m_2} \quad (6)$$

где $y_i^* > 0, i = \overline{1, m_2}$ – заданные числа.

Однако ясно, что такого регулятора может не существовать, поэтому определим среднеквадратичный радиус установившегося состояния замкнутой системы по регулируемым переменным соотношением [11]:

$$\langle r_{st}^2 \rangle = \sum_{i=1}^{m_2} \frac{\langle y_i^2 \rangle}{(y_i^*)^2}, \quad (7)$$

на который и будем накладывать ограничения.

Задача 1. Построить стабилизирующий регулятор по выходу

$$\dot{x}_c = A_c \cdot x_c + B_c \cdot y; \quad u = C_c \cdot x_c + D_c \cdot y, \quad (8)$$

такой, чтобы, с одной стороны, при заданных конечных отклонениях параметров $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ от расчетных (3) замкнутая система (1), (8) сохраняла асимптотическую устойчивость, а с другой стороны выполнялось условие

$$\langle r_{st}^2 \rangle = \sum_{i=1}^{m_2} \frac{\langle y_i^2 \rangle}{(y_i^*)^2} \leq \gamma^2, \quad (9)$$

где γ – заданное или минимизируемое число, $x \in R^{n_c}$, $n_c \leq n$, A_c, B_c, C_c, D_c – искомые матрицы регулятора соответствующего размера.

Каноническая (W, Λ, K) – форма.

Для решения поставленной задачи, представим уравнения замкнутой системы (1), (8) в канонической (W, Λ, K) – форме [5, 10] с учетом внешнего возмущения f . Эти уравнения имеют вид:

$$\begin{cases} \tilde{y} = W_{11}\tilde{u} + W_{12}u + W_{13}f & \tilde{u} = \Lambda\tilde{y} \\ y = W_{21}\tilde{u} + W_{22}u + W_{23}f & u = Ky, \end{cases} \quad (10)$$

где $W_{ij}(s) (i=1,2, j=1\dots 3)$ – известные передаточные матрицы, не содержащие варьируемых параметров (3); u, y – физический вход и выход объекта управления (1); \tilde{u}, \tilde{y} – n -мерные фиктивные вход и выход объекта управления; $\Lambda = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n]$ – диагональная матрица параметров объекта управления, подверженных отклонениям от расчетных; $K(s)$ – искомая передаточная матрица регулятора (8) $K(s) = C_c(sI - A_c)^{-1}B_c + D_c$, где I – единичная матрица.

Структурная схема (W, Λ, K) – формы, соответствующая уравнениям (10), приведена на рис.1.

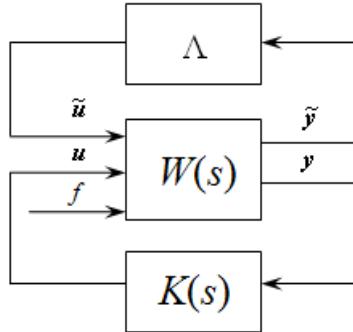


Рис. 1. Структурная схема (W, Λ, K) -формы системы с внешним возмущением

Заметим, что уравнения замкнутой системы (1), (8) всегда могут быть представлены в канонической (W, Λ, K) – форме (10). Доказательство этого факта конструктивно, дает алгоритм построения этой формы и приведено в [10].

Подход к решению задачи

Передаточная матрица разомкнутой системы (10) по варьируемым параметрам λ_i , ($i = \overline{1, n}$) (когда размыкание осуществляется по вектору \tilde{u}), записывается в виде [5, 9, 10] :

$$W_{\text{pas}}^{\tilde{u}}(s) = \Lambda \cdot [-W_{11} - W_{12}K(I - W_{22}K)^{-1}W_{21}]. \quad (11)$$

Как видно из (11), особенностью данной передаточной матрицы является то, что варьируемые параметры составляют в ней диагональную матрицу коэффициентов усиления, что принципиально важно.

Заметим, что если эта передаточная матрица удовлетворяет круговому частотному неравенству [5, 9, 10]:

$$[I + W_{\text{pas}}^{\tilde{u}}(-j\omega)]^T [I + W_{\text{pas}}^{\tilde{u}}(j\omega)] \geq r^2 I, \quad \omega \in [0, \infty), \quad (12)$$

то имеют место следующие достаточные оценки на интервалы возможных значений параметров:

$$\min \left\{ \frac{\lambda_i}{1+r}, \frac{\lambda_i}{1-r} \right\} < \lambda_i + \Delta\lambda_i < \max \left\{ \frac{\lambda_i}{1+r}, \frac{\lambda_i}{1-r} \right\}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (13)$$

гарантирующие робастную устойчивость системы (1), (8). Здесь λ_i – номинальные значения физических параметров объекта, подверженных отклонениям от расчетных, а r – радиус запасов устойчивости ($0 < r \leq 1$) [5, 9, 10].

Отметим одну особенность (13). Пусть для простоты $\lambda_i > 0$, а радиус запасов устойчивости равен своему максимально возможному значению, $r = 1$. Тогда из (13) следует, что интервалы возможных значений параметров λ_i :

$$\frac{\lambda_i}{1+r} = \frac{\lambda_i}{2} \leq \lambda_i + \Delta\lambda_i \leq \frac{\lambda_i}{1-r} = \infty, \quad i = \overline{1, n}. \quad (14)$$

Здесь мы имеем хорошую верхнюю границу для λ_i , однако максимальные уменьшение λ_i от номинала, возможно всего лишь в 2 раза, что не всегда приемлемо и для обеспечения допусков (3) нужно выбирать другие номиналы λ_i .

Покажем, что для улучшения нижней границы (14) можно воспользоваться не частотным условием (12), а другим, которое вытекает из нижеследующего.

Рассмотрим замкнутую систему, представленную на рис.2, где введена новая регулируемая переменная $z = \tilde{u}$ (в [5, 10] $z = w + \tilde{u}$)

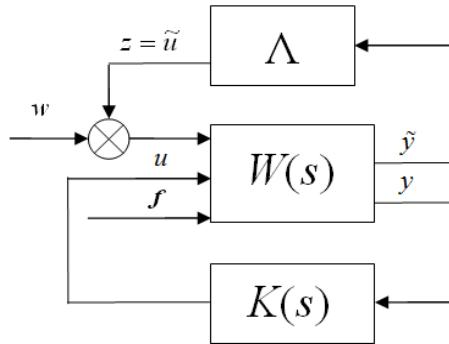


Рис. 2. Структурная схема замкнутой системы с фиктивным возмущением

Здесь дополнительно к рис. 1 введены: $w \in R^n$ – вектор фиктивных внешних возмущений; $z \in R^n$ – вектор фиктивных регулируемых переменных, равный \tilde{u} .

Легко показать непосредственным вычислением, что передаточная матрица, связывающая фиктивное внешнее возмущение w с фиктивной регулируемой переменной $z = \tilde{u}$ в замкнутой системе рис.2 имеет вид:

$$z = T_{zw} \cdot w, \quad T_{zw}(s) = -W_{\text{паз}}^{\tilde{u}}(s) \cdot [I + W_{\text{паз}}^{\tilde{u}}(s)]^{-1} \quad (15)$$

где $W_{\text{паз}}^{\tilde{u}}(s)$ определена формулой (11).

Следуя работе [13], поместим на выход Z замкнутой системы рис. 2 мультипликативное возмущение $I+L$ ($L = \text{diag}[l_1, l_2, \dots, l_n]$) как показано на рис.3.

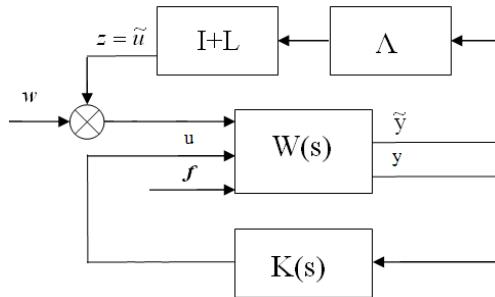


Рис. 3. Структурная схема замкнутой системы с мультипликативным возмущением

Из работы [13], следует, что замкнутая система рис. 3 будет асимптотически устойчива, если выполняется условие

$$\bar{\sigma}(L) < \frac{1}{\bar{\sigma}(T_{zw})}, \quad (16)$$

где $\bar{\sigma}(T_{zw})$ – максимальное сингулярное значение матрицы $T_{zw}(j\omega)$ для всех частот $\omega \in [0, \infty)$, которое, как известно [8], есть H_∞ -норма T_{zw} и, таким образом, это неравенство с учетом диагональной структуры L дает следующие оценки на диагональные элементы этой матрицы, которые не нарушают асимптотической устойчивости замкнутой системы рис. 3:

$$|l_i| \leq \frac{1}{\|T_{zw}\|_\infty}. \quad (17)$$

Пусть найдено решение задачи синтеза регулятора $K(s)$ такого, что выполнено условие

$$\|T_{zw}\|_\infty \leq \gamma, \quad (18)$$

где γ – заданное или минимизируемое число.

Тогда очевидно в силу диагональной структуры Λ и неравенства (17), что замкнутая система не потеряет устойчивости если

$$\min\left\{\lambda_i \cdot \frac{\gamma-1}{\gamma}, \lambda_i \cdot \frac{\gamma+1}{\gamma}\right\} \leq \lambda_i + \Delta\lambda \leq \max\left\{\lambda_i \cdot \frac{\gamma-1}{\gamma}, \lambda_i \cdot \frac{\gamma+1}{\gamma}\right\}, \quad i = \overline{1, n} \quad (19)$$

В одномерном случае ($n=1$), неравенство (18) означает, что модуль частотной передаточной функции замкнутой системы $|T_{zw}(j\omega)|$ для всех вещественных частот ω не превышает значения γ . В классической теории автоматического управления такое число – есть показатель колебательности M ($\gamma = M$) [14]. Это, в частности, говорит о том, что годограф Найквиста, соответствующий передаточной функции разомкнутой системы $W^{\tilde{u}}(s)$ из (11), не пересекает круга радиусом $R = \gamma / (\gamma^2 - 1)$ с центром в точке $(-C; j \cdot 0)$ на плоскости годографа, где $C = \gamma^2 / (\gamma^2 - 1)$. Отсюда, в частности, следует, что коэффициент усиления в таком замкнутом контуре без потери устойчивости изменять в интервале $((\gamma-1)/\gamma, (\gamma+1)/\gamma)$.

В многомерном случае ($n > 1$) условие (17) имеет следующую физическую интерпретацию: по каждому входу \tilde{u} на рис. 2, коэффициенты усиления от номинального значения равного единице можно независимо от других изменять в интервалах $((\gamma-1)/\gamma, (\gamma+1)/\gamma)$ без потери устойчивости. Отсюда, кстати, и следуют формулы (19).

Таким образом, решение первой части задачи 1 сводится к такому построению регулятора (8) в H_∞ -проблеме (18), при котором величина γ принимает заданное или минимально возможное значение.

Следующий шаг в решении задачи 1 это учет целевого условия (9) при действии ограниченных внешних возмущений (4), (5).

Сведение задачи к стандартной проблеме H_∞ -оптимизации

Рассмотрим замкнутую систему, представленную на рис. 4:

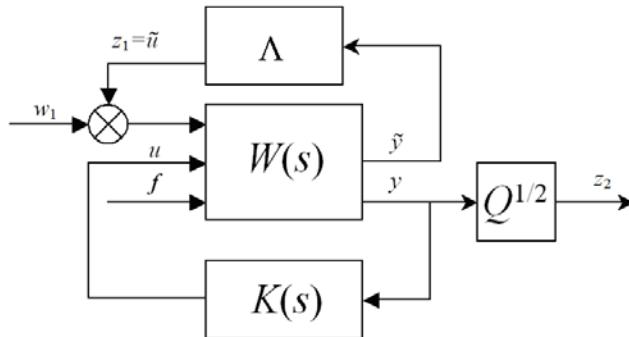


Рис. 4. Структурная схема замкнутой системы

Она описывается следующими уравнениями

$$\begin{aligned} \tilde{y} &= W_{11}(z_1 + w_1) + W_{12}u + W_{13}f & \tilde{u} &= \Lambda \tilde{y} & z_1 &= \tilde{u} \\ y &= W_{21}(z_1 + w_1) + W_{22}u + W_{23}f & u &= Ky & z_2 &= Q^{1/2}y. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь: $w_1 \in R^n$ – вектор фиктивных внешних возмущений; $z_1 \in R^n$ – вектор фиктивных регулируемых переменных; $z_2 \in R^{m_2}$ – взвешенный вектор регулируемых переменных с помощью диагональной весовой матрицы $Q = \text{diag}[q_1, q_2, \dots, q_{m_2}]$ с положительными элементами $q_i > 0$ ($i = \overline{1, m_2}$).

Введем расширенный вектор внешних возмущений w , включающий вектор фиктивных внешних возмущений w_1 и вектор реально действующих на объект внешних

возмущений f , а также расширенный вектор регулируемых переменных z , объединяющий векторы z_1 и z_2 . Передаточную матрицу замкнутой системы, связывающую эти векторы, обозначим через T_{zw} и тогда можно записать

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = T_{zw} \times w = \begin{pmatrix} T_{z_1 w_1} & T_{z_1 f} \\ Q^{1/2} T_{y w_1} & Q^{1/2} T_{y f} \end{pmatrix} \times \begin{bmatrix} w_1 \\ f \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Пусть искомый регулятор $K(s)$ разрешает задачу минимизации H_∞ -нормы передаточной матрицы такой замкнутой системы :

$$\|T_{zw}\|_\infty \leq \gamma. \quad (22)$$

Тогда каждый из блоков этой матрицы удовлетворяет аналогичному условию [14], в частности

$$\|T_{z_1 w_1}\|_\infty \leq \gamma, \quad \|Q^{1/2} T_{y f}\|_\infty \leq \gamma. \quad (23)$$

Первое неравенство (23) совпадает с (18), поэтому имеем гарантируемые допуски на параметры (19), где γ – реализованное значение при решении задачи (22). Второе из неравенств (23) может быть представлено в эквивалентной частотной форме [7, 8]

$$T_{y f}^T(-j\omega) Q T_{y f}(j\omega) \leq \gamma^2 I, \quad \omega \in [0, \infty). \quad (24)$$

Имеет место следующая лемма, доказательство которой приведено в [11].

Лемма (о средних квадратах). Пусть выполнено частотное неравенство (24), тогда средние квадраты выходных переменных устойчивой системы при действии входного сигнала из класса (4), (5) принадлежат множеству, описываемому неравенством

$$\sum_{i=1}^{m_2} q_i \langle y_i^2 \rangle \leq \gamma^2 \|w^*\|^2, \quad (25)$$

где $\|w^*\|$ – евклидова норма вектора w^* с компонентами правой части (5).

Очевидно, что выбирая элементы весовой матрицы Q из равенств:

$$q_i = \frac{\|w^*\|^2}{(y_i^*)^2}, \quad i = \overline{1, m_2}, \quad (26)$$

из (25) придем к выполнению целевого условия (9), где γ – реализованное значение при решении задачи (22).

Задачу по нахождению правильной передаточной матрицы регулятора $K(s)$, при котором бы выполнялось неравенство (22), можно переформулировать в виде следующих вспомогательных задач H_∞ -управления.

Задача 2: Найти правильную передаточную матрицу регулятора (8), который бы обеспечивал выполнение неравенства (22) с минимально возможным $\gamma = \gamma_0$.

Задача 3: Дано число $\gamma > \gamma_0$. Найти правильную передаточную матрицу регулятора (8), такую чтобы выполнялось неравенство (22).

Если задачи 2 и 3 решены, то зная значение параметра γ , реализованное в результате синтеза, из неравенств (19) найдем достаточные оценки на интервалы возможных значений параметров, гарантирующих робастную устойчивость системы (1), (8), а из целевого неравенства (9) получим оценки среднеквадратичных ошибок регулирования, которые заведомо будут не хуже

$$y_{i,st} \leq \gamma \cdot y_i^*, \quad i = \overline{1, m_2}.$$

Теперь придадим уравнениям (20) стандартную форму записи, принятую в теории H_∞ -управления:

$$\begin{aligned} z &= G_{11}w + G_{12}u \\ y &= G_{21}w + G_{22}u \\ u &= Ky, \end{aligned} \quad (27)$$

где $G_{ij}(s)$ ($i, j = 1, 2$) – блоки передаточной матрицы $G(s)$ обобщенного объекта.

Утверждение: Передаточные матрицы $G_{ij}(s)$ ($i, j = 1, 2$) обобщенного объекта из (27) связаны с передаточными матрицами системы (20) равенствами:

$$\begin{aligned} G_{11} &= \begin{bmatrix} (I - \Lambda W_{11})^{-1} \Lambda W_{11} & (I - \Lambda W_{11})^{-1} \Lambda W_{13} \\ Q^{1/2} W_{21} (I - \Lambda W_{11})^{-1} \Lambda W_{11} + Q^{1/2} W_{21} & Q^{1/2} W_{21} (I - \Lambda W_{11})^{-1} \Lambda W_{13} + Q^{1/2} W_{23} \end{bmatrix}, \\ G_{12} &= \begin{bmatrix} (I - \Lambda W_{11})^{-1} \Lambda W_{12} \\ Q^{1/2} W_{21} (I - \Lambda W_{11})^{-1} \Lambda W_{12} + Q^{1/2} W_{22} \end{bmatrix}, \\ G_{21} &= \begin{bmatrix} W_{21} (I - \Lambda W_{11})^{-1} \Lambda W_{11} + W_{12} & W_{21} (I - \Lambda W_{11})^{-1} \Lambda W_{13} + W_{23} \end{bmatrix}, \\ G_{22} &= \begin{bmatrix} W_{21} (I - \Lambda W_{11})^{-1} \Lambda W_{12} + W_{22} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (28)$$

Доказательство утверждения элементарно и здесь не приводится.

Таким образом, решая H_∞ -проблему (22), где весовые коэффициенты выбраны из равенств (26), добиваемся разрешения поставленной задачи 1.

Процедура синтеза

1. Привести уравнения системы (1), (8) к виду (10).
2. Записать уравнения (20) в стандартной форме (27), с учетом (28) и привести эту форму к уравнениям состояния.
3. Решить задачи 2 и 3 H_∞ -управления (22) с учетом (26) и найти передаточную матрицу $K(s)$ регулятора (8).
4. Найти границы гарантируемых допусков на параметры объекта по формулам (19) и найти оценки ошибок регулирования из (9) или из $y_{i,st} \leq \gamma \cdot y_i^*$.
5. Сравнить найденные в п. 4 границы допусков с заданными.
6. Если найденные границы допусков на параметры объекта из (19) не покрывают заданные (3) или найденные границы на ошибки регулирования превышают заданные, то данный метод не дает решения. Однако можно выбрать другие значения номинальных параметров или уменьшить (либо увеличить) желаемые значения ошибок регулирования и повторить синтез с п. 2.

Прокомментируем отдельные шаги этой процедуры. Прежде всего заметим, что вектор регулируемых переменных систем (20), (21), (27) не содержит управляющих воздействий, а помехи измерения также отсутствуют. Значит проблема H_∞ -оптимизации (22) вырождена, решать которую необходимо на основе метода линейных матричных неравенств (LMI) [5–10], реализованного в MATLAB – пакете [15]. В пакете [15] регулятору ставится в соответствие четверка матриц (A_c, B_c, C_c, D_c) , определяющих его уравнения состояния (8). При этом порядок регулятора не превышает порядка объекта – степени полинома $\det L_1(s)$. В п. 3 процедуры сначала определяется минимально возможное значение $\gamma = \gamma_0$ в задаче (22) с помощью функции `hinflmi` (см. подробнее [8]), а затем решается субоптимальная задача (также с помощью `hinflmi`) при $\gamma > \gamma_0$ (при $\gamma = \gamma_0$ часть собственных значений матрицы замкнутой системы (1),(8) оказывается почти на мнимой оси!) и находится $K(s)$.

Пример решения задачи синтеза

Проиллюстрируем эффективность предложенного метода синтеза на примере двухмассовой системы с упругой связью: двух тележек, соединенных пружиной [5, 6, 10]. Модель такой системы описывается уравнениями:

$$\dot{x}_1 = x_3, \quad \dot{x}_2 = x_4, \quad \dot{x}_3 = -qx_1 + qx_2 + u + f, \quad \dot{x}_4 = qx_1 - qx_2, \quad y = x_2, \quad (29)$$

где q – варьируемый параметр (жесткость пружины) с номинальным значением 2; x_1 – координата первой тележки; x_2 – координата 2-ой тележки, измеряемая переменная $y = x_2$; u – управляющее воздействие; f – внешнее возмущение.

Используя уравнения состояния из [5, 10], легко записать уравнения обобщенного объекта (27), (29) в пространстве состояний:

$$\dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u$$

$$z = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u$$

$$y = C_2 x + D_{21} w + D_{22} u,$$

$$\text{где } A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -q & q & 0 & 0 \\ q & -q & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -q & q & 0 & 0 \\ Q^{1/2} \cdot (0 & 1 & 0 & 0) \end{bmatrix}, \quad C_2 = [0 \ 1 \ 0 \ 0],$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{22} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}.$$

С целью сравнения сначала был осуществлен синтез регулятора, разрешающего первую часть задачи 1 (см. раздел 4), когда внешнее возмущение f не принималось во внимание при синтезе. Регулятор имеет вид:

$$K_1(s) = \frac{-201,9 s^3 + 4694 s^2 - 38,36 s - 1,561}{s^4 + 21,84 s^3 + 211,9 s^2 + 1056 s + 2560}.$$

Пусть средний квадрат ошибки по регулируемой переменной не должен превышать $y^* = 1$, а внешнее возмущение ограничено значением $w^* = 1$. Тогда в соответствии с (26) получим значение единственного весового коэффициента при скалярной регулируемой переменной y на структурной схеме рис.4 $q_1 = 1$.

Искомый регулятор, разрешающий задачу 1, имеет вид:

$$K_2(s) = \frac{-8,148 \cdot 10^7 s^3 - 8,676 \cdot 10^7 s^2 - 8,164 \cdot 10^7 s - 2,524 \cdot 10^7}{s^4 + 69,1 s^3 + 1,387 \cdot 10^4 s^2 + 6,525 \cdot 10^5 s + 1,534 \cdot 10^7}.$$

Заметим, что амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) замкнутых систем $|T_{yf}(j\omega)|$ с построенными регуляторами K_1 и K_2 , как видно из рис. 5 а) и рис. 5 б) соответственно, являются монотонно убывающими функциями частоты ω . Поэтому наихудшее возмущение для этих систем ступенчатая функция.

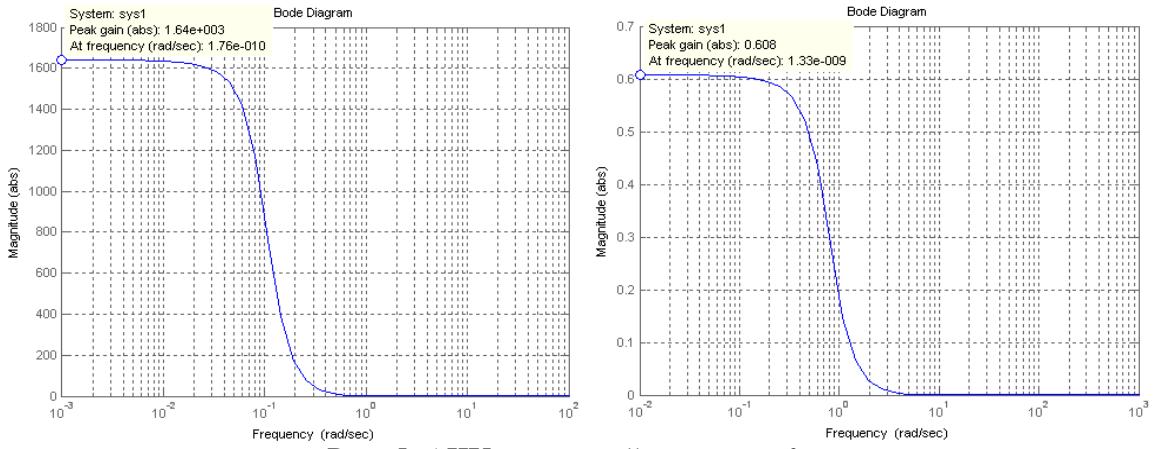


Рис. 5. АЧХ замкнутой системы: $f \rightarrow y$

Переходные процессы по $y(t)$ в замкнутой системе при нулевых начальных условиях и ступенчатом $f = 1(t)$ приведены на рис 6 а) и б) для K_1 и K_2 .

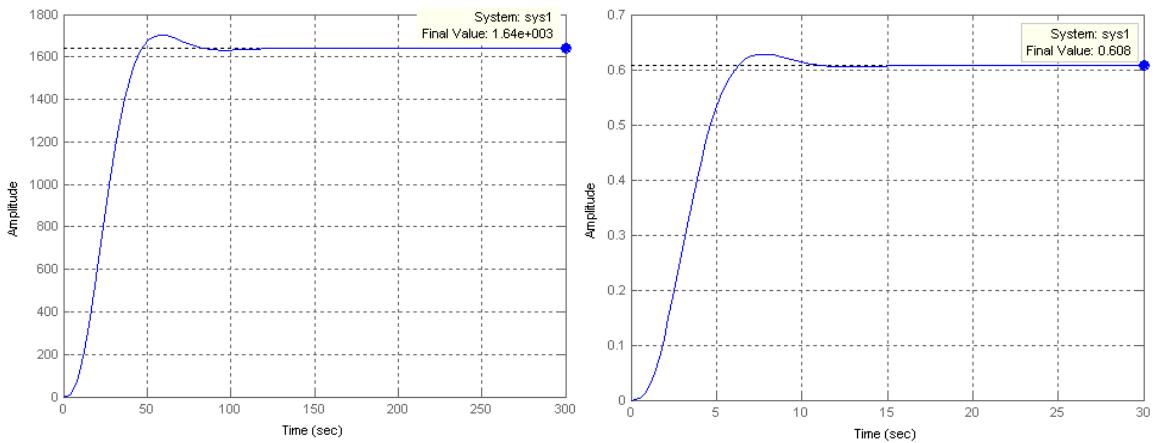


Рис. 6. Реакция замкнутой системы на единичное ступенчатое воздействие

Очевидно, что установившаяся ошибка во втором случае более чем на 3 порядка меньше. При этом время регулирования также на порядок уменьшилось. Это подчеркивает эффективность предложенного подхода к обеспечению заданной точности. Помимо этого было проведено исследование допусков на варьируемый параметр q с номинальным значением 2. При этом гарантируемые границы были найдены по формулам (19), а истинные на основе специфического применения критерия Найквиста к системе рис.1, разомкнутой по переменной \tilde{u} (параметру q , как в [5]) при известном регуляторе. Так как параметр q есть множитель передаточной функции разомкнутой системы (11), то определив точки пересечения годографа Найквиста с вещественной осью найдем истинный интервал устойчивости по q . Ниже в таблице приведены результаты этого исследования: объекта (29), замкнутого регуляторами K_1 и K_2 .

Таблица 1. Результаты анализа системы с полученными регуляторами

Регулятор	K_1	K_2
Значение параметра γ	1,1354	1,1808
Гарантируемые границы робастной устойчивости по параметру q	$0,2385 < q < 3,7615$	$0,3062 < q < 3,6938$
Истинные границы робастной устойчивости по параметру q	$0,1372 < q < 12,928$	$0,171 < q < 8,176$
Запасы устойчивости по модулю и фазе	$L = 0,539 \text{дБ}, \varphi_3 = 5,12^\circ$	$L = 12,2 \text{дБ}, \varphi_3 = 57,2^\circ$

В последней строке таблицы приведены значения запасов устойчивости по модулю L и фазе φ_3 , которые определяются при размыкании замкнутой системы по переменной u (физическому входу объекта) или y (физическому выходу объекта). Здесь надо отметить весьма низкие запасы устойчивости по фазе и модулю, если регулятор строится без учета внешнего возмущения, хотя границы на варьируемый параметр весьма широки. Заметим, что в примере 1 работы [6], наблюдалась совершенно противоположная ситуация: запасы устойчивости на входе (выходе) объекта велики, а малое отклонение параметра q от номинала приводит к неустойчивости. Таким образом, явно видна необходимость метода синтеза робастного регулятора, который бы учитывал не только возможные конечные отклонения физических параметров от расчетных, но и заданные запасы устойчивости по фазе и коэффициенту усиления (модулю) на входе (выходе) объекта. Однако, это предмет дальнейших исследований.

Заключение

В работе представлено одно из решений задачи робастной стабилизации при параметрической неопределенности с учетом действия внешних возмущений. Отметим некоторые преимущества предложенного подхода перед известными:

Рассматриваются отклонения физических параметров от расчетных.

Ясные инженерные критерии: показатель колебательности и радиус установившегося состояния замкнутой системы.

Сведение процедуры синтеза в конечном счете к стандартной проблеме H_∞ -оптимизации (субоптимизации) парирования внешних возмущений.

Для решения задачи имеется готовое богатое программное обеспечение [15].

Порядок регулятора, получаемого в результате задачи синтеза не превышает порядка исходного физического объекта управления, что важно для практических приложений.

Список литературы:

1. Ackermann J. Robust control: system with uncertain physical parameters. London: Springer. 1993. 483 P.
2. Barmish B.R. New tools for robustness of linear systems. New York: Macmillan. 1994. 394 P.
3. Bhattacharyya S.P., Keel L.A., Chapellat H. Robust control: the parametric approach. Hertfordshire: Prentice Hall. 1995. 647 P.
4. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 С.

5. Честнов В.Н. Синтез робастных регуляторов многомерных систем при параметрической неопределенности на основе круговых частотных неравенств // Автоматика и Телемеханика. 1999. №3. С. 229–238.
6. Честнов В.Н. Синтез регуляторов многомерных систем по заданному радиусу запасов устойчивости на базе процедуры H_{∞} -оптимизации // Автоматика и Телемеханика. 1999. №7. С. 100–109.
7. Агафонов П.А., Честнов В.Н. Синтез регуляторов по заданному радиусу запасов устойчивости с учетом внешних возмущений на основе H_{∞} -подхода // Автоматика и Телемеханика. 2004. №10. С. 101–108.
8. Честнов В.Н. Синтез H_{∞} -регуляторов многомерных систем заданной точности и степени устойчивости // Автоматика и Телемеханика. 2011. №10.
9. С. 170–185.
10. Честнов В.Н. Подход к задаче синтеза допусков на параметры линейных многомерных систем // Известия РАН. Теория и системы управления. 1995. №2. С. 72–79.
11. Честнов В.Н. H_{∞} -подход к синтезу регуляторов при параметрической неопределенности и полигармонических внешних возмущениях // Автоматика и Телемеханика. 2015. №6. С. 112–127.
12. Честнов В.Н. Синтез многомерных систем заданной точности по среднеквадратичному критерию. Автоматика и Телемеханика. 1998. № 12. С. 109–117.
13. Воронов А.А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. М.: Наука, 1979. 336 С.
14. Doyle J.C., Stein G. Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis // IEEE Transaction on Automatic Control. 1981. Vol. AC- 26, № 1. P. 4–16.
15. The Control Handbook / Editor W.S. Levine. IEEE Press, 1996. 1548 P.
16. Balas G.J., Chiang R.Y., Packard A., et al. Robust Control Toolbox 3. User's guide/ Natick (Mass.). The MathWorks, Inc., 2010. 178 P.

Ульянина Юлия Александровна¹, Львов Алексей Арленович¹, Светлов Михаил
Семенович², Афанасьев Михаил Юрьевич¹

¹Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.

²Институт проблем точной механики и управления РАН

СИНТЕЗ КРИТЕРИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ МОДЕЛЕЙ ИНФОРМАЦИОННЫХ КАНАЛОВ

В статье синтезирован критерий эффективности моделей недвоичных (K -ичных) информационных каналов (ИК) как совокупности каналов связи (КС), кодирующих и декодирующих устройства, учитывающий новый вариант геометрической интерпретации метрики K -ичных кодовых множеств. Сделаны выводы о том, что наиболее эффективной, в плане данного критерия, является двухкаскадная модель общего типа. Двухкаскадные модели с ошибками трансформации и стирания эффективнее аналогичных классических моделей при наиболее распространенных значениях основания кодового канального алфавита.

Ключевые слова: математическая модель, критерий эффективности, параметр эффективности, информационный канал, канал связи.

Ulyanina Y.A., L'vov A.A., Svetlov M.S., Afanasyev M.Y.

SYNTHESIS MODELS CRITERIA OF EFFICIENCY OF INFORMATION CHANNELS

The paper synthesized the efficiency criterion of non-binary (K -ary) models of information channels as a set of communication channels, encoders and decoders, taking into account the new version of the geometric interpretation of the metric K -ary code sets. The conclusion is made that the most effective, in terms of this criterion, is the two-stage model of the general type. A two-stage model with errors transformation and effectively erasing similar classical models at the most common values of the base code of the channel alphabet.

Keywords: mathematical model, criterion of efficiency, parameter of efficiency, information channel, communication channel.

Введение.

Одной из основных задач синтеза цифровых систем передачи информации (ЦСПИ) является разработка методов и алгоритмов повышения их эффективности, в первую очередь, за счет повышения эффективности ИК. В связи со сложностью исследования реальных недвоичных ИК как стохастических структур их синтез и анализ целесообразно осуществлять с использованием математического моделирования.

Для современных ЦСПИ наиболее характерны модели дискретных КС, в частности кодовых [1–4]. Как показал анализ, известные варианты геометрической интерпретации метрик таких математических моделей не позволяют в полной мере реализовать потенциальную помехоустойчивость K -ичных кодов. В работе [5] предложен вариант геометрической интерпретации метрики недвоичных кодовых множеств, позволяющий реализовать в более полной мере их потенциальную помехоустойчивость. В [6] разработаны математические модели K -ичных ИК (K -каналов), учитывающие особенности предложенного варианта метрики недвоичных кодов. Для оценки и сравнения эффективности таких моделей K -каналов и известных вариантов моделей КС

целесообразно использование соответствующего критерия. В работах [7–10] предложены критерии эффективности КС, однако для моделей K -каналов их применение не дает качественных результатов.

Целью настоящей работы является синтез критерия эффективности K -каналов, учитывающего метрические особенности K -ичных кодов.

Двухкаскадная математическая модель K -канала.

В [6] предложена математическая модель несимметричного K -канала общего типа (с ошибками трансформации и стирания) в виде двух последовательно соединенных моделей каналов A и B , в каждом из которых возможны лишь однократные ошибки. Эта модель соответствует последовательному синхронному канальному интерфейсу (без учета канальных задержек). Граф переходных вероятностей и уравнения такой математической модели приведены на рис. 1.

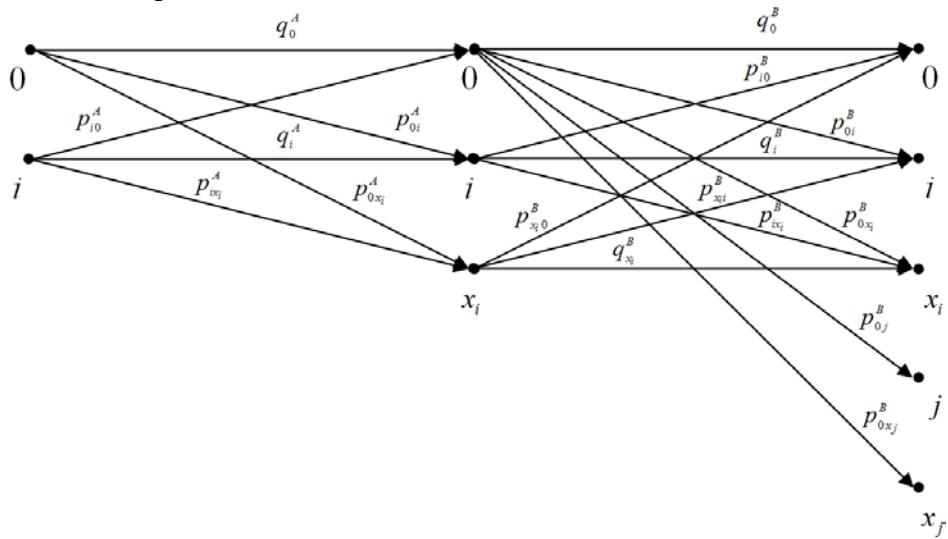


Рис. 1. Двухкаскадная математическая модель несимметричного K -канала общего типа

$$\left. \begin{aligned} & q_0^A \left(q_0^B + \sum_{i=1}^{K-1} (p_{0i}^B + p_{0x_i}^B) \right) + \sum_{i=1}^{K-1} p_{0i}^A (q_i^B + p_{i0}^B + p_{ix_i}^B) + \sum_{i=1}^{K-1} p_{0x_i}^A (q_{x_i}^B + p_{x_i0}^B + p_{x_i x_j}^B) = 1, \\ & q_i^A \left(q_i^B + p_{i0}^B + p_{ix_i}^B \right) + p_{i0}^A \left(q_0^B + p_{0i}^B + p_{0x_i}^B + \sum_{j=1}^{K-1} (p_{0j}^B + p_{0x_j}^B) \right) + p_{ix_i}^A (q_{x_i}^B + p_{x_i0}^B + p_{x_i x_j}^B) = 1, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$i, j \in \overline{1, K-1}, \quad i \neq j.$$

На рис. 1 обозначено: q_0^A , q_0^B (q_i^A , q_i^B) – вероятности правильного приема нулевых (токовых) символов в каналах A и B , соответственно; p_{0i}^A , p_{0i}^B (p_{i0}^A , p_{i0}^B) – вероятности возникновения одиночных ошибок трансформации на разрядах, занятых нулевыми (токовыми) символами, в каналах A и B , соответственно; $p_{0x_i}^A$, $p_{0x_i}^B$ ($p_{ix_i}^A$, $p_{ix_i}^B$; $p_{x_i0}^B$, $p_{x_i0}^A$) – вероятности возникновения одиночных ошибок стирания на разрядах, занятых нулевыми (токовыми; «стертыми») символами, в каналах A и B , соответственно; $q_{x_i}^B$ – вероятность правильного приема символа стирания в канале B .

Из математической модели, представленной на рис. 1, легко получить модели для частных случаев K -каналов: математические модели K -каналов с ошибками только трансформации (без ошибок стирания) и только стирания (без ошибок трансформации). Для этого в первом случае необходимо приравнять вероятности возникновения всех ошибок стирания нулю, а во втором – приравнять нулю вероятности возникновения всех ошибок трансформации.

Представленная математическая модель базируется на утверждении о том, что метрически в кодовом канальном алфавитном пространстве ненулевые символы (включая символы стирания) расположены вдвое дальше друг от друга, чем от нулевого символа. Такая математическая модель позволяет более качественно оценить статистику несимметричных K -каналов и, следовательно, повысить эффективность ИК и ЦСПИ в целом, в частности с точки зрения обеспечения повышенных показателей по достоверности передачи информации за счет возможности увеличения корректирующей способности кодов в K -каналах.

Критерий и параметры эффективности моделей ИК.

Подробный анализ математических моделей ИК позволил предложить многопараметрический относительный критерий эффективности, количественно характеризующийся нормированным коэффициентом эффективности η :

$$\eta = \prod_{i=1}^m \eta_i^{a_i}. \quad (2)$$

В формуле (1) i – вид критериального параметра (далее – параметра); m – число используемых параметров разного вида; η_i – коэффициент эффективности по i -му параметру; a_i – весовой коэффициент по i -му параметру, учитывающий значимость («вес») каждого i -го параметра в общем значении коэффициента эффективности.

Каждый коэффициент эффективности по конкретному (i -му) параметру вычисляется по формуле:

$$\eta_i = Q_i / Q_{i \max}. \quad (3)$$

В формуле (3) $Q_{i \max}$ и Q_i – максимально возможное и расчетное для исследуемого варианта модели значения i -го параметра.

Анализ математических моделей различных вариантов K -каналов, симметричных и несимметричных, с ошибками трансформации, стирания, с ошибками произвольного вида (общего типа) позволил выбрать в качестве показателей эффективности три параметра ($m = 3$):

параметр, отражающий количество состояний модели ($i = 1$);

параметр, отражающий корректирующую способность кода при исследуемом варианте модели канала ($i = 2$);

параметр, отражающий число вариантов ошибок, которые могут быть скорректированы при исследуемой модели канала ($i = 3$).

Рассмотрим эти параметры и определим для каждого из них коэффициенты эффективности η_i

Параметр, отражающий количество состояний модели.

Как следует из рассмотрения математической модели (1), двухкаскадная модель несимметричного K -канала общего типа имеет K входов и по $(2K - 1)$ выходов каналов A и B . Таким образом, общее количество всех возможных состояний такой модели определяется выражением:

$$Q_{1 \max} = N_{\text{сост. max}} = K(2K - 1)^2. \quad (4)$$

Число $Q_1^H = N_{\text{сост.}}^H$ состояний, реально отображаемых двухкаскадной моделью (новой – H) общего типа, рассчитывается по данным таблицы 1:

Таблица 1. Количество состояний двухкаскадной модели общего типа

Канал А	Канал В									
		q_0^B	q_i^B	$q_{x_i}^B$	p_{0i}^B	p_{i0}^B	$p_{0x_i}^B$	$p_{ix_i}^B$	$p_{x_i0}^B$	$p_{x_i}^B$
q_0^A	1	—	—	(K-1)	—	(K-1)	—	—	—	—
q_i^A	—	(K-1)	—	—	(K-1)	—	(K-1)	—	—	—
p_{0i}^A	—	(K-1)	—	—	(K-1)	—	(K-1)	—	—	—
p_{i0}^A	(K-1)	—	—	(K-1) ²	—	(K-1) ²	—	—	—	—
$p_{0x_i}^A$	—	—	(K-1)	—	—	—	—	(K-1)	(K-1)	—
$p_{ix_i}^A$	—	—	(K-1)	—	—	—	—	(K-1)	(K-1)	—

$$N_{\text{сост}}^{\text{H}} = 2K^2 + 11K - 12. \quad (5)$$

Коэффициент эффективности $\eta_1^{\text{H}} = \eta_N^{\text{H}}$ по параметру числа состояний модели на основании формул (4) и (5) запишется в виде:

$$\eta_N^{\text{H}} = \frac{2K^2 + 11K - 12}{K(2K - 1)^2}. \quad (6)$$

Число $Q_1^{\text{H,тр}} = N_{\text{сост}}^{\text{H,тр}}$ состояний, реально отображаемых двухкаскадной моделью только с ошибками трансформации, рассчитывается по данным таблицы 2:

Таблица 2. Количество состояний двухкаскадной модели с ошибками трансформации

Канал А	Канал В				
		q_0^B	q_i^B	p_{0i}^B	p_{i0}^B
q_0^A	1	—	(K-1)	—	—
q_i^A	—	(K-1)	—	(K-1)	—
p_{0i}^A	—	(K-1)	—	(K-1)	—
p_{i0}^A	(K-1)	—	(K-1) ²	—	—

$$N_{\text{сост}}^{\text{H,тр}} = K^2 + 4K - 4. \quad (7)$$

Коэффициент эффективности $\eta_1^{\text{H,тр}} = \eta_N^{\text{H,тр}}$ по параметру числа состояний модели в соответствии с формулами (4) и (7) определится выражением:

$$\eta_N^{\text{H,тр}} = \frac{K^2 + 4K - 4}{K(2K - 1)^2}. \quad (8)$$

Число $Q_1^{\text{H,ст}} = N_{\text{сост}}^{\text{H,ст}}$ состояний, реально отображаемых двухкаскадной моделью только с ошибками стирания, рассчитывается по данным таблицы 3:

Таблица 3. Количество состояний двухкаскадной модели с ошибками стирания

Канал A	Канал B							
		q_0^B	q_i^B	$q_{x_i}^B$	$P_{0x_i}^B$	$P_{ix_i}^B$	$P_{x_i0}^B$	$P_{x_i}^B$
	q_0^A	1	—	—	(K-1)	—	—	—
	q_i^A	—	(K-1)	—	—	(K-1)	—	—
	$P_{0x_i}^A$	—	—	(K-1)	—	—	(K-1)	(K-1)
$P_{ix_i}^A$	—	—	(K-1)	—	—	(K-1)	(K-1)	

$$N_{\text{сост}}^{\text{H.ct}} = 9K - 8. \quad (9)$$

Коэффициент эффективности $\eta_1^{\text{H.ct}} = \eta_N^{\text{H.ct}}$ по параметру числа состояний модели на основании формул (4) и (9) примет вид:

$$\eta_N^{\text{H.ct}} = \frac{9K - 8}{K(2K - 1)^2}. \quad (10)$$

Число $Q_1^x = N_{\text{сост}}^x$ состояний, реально отображаемых классической моделью (моделью по Хеммингу – x) общего типа, рассчитывается по данным таблицы 4:

Таблица 4. Количество состояний классической модели общего типа

q_0	q_i	p_{0i}	p_{i0}	p_{0x_i}	p_{ix_i}	p_{ij}	p_{ix_j}
1	(K-1)	(K-1)	(K-1)	(K-1)	(K-1)	(K-1) (K-2)	(K-1) (K-2)

$$N_{\text{сост}}^x = K(2K - 1). \quad (11)$$

Коэффициент эффективности $\eta_1^x = \eta_N^x$ по параметру числа состояний модели на базе формул (4) и (11) определится выражением:

$$\eta_N^x = \frac{1}{2K - 1}. \quad (12)$$

Числа $Q_1^{\text{x.tp}} = N_{\text{сост}}^{\text{x.tp}}$ и $Q_1^{\text{x.ct}} = N_{\text{сост}}^{\text{x.ct}}$ отображаемых состояний классической модели с ошибками только трансформации и только стирания вычисляются по таблицам 5 и 6, соответственно:

Таблица 5. Количество состояний двухкаскадной модели с ошибками трансформации

q_0	q_i	p_{0i}	p_{i0}	p_{ij}
1	(K-1)	(K-1)	(K-1)	(K-1) (K-2)

Таблица 6. Количество состояний двухкаскадной модели с ошибками стирания

q_0	q_i	p_{0x_i}	p_{ix_i}	p_{ix_j}
1	(K-1)	(K-1)	(K-1)	(K-1) (K-2)

$$N_{\text{сост}}^{\text{x.tp}} = N_{\text{сост}}^{\text{x.ct}} = K^2. \quad (13)$$

Коэффициенты эффективности $\eta_1^{x, \text{тр}} = \eta_N^{x, \text{тр}}$ и $\eta_1^{h, \text{ст}} = \eta_N^{h, \text{ст}}$ по параметру числа состояний моделей на основании формул (4) и (13) определяются выражением:

$$\eta_N^{x, \text{тр}} = \eta_N^{h, \text{ст}} = \frac{K^2}{(2K - 1)^2}. \quad (14)$$

На рис.2 приведены графики зависимостей коэффициентов эффективности $\eta_N = \eta_N(K)$, рассчитанные по формулам (6), (8), (10), (12), (14). Как видно из графиков, параметры, отражающие количество состояний двухкаскадных моделей, для наиболее распространенных оснований канальных алфавитов существенно выше соответствующих параметров классических моделей.

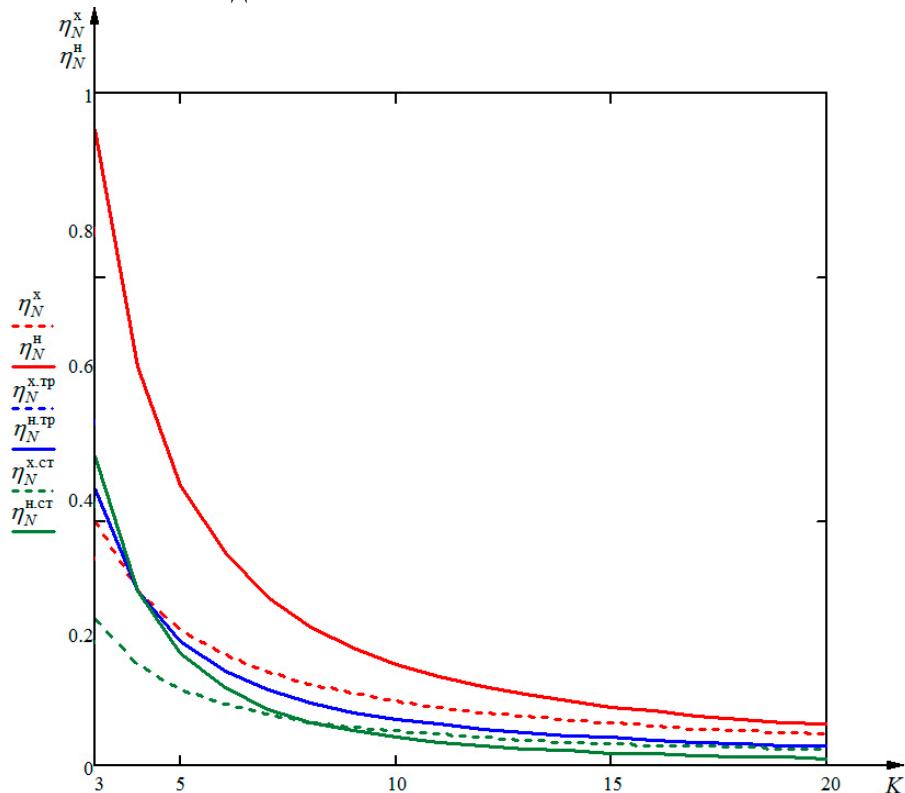


Рис. 2. Графики зависимостей $\eta_N = \eta_N(K)$ для различных вариантов двухкаскадных и классических моделей

Параметр, отражающий корректирующую способность кода.

Как известно, корректирующая способность кода зависит от его избыточности, а кратности обнаруживаемых и/или исправляемых ошибок различного типа количественно определяются значением d_{min} минимального кодового расстояния рабочего кодового множества. В соответствии с предложенным вариантом геометрической интерпретации метрики K -ичного кода максимально возможное значение минимального кодового расстояния $(d_{min})_{max}$ достигается в n -разрядном коде без использования нулевого сигнального признака при несовпадении символов всех n разрядов:

$$Q_{2max} = (d_{min})_{max} = 2n. \quad (15)$$

Пусть n_{nc} – число несовпадающих разрядов и $P_0, P_1, P_2, \dots, P_{K-1}$ – вероятности соответствующих символов в канальном алфавите. В этом случае вероятности $P_{0i} = P_{i0}$ несовпадения нулевых символов с ненулевыми для любых вариантов исследуемых моделей записывается в виде:

$$P_{0i} = 2P_0 \sum_{i=1}^{K-1} P_i. \quad (16)$$

Вероятности $P_{ij}^x = P_{ji}^x$ несовпадения ненулевых символов для классических моделей, т.е. по Хеммингу, определяются по формуле:

$$P_{ij}^x = 2 \sum_{\substack{i=1 \\ j=2 \\ i < j}}^{K-1} P_i P_j. \quad (17)$$

Следовательно, в целом вероятность P_{nc}^x несовпадения символов записывается в виде суммы P_{0i} и P_{ij}^x . Складывая (16) и (17), получим:

$$P_{nc}^x = 2 \left[P_0 \sum_{i=1}^{K-1} P_i + \sum_{\substack{i=1 \\ j=2 \\ i < j}}^{K-1} P_i P_j \right]. \quad (18)$$

В соответствии с формулой (18) число $Q_2^x = n_{nc}^x$ несовпадающих разрядов и, следовательно, минимальное кодовое расстояние d_{min}^x определяются как:

$$d_{min}^x = n_{nc}^x = P_{nc}^x n = 2n \left[P_0 \sum_{i=1}^{K-1} P_i + \sum_{\substack{i=1 \\ j=2 \\ i < j}}^{K-1} P_i P_j \right]. \quad (19)$$

Аналогично для двухкаскадных, т.е. новых, моделей:

$$\left. \begin{aligned} P_{ij}^H &= 4 \sum_{\substack{i=1 \\ j=2 \\ i < j}}^{K-1} P_i P_j; \quad P_{nc}^H = 2 \left[P_0 \sum_{i=1}^{K-1} P_i + 2 \sum_{\substack{i=1 \\ j=2 \\ i < j}}^{K-1} P_i P_j \right]; \\ Q_2^H &= d_{min}^H = P_{nc}^H n = 2n \left[P_0 \sum_{i=1}^{K-1} P_i + \sum_{\substack{i=1 \\ j=2 \\ i < j}}^{K-1} P_i P_j \right]. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Коэффициенты эффективности $\eta_2^x = \eta_d^x$ и $\eta_2^H = \eta_d^H$ по параметру корректирующей способности кода для моделей по Хеммингу и новой, соответственно, на основании формул (15) и (19), (20) записываются в виде:

$$\eta_2^x = \eta_d^x = P_0 \sum_{i=1}^{K-1} P_i + \sum_{\substack{i=1 \\ j=2 \\ i < j}}^{K-1} P_i P_j ; \quad \eta_2^h = \eta_d^h = P_0 \sum_{i=1}^{K-1} P_i + 2 \sum_{\substack{i=1 \\ j=2 \\ i < j}}^{K-1} P_i P_j . \quad (21)$$

Для большинства каналов символы канального алфавита равновероятны:

$$P_0 = P_1 = \dots = P_{K-1} = P(K) = \frac{1}{K} . \quad (22)$$

Для таких случаев с учетом формул (19), (20) и условия (22) будем иметь:

$$d_{\min}^h[P(K)] = 2n \frac{(K-1)^2}{K^2} ; \quad d_{\min}^x[P(K)] = 2n \frac{K(K-1)}{2K^2} ; \quad (23)$$

$$\eta_d^h[P(K)] = \frac{(K-1)^2}{K^2} ; \quad \eta_d^x[P(K)] = \frac{K(K-1)}{2K^2} . \quad (24)$$

В качестве примера на рис. 3 приведены графики зависимостей минимального кодового расстояния от числа разрядов при различных значениях K и равновероятных канальных алфавитных символах для двухкаскадных и классических моделей, вычисленные по формулам (23).

Как видно из графиков, значения минимального кодового расстояния для двухкаскадных моделей существенно выше соответствующих значений для классических моделей. Следовательно, для предложенных вариантов моделей существенно возрастает корректирующая способность кодов по обнаружению и/или исправлению ошибок трансформации и/или стирания.

На рис. 4 приведены графики зависимостей коэффициентов эффективности по параметру корректирующей способности кода от K для двухкаскадных и классических моделей при равновероятных канальных алфавитных символах, вычисленные по формулам (24).

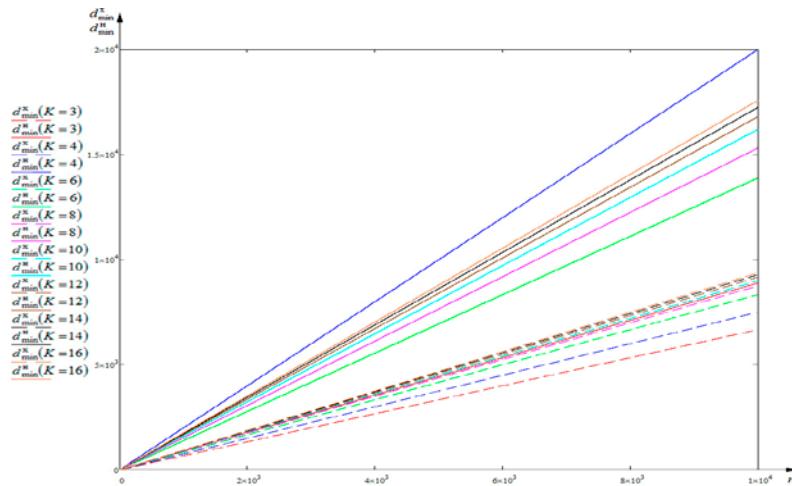


Рис 3. Графики зависимостей $d_{\min}[P(K)] = d_{\min}(n)$ для различных вариантов двухкаскадных и классических моделей

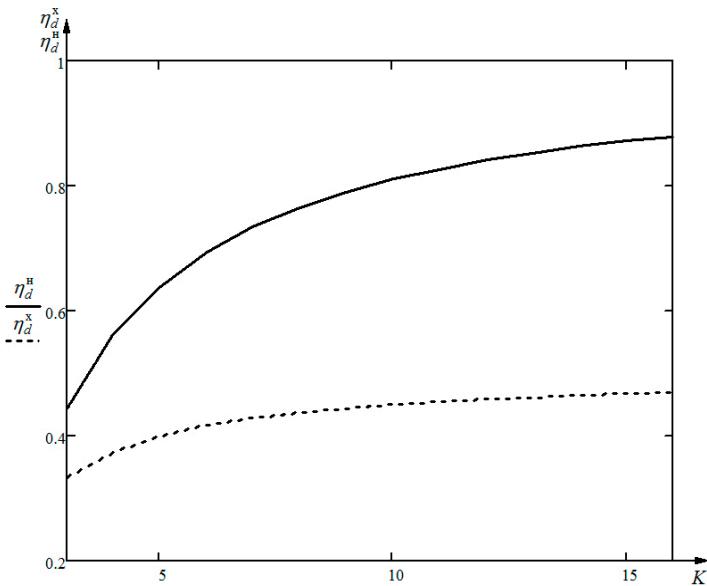


Рис 4. Графики зависимостей $\eta_d^x[P(K)] = \eta_d^x(K)$ для различных вариантов двухкаскадных и классических моделей

Из графиков следует, что, по сравнению с классическими, предложенные варианты моделей обладают повышенной эффективностью по параметру корректирующей способности.

Параметр, отражающий число вариантов ошибок, которые могут быть скорректированы.

В соответствии с формулой (4) полное число состояний для двухкаскадной модели общего типа определяется как $N_{\text{сост. max}} = K(2K - 1)^2$. Максимальное количество состояний при наличии ошибок определится:

$$Q_3^{\text{max}} = N_{\text{er. max}} = K(2K - 1)^2 - K = K[(2K - 1)^2 - 1] = 4K^2(K - 1). \quad (25)$$

Число состояний для двухкаскадной модели общего типа определяется формулой (5), а значение $Q_3^{\text{H}} = N_{\text{er}}^{\text{H}}$ числа ошибок, которые могут быть скорректированы, определится как:

$$N_{\text{er}}^{\text{H}} = 2K^2 + 11K - 12 - K = 2K^2 + 10K - 12 - K = 2(K - 1)(K + 6). \quad (26)$$

Коэффициент эффективности $\eta_3^{\text{H}} = \eta_{\text{er}}^{\text{H}}$ по параметру числа вариантов ошибок, которые могут быть скорректированы, на основании формул (25) и (26) запишется в виде:

$$\eta_{\text{er}}^{\text{H}} = \frac{K + 6}{2K^2}. \quad (27)$$

Аналогично вычисляя $\eta_3^{\text{H. tp}} = \eta_{\text{er}}^{\text{H. tp}}$ и $\eta_3^{\text{H. ст}} = \eta_{\text{er}}^{\text{H. ст}}$ для двухкаскадных моделей, соответственно, с ошибками только трансформации и только стирания, получим:

$$\eta_{\text{er}}^{\text{H. tp}} = \frac{K + 4}{4K^2}; \quad (28)$$

$$\eta_{\text{er}}^{\text{H. ст}} = \frac{2}{K^2}. \quad (29)$$

Для варианта классической модели с ошибками трансформации и стирания коэффициент $\eta_3^{\text{x}} = \eta_{\text{er}}^{\text{x}}$ рассчитывается по формуле:

$$\eta_{\text{er}}^{\text{x}} = \frac{1}{2K}. \quad (30)$$

Для классических моделей с ошибками только трансформации и только стирания получим:

$$\eta_{er}^{x, \text{tp}} = \eta_{er}^{x, \text{ct}} = \frac{1}{4K}. \quad (31)$$

На рис. 5 приведены зависимости коэффициентов η_{er} от K для различных вариантов двухкаскадных и классических моделей, построенные по формулам (27) – (31).

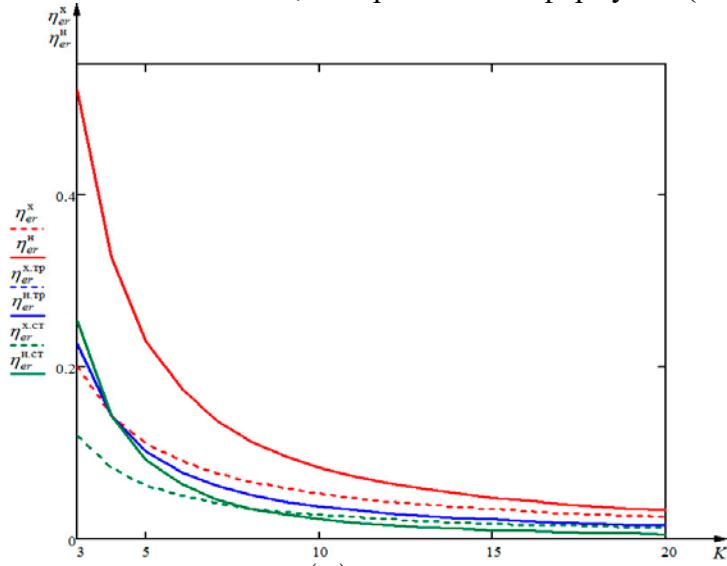


Рис. 5. Графики зависимостей $\eta_{er} = \eta_{er}(K)$ для различных вариантов двухкаскадных и классических моделей

Как видно из графиков, по параметру, отражающему число вариантов ошибок, которые могут быть скорректированы, для наиболее распространенных оснований канальных алфавитов двухкаскадные модели оказываются эффективнее классических.

Результаты расчетов коэффициента эффективности моделей К-каналов.

В соответствии с формулой (1) и с учетом обозначений $a_1=\alpha$, $a_2=\beta$, $a_3=\gamma$ формула коэффициента эффективности по рассматриваемому критерию в окончательном виде запишется:

$$\eta = \eta_N^\alpha \cdot \eta_d^\beta \cdot \eta_{er}^\gamma. \quad (32)$$

На рис. 6 приведены расчетные зависимости коэффициента эффективности η от K для разных вариантов двухкаскадных и классических моделей при весовых коэффициентах $\alpha=\beta=\gamma=1$ с использованием выше приведенных формул и значений коэффициентов эффективности η_1 , η_2 и η_3 .

Из приведенных графиков видно, что наиболее эффективной, в плане данного критерия, является двухкаскадная модель общего типа. Двухкаскадные модели с ошибками трансформации и стирания эффективнее аналогичных классических моделей при наиболее распространенных значениях основания канального алфавита ($K < 10$).

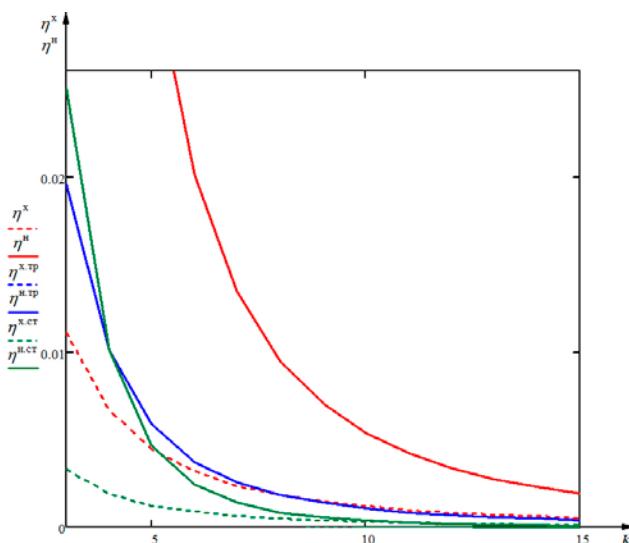


Рис 6. Графики зависимостей $\eta = \eta(K)$ для различных вариантов двухкаскадных и классических моделей

Заключение.

Таким образом, основным результатом работы является синтезированный критерий эффективности моделей K -каналов, учитывающий предложенный вариант геометрической интерпретации метрики K -ичных кодовых множеств. Он позволяет более адекватно, по сравнению с известными критериями, оценить сравнительную эффективность моделей K -каналов различного вида и рекомендовать наиболее эффективные, в смысле предложенного критерия, к использованию при синтезе аналогичных моделей и на их основе реальных K -каналов.

Список литературы:

1. Adoul, J-P.A. A critical statistic for channels with memory / J-P.A. Adoul, B.D. Fritchman, L.N. Kanal // IEEE Transactions on Information Theory, 1972. – № 18.
2. Murthy, D.N.P. Models / D.N.P. Murthy, M. Xie, R.W. Jiang. – John Wiley & Sons Ltd., 2007.
3. Марков, А.А. Комбинаторно-алгебраические методы в прикладной математике / А.А. Марков. – Горький, 1986. – 210 с.
4. Гильберт, Д. Избранные труды. Т1. Теория инвариантов. Теория чисел. Алгебра. Геометрия. Основания математики / Д. Гильберт. – М.: Факториал, 1998. – 575 с.
5. Ульянин, Ю.А. Оценка основных характеристик недвоичных ПСП-кодов / А.А. Львов, М.С. Светлов, Ю.А. Ульянин // ATM-2013: сб. трудов III Междунар. науч. конф.: в 2 т. / под ред. А.А. Львова и М.С. Светлова. – Саратов: Издательский Дом «Райт-Экспо», 2013. – Т. 2. – С. 44-53.
6. Ульянин, Ю.А. Математическая модель K -ичных каналов / Н.А. Львова, М.С. Светлов, Ю.А. Ульянин // САІУ-2013: матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції. – Запоріжжя : Класичний приватний університет, 2013. – С. 155-157.
7. Радиотехнические системы передачи информации / В.А. Борисов [и др.]. – М.: Радио и связь, 1990. – 304 с.
8. Теория передачи сигналов / А.Г. Зюко [и др.]. – М.: Радио и связь, 1986. – 304 с.
9. Теория электрической связи: учеб. для вузов / А.Г. Зюко [и др.]. – М.: Радио и связь, 1999. – 432 с.
10. Панфилов, И.П. Теория электрической связи / И.П. Панфилов, В.Е. Дырда. – М.: Радио и связь, 1991. – 344 с.

Уткин Михаил Александрович, Федоров Михаил Степанович

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»

СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С НАБЛЮДАЮЩИМ УСТРОЙСТВОМ В КОНТУРЕ УПРАВЛЕНИЯ

Статья посвящена вопросам использования наблюдающего устройства при синтезе нелинейного закона управления. Если для нелинейной динамической системы существуют канонические формы управляемости и наблюдаемости, то можно найти закон управления, обеспечивающий устойчивость замкнутой системы. Доказательство этого утверждения основывается на прямом методе Ляпунова.

Ключевые слова: закон управления, асимптотическая устойчивость, аффинные управляемые динамические системы, канонические формы, вектор состояния, наблюдающие устройства.

Utkin M.A., Fedorov M.S.

SYNTHESIS OF NONLINEAR SYSTEMS WITH OBSERVER IN THE CONTROL LOOP.

This paper is devoted to observer usage in nonlinear control law synthesis. If there exists canonical controllability and observer forms for nonlinear dynamic system, then stabilization control law for closed loop system can be found. The proof of this proposition is based on direct Lyapunov method.

Keywords: controls, asymptotic stability, affine controlled dynamic systems, the canonical form, the state vector, observers.

Одним из направлений, применяемым при решении задач управления нелинейными динамическими процессами, является использование канонических форм представления математических моделей систем. Канонические формы могут применяться для исследования множеств управляемости и наблюдаемости; синтеза терминального, модального и адаптивного алгоритмов управления; конструирования алгоритмов восстановления неизмеряемых координат вектора состояния (наблюдающих устройств). Конструированию наблюдающих устройств с использованием канонических форм посвящены работы [1], [2]. Однако в них не рассматривается применение наблюдающего устройства в контуре управления системы и, следовательно, не доказывается устойчивость замкнутой системы, включающей в себя закон управления и наблюдающее устройство.

Рассмотрим проблему использования оценки вектора состояния в стабилизирующем законе управления для аффинной управляемой динамической системы [3]

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u, \\ y &= h(x),\end{aligned}\tag{1}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния; $u \in \mathbb{R}^1$ – управление; $y \in \mathbb{R}^1$ – выход; $h(x) \in \mathbb{R}^1$ – гладкая нелинейная функция; $f(x)$ и $g(x) \in \mathbb{R}^n$ – гладкие векторные поля.

Предположим, что для системы (1) в некоторой открытой области $D \in \mathbb{R}^n$ пространства состояний существует отображение $z = \gamma(x)$ в каноническую форму управляемости [4]-[5]

$$\begin{aligned}\dot{z} &= A_0 z + B_0(\eta_1(z) + \eta_2(z)u), \\ y &= h(g(x)) = \tilde{h}(z),\end{aligned}\tag{2}$$

где $z \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния; $\eta_1(z) \in \mathbb{R}^1$ и $\eta_2(z) \in \mathbb{R}^1$ – гладкие функции. Матрицы $A_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ и $B_0 \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ имеют следующий вид

$$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \quad B_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

В [6] показано, что закон управления

$$u = \eta_2^{-1}(z)(-Kz - \eta_1(z))\tag{3}$$

приводит эквивалентную систему (2) к линейному виду

$$\dot{z} = (A_0 - B_0 K)z,$$

асимптотическая устойчивость которой полностью определяется коэффициентами обратной связи $K \in \mathbb{R}^{1 \times n}$.

Предположим также, что для системы (1) в открытой области $D \in \mathbb{R}^n$ пространства состояний существует отображение $V = \phi(x)$ в каноническую форму наблюдателя [1]

$$\begin{aligned}\dot{v} &= A_0 v + a(y) + b(y)u, \\ y &= C_0 v,\end{aligned}\tag{4}$$

где $v \in \mathbb{R}^n$ – преобразованный вектор состояния; $a(y) \in \mathbb{R}^n$ – гладкое векторное поле, зависящее только от выходной переменной системы. Вектор параметров $C_0 \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ для систем с одним выходом имеет вид $C_0 = (10 \dots 00)$.

Отображения $z = \gamma(x)$ и $v = \phi(x)$ в области $D \in \mathbb{R}^n$ взаимосвязаны следующим образом

$$\begin{aligned}z &= \gamma(x) = \gamma(\phi^{-1}(v)) = \xi(v), \\ v &= \phi(x) = \phi(\gamma^{-1}(z)) = \mu(z).\end{aligned}$$

В [1], [2] показано, что если нелинейная система (1) представима в канонической форме (4), то для нее можно построить наблюдающее устройство

$$\begin{aligned}\dot{p} &= A_0 p + a(y) + b(y)u + L(y - C_0 p), \\ \hat{x} &= \phi^{-1}(p),\end{aligned}\tag{5}$$

где $p \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния наблюдателя, $L_0 \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ – вектор коэффициентов обратной связи. Ошибка восстановления вектора состояния $e = v - p$ наблюдающим устройством при соответствующем выборе L_0 является асимптотически устойчивой и задается уравнением

$$\dot{e} = (A_0 - LC_0)e.$$

Рассмотрим проблему использования оценки вектора состояния, полученную с наблюдающего устройства (5), в законе управления (3).

Утверждение. Если нелинейная система (1)

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad y = h(x)$$

преобразуема в каноническую форму управляемости (2) и каноническую форму наблюдателя (4), то для нее можно построить закон управления

$$u = \eta_2^{-1}(\xi(p))(-K\xi(p) - \eta_1(\xi(p))),$$

в котором в качестве вектора состояния используется его оценка, получаемая с наблюдающего устройства

$$\dot{p} = A_0 p + a(y)u + L(y - C_0 p).$$

При этом можно выбрать коэффициенты обратных связей K и L , такие, что замкнутая система будет асимптотически устойчива.

Доказательство. Уравнения системы (1) с наблюдающим устройством (5) и законом управления (3) имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u, \quad y = h(x), \\ \dot{p} &= A_0 p + a(y)u + L(y - C_0 p), \\ u &= \eta_2^{-1}(\xi(p))(-K\xi(p) - \eta_1(\xi(p))).\end{aligned}\tag{6}$$

Для доказательства асимптотической устойчивости представим уравнения (6) относительно ошибки восстановления и уравнений наблюдающего устройства, что эквивалентно отображению

$$\begin{aligned}e &= \phi(x) - p, \\ p &= I p,\end{aligned}\tag{7}$$

где $I \in \Re^{n \times n}$ – единичная матрица. Матрица Якоби отображения (7)

$$J = \begin{pmatrix} \partial\phi(x)/\partial x & -I \\ 0 & I \end{pmatrix}$$

является невырожденной в D . Следовательно, отображение является взаимно однозначным и система в переменных $(e, p)^T$ будет эквивалентна системе (6). Уравнения после замены переменных примут вид

$$\begin{aligned}\dot{e} &= (A_0 - LC_0)e, \\ \dot{p} &= A_0 p + a(p_1 + e_1) + b(p_1 + e_1)u + LC_0 e,\end{aligned}\tag{8}$$

где $y = p_1 + e_1$.

Предположим, что $a(y)$ и $b(y)$ являются полиномиальными функциями с постоянными коэффициентами. Тогда их можно представить следующими соотношениями

$$\begin{aligned}a(p_1 + e_1) &= a(p_1) + \tilde{a}(p_1, e_1), \\ b(p_1 + e_1) &= b(p_1) + \tilde{b}(p_1, e_1),\end{aligned}\tag{9}$$

где $\tilde{a}(p_1, e_1) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=0}^l a_{ij} p_1^j e_1^i$, $\tilde{b}(p_1, e_1) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=0}^l b_{ij} p_1^j e_1^i$.

Уравнения (8) с учетом (9) получат вид

$$\begin{aligned}\dot{e} &= (A_0 + LC_0)e, \\ \dot{p} &= A_0 p + a(p_1)u + \tilde{a}(p_1, e_1)u + \tilde{b}(p_1, e_1)u + L e_1.\end{aligned}$$

Для вектора состояния наблюдающего устройства введем отображение в каноническую форму управляемости $r = \xi(p)$. Уравнение наблюдающего устройства в этом случае примет вид

$$\dot{r} = \frac{\partial \xi(p)}{\partial p} (A_0 p + a(p_1) + b(p_1)u) + \frac{\partial \xi(p)}{\partial p} (\tilde{a}(p_1, e_1) + \tilde{b}(p_1, e_1)u) + \frac{\partial \xi(p)}{\partial p} LCe.$$

С учетом того, что $p = \mu(r)$, окончательно получим

$$\dot{e} = (A_0 - LC_0)e,$$

$$\dot{r} = A_0 r + B_0(\eta_1(r) + \eta_2(r)u) + d_1(r, e_1) + d_2(r, e_1)u + D(r)LCe,$$

$$\text{где } d_1(r, e_1) = D(p)\tilde{a}(p_1, e_1) \Big|_{p=\mu(r)}, \quad d_2(r, e_1) = D(r)\tilde{b}(p_1, e_1) \Big|_{p=\mu(r)},$$

$$D(r) = \frac{\partial \xi(p)}{\partial p} \Big|_{p=\mu(r)}.$$

Используем в системе стабилизирующий закон управления $u = \eta_2^{-1}(r)(-Kr - \eta_1(r))$. Тогда замкнутая система в пространстве $(e, r)^T \in \mathbb{R}^{2n}$ будет описываться уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{e} &= (A_0 - LC_0)e, \\ \dot{r} &= (A_0 - B_0 K)r + d(r, e_1) + D(r)LC_0e, \end{aligned} \tag{10}$$

в которых $d(r, e_1) = d_1(r, e_1) + d_2(r, e_1)\eta_2^{-1}(r)(-Kr - \eta_1(r))$.

Докажем асимптотическую устойчивость (10) прямым методом Ляпунова. Для этого в качестве функции Ляпунова выберем

$$V = e^T Q_1 e + \xi(p)^T Q_2 \xi(p) = e^T Q_1 e + r^T Q_2 r,$$

где $Q_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ и $Q_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – положительно-определенные матрицы, полученные из решения уравнений Ляпунова

$$\begin{aligned} (A_0 - LC_0)^T Q_1 + Q_1 (A_0 - LC_0) &= -I, \\ (A_0 - B_0 K)^T Q_2 + Q_2 (A_0 - B_0 K) &= -I. \end{aligned}$$

Здесь $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – единичная матрица. Производная функции Ляпунова по времени будет иметь вид

$$\dot{V} = -e^T e - r^T r + 2r^T Q_2 d(r, e_1) + 2r^T Q_2 D(r)LC_0e. \tag{11}$$

Анализ (11) показывает, что $-e^T e - r^T r$ всегда отрицательно определенная функция. Так как ошибка восстановления $e(t)$ не зависит от r , стремится к 0 при $t \rightarrow \infty$, и функции

$$d(r, e_1) = \sum_{i=1}^k d_i(r) e_1^i, \quad D(r)LC_0e = \sum_{j=1}^l d_j(r) e_1^j$$

являются полиномиальными относительно e , то всегда найдется момент времени, при котором

$$-e^T e - r^T r + 2r^T Q_2 d(r, e_1) + 2r^T Q_2 D(r)LC_0e < 0.$$

Следовательно, замкнутая система (10) асимптотически устойчива. Из взаимной однозначности отображения в D следует асимптотическая устойчивость замкнутой системы управления (6).

При доказательстве утверждения было сделано предположение, что $a(y)$ и $b(y)$ являются полиномиальными функциями с постоянными коэффициентами. В [1] показано, что отображение из канонической формы наблюдаемости в каноническую форму наблюдателя существует при условии, что $\eta_1(z)$ и $\eta_2(z)$ в (2) являются полиномами с

коэффициентами $f_i(\cdot)$, функционально зависящими от y . Замена координат $v = \mu(z)$ приводит к тому, что в (8) $a(y)$ и $b(y)$ также будут полиномиальными функциями с нелинейными коэффициентами, зависящими от выхода системы.

Пример. Пусть дана аффинная управляемая динамическая система

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1^2 - x_1 x_2 - \frac{\sin(x_2)}{1+x_2} + u, \\ \dot{x}_2 &= x_1(1+x_2), \\ y &= x_2,\end{aligned}\tag{12}$$

для которой необходимо построить стабилизирующий закон управления с наблюдающим устройством в контуре управления.

Отображение $z = \gamma(x)$ пространства состояний $x \in \mathbb{R}^n$ в пространство состояний канонической формы управляемости равно

$$\begin{aligned}z_1 &= x_2, \\ z_2 &= x_1(1+x_2).\end{aligned}$$

Уравнения системы (12) в канонической форме управляемости представляются уравнениями

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2, \\ \dot{z}_2 &= -\sin(z_1) - z_1 z_2 - (1+z_1)u, \\ y &= z_1.\end{aligned}$$

В соответствии с отображением $v = \mu(z)$, равным

$$\begin{aligned}v_1 &= z_1, \\ v_2 &= z_2 - z_1^2/2,\end{aligned}$$

уравнения системы (12) в канонической форме наблюдателя имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{v}_1 &= v_2 - y/2, \\ \dot{v}_2 &= -\sin(y) + (1+y)u, \\ y &= v_1.\end{aligned}$$

В качестве математической модели наблюдающего устройства возьмем уравнения

$$\begin{aligned}\dot{p}_1 &= p_2 - y^2/2 + l_1(y - p_1), \\ \dot{p}_2 &= -\sin(y) + (1+y)u + l_2(y - p_1),\end{aligned}$$

с которыми уравнения ошибки восстановления являются линейными

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -l_1 & 1 \\ -l_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix}.$$

Запишем систему (12) и уравнения наблюдающего устройства в координатах $(e, r)^T$, что эквивалентно отображению

$$\begin{aligned}e &= v - p, \\ r_1 &= p_1, \\ r_1 &= p_2 - p_1^2/2\end{aligned}\tag{13}$$

В соответствии с (13) уравнения системы получат вид

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -l_1 & 1 \\ -l_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \eta_1 \\ -\eta_1 r_2 - \sin(\eta_1 - e_1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \eta_1 + 1 \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} -e_1/2 - \eta_1 e_1 \\ \eta_1^2 e_1 + \eta_1 e_1^2 / 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ e_1 \end{pmatrix} u + \\ &+ \begin{pmatrix} l_1 e_1 \\ (-l_1 \eta_1 + l_2) e_1 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Коэффициент $\sin(\eta_1 - e_1)$, входящий в уравнения наблюдаемого устройства, разлагается в степенной ряд

$$\sin(\eta_1 - e_1) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (\eta_1 - e_1)^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

В этом случае уравнения наблюдаемого устройства могут быть представлены в виде (6) и удовлетворяют утверждению. Следовательно, система управления

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1^2 - x_1 x_2 - \frac{\sin(x_2)}{1+x_2} + u, \\ \dot{x}_2 &= x_1(1+x_2), \\ y &= x_2, \\ u &= (-k_1 p_1 - k_1(p_2 - p_1^2/2) + p_1(p_2 - p_1^2/2) + \sin(p_1)) / (1+p_1), \\ \dot{p}_1 &= p_2 - y^2/2 + l_1(y - p_1), \\ \dot{p}_2 &= -\sin(y) + (1+y)u + l_2(y - p_1)\end{aligned}$$

с наблюдаемым устройством в контуре управления является асимптотически устойчивой при соответствующем выборе коэффициентов матриц K и L .

Выберем значения коэффициенты матрицы K при условии, что корни замкнутой линейной системы без наблюдаемого устройства в контуре управления равны $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = -2$. Тогда коэффициенты обратной связи K будут иметь следующие значения $k_1 = 2$, $k_2 = 3$. Коэффициенты матрицы обратной связи наблюдаемого устройства выберем при условии, что корни матрицы $A_0 - LC_0$ равны $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = -2$. Тогда $l_1 = 3$, $l_2 = 2$.

Временные процессы в системе и наблюдаемом устройстве при начальных условиях $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 0.5$, $p_1(0) = 0$, $p_2(0) = 0$ представлены на рис.1. Временные процессы ошибки восстановления вектора состояния изображены на рис.2.

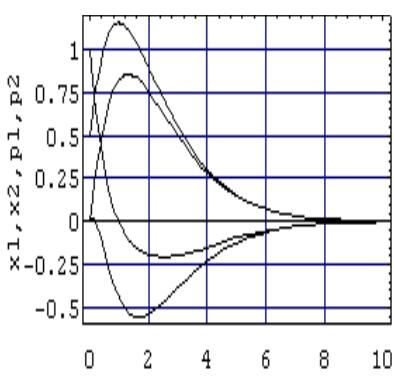


Рис. 1.

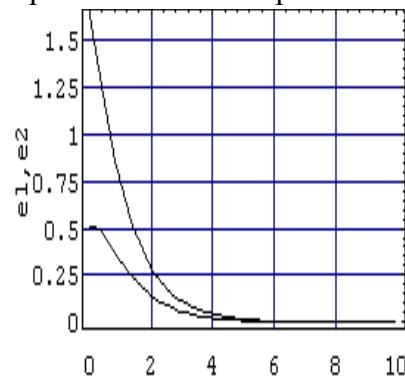


Рис. 2.

Фазовые кривые в системе и наблюдающем устройстве представлены на рисунках 3 и 4 соответственно.

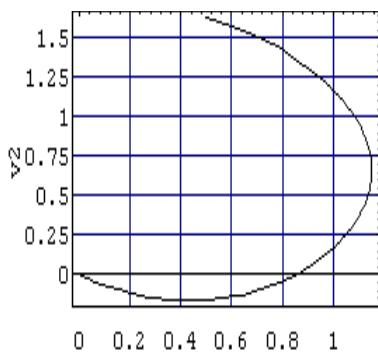


Рис. 3.

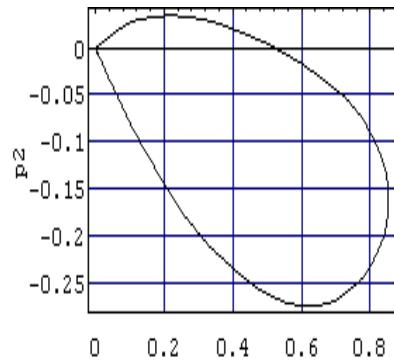


Рис. 4.

В заключение следует отметить, что полученные в работе результаты могут быть распространены на системы со многими входами и многими выходами. Определение канонических форм, синтез стабилизирующего управления и конструирование наблюдающего устройства требуют решения задач в аналитическом виде. Для решения этих задач могут использоваться системы аналитических вычислений [8].

Список литературы:

1. Krener A., Respondek W. Nonlinear observers with linearizable error dynamics. SIAM J. Control and Optimization. 1985. Vol. 23, №2. P.197-216.
2. Marino R. Adaptive observers for single output nonlinear systems. IEEE Transactions on Automatic Control. 1990. Vol. 35, №9. P.1054-1058.
3. Королев Ю.В., Тельпят О.Р., Уткин М.А. Наблюдающие устройства в контуре управления нелинейных динамических систем. Известия СПбГЭТУ (ЛЭТИ). Серия «Управление, информатика и вычислительная техника» Вып. 1998. №1. С. 39-42.
4. Крищенко А.П. Исследование управляемости и множеств достижимости нелинейных систем управления. Автоматика и телемеханика. 1984. №4. С.30-36.
5. Hunt L.R., Su R., Meyer G. Design for multi-input nonlinear system. Diff. Geometr. Control Theory Conf. 1983. Boston: Birkhauser. 1983. P.268-298.
6. Уткин М.А., Яковлев В.Б. Подклассы эквивалентности при отображении динамических систем в форму Бруновского. Изв. ЛЭТИ. Вып. 441. Системы обработки информации и управления. Л., 1989. С.39-44.
7. Дружинин А.Э., Скоробогатый А.С., Уткин М.А. Применение методов дифференциальной геометрии для анализа и синтеза АСУ ТП. Изв. ЛЭТИ. Вып. 379. Автоматизированные системы управления технологическими процессами и производством. Л., 1986. С.45-50.
8. Уткин М.А., Тельпят О.Р. Применение аналитических вычислений при расчете нелинейных аффинных систем. Интеллектуальные системы: Тр. Второго междунар. симпозиума. Т.1. М.: РУДН-ПАИМС. 1996. С.176-180.

Честнов Владимир Николаевич, Чеканов Владимир Александрович

Институт проблем управления РАН

СИНТЕЗ МНОГОМЕРНЫХ СИСТЕМ ПО ЗАДАННЫМ ИНЖЕНЕРНЫМ КРИТЕРИЯМ КАЧЕСТВА НА БАЗЕ H_∞ -ОПТИМИЗАЦИИ

Аннотация: Решается задача синтеза непрерывных регуляторов многомерных систем, гарантирующих заданную точность, радиус запасов устойчивости и время регулирования по регулируемым переменным при действии неизмеряемых, ограниченных полигармонических внешних возмущений с неизвестными амплитудами, частотами и начальными фазами. Подход к решению такой задачи базируется на специальным образом сконструированной стандартной проблеме H_∞ -оптимизации и носит достаточный характер.

Ключевые слова: многомерные системы, заданная точность, время регулирования, радиус запасов устойчивости, H_∞ -оптимизация, радиус рабочего процесса.

Chestnov V.N., Chekanov V.A.

SYNTHESIS OF MULTIVARIABLE SYSTEMS BY THE SPECIFIED PERFORMANCE CRITERIA, BASED ON THE H_∞ -OPTIMIZATION.

Abstract: Solves the problem of the synthesis of the continuous regulator of multivariable systems which guarantees a given accuracy, the radius of the reserves of stability and settling time of the controlled variables by the action of unmeasured bounded polyharmonic external disturbances with unknown amplitudes, frequencies and initial phases. Approach to solving this problem is based on specially-designed the standard problem of H_∞ -optimization and has sufficient character.

Key words: multivariable systems, given accuracy, settling time, radius of stability margins, H_∞ -optimization, radius of working process.

Введение

В реальных условиях работы автоматических систем регулирования всегда присутствуют нелинейности и неизбежны отклонения параметров от расчетных. Для их учета при синтезе регуляторов в инженерной практике широко используются понятия запасов устойчивости по фазе и коэффициенту усиления (модулю). Последние характеризуются в одномерном и многомерном случаях более адекватно радиусом запасов устойчивости [1, 2], который и используется в настоящей работе.

В работе [3] продемонстрировано, что регуляторы по выходу, построенные на базе современных техник H_2 , H_∞ , l_1 и μ -синтеза могут привести к малым запасам устойчивости по фазе и коэффициенту усиления, т.е. весьма малому радиусу запасов устойчивости. Это делает весьма актуальным в научном и практическом смыслах получение процедур синтеза регуляторов, в которых бы обеспечивался требуемый радиус запасов устойчивости. Помимо этого регуляторы должны гарантировать заданную точность и время регулирования при действии неизмеряемых ограниченных внешних возмущений [4-7].

В отличие от [4-7] здесь рассматриваются более жесткие ограничения на внешние возмущения, что позволило получить результаты не зависящие от числа гармоник ограниченного полигармонического внешнего возмущения. Это развивает работы [8-12], выполненные ранее в данном направлении.

Показано, что такая задача сводится к специальным образом сконструированной проблеме H_∞ -оптимизации [13, 14]. Численное решение такой H_∞ проблемы осуществляется в пространстве состояний на основе метода линейных матричных неравенств (LMI) [15-19], реализованного в MATLAB-пакете Robust Control Toolbox [20].

Рассмотрен численный пример, демонстрирующий эффективность метода синтеза при управлении взаимосвязанным электроприводом [4, 5].

Постановка задачи

Рассмотрим непрерывный полностью управляемый и наблюдаемый объект управления, описываемый уравнениями состояния:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t), \quad y(t) = Cx(t), \quad (1)$$

где $x \in R^n$ – вектор состояния объекта; $u \in R^m$ – вектор управляющих воздействий; $y \in R^{m_2}$ – вектор измеряемых регулируемых переменных объекта (вход регулятора); $w \in R^\mu$ – вектор неизмеряемых внешних возмущений.

Определению подлежат матрицы A_c, B_c, C_c, D_c регулятора по измеряемому выходу:

$$\dot{x}_c(t) = A_c x_c(t) + B_c y(t), \quad u(t) = C_c x_c(t) + D_c y(t), \quad (2)$$

где $x_c \in R^{n_c}$ – вектор состояния регулятора размерности $n_c \leq n$.

Компоненты вектора внешних возмущений – ограниченные полигармонические функции:

$$w_i(t) = \sum_{k=1}^{\infty} w_{ik} \sin(\omega_k t + \psi_{ik}), \quad i = \overline{1, \mu}. \quad (3)$$

Причем, амплитуды w_{ik} , начальные фазы ψ_{ik} ($i = \overline{1, \mu}, k = \overline{1, \infty}$), а также частоты ω_k ($k = \overline{1, \infty}$), сигналов неизвестны.

Предполагается, что сумма модулей амплитуд каждой компоненты внешнего возмущения ограничена:

$$\sum_{k=1}^{\infty} |w_{ik}| \leq w_i^*, \quad i = \overline{1, \mu}, \quad (4)$$

где: w_i^* ($i = \overline{1, \mu}$) – заданные числа.

Ошибки по регулируемым переменным определим соотношениями:

$$y_{i,st} = \sup_{t \geq t_{pe}} |y_i(t)|, \quad i = \overline{1, m_2}, \quad (5)$$

где t_{pe} – время регулирования.

Введем понятие радиуса рабочего процесса замкнутой системы:

$$r_{rp}^2 = \sum_{i=1}^{m_2} \left(\frac{y_{i,st}}{y_i^*} \right)^2, \quad (6)$$

где y_i^* ($i = \overline{1, m_2}$) – заданные положительные числа (желаемые ошибки регулирования в замкнутой системе).

Время регулирования в замкнутой системе (1), (2) можно оценить как

$$t_{pe} \approx 3/\beta, \quad (7)$$

где β – степень устойчивости замкнутой системы [2, 21].

Наличие запасов устойчивости у замкнутой системы гарантирует выполнение кругового частотного матричного неравенства [1, 2]:

$$[I + W^y(-j\omega)]^T [I + W^y(j\omega)] \geq r^2 I, \quad \omega \in [0, \infty), \quad (8)$$

где: r -заданное (или максимально возможное $0 < r \leq 1$) число, $W^y(s) = -W(s) \cdot K(s)$ – передаточная матрица системы объект-регулятор (1), (2) разомкнутой по физическому выходу объекта. (здесь $W(s) = C(sI - A)^{-1}B_2$ – передаточная матрица объекта по управлению; $K(s) = C_c(sI - A_c)^{-1}B_c + D_c$ – передаточная матрица регулятора: $u = K(s) \cdot y$).

Задача 1. Найти стабилизирующий регулятор (2) такой, чтобы:
выполнялись неравенства:

$$r_{rp}^2 \leq \gamma^2, \quad (9)$$

$$[I + W^y(-j\omega)]^T [I + W^y(j\omega)] \geq r^2 I, \quad \omega \in [0, \infty), \quad (10)$$

где γ – заданное/минимизируемое число; r -заданное/максимизируемое число; все собственные значения матрицы замкнутой системы (1),(2) A_{cl} удовлетворяли условию:

$$\operatorname{Re} \lambda_i(A_{cl}) \leq -\beta, \quad i = \overline{1, n+n_c}, \quad (11)$$

где $\beta > 0$ – заданное число.

Заметим, что подобную же задачу можно сформулировать, если радиус запасов устойчивости обеспечивать не на физическом выходе, а на входе объекта, как в [2, 5].

Решение задачи на основе процедуры H_∞ -оптимизации

Рассмотрим структурную схему замкнутой системы (2.1), (2.2), представленную на рис. 1.

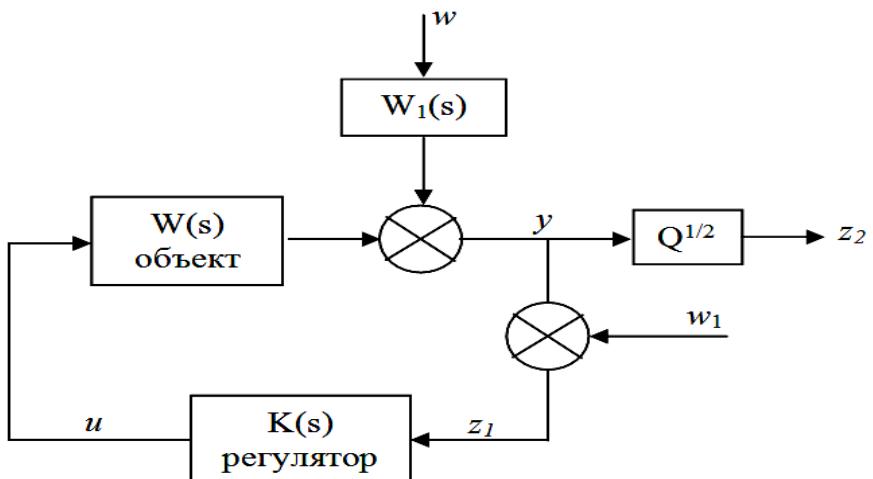


Рис. 1. Структурная схема замкнутой системы

Здесь: $z_1 \in R^{m_2}$ – вектор фиктивных регулируемых переменных (вход регулятора), $z_2 \in R^{m_2}$ – вектор регулируемых переменных – вектор y , взвешенный с помощью диагональной матрицы $Q = \operatorname{diag}[q_1, q_2, \dots, q_{m_2}]$ с положительными элементами $q_i > 0$ ($i = \overline{1, m_2}$); $w_1 \in R^{m_2}$ – вектор фиктивных внешних возмущений приложенных аддитивно к выходу объекта y (которые можно трактовать как вектор задающих воздействий или помех измерения); $W(s) = C(sI - A)^{-1}B_2$ – передаточная матрица объекта по управлению, $K(s) = C_c(sI - A_c)^{-1}B_c + D_c$ – передаточная матрица регулятора, $W_1(s) = C(sI - A)^{-1}B_1$ – передаточная матрица объекта по внешнему возмущению.

Введем расширенный вектор внешних возмущений – $\bar{w}^T = \begin{bmatrix} w_1^T & w^T \end{bmatrix}$ и расширенный вектор регулируемых переменных $z^T = \begin{bmatrix} z_1^T & z_2^T \end{bmatrix}$, и обозначим $T_{\bar{w}}(s)$ передаточную матрицу замкнутой системы, которая связывает эти векторы. Она будет иметь следующую структуру:

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = T_{\bar{w}} \cdot \bar{w} = \begin{bmatrix} T_{z_1 w_1} & T_{z_1 w} \\ Q^{1/2} T_{y w_1} & Q^{1/2} T_{y w} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} w_1 \\ w \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где: $T_{z_1 w_1}$, $T_{z_1 w}$, $T_{y w_1}$, $T_{y w}$ – передаточные матрицы замкнутой системы от w_1 к z_1 , от w к z_1 , от w_1 к y и от w к y соответственно.

Сначала учтем желаемое время регулирования. Собственные значения матрицы замкнутой системы (1), (2)

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} A + B_2 D_c C & B_2 C_c \\ B_c C & A_c \end{bmatrix}, \quad (13)$$

должны удовлетворять неравенству (2.11).

При замене матрицы A на смещенную $\tilde{A} = A + \beta I$, найдем смещенный регулятор, обеспечивающий устойчивость смещенной замкнутой системы

$$\operatorname{Re} \lambda_i(\tilde{A}_{cl}) = \operatorname{Re} \lambda_i \begin{bmatrix} \tilde{A} + B D_c C & B C_c \\ B_c C & \tilde{A}_c \end{bmatrix} < 0, \quad i = \overline{1, n+n_c}, \quad (14)$$

где $\tilde{A}_c, B_c, C_c, D_c$ - матрицы смещенного регулятора.

Искомый же регулятор имеет матрицы

$$A_c = \tilde{A}_c - \beta I, B_c, C_c, D_c. \quad (15)$$

Действительно, собственные значения матрицы A_{cl} и \tilde{A}_{cl} с таким регулятором связаны очевидным соотношением $\operatorname{Re} \lambda_i(\tilde{A}_{cl}) = \operatorname{Re} \lambda_i(A_{cl}) + \beta < 0$, из которого следует (11).

Пусть регулятор $K(s)$ разрешает следующую задачу минимизации H_∞ -нормы передаточной матрицы замкнутой смещенной системы:

$$\|T_{\bar{w}}(-\beta + j\omega)\|_\infty \leq \gamma, \quad (16)$$

где γ – заданное или минимизируемое число.

Тогда [4, 5] каждый блок этой матрицы удовлетворяет аналогичному (16) условию, в частности:

$$\|T_{z_1 w_1}(-\beta + j\omega)\|_\infty \leq \gamma, \quad \|Q^{1/2} T_{y w}(-\beta + j\omega)\|_\infty \leq \gamma. \quad (17)$$

Замечание 1 : Заметим что при решении смещенной проблемы (16) будет выполняться частотные неравенства и для несмешенных передаточных матриц соответственно замкнутой и разомкнутой системы [4, 10].

Таким образом, разрешая смещенную задачу (16) получаем :

$$\|T_{\bar{w}}\|_\infty \leq \gamma, \quad (18)$$

$$\|T_{z_1 w_1}\|_\infty \leq \gamma, \quad \|Q^{1/2} T_{y w}\|_\infty \leq \gamma. \quad (19)$$

Сначала дадим интерпретацию первому из неравенств (19). В [2, 5] показано, что первое из неравенств (3.8) может быть представлено в следующем эквивалентном виде:

$$[I + W^y(-j\omega)]^T [I + W^y(j\omega)] \geq \frac{1}{\gamma^2} I, \quad \omega \in [0, \infty). \quad (20)$$

А это целевое неравенство (10), в котором $r = \frac{1}{\gamma}$.

Второе из неравенств (19) также может быть представлено в следующей эквивалентной частотной форме:

$$\mathbf{T}_{yw}^T(-j\omega) \cdot Q \cdot \mathbf{T}_{yw}(j\omega) \leq \gamma^2 I, \quad \omega \in [0, \infty]. \quad (21)$$

Лемма. Пусть выполнено частотное неравенство (21), тогда ошибки по регулируемым переменным устойчивой системы (12) при действии входного сигнала из класса (3), (4) удовлетворяют неравенствам:

$$q_i y_{i,st}^2 \leq \gamma^2 \left(\sum_j^{\mu} w_j^* \right)^2, \quad i = \overline{1, m_2}, \quad (22)$$

где w_j^* – границы компонент внешних возмущений из правых частей неравенств (4) для возмущения w .

Доказательство леммы приведено в [9].

Очевидно, что если элементы диагональной весовой матрицы Q выбирать из равенств

$$q_i = \frac{\left(\sum_j^{\mu} w_j^* \right)^2}{\left(y_i^* \right)^2}, \quad i = \overline{1, m_2}, \quad (23)$$

то из соотношения (22) придем к неравенству:

$$r_{rp}^2 = \sum_{i=1}^{m_2} \left(\frac{y_{i,st}}{y_i^*} \right)^2 \leq \gamma^2, \quad (24)$$

которое, как легко видеть, является первым целевым условием (9) задачи 1.

Суммируя изложенное, придем к следующему утверждению.

Теорема 1. Регулятор (15) разрешает задачу 1, если весовые коэффициенты матрицы Q в смещенной H_∞ -проблеме (16) выбраны из равенств (23) при этом радиус запасов устойчивости $r=1/\gamma$.

Заметим, что переход от целевого неравенства (16) к (17) придаёт достаточный характер представленному результату.

Алгоритм синтеза

1. Формируем матрицы объекта. Заменим матрицу A на $\tilde{A}=A+\beta I$, где $\beta=3/t_{pez}$, полагая сначала $\beta=0$.

2. Формируем системную матрицу обобщенного объекта [4] с помощью команды $P=ltisys(\tilde{A}, B, C, D)$.

3. Находим оптимальное $\gamma_0 = hinf lmi(P, [m_2, m])$, где m_2 и m – число входов и выходов регулятора соответственно.

4. Выбираем $\gamma > \gamma_0$ и строим системную матрицу регулятора K , разрешающего задачу (16), с помощью процедуры $[\gamma, K]=hinf lmi(P, [m_2, m], \gamma, \varepsilon)$, где ε – точность вычисления.

5. Из системной матрицы K извлекаем матрицы уравнений состояния смещенного регулятора процедурой $[\tilde{A}_c, B_c, C_c, D_c]=ltiss(K)$.

6. Находим матрицы $A_c = \tilde{A}_c - \beta I, B_c, C_c, D_c$ искомого регулятора (2).

7. Строим переходный процесс в замкнутой системе при действии внешних возмущений из класса (3), (4) и находим ошибки, время регулирования, а также радиус запасов устойчивости.

Численный пример

В качестве примера рассмотрим взаимосвязанный электропривод, модель которого приведена в [4]. Компоненты вектора состояния $x \in \mathbb{R}^5$ имеют следующий смысл: x_1, x_2 – отклонения выходных напряжений тиристорных преобразователей от номинальных, $x_3 = i_1$, $x_4 = i_2$ – отклонения якорных токов двигателей от номинальных, $x_5 = \omega$ – отклонение угловой скорости двигателей от номинальной (двигатели работают на общую нагрузку и жестко связаны, т.е. имеют одинаковую угловую скорость).

Вектор управления u имеет две компоненты u_1 и u_2 – отклонения управляющих напряжений от номинальных на входах тиристорных преобразователей. Внешнее возмущение w – отклонение момента сопротивления (нагрузки) от номинального. Регулируемые и измеряемые переменные для этого объекта совпадают и связаны с физическими переменными соотношениями $z_1 = y_1 = x_3$, $z_2 = y_2 = x_4$, $z_3 = y_3 = x_5$; внешние возмущения и управляющие воздействия приложены в разных точках.

Матрицы объекта:

$$A = \begin{bmatrix} -100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -83.3333 & 0 & 0 & 0 \\ 137.8105 & 0 & -11.2866 & 0 & -1123.155 \\ 0 & 132.4591 & 0 & -11.0653 & -1101.133 \\ 0 & 0 & 0.24867 & 0.25364 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.0307 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 16120 & 0 \\ 0 & 13702 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Требования к системе:

- ошибки по угловой скорости $x_5 \leq 1 \text{ рад/с}$, токам $x_3 \leq 375 \text{ А}$, $x_4 \leq 375 \text{ А}$, ($M_c = 600 \text{ Нм}$);
- запасы устойчивости обеспечиваются по выходу объекта: - переменным x_3, x_4, x_5 ;
- время регулирования – 0,25с.

Желаемую степень устойчивости выберем исходя из уравнения (7)
 $\beta = 3 / t_{pe} = 3 / 0.25 = 12$.

Весовую матрицу Q выберем, исходя из равенств (23)

$$Q^{1/2} = \begin{bmatrix} 1.6 & 0 & 0 \\ 0 & 1.6 & 0 \\ 0 & 0 & 600 \end{bmatrix}.$$

Тогда полученные матрицы регулятора:

$$A_c = \begin{bmatrix} 1019.1 & -352.41 & -12033 & 17853 & 32780 \\ -174.04 & -741.28 & -7498.6 & -32956 & -56967 \\ 93.347 & 60.638 & 494.16 & 85.83 & 74.78 \\ -9.6058 & 17.318 & 0.20364 & -22.099 & 25.108 \\ -45.578 & 81.196 & -1.0664 & 3033.4 & -1203.9 \end{bmatrix},$$

$$B_c = \begin{bmatrix} -0.0052202 & 0.015117 & -0.0011535 \\ -0.004804 & 0.0039702 & 0.0024231 \\ -1.3422 & 1.3782 & 0.0022486 \\ -3.9272 & -3.8613 & 0.014211 \\ 281.69 & 271.61 & -10.208 \end{bmatrix},$$

$$C_c = \begin{bmatrix} 0.025042 & 0.044556 & 0.63987 & 1.7283 & 2.9505 \\ -0.063949 & -0.013535 & -0.72256 & 1.8422 & 3.354 \end{bmatrix},$$

$$D_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Реализовавшееся при решении H_∞ -проблемы (15) значение γ при расчете регулятора составило 14.58 (оптимальное же значение $\gamma_0=12.86$)

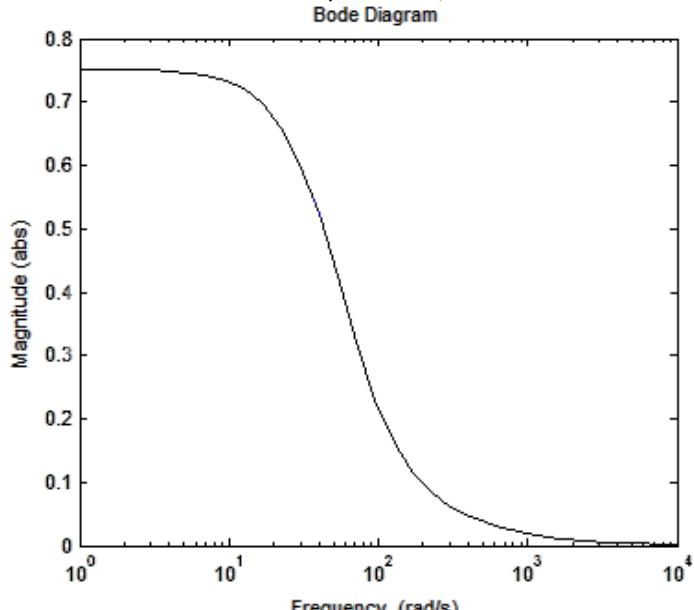


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика замкнутой системы от возмущения к регулируемой переменной Z_3

На рис. 2 построена амплитудно-частотная характеристика замкнутой системы от возмущения (момента нагрузки) к регулируемой переменной z_3 (угловой скорости двигателей). Эта характеристика промасштабирована амплитудой внешнего возмущения $w^*=600$. Из этой монотонно убывающей характеристики очевидно, что наихудшее внешнее возмущение для замкнутой системы – ступенчатое.

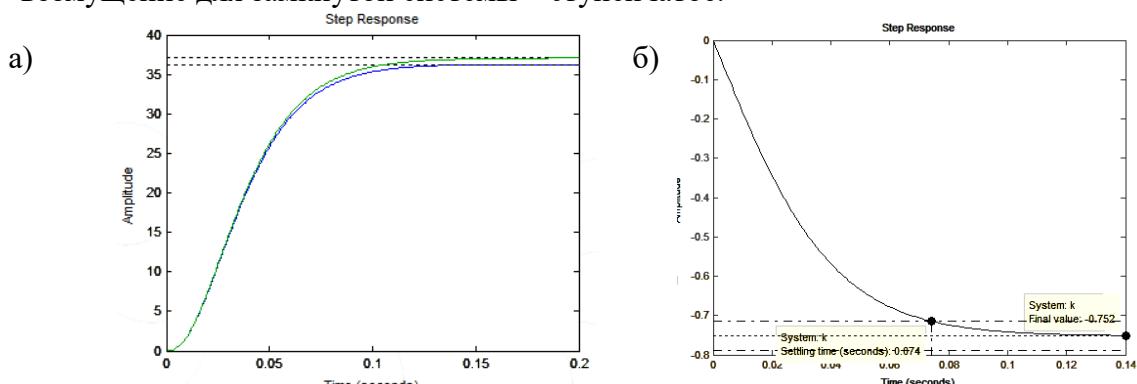


Рис. 3. Переходные процессы в замкнутой системе по регулируемым переменным:
а) якорные токи б) угловая скорость

На рис. 3 приведены графики переходных процессов по токам двигателей и угловой скорости при ступенчатом изменении момента нагрузки $w(t) = w^* = 600$.

Из графиков монотонных переходных процессов видно, что выполнены требования к точности, в частности (рис 3 б)) по угловой скорости $|z_3| \leq z_3^* = 1$, а время регулирования меньше заданного 0,25 с. Также из рис. 3 а) видно, что двигатели равнонаагруженны (их якорные токи близки).

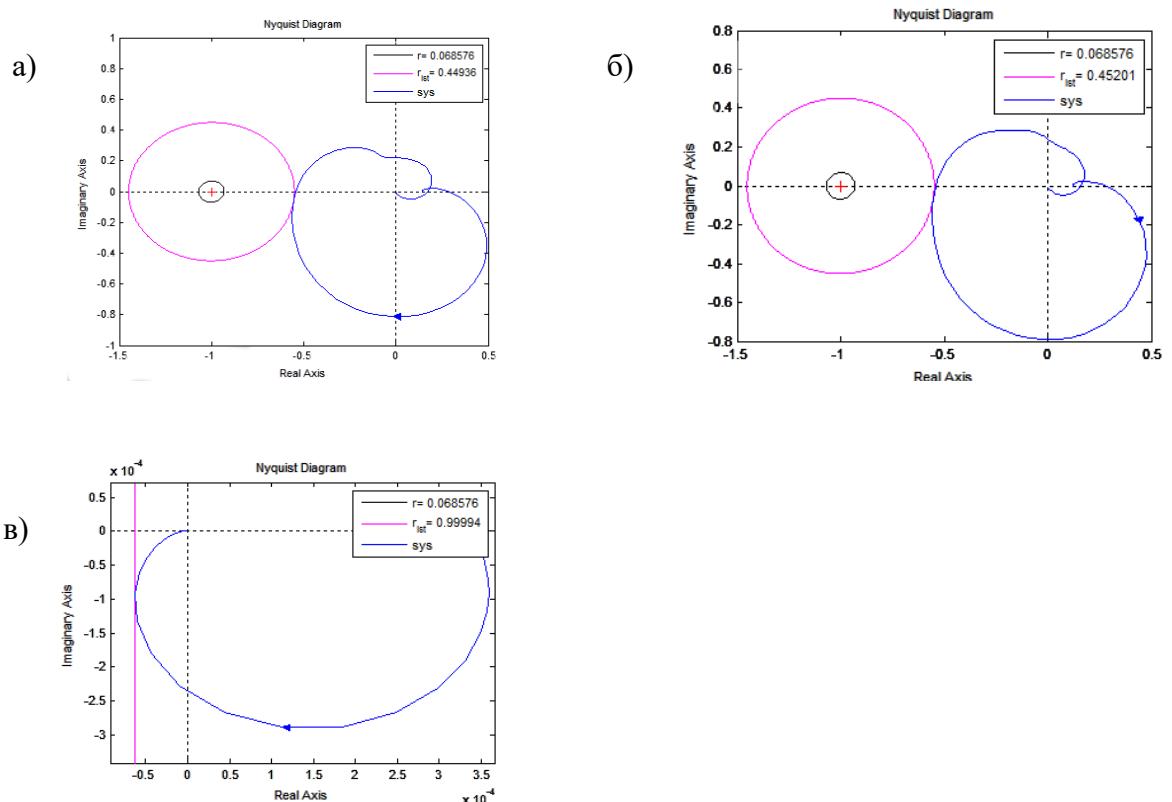


Рис. 4. АФЧХ при размыкании системы по выходам:

- по третьему выходу (якорный ток первого двигателя)
- по четвертому выходу (якорный ток второго двигателя)
- по пятому выходу (угловая скорость двигателя).

На рис. 4 приведены графики АФЧХ при размыкании системы по выходам. При сравнительно небольшом гарантируемом радиусе запасов устойчивости на выходе объекта ($r=0.068576$) действительные запасы устойчивости получились высокими: истинный радиус при размыкании по третьему выходу получился равным 0.44936 (рис. 4 а)), по четвертому выходу 0.45201(рис. 4 б)), по пятому выходу 0.99994(рис. 4 в)).

Заключение

В работе предложен метод синтеза регуляторов по измеряемому выходу для линейных многомерных систем, при действии неизмеряемых, ограниченных полигармонических внешних возмущений с неизвестными амплитудами, частотами и начальными фазами, который гарантирует заданную точность, время регулирования, радиус запасов устойчивости.

Подход к решению такой задачи базируется на специальным образом сконструированной стандартной проблеме H_∞ -оптимизации и носит достаточный характер.

Порядок получаемого динамического регулятора по выходу не превышает порядка исходного физического объекта, что важно для практических приложений.

Приведены алгоритмы регуляторов в пакете Robust Control Toolbox [20], численная эффективность которых продемонстрирована на примере взаимосвязанного электропривода.

Список литературы

1. Честнов В. Н. Синтез дискретных H_{∞} -регуляторов по заданному радиусу запасов устойчивости и времени регулирования // Автоматика и телемеханика. 2014. № 9. С. 65–82.
2. Честнов В.Н. Синтез регуляторов многомерных систем по заданному радиусу запасов устойчивости на базе процедуры H_{∞} -оптимизации // Автоматика и Телемеханика. 1999. №7. С. 100–109.
3. Keel L. H., Bhattacharyya S. P. Robust, fragile, or optimal? // IEEE Trans. Automat. Control. 1997. V. 42. № 8. P. 1098–1105.
4. Честнов В.Н. Синтез H_{∞} -регуляторов многомерных систем заданной точности и степени устойчивости // Автоматика и Телемеханика. 2011. № 10. С. 170–185.
5. Агафонов П.А., Честнов В.Н. Синтез регуляторов по заданному радиусу запасов устойчивости с учетом внешних возмущений на основе H_{∞} -подхода // Автоматика и Телемеханика. 2004. № 10. С. 101–108.
6. Александров А.Г., Честнов В.Н. Синтез многомерных систем заданной точности. I. Применение процедур LQ-оптимизации // Автоматика и Телемеханика. 1998. № 7. С. 83–95.
7. Александров А.Г., Честнов В.Н. Синтез многомерных систем заданной точности. II. Применение процедур H_{∞} -оптимизации // Автоматика и Телемеханика. 1998. № 8. С. 124–138.
8. Александров А.Г. К аналитическому синтезу регуляторов // Автоматика и Телемеханика. 2010. № 6. С. 3–19.
9. Александров А.Г., Честнов В. Н. Обеспечение заданной точности на основе LQ- и H_{∞} -оптимизации // Материалы международной конференции "Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах" (УТЭОСС-2012). – СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2012. С. 33–36.
10. Честнов В.Н. Синтез робастных H_{∞} -регуляторов многомерных систем по заданной степени устойчивости // Автоматика и Телемеханика. 2007. № 3. С. 199–205.
11. Честнов В.Н. Синтез многомерных систем заданной точности, времени регулирования и радиуса запасов устойчивости // Дифференциальные уравнения. 2014. № 8. С. 1138–1139.
12. Честнов В.Н., Зацепилова Ж. В. Синтез регуляторов многомерных систем по инженерным показателям точности, времени регулирования и запасов устойчивости // Сборник трудов международной конференции «Проблемы управления, передачи и обработки информации (АТМ_ТКИ-50)» 2009. Саратов: СГТУ. С. 41–45.
13. Doyle J.C., Glover K., Khargonekar P.P., Francis B.A. State-space solution to standard H_2 and H_{∞} control problem // IEEE Trans. Automat. Control. 1989. V. 34. № 8. P. 831–846.
14. Kwakernaak H. Robust Control and H_{∞} -Optimization. – Tutorial Paper // Automatica. V. 29. № 2. 1993. P. 255–273.
15. Boyd S., Chaoui L.E., Feron E., Balakrishnan V. Linear matrix inequality in system and control theory. SIAM, Philadelphia. 1994. 193 P.
16. Gahinet P., Apkarian P. A linear matrix inequality approach to H_{∞} control // Int. J. Robust and Nonlinear Control. 1994. V. 4. P. 421–448.
17. Iwasaki T., Skelton R. All solutions for the general H_{∞} control problem: LMI existence conditions and state-space formulas // Automatica. 1994. V. 30. № 8. P. 1307–1317.
18. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 С.

19. Баландин Д.В., Коган М.М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. М.: Физматлит, 2007. 280 С.
20. Balas G.J., Chiang R.Y., Packard A., et al. Robust Control Toolbox 3. User's guide/ Natick (Mass.). The MathWorks, Inc., 2010. 178 P.
21. Воронов А.А. Основы теории автоматического управления: Автоматическое регулирование непрерывных линейных систем. М.: Энергия, 1980. 312 С.

IV. ИНТЕЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 681.51

*Колесников Анатолий Аркадьевич, Дзюба Юлия Николаевна,
Мушенко Алексей Сергеевич*

Южный Федеральный Университет

СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К СОЗДАНИЮ ХАОСОДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ СКРЫТОЙ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

В данной статье предложен подход к созданию хаосодинамических систем скрытой передачи информации, основанный на методе глобальной реконструкции динамической системы с применением синергетического наблюдателя для восстановления переданных информационных сигналов. В качестве несущего сигнала выбраны колебания генератора динамического хаоса, в основе которого лежит «странный» аттрактор Рёсслера. Для передачи информации используется параметрическое модулирование параметров генератора динамического хаоса.

Ключевые слова: хаосодинамическая система, аттрактор Рёсслера, синергетический наблюдатель, реконструкция динамической системы.

Kolesnikov A.A., Dzyuba Y.N., Mushenko A.S.

METHOD OF SYNERGETIC SYNTHESIS THE CHAOS-DYNAMIC SYSTEMS FOR SECURE INFORMATION TRANSFERRING

In the paper we suggest a method of secure data communication based on dynamic system global recovery with synergetic observer for reconstruction of a transferred signal. Chaos generator fluctuations based on the Ressler system are chosen as a carrying signal.

The concept of this method is that transmitter provides parameterized modulation by the data signal from one of the chaos-dynamic generator parameter. Then the chaos signal converted by the method of dynamic system global recovery is passed via communication channel. On the receiver side, the passed data signal is recovered via one-dimensional implementation of chaos fluctuation process by means of the synergetic observer.

Keywords: chaos-dynamic system, Ressler's attractor, synergetic observer, dynamic system reconstruction

Введение.

В последнее время в значительной мере возрос интерес к новому направлению в науке в основе которого лежит изучение процессов самоорганизации в хаосодинамических системах. Это обусловлено тем, что данные системы характеризуются наличием так называемых «странных» аттракторов, которые могут использоваться в качестве гибких информационных процессоров, эффективно обрабатывающих информацию.

С информационной точки зрения «странные» аттракторы обладают универсальными свойствами, так как они имеют значительную информационную размерность, а также являются «компрессорами» информации. Так, например, рассмотренный в работе «странный» аттрактор Рёсслера осуществляет обработку информации путем уменьшения

числа степеней свободы в фазовом пространстве, то есть происходит процесс сжатия фазового пространства.

В данной работе генератор динамического хаоса представляет собой динамическую систему, описываемую вектором значений его состояния и оператором эволюции. Информационный сигнал вводится в структуру этого генератора параметрической модуляцией его параметров. Передатчик осуществляет реконструкцию динамической системы, после чего в канал связи передается одномерная реализация процесса колебаний [1]. Далее приемник восстанавливает информационные сигналы, осуществляющие параметрическую модуляцию генератора динамического хаоса. Для выполнения этой задачи в приемнике синтезирован синергетический наблюдатель параметров [2-4].

Модель хаотического генератора и алгоритм реконструкции.

Рассмотренный генератор динамического хаоса основан на «странных» аттракторе Рёсслера [5], динамические режимы которого описываются следующими нелинейными дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -y - z; \\ \dot{y}(t) &= x + ay; \\ \dot{z}(t) &= b + xz - cz,\end{aligned}\tag{1}$$

где $\mathbf{X} = [x, y, z]$ – вектор переменных состояния, $\boldsymbol{\mu}^0 = [a, b, c]$ – вектор постоянных параметров.

В соответствии с методом глобальной реконструкции динамических систем [1] преобразуем модель (1) к следующему виду:

$$\begin{aligned}\dot{X}(t) &= Y; \\ \dot{Y}(t) &= Z; \\ \dot{Z}(t) &= f(X, Y, Z, \boldsymbol{\mu}^0),\end{aligned}\tag{2}$$

где $f(X, Y, Z, \boldsymbol{\mu}^0) = (a-1)X - Y + (a-1)Z - aX^2 - aY^2 + (a^2 + 1)XY + c(aX - Y - Z)$.

Произведем модулирование параметров a и c информационными сигналами [6] таким образом, чтобы их значения оставались в переделах хаотического режима динамической системы, то есть рассмотрим новые управляемые параметры системы Рёсслера:

$$\begin{aligned}a^*(t) &= a + \mu_1(t); \\ c^*(t) &= c + \mu_2(t),\end{aligned}$$

которые для существования в системе хаотического режима функционирования должны быть определены в следующих интервалах:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,15 \leq a \leq 0,25; \\ b = 0,2; \\ 5 \leq c \leq 6. \end{array} \right.$$

Поскольку в канал связи передается цифровая информация, то модулирующие сигналы $\mu_1(t)$ и $\mu_2(t)$ являются кусочно-постоянными.

Так как в качестве управляемых параметров приняты параметры a и c , то синтезируем для них синергетический наблюдатель, полагая параметр b известным [2-4]. Заменим неизвестные параметры их динамическими моделями:

$$\begin{aligned}\dot{w}_1(t) &= 0, \\ \dot{w}_2(t) &= 0,\end{aligned}$$

решениями которых являются: $w_1(t) = const$ и $w_2(t) = const$, отражающие скачкообразное изменение во времени параметров a и c .

Далее расширим систему (1):

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -y - z; \\ \dot{y}(t) &= x + w_1 y; \\ \dot{z}(t) &= b + xz - w_2 z; \\ \dot{w}_1 &= 0; \\ \dot{w}_2 &= 0,\end{aligned}\tag{3}$$

где: w_1 – переменная состояния динамической модели параметра a ,

w_2 – переменная состояния динамической модели параметра c .

Таким образом, в системе (3) наблюдаемыми являются переменные x , y , z , а ненаблюдаемыми переменными – w_1 и w_2 .

Обозначим переменные \hat{w}_1 , \hat{w}_2 , являющиеся оценками параметров w_1 и w_2 соответственно, для нахождения которых введем вектор макропеременной $\Psi(t)$, определяемый выражением:

$$\Psi = \begin{bmatrix} w_1 - \hat{w}_1 \\ w_2 - \hat{w}_2 \end{bmatrix}.\tag{4}$$

Запишем уравнения редукции:

$$\begin{aligned}\hat{w}_1 &= Q_1(x, y, z) + v_1, \\ \hat{w}_2 &= Q_2(x, y, z) + v_2,\end{aligned}\tag{5}$$

где $Q_1(x, y, z)$, $Q_2(x, y, z)$ – неизвестные функции от наблюдаемых переменных состояния системы (3); v_1 , v_2 – переменные состояния динамического наблюдателя.

Продифференцируем по времени уравнения (5):

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{w}_1}{dt} &= \frac{\partial Q_1(x, y, z)}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial Q_1(x, y, z)}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial Q_1(x, y, z)}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{dv_1}{dt}, \\ \frac{d\hat{w}_2}{dt} &= \frac{\partial Q_2(x, y, z)}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial Q_2(x, y, z)}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial Q_2(x, y, z)}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{dv_2}{dt}.\end{aligned}\tag{6}$$

Макропеременная (4) должна удовлетворять следующему функциональному уравнению:

$$\dot{\Psi}(t) + L\Psi = 0,\tag{7}$$

где $L = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}$ – матрица коэффициентов, обеспечивающая устойчивость уравнения (7)

и задающая динамику наблюдателя.

Тогда из (7) с учетом (3) - (6) получим:

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial Q_1(x, y, z)}{\partial x}(-y - z) - \frac{\partial Q_1(x, y, z)}{\partial y}(x + w_1 y) - \frac{\partial Q_1(x, y, z)}{\partial z}(b + xz - w_2 z) - \\ & -\frac{dv_1}{dt} + L_{11}(w_1 - \hat{w}_1) + L_{12}(w_2 - \hat{w}_2) = 0, \\ & -\frac{\partial Q_2(x, y, z)}{\partial x}(-y - z) - \frac{\partial Q_2(x, y, z)}{\partial y}(x + w_1 y) - \frac{\partial Q_2(x, y, z)}{\partial z}(b + xz - w_2 z) - \\ & -\frac{dv_2}{dt} + L_{21}(w_1 - \hat{w}_1) + L_{22}(w_2 - \hat{w}_2) = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Так как уравнения наблюдателя не могут содержать в себе ненаблюдаемые переменные состояния, то имеем следующие выражения:

$$\begin{cases} -\frac{\partial Q_1(x, y, z)}{\partial y}y + L_{11} = 0, \\ \frac{\partial Q_1(x, y, z)}{\partial z}z + L_{12} = 0, \\ -\frac{\partial Q_2(x, y, z)}{\partial y}y + L_{21} = 0, \\ \frac{\partial Q_2(x, y, z)}{\partial z}z + L_{22} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Поскольку система (9) четвертого порядка, но имеет шесть неизвестных, то, исходя из условий устойчивости наблюдателя и с учетом (9), выберем:

$$L_{11} = \alpha y^2, L_{12} = 0, L_{21} = 0, L_{22} = \alpha z^2. \quad (10)$$

Тогда:

$$\begin{aligned} Q_1(x, y, z) &= \frac{1}{2}\alpha y^2, \\ Q_2(x, y, z) &= -\frac{1}{2}\alpha z^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, уравнения наблюдателя (8) с учетом (10) и (11) принимают вид:

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= -\alpha xy - \alpha y^2 \hat{w}_1, \\ \dot{v}_2 &= \alpha z(b + xz) - \alpha z^2 \hat{w}_2, \end{aligned}$$

где оценки переменных \hat{w}_1 и \hat{w}_2 вычисляются согласно (5).

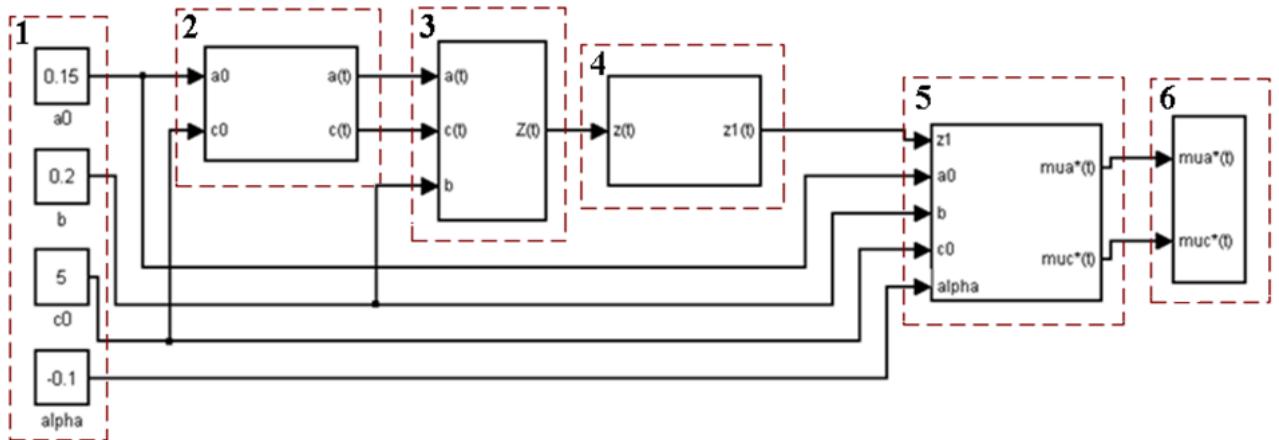
Для перехода от модели вида (1) к виду (2) воспользуемся следующей заменой переменных:

$$\begin{aligned} x &= X - \hat{w}_1 Y, \\ y &= Y, \\ z &= \hat{w}_1 X - Y - Z. \end{aligned}$$

Таким образом, в данном разделе был описан синергетический подход к созданию хаосодинамических систем скрытой передачи информации, работоспособность которого будет подтверждена путем моделирования в системе Simulink.

Результаты моделирования.

Структурная схема системы шифрования и основных ее блоков, полученная описанным выше способом представлена на рис. 1 – 3. Она может применяться для кодирования любого вида информации, но для наглядности работоспособности предложенного подхода рассмотрим кодирование изображений. В качестве тестовых были выбраны два черно-белых изображения размером 200×200 пикселов с 256 градациями уровня серого цвета, представленные на рисунках 4, а, б.



- 1 – модуль «Постоянные параметры»;
- 2 – модуль «Информационный сигнал»;
- 3 – модуль «Передатчик»;
- 4 – модуль «Канал связи»;
- 5 – модуль «Приемник»;
- 6 – модуль «Реконструированный сигнал»

Рис. 1 – Структурная схема системы

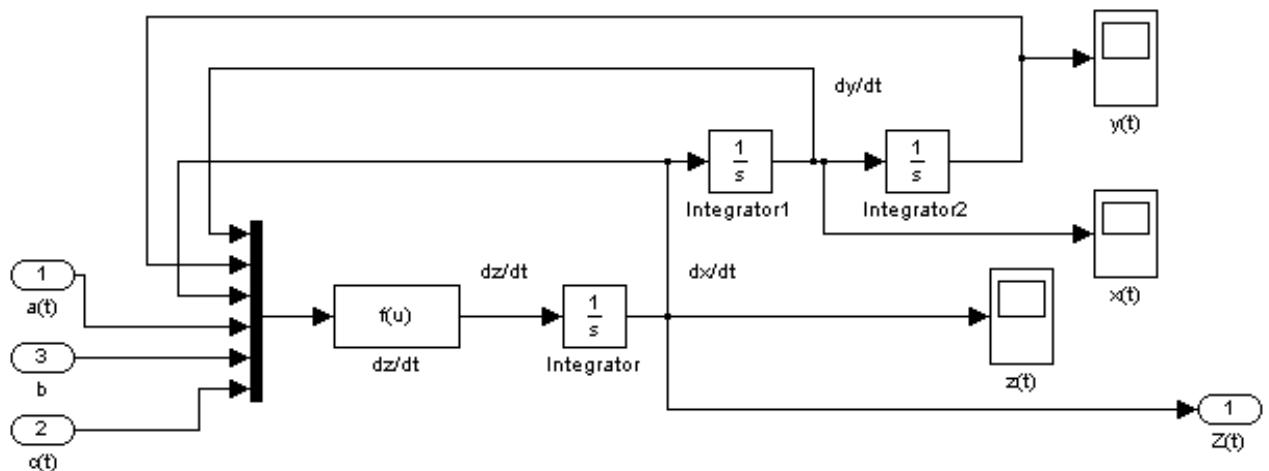


Рис. 2 – Структурная схема передатчика

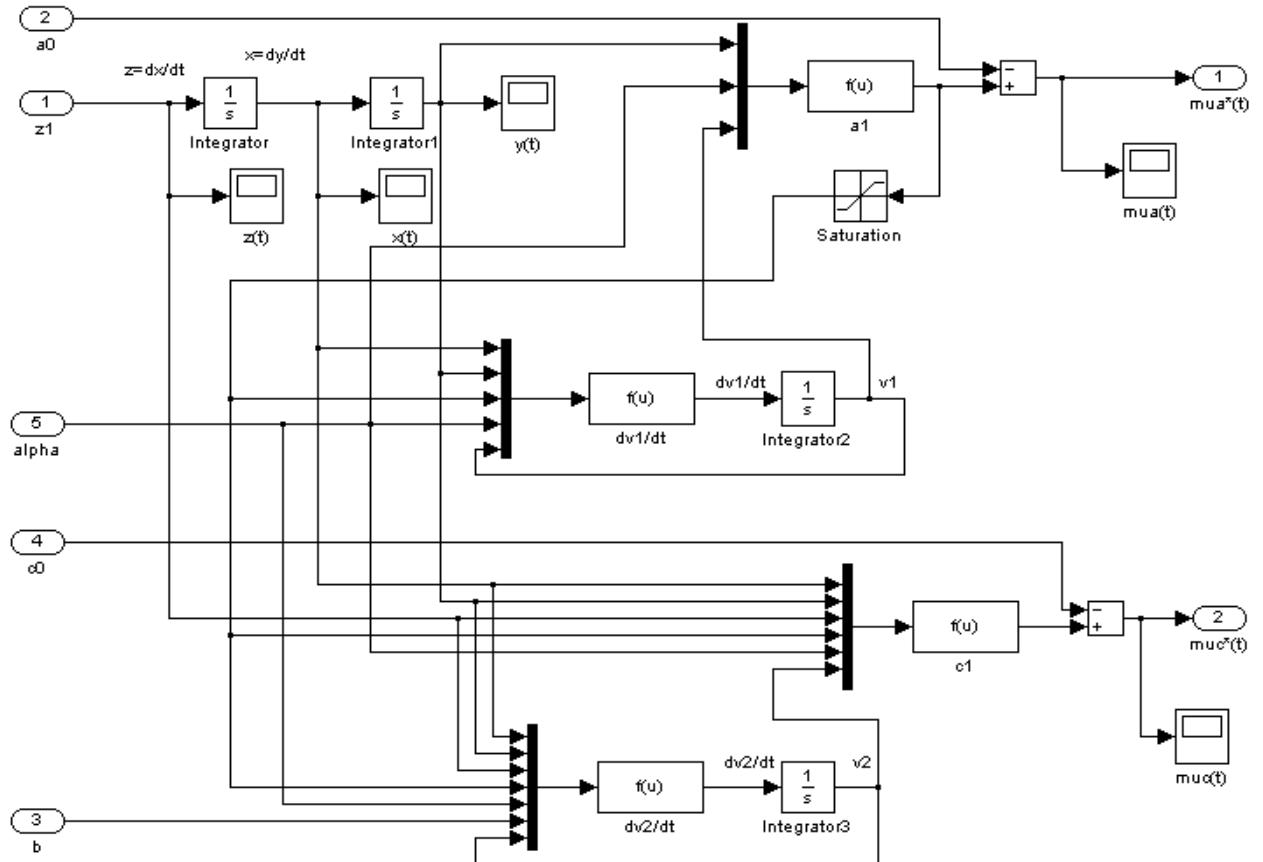


Рис. 3 – Структурная схема приемника

В процессе моделирования применены следующие параметры:

- неизменный параметр системы Рёссlerа: $b = 0,2$;
- параметр синергетического наблюдателя, определяющий скорость оценивания параметра, $\alpha = -0,1$;
- модулирующие сигналы представлены в виде ступенчатых временных зависимостей, высота каждой ступеньки которых соответствует оттенку серого цвета черно-белого изображения.

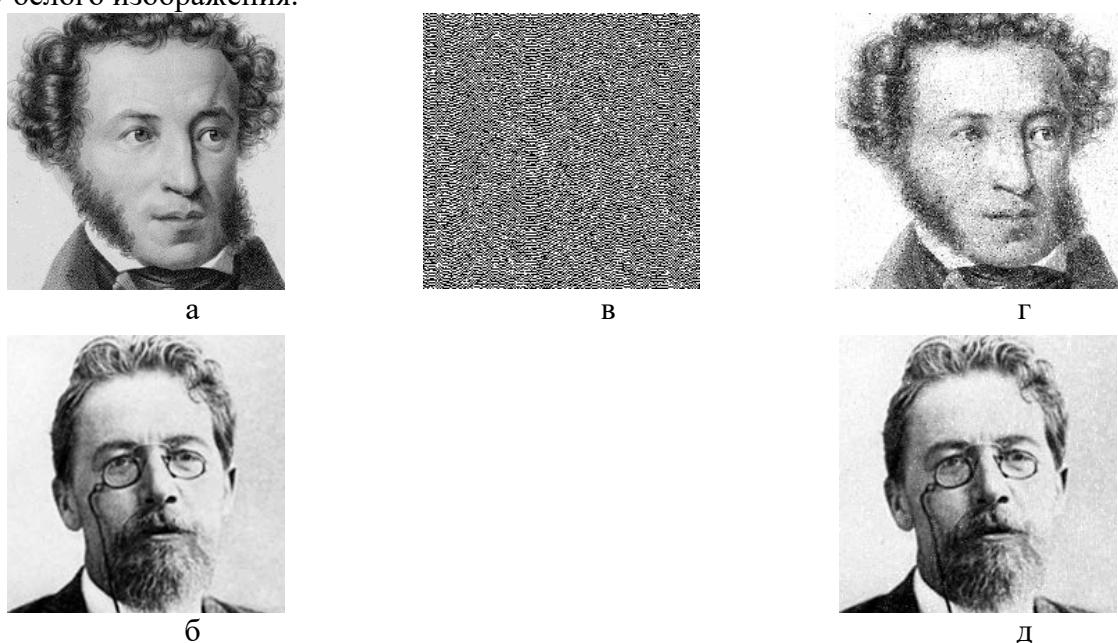


Рис. 4. Тестовые изображения: (а), (б) – тестовые черно-белые изображения с 256 градациями серого уровня на входе системы;
(в) – сигнал в канале связи; (г), (д) – восстановленные изображения

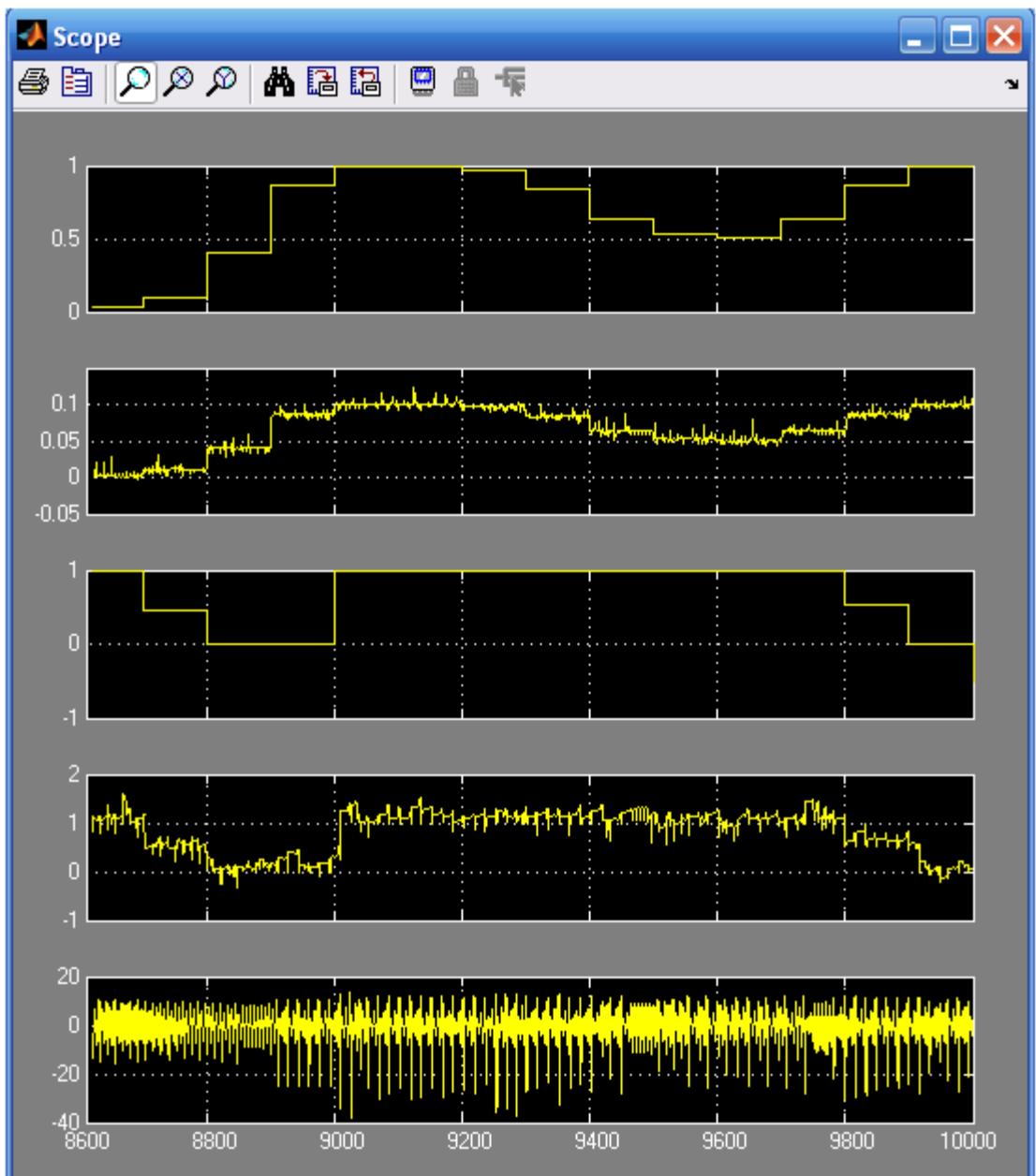


Рисунок 5. Результаты моделирования: (а) – информационный сигнал a ;
 (б) – восстановленный сигнал a ; (в) – сигнал в канале связи;
 (г) – информационный сигнал c ; (д) – восстановленный сигнал c

Результаты моделирования, представленные на рисунках 4, 5 показывают, что предложенный подход к синтезу систем скрытой передачи информации пригоден для криптографического кодирования, так как в шифрованных изображениях не присутствуют никакие структуры (рисунок 4, г, д), в канале связи наблюдаются сложные колебания со сплошным спектром (рисунок 5, д), а восстановленные изображения достаточно точно соответствуют тестовым, то есть, синтезированные уравнения синергетического наблюдателя обеспечивают достаточно точную реконструкцию информационных сигналов.

Заключение.

Таким образом, в данной статье показана возможность практического применения хаосодинамических систем к задаче скрытой передачи информации по каналам связи, несмотря на их высокую чувствительность к малым изменениям «управляющих

параметров» и начальных условий. Использование этих систем как источников информации может найти свое применение в современных системах связи.

Список литературы

1. Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И., Шиманский-Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.
2. Колесников А.А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. – М.: УРСС/Комкнига, 2006.
3. Колесников А.А. и др. Современная прикладная теория управления. Ч. II: Синергетический подход в теории управления. – Москва-Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000.
4. Веселов Г.Е., Колесников А.А. Синергетический подход к обеспечению комплексной безопасности сложных систем // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2012. Т. 129, № 4. С. 8-18.
5. Rossler O.E. An equation for continuous chaos / O.E. Rossler // Phys. Lett. A. –1976. – V. 57A, № 5. – P. 397-398.
6. Дмитриев А.С., Панас А.И. Динамический хаос: Новые носители информации для систем связи. – М.: Физматлит, 2002.

*Брыкалова Анна Александровна¹, Минкина Татьяна Владимировна²,
Котова Татьяна Николаевна³*

¹Московский государственный университет информационных технологий, радиотехники и электроники – филиал в г. Ставрополе

²Северо-Кавказский Федеральный Университет

³Донской Государственный Технический Университет

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ ЧАСТИЧНОЙ КООПЕРАЦИИ В РАЗРАБОТКЕ ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Аннотация. Данная статья посвящена построению и анализу различных моделей сотрудничества фирм в разработке инновационных технологий. В данной работе рассматривается инновационная деятельность компаний на дуополистическом рынке. При этом учитываются неопределенности успеха в разработке инновации и экстернальные эффекты. На этой основе исследуется эффективность различных форм сотрудничества фирм в разработке инноваций. Авторами проведена серьезная работа по определению степени кооперации фирм, ее воздействие на равновесный объем инвестиций в разработку инновационных технологий. Для тех компонентов конечного продукта, которые разрабатываются фирмами индивидуально, фирмы могут осуществлять свою собственную независимую разработку инновационных технологий.

Ключевые слова: организация, инновации, моделирование, технология, экстернальный эффект, дуополистический рынок

Brykalova A.A., Minkina T.V., Kotova T.N.

THE ANALYSIS OF POSSIBILITY OF PARTIAL COOPERATION IN DEVELOPMENT OF INNOVATIVE TECHNOLOGIES

Annotation. This article is devoted to construction and the analysis of various models of cooperation of firms in development of innovative technologies. In this work innovative activity of the companies in the duopolistichesky market is considered. Thus are considered uncertainty of success in development of an innovation and eksternalny effects. On this basis efficiency of various forms of cooperation of firms in development of innovations is investigated. Authors carried out serious work on definition of extent of cooperation of firms, its impact on the equilibrium volume of investment into development of innovative technologies. For those components of the final product which are developed by firms individually, firms can carry out own independent development of innovative technologies.

Keywords: organization, innovations, modeling, technology, eksternalny effect, duopolistichesky market

Решение рассматриваемой игры методом обратного хода, начнем со стадии конкуренции. Выражения для равновесных прибылей фирм на финальной стадии (стадии конкуренции) совпадают с выражениями для прибылей при сценарии отсутствия кооперации фирм и определяются по данной формуле:

$$\pi_i^{III} = \frac{(s(3-s)(a - c_i) + (1-s)(c_j - c_i))^2}{s(s+1)^2(3-s)^2(2-s)}$$

Рассмотрим стадию - **разработки инновационных технологий**. Фирмы совместно устанавливают покомпонентные инвестиции в разработку инновационных технологий для общих компонентов конечного продукта \hat{x}_α с целью максимизации совместной прибыли $\hat{\Pi}_1 + \hat{\Pi}_2$. Одновременно каждая фирма i устанавливает свои покомпонентные инвестиции в разработку инновационных технологий для самостоятельно разрабатываемых компонентов конечного продукта $\hat{x}_{-\alpha i}$ с целью максимизации своей прибыли.

Анализ показывает, что инвестиции в разработку инновационных технологий для общих и самостоятельно разрабатываемых компонентов конечного продукта для каждой фирмы представляют собой стратегические комплементы: более высокие инвестиции в разработку инновационных технологий для общих компонентов конечного продукта соответствуют более высоким инвестициям в разработку инновационных технологий для самостоятельно разрабатываемых компонентов. Подставляя \hat{c}_i и \hat{c}_j в выражение (3.8), перепишем валовую прибыль фирмы i в виде

$$\hat{\pi}_i^{III} = \frac{(as(3-s)(1+2s-s^2)\hat{x}_{-\alpha\alpha i} + (1-c)\hat{x}_{-\alpha\alpha j})^2}{s(1+s)^2(2-s)(3-s)^2},$$

где $\hat{x}_{-\alpha\alpha i} = c - \alpha\hat{x}_\alpha - (1-\alpha)\hat{x}_{-\alpha i}$. Записывая условия первого порядка для \hat{x}_α и $\hat{x}_{-\alpha i}$ при $i = 1, 2$ и решая полученную систему уравнений, получаем \hat{x}_α и $\hat{x}_{-\alpha}$ в виде

$$\hat{x}_\alpha = 4s(3-s)\hat{\gamma}, \quad (1)$$

$$\hat{x}_{-\alpha} = 2(1+2s-s^2)\hat{\gamma}, \quad (2)$$

где $\hat{\gamma} = \frac{a-c}{(2-s)(1+s)^2\psi(3-s) + 2s^2 - 4s - 2 + 2\alpha(s^2 - 4s + 1)}$.

Условия второго порядка для \hat{x}_α и $\hat{x}_{-\alpha}$

$$\psi > \frac{4as}{(1+s)^2(2-s)} \text{ и } \psi > \frac{2(1-\alpha)(1+2s-s^2)^2}{s(1+s)^2(2-s)(3-s)^2}$$

выполняются при

$$\psi > \max \left\{ 1, \frac{2(1-\alpha)(1+2s-s^2)^2}{s(1+s)^2(2-s)(3-s)^2} \right\}.$$

Выясним, как степень кооперации фирм в разработке инновационных продуктов воздействует на равновесный объем инвестиций в разработку инновационных технологий. Воздействие степени кооперации фирм в разработке инновационных продуктов воздействует на равновесный объем инвестиций в разработку инновационных технологий может быть представлено в следующем виде

$$\frac{d\hat{x}}{d\alpha} = \frac{\partial \hat{x}}{\partial \alpha} + \frac{\partial \hat{x}}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \alpha}. \quad (3)$$

Здесь взаимодействуют различные эффекты. Первый член в правой части уравнения (3) представляет собой прямой эффект, т.е. он описывает, как изменение степени общности компонентов конечного продукта воздействует на решения относительно инвестиций в разработку инновационных технологий посредством разделения затрат между фирмами и координации инвестиций для заданной степени дифференциации продукции S . Второй член представляет собой неявное воздействие степени общности компонентов конечного продукта на инвестиции в разработку инновационных технологий, которое осуществляется посредством степени дифференциации продукции. Более высокая степень общности компонентов конечного продукта означает более низкую степень дифференциации продукции, которая в свою очередь воздействует на решения относительно разработки инновационных технологий. Это объясняется тем, что степень дифференциации продукции

воздействует на величины прямого и стратегического эффектов разработки инновационных технологий на прибыли (которые были обсуждены для сценария отсутствия кооперации фирм в разработке инновационных технологий). В табл. 1 представлены знаки каждого из эффектов.

Таблица 1. Предельное воздействие степени общности компонентов конечного продукта α на инвестиции в разработку инновационных технологий

Предельное воздействие α на инвестиции в разработку инновационных технологий	
Прямой эффект $\frac{\partial \hat{x}}{\partial \alpha}$	Неявный эффект $\frac{\partial \hat{x}}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \alpha}$
(+) при $s \geq \tilde{s}$	(-)
(-) при $s < \tilde{s}$	

Неявный эффект всегда отрицателен. Прямой эффект положителен, только если степень дифференциации продукции достаточно велика. Это объясняется тем, что два источника прямого эффекта, разделение затрат между фирмами и координация инвестиций, действуют в противоположных направлениях. Более высокая степень общности компонентов конечного продукта позволяет фирмам вовлечься в совместный процесс разработки инновационных технологий по большему числу компонентов конечного продукта. С одной стороны, это приводит к увеличению инвестиций в разработку инновационных технологий для общих компонентов конечного продукта благодаря положительному эффекту разделения затрат между фирмами. С другой стороны, это означает, что конкуренция в инвестициях в разработку инновационных технологий интернализуется для большего числа компонентов конечного продукта, что в свою очередь стремится снизить уровень инвестиций в разработку инновационных технологий для общих компонентов конечного продукта. Если степень дифференциации продукции достаточно велика (т.е. если интенсивность конкуренции на товарном рынке невысока), последний эффект несущественен, и первый эффект определяет знак прямого эффекта. Поскольку инвестиции в разработку инновационных технологий для общих и самостоятельно разрабатываемых компонентов конечного продукта для каждой фирмы представляют собой стратегические комплементы, знак предельного воздействия степени общности компонентов конечного продукта α на инвестиции в разработку инновационных технологий для самостоятельно разрабатываемых компонентов конечного продукта следует за знаком предельного воздействия степени общности компонентов конечного продукта α на инвестиции в разработку инновационных технологий для общих компонентов конечного продукта.

Предельное воздействие степени кооперации фирм на инвестиции в разработку инновационных технологий, таким образом, неоднозначно, за исключением достаточно низких степеней дифференциации продукции. Для достаточно низких степеней дифференциации продукции и прямой, и неявный эффекты отрицательны, и инвестиции в разработку инновационных технологий для общих и самостоятельно разрабатываемых компонентов конечного продукта снижаются с ростом степени кооперации фирм в разработке инновационных продуктов. При более высоких степенях дифференциации

продукции, однако, знак предельного эффекта зависит от величин параметра ψ и производной $\frac{\partial s}{\partial \alpha}$, и может быть либо отрицательным, либо положительным.

Хотя воздействие степени общности компонентов конечного продукта α на инвестиции в разработку инновационных технологий неоднозначно для высоких степеней дифференциации продукции, α оказывает однозначное воздействие на интенсивность кооперации в разработке инновационных технологий, которую охарактеризуем отношением инвестиций в разработку инновационных технологий для общих компонентов конечного продукта \hat{x}_α и инвестиций в разработку инновационных технологий для

самостоятельно разрабатываемых компонентов конечного продукта $\hat{x}_{-\alpha}$: $\frac{\hat{x}_\alpha}{\hat{x}_{-\alpha}}$.

Докажем следующий результат.

Утверждение 1. При частичной кооперации фирм в разработке инновационных технологий интенсивность кооперации в разработке инновационных технологий снижается с ростом степени кооперации фирм в разработке инновационных продуктов.

Доказательство очевидно, поскольку отношение

$$\frac{\hat{x}_\alpha}{\hat{x}_{-\alpha}} = \frac{2s(3-s)}{1+2s-s^2},$$

представляет собой возрастающую функцию s , и получаем $\frac{\partial s}{\partial \alpha} < 0$.

Более высокая степень кооперации фирм в разработке инновационных продуктов снижает степень дифференциации продукции, что в свою очередь приводит к более интенсивным инвестициям в разработку инновационных технологий. Поскольку инвестиции в разработку инновационных технологий для общих компонентов конечного продукта интернализуют этот эффект конкуренции, а инвестиции в разработку инновационных технологий для самостоятельно разрабатываемых компонентов конечного продукта не интернализуют эффект конкуренции, отношение инвестиций в разработку инновационных технологий для общих компонентов конечного продукта \hat{x}_α и инвестиций в разработку инновационных технологий для самостоятельно разрабатываемых компонентов конечного продукта $\hat{x}_{-\alpha}$ ниже при более высокой степени кооперации фирм в разработке инновационных продуктов.

Следующий результат, для данной степени кооперации фирм в разработке инновационных продуктов, сравнивает уровни инвестиций в разработку инновационных технологий для общих и самостоятельно разрабатываемых компонентов конечного продукта для всех трех сценариев.

Утверждение 2. Для данной степени кооперации фирм в разработке инновационных продуктов α имеем $\tilde{x} \geq \hat{x}_\alpha \geq \hat{x}_{-\alpha} \geq x$, если $s > \tilde{s}$, а при $s \leq \tilde{s}$ знаки неравенства меняются на противоположные.

Действительно, при сценарии отсутствия кооперации инвестиции в разработку инновационных технологий в расчете на компоненту составляют

$$x = \frac{2(a-c)(1+2s-s^2)}{\psi(1+s)^2(3-s)(2-s)+2s^2-4s-2},$$

тогда как при частичной кооперации они составляют

$$\hat{x}_\alpha = \frac{4s(a-c)(3-s)}{\psi(1+s)^2(3-s)(2-s)+2s^2-4s-2+2\alpha(s^2-4s+1)}$$

для общих компонентов конечного продукта, и

$$\hat{x}_{-\alpha} = \frac{2(a-c)(1+2s-s^2)}{\psi(1+s)^2(3-s)(2-s)+2s^2-4s-2+2\alpha(s^2-4s+1)}$$

самостоятельно разрабатываемых компонентов конечного продукта. Во-первых, имеем $\hat{x}_\alpha \geq \hat{x}_{-\alpha}$ тогда и только тогда, когда имеет место неравенство

$$4s(3-s) \geq 2(1+2s-s^2),$$

которое эквивалентно условию $s \geq \tilde{s}$. Во-вторых, имеем $\hat{x}_{-\alpha} \geq x$ тогда и только тогда, когда имеет место неравенство

$$2\alpha(1-4s+s^2) \leq 0,$$

которое эквивалентно условию $s \geq \tilde{s}$. Наконец, имеем

$$\tilde{x} = \frac{4s(a-c)}{\psi(1+s)^2(2-s)-4s}$$

$$\text{и } \hat{x}_\alpha = \frac{4s(a-c)}{\psi(1+s)^2(2-s)+[2s^2-4s-2+2\alpha(s^2-4s+1)]/(3-s)}.$$

Получаем $\tilde{x} > \hat{x}_\alpha$, тогда и только тогда, когда имеет место неравенство

$$4s > -[2s^2-4s-2+2\alpha(s^2-4s+1)]/(3-s),$$

которое справедливо тогда и только тогда, когда имеет место неравенство

$$2(1-\alpha)(s^2-4s+1) < 0,$$

т.е. $s > \tilde{s}$.

Во-первых, заметим, что ранжирование уровней инвестиций в разработку инновационных технологий при сценариях отсутствия кооперации и полной кооперации фирм зависит от степени дифференциации продукции S . Это объясняется тем, что при малых значениях S (соответствующих интенсивной конкуренции на товарном рынке) фирмы стремятся агрессивно конкурировать в инвестициях в разработку инновационных технологий, что приводит к более высоким объемам инвестиций при сценарии отсутствия кооперации фирм (когда они не интернилизуют этот эффект конкуренции). При более высоких значениях степени дифференциации продукции S (соответствующих слабой конкуренции на товарном рынке) инвестиции в разработку инновационных технологий дают более высокий предельный доход. Поскольку при сценарии полной кооперации фирмы разделяют затраты на осуществление инвестиции в разработку инновационных технологий, это приводит к более высокому уровню инвестиций, чем при некооперативном сценарии.

Уровень инвестиций в разработку инновационных технологий при сценарии частичной кооперации занимает промежуточное положение между уровнями инвестиций при сценариях отсутствия кооперации фирм и полной кооперации. При сценарии частичной кооперации ранжирование уровней инвестиций в разработку инновационных технологий для общих и самостоятельно разрабатываемых компонентов конечного продукта также зависит от степени дифференциации продукции S . На интуитивном уровне это объясняется следующим образом. При сценарии частичной кооперации фирмы предпринимают как совместные, так и независимые инвестиции в разработку инновационных технологий. При высоких значениях степени дифференциации продукции S предельные доходы от инвестиций в разработку инновационных технологий высоки и для общих, и для самостоятельно разрабатываемых фирмами компонентов конечного продукта. Поскольку разделение затрат на осуществление инвестиций в разработку инновационных технологий относится только к общим компонентам, инвестиции в разработку инновационных технологий выше для этих компонентов по сравнению с инвестициями для самостоятельно разрабатываемых фирмами компонентов конечного продукта. При низких значениях степени дифференциации продукции фирмы агрессивно инвестируют в разработку инновационных технологий для самостоятельно разработанных

компонентов конечного продукта, и интернализуют эффект конкуренции при разработке инновационных технологий для общих компонентов конечного продукта.

Заметим, что этот результат не имеет места, если фирмы координируют, а не объединяют свои усилия в процессе разработки инновационных технологий. Если бы фирмы совместно устанавливали X_α , без разделения затрат на осуществление инвестиций в разработку инновационных технологий, уровни инвестиций ранжировались бы следующим образом $x \geq \hat{x}_{-\alpha} \geq \hat{x}_\alpha \geq \hat{x}$ при всех S . Это объясняется тем, что при отсутствии разделения затрат на осуществление инвестиций координация инвестиций в разработку инновационных технологий имеет просто эффект соглашения, который приводит к более низким инвестициям по сравнению с некооперативным сценарием.

Рассмотрим стадию - разработки инновационных продуктов. Фирмы устанавливают степень кооперации компаний в разработке инновационных продуктов α с целью максимизации совокупной прибыли. Поскольку $\hat{\Pi}_1 = \hat{\Pi}_2$, степень кооперации, максимизирующую совокупную прибыль, максимизирует также прибыль каждой фирмы. Следовательно, фирмы решают следующую задачу оптимизации

$$\max_{\alpha \in [0,1]} \hat{\Pi}_i(\alpha) = \hat{\pi}''(s(\alpha)) - R(\alpha, \hat{x}_\alpha, \hat{x}_{-\alpha}) - D(\alpha).$$

$$\text{Положим } \hat{\pi} = \hat{\pi}''(\alpha) - R(\alpha, \hat{x}_\alpha, \hat{x}_{-\alpha}).$$

Условие первого порядка имеет вид

$$\underbrace{\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial \alpha}}_I + \underbrace{\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \alpha}}_{II} + \frac{1}{2} \eta = 0.$$

Член I в этом уравнении представляет прямой эффект степени кооперации на прибыль (посредством экономии затрат на разработку инновационных технологий), тогда как член II представляет неявный эффект степени кооперации (посредством степени дифференциации продукции). Прямой эффект положителен, тогда как неявный эффект отрицателен. Это означает, что более высокая степень кооперации означает экономию затрат в большем объеме, но в тоже время сокращает степень дифференциации продукции.

Следующий результат характеризует равновесную степень кооперации в разработке инновационных продуктов при частичной кооперации фирм в разработке инновационных технологий.

Утверждение 3. При частичной кооперации компаний в области разработки инновационных технологий равновесная степень кооперации в разработке инновационных продуктов выше, если предельные затраты на разработку компонент продукта, η , большие, однако она может и возрастать, и убывать с ростом затрат на осуществление инвестиций в разработку инновационных технологий ψ .

Положим $\hat{\pi} = \hat{\pi}^H - R(\alpha, \hat{x}_\alpha, \hat{x}_{-\alpha})$.

Условие первого порядка максимизации прибыли имеет вид

$$\frac{d\hat{\Pi}_i}{d\alpha} = \frac{\partial \hat{\pi}}{\partial \alpha} + \frac{\partial \hat{\pi}}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \alpha} + \frac{1}{2} \eta = 0. \quad (4)$$

Исследуем воздействие параметра ψ на степень кооперации. Для этого проанализируем воздействие параметра ψ на прямой и неявный эффекты α на прибыль (первое и второе слагаемые в (3.17)). Прямой эффект определяется соотношением

$$\frac{\partial \hat{\pi}^B}{\partial \alpha} = \frac{2\psi(a-c)^2 f(s, \psi, \alpha)}{[\psi(1+s)^2(3-s)(2-s) + 2(s^2 - 2s - 4s\alpha - 1) + 2\alpha(s^2 + 1)]^3} \quad (5)$$

Знаменатель (3.18) положителен при всех значениях s, α и ψ , поскольку его знак совпадает со знаком \hat{x}_α , а $\hat{x}_\alpha \geq 0$. Числитель (3.18) возрастает по ψ . При $\psi = 1$ числитель становится функцией s и α , определенной в области $(s, \alpha) \in [0,1]^2$. Можно показать, что минимум этой функции равен нулю, и поэтому эта функция положительна.

Поэтому при всех $\psi \geq 1$ и всех s и α имеем $\frac{\partial \hat{\pi}^B}{\partial \alpha} \geq 0$, т.е. прямой эффект положителен.

Теперь проанализируем изменение $\frac{\partial \hat{\pi}^B}{\partial \alpha}$ в зависимости от ψ . Получаем

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \frac{\partial \hat{\pi}^B}{\partial \alpha} = - \frac{2g(s, \psi, \alpha)}{[\psi(1+s)^2(3-s)(2-s) + 2(s^2 - 2s - 4s\alpha - 1) + 2\alpha(s^2 + 1)]^4},$$

где $g(s, \psi, \alpha)$ – полином второй степени по ψ . Анализ показывает, что g положительна при всех $\psi > 1$ и всех s и α , и поэтому $\frac{\partial}{\partial \psi} \frac{\partial \hat{\pi}^B}{\partial \alpha} < 0$. Это означает, что прямой эффект снижается с ростом ψ .

Неявный эффект определяется выражением $\frac{\partial \hat{\pi}^B}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \alpha}$. Второй сомножитель в этом выражении всегда отрицателен и не зависит от ψ . Исследуем знак производной $\frac{\partial \hat{\pi}^B}{\partial s}$ и ее изменение относительно ψ . Имеем

$$\frac{\partial \hat{\pi}^B}{\partial s} = \frac{2\psi(a-c)^2 h(s, \psi, \alpha)}{[\psi(1+s)^2(3-s)(2-s) + 2(s^2 - 2s - 4s\alpha - 1) + 2\alpha(s^2 + 1)]^3} > 0.$$

Чтобы определить изменение $\frac{\partial \hat{\pi}^B}{\partial \alpha}$ относительно ψ , вычислим производную

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \frac{\partial \hat{\pi}^B}{\partial \alpha} = \frac{(a-c)^2 k(s, \psi, \alpha)}{[\psi(1+s)^2(3-s)(2-s) + 2(s^2 - 2s - 4s\alpha - 1) + 2\alpha(s^2 + 1)]^4},$$

где k – полином второй степени переменной ψ . Поскольку коэффициент при ψ^2 строго отрицателен для всех s и α , k имеет форму колокола. Определим максимум k при $(\alpha, s) \in [0,1]^2$ и

$$\psi > \max \left\{ 1, \frac{2(1-\alpha)(1+2s-s^2)^2}{s(1+s)^2(2-s)(3-s)^2} \right\}. \quad (6)$$

Находим, что максимум k равен нулю. Следовательно, для всех $(\alpha, s) \in [0,1]^2$ и ψ из (3.19) имеем $k \leq 0$, и поэтому $\frac{\partial}{\partial \psi} \frac{\partial \hat{\pi}^B}{\partial \alpha} \leq 0$, что означает, что неявный эффект усиливается с ростом ψ .

На интуитивном уровне полученный результат имеет следующую интерпретацию. Затраты на разработку инновационных технологий ψ воздействует как на прямой, так и на неявный эффекты, связанные с влиянием степени кооперации фирм на их прибыли. Как показывает проведенный выше анализ, прямой эффект снижается с ростом ψ , тогда как неявный эффект усиливается с ростом ψ . Поэтому, в отличие от рассмотренных выше сценариев отсутствия кооперации и полной кооперации, в данном случае степень кооперации может снижаться с ростом ψ благодаря прямому эффекту. Это объясняется тем, что если параметр ψ растет, фирмы инвестируют меньше в разработку инновационных технологий. Следовательно, экономия затрат на осуществление разработки инновационных технологий меньше, что в свою очередь снижает стимулы к кооперации фирм в разработке инновационных продуктов.

Как показывает проведенный анализ, учет прямой связи между решениями фирм относительно сотрудничества в разработке инновационных продуктов и разработке инновационных технологий (сценарий частичной кооперации) приводит к изменению результатов работ, в которых такая связь отсутствует [1] (эти постановки соответствуют сценарию полной кооперации настоящей работы). Во-первых, анализ показал, что инвестиции в разработку инновационных технологий снижаются с ростом степени кооперации фирм в разработке инновационных продуктов при сценарии полной кооперации, однако направление действия этого эффекта неоднозначно при сценарии частичной кооперации. Во-вторых, хотя равновесная степень кооперации в разработке инновационных продуктов растет с ростом затрат на осуществление инвестиций в разработку инновационных технологий при сценарии полной кооперации, она может как возрастать, так и снижаться при сценарии частичной кооперации. Это объясняется тем, что при наличии прямой связи между решениями фирм относительно сотрудничества в разработке инновационных продуктов и разработке инновационных технологий возникает прямое воздействие степени кооперации фирм в разработке инновационных продуктов (который отсутствует, если эту связь не учитывать), и этот эффект может действовать в направлении, противоположном направлению неявного эффекта, действующего на стадии конкуренции. Наконец, рассматриваемая в настоящей работе прямая связь между решениями фирм относительно сотрудничества в разработке инновационных продуктов и разработке инновационных технологий, позволяет проанализировать совместные инвестиции фирм в разработку инновационных технологий по сравнению с независимым процессом инвестиций фирм в разработку инновационных технологий. Проведенный анализ выявляет комплементарность между степенью кооперации в разработке инновационных продуктов и интенсивностью кооперации в разработке инновационных технологий.

Список литературы:

- Брыкалова А.А., Минкина Т.В. Анализ сотрудничества конкурирующих фирм в разработке инновационных продуктов//Вестник Академии знаний. 2013. № 1 (4). С. 30-32
- Брыкалова А.А. Моделирование кооперации фирм в разработке инновационных продуктов и инновационных технологий//Проблемы экономики. -2009, № 6.

3. Брыкалова А.А. Моделирование сотрудничества фирм в разработке инноваций в условиях duополистической конкуренции//Пространство экономики. -2009. -Т. 7, № 4. Ростов-на-Дону: изд-во ЮФУ.
4. Брыкалова А.А. Моделирование и анализ кооперации компаний в области разработки инноваций//Материалы VII Всероссийской научно-практической конференции «Развитие инновационного потенциала предприятий, отраслей и формирование направлений его стратегического развития». -Пенза, 2009.
5. Методологическое обоснование оценки эффективности инвестиционных проектов с учетом факторов риска и неопределенности. Котова Т.Н., Хачатурян Р.Е. В сборнике: В мире научных исследований Материалы II Международной научно-практической конференции. 2013. С. 103-107.
6. Брыкалова А.А., Минкина Т.В., Азаров И.В. Экономико-математическая модель конкурентного научно-исследовательского сектора с учетом неопределенности успеха в разработке инновации и экстернальных эффектов// Экономические и гуманитарные исследования регионов. 2013. № 3. С. 123-130.
7. Шуваев А. В. Информационные и экономические аспекты категории «трудовой потенциал»//Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона: сб. тр. науч. конф. Ставрополь, 2013. С. 157-159.

Воронин Владимир Викторович, Давыдов Олег Андреевич

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ЭКСПЕРТНЫХ СИСТЕМ

Аннотация: Рассматриваются основные задачи и структура диагностических экспертных систем ЛВС. Предлагается для целей анализа и синтеза использовать в структуре экспертных систем аппарат теории массового обслуживания. На примере процесса диагностирования локальных вычислительных сетей анализируется эффективность такого подхода.

Ключевые слова: сетевое оборудование, диагностирование, ЛВС, неисправность, база знаний, вероятность, система массового обслуживания, экспертная система, показатели эффективности.

Voronin V.V., Davyдов O.A.

MODELING OF DIAGNOSTIC EXPERT SYSTEMS.

Abstract: Article considers the main tasks and structure of the diagnostic expert systems LAN. It is proposed for the purposes of analysis and synthesis used in the structure of expert systems-up preparations queuing theory. For example, the process of diagnosing LANs analyzes the effectiveness of this approach.

Key words: network equipment, diagnostics, LAN failure, the base knowledge-ny, probability, queuing system, expert system, indicators of effectiveness, efficiency.

При диагностировании технического состояния локальных вычислительных сетей (ЛВС) специалисты часто сталкиваются с множеством источников неопределенности, но в большинстве случаев их можно разделить на две категории: недостаточно полное знание предметной области и недостаток информации о конкретной ситуации.

Знания о предметной области могут быть неясными или неполными: в них могут использоваться недостаточно четко сформулированные концепции или недостаточно изученные явления.

Неопределенность знаний приводит к тому, что правила влияния даже в простых случаях не всегда дают корректные результаты. Располагая неполным знанием, мы не можем уверенно предсказать, какой эффект даст то или иное действие. Даже когда мы располагаем достаточно полной теорией предметной области, эксперт может посчитать, что эффективнее использовать не точные, а эвристические методы. Так, методика устранения неисправностей серверного оборудования путем замены подозрительных узлов оказывается значительно более эффективной, чем скрупулезный анализ цепей в поиске детали, вышедшей из строя.

Помимо всего прочего, существует еще и фактор времени. Не всегда есть возможность быстро получить необходимые данные, когда ситуация требует принятия срочного решения. Если аппаратура ЛВС находится в нерабочем состоянии или приводит к сбоям в работе участка сети, вряд ли кто-нибудь будет ждать окончания всего комплекса проверок, прежде чем принимать решение о его замене.

Для подавляющего большинства объектов диагностирования (ОД), к которым относятся и ЛВС, построение точных математических моделей практически невозможно ввиду их сложной формализуемости. Диагностирование таких объектов, определение технического состояния ЛВС возможно с использованием адаптивных принципов. Для

плохо формализуемых ОД особый интерес вызывают системы, построенные на новых, интеллектуальных принципах - экспертные системы (ЭС).

Суммируя все сказанное, отметим, что эксперты пользуются неточными методами по причинам отсутствия необходимого объема данных или невозможности их накопления по соображениям стоимости, риска или из-за отсутствия времени на сбор необходимой информации.

Применение ЭС в области технической диагностики (диагностические ЭС (ДЭС)) позволяет решить множество задач, к которым относятся [1]:

- интерпретация экспериментальных данных;
- поиск неисправностей;
- мониторинг работоспособности ОД;
- прогнозирование технического состояния;
- обучение технологиям диагностирования (аккумулирование знаний) и др.

Все ЭС имеют сходную структуру, которая включает – базу знаний, машину вывода, редактор базы знаний, интерфейс пользователя [2]. Однако ЭС в общем смысле является программным продуктом с определенным методом представления задачи, когда проблема сформулирована таким образом, что ее легко решить, и методом поиска – эффективным алгоритмом управления ходом решения задачи в некоторой узкой предметной области.

Общая структурная схема экспертной системы показана на рис. 1.

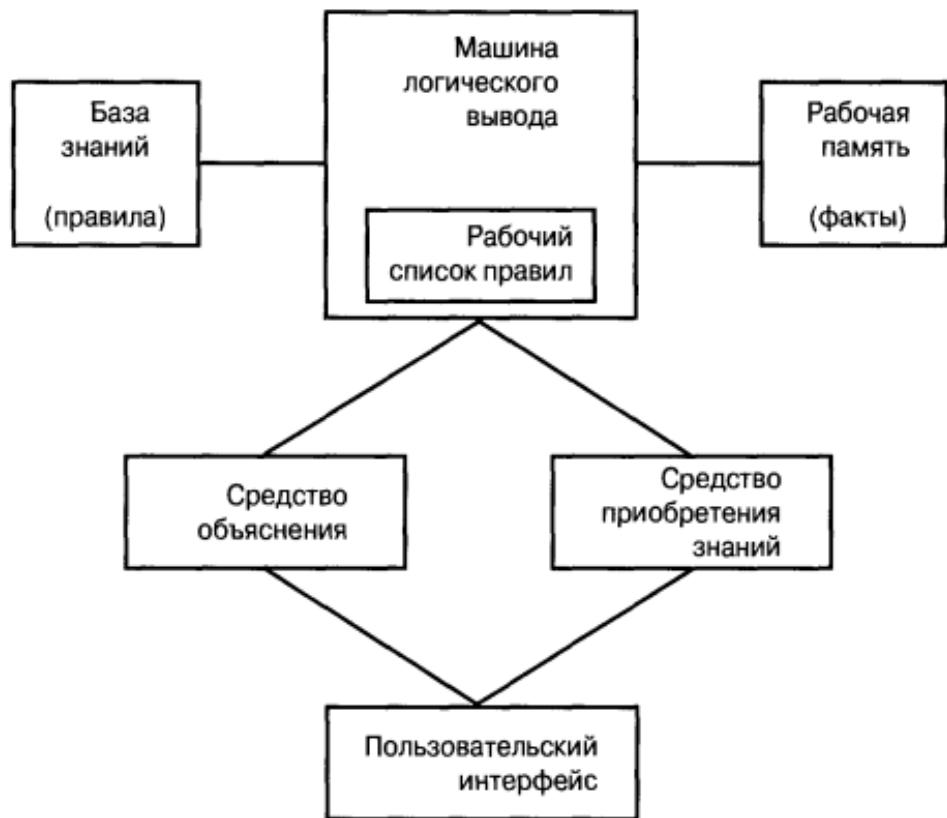


Рис. 1. Структура экспертной системы

В рамках данной работы предлагается дополнить структуру ДЭС аппаратом теории массового обслуживания.

Такой шаг вполне обоснован – результатом работы ДЭС для ЛВС является обнаружение неисправности и вывод предложений по ее устранению. Следующий логичный шаг - устранение данной неисправности.

Объектом диагностирования в данной работе рассматривается ЛВС.

ЛВС относятся к категории сложных систем. Наиболее существенные их черты: наличие единой цели функционирования для всей системы; многообразие функций,

реализуемых системой и направленных на достижение данной цели; большое число информационно-связанных и взаимодействующих элементов, составляющих систему; возможность деления системы на подсистемы, цели функционирования которых подчинены общей цели; иерархическая структура связей подсистем и иерархия показателей качества функционирования системы; наличие управления в системе (подсистемах) и высокая степень её автоматизации; высокий уровень надежности системы, построенной в целом из ненадежных элементов.

ЛВС представляют собой системы распределенной обработки данных и охватывают небольшие территории (диаметром 5—10 км) внутри отдельных предприятий, учреждений или организаций [3, 4]. При помощи общего канала связи ЛВС может объединять от десятков до сотен абонентских узлов, включающих персональные компьютеры (ПК), внешние запоминающие устройства (ЗУ), дисплеи, печатающие и копирующие устройства, кассовые и банковские аппараты, интерфейсные схемы и др. ЛВС могут подключаться к другим локальным и большим (региональным, глобальным) сетям ЭВМ с помощью специальных шлюзов, мостов и маршрутизаторов, реализуемых на специализированных устройствах или на ПК с соответствующим программным обеспечением [5]. В условиях, когда количество узлов системы достигает нескольких сотен и больше, применение теории систем массового обслуживания для анализа ДЭС считаем обоснованным.

Поступление заявок на техническое обслуживание или замену узлов ЛВС, в которых обнаружена неисправность, происходит через неопределенные промежутки времени, которые к тому же не являются постоянной величиной. Это обуславливает возможность состояния ожидания в процессе обслуживания.

Попытка математического описания подобных систем при помощи детерминированных моделей при решении задач анализа и синтеза диагностического обеспечения приводит к значительным ошибкам в выводах и практических рекомендациях.

Обслуживаемым объектом в нашем случае является ЛВС, а точнее ее узел, в котором обнаружена неисправность, тогда заявкой будет запрос на устранение этой неисправности. В роли каналов обслуживания могут выступать как программные средства (если неисправность имеет программный характер), так и специалисты (если неисправность имеет аппаратный характер) [6].

Задачи теории массового обслуживания носят оптимизационный характер и в конечном итоге имеют экономический аспект, при котором будет обеспечен минимум суммарных затрат от ожидания обслуживания, потерь времени и ресурсов на обслуживание и от простоев каналов обслуживания.

В качестве показателей эффективности систем массового обслуживания обычно используется [7]:

- абсолютная пропускная способность системы;
- относительная пропускная способность системы;
- вероятность отказа;
- среднее число занятых каналов;
- среднее число заявок; среднее число заявок в очереди;
- среднее число заявок в системе;
- среднее время пребывания заявки в очереди;
- среднее время пребывания заявки в системе;
- степень загрузки канала и др.

Приведем классификационные признаки рассматриваемой системы массового обслуживания [8]:

- по числу обслуживаемых каналов – многоканальная;
- по времени пребывания заявок в очереди до начала обслуживания – с ожиданиями (очередью); с неограниченной очередью;
- по приоритетности обслуживания – с абсолютным приоритетом;

- по принципу обслуживания – «первый пришел – первый обслужен»;
- в зависимости от способа генерации заявок – открытая.

Для такого типа системы массового обслуживания возможны следующие состояния: S_0 – все каналы свободны (ноль заявок в системе); S_1 – один канал занят, остальные свободны (одна заявка в системе); S_2 – два канала заняты, остальные свободны (две заявки в системе); S_n – все n каналов заняты (n заявок в системе), ноль заявок в очереди; S_{n+m} – все каналы заняты, одна заявка в очереди; S_{n+m+1} – все каналы заняты, m заявок в очереди.

Граф состояний такой системы приведен на рис. 2.

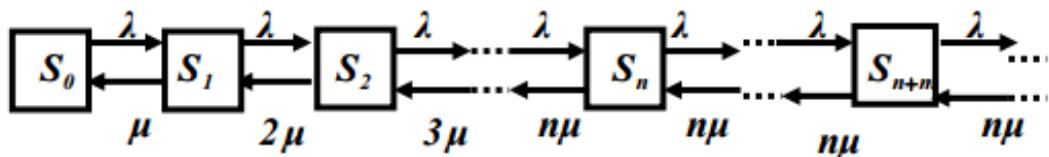


Рис. 2. Граф состояний системы массового обслуживания

В систему поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ ; интенсивность обслуживания μ , т.е. в среднем непрерывно занятый канал будет выдавать $p = \frac{\lambda}{\mu}$ обслуженных заявок в единицу времени.

Длительность обслуживания – случайная величина, подчиненная показательному закону распределения. Поток обслуживания является простейшим пуассоновским потоком событий. Заявка, поступившая в момент, когда все каналы заняты становиться в очередь и ожидает обслуживания.

Поскольку ограничение на длину очереди отсутствует, то любая заявка может быть обслужена, поэтому $P_{обc} = 1$, следовательно, относительная способность $Q = P_{обc} = 1 \Rightarrow P_{отк} = 0$, а абсолютная пропускная способность $A = \lambda Q = \lambda$.

Если $p < n$, то процесс обслуживания устойчив. Если $p \geq n$, то система работает неустойчиво.

Найдем характеристики системы технического обслуживания для данного ОД на конкретном примере.

Пусть для обслуживания ЛВС в штате состоят три инженера ($n=3$), в процессе работы ЛВС хотя бы раз в день возникает неисправность и, следовательно, необходимость ее устранить ($\lambda = 1$), среднее время устранения неисправности составляет два дня ($t_{об} = 2$), интенсивность обслуживания ($\mu = \frac{1}{t_{об}} = 0,5$).

Решение $p = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1}{0,5} = 2$. По условию $p < n$, следовательно, очередь не будет возрастать до бесконечности и в системе наступает предельный стационарный режим работы.

Найдем вероятность того, что неисправностей нет и инженеры свободны:

$$p_0 = \left(1 + \frac{p}{1!} + \frac{p^2}{2!} + \dots + \frac{p^{n-1}}{(n-1)!} + \frac{p^n}{n!} * \frac{1}{n-p}\right)^{-1} = 0,158$$

Вероятность того, что обнаружена одна неисправность:

$$p_1 = p * p_0 = 2 * 0,158 = 0,316$$

Вероятность того, что обнаружены две неисправности:

$$p_2 = \frac{p^2}{2!} * p_0 = 0,316$$

Вероятность того, что обнаружены три неисправности:

$$p_2 = \frac{p^3}{3!} * p_0 = 0,211$$

Вероятность того, что заявка окажется в очереди:

$$p_{\text{оч}} = \frac{p^{n+1}}{n! (n-p)} * p_0 = 0,421$$

Среднее число занятых инженеров:

$$\bar{k}_{\text{зан}} = \frac{A}{\mu} = 2$$

Средняя длина очереди:

$$L_{\text{оч}} = \frac{p^{n+1}}{n! (1 - \frac{p}{n})^2} * p_0 = 0,88$$

Среднее время ожидания в очереди:

$$T_{\text{оч}} = \frac{L_{\text{оч}}}{\lambda} = 0,88$$

Среднее число заявок в системе:

$$L_{\text{сист}} = L_{\text{оч}} + p = 2,88$$

Среднее время пребывания заявки в системе массового обслуживания:

$$T_{\text{сист}} = \frac{L_{\text{сист}}}{\lambda} = 2,88$$

Таким образом, полученные количественные оценки в рамках простейшего примера позволяют оценить эффективность использования аппарата теории систем массового обслуживания в структуре ДЭС. Выходные параметры экспертных систем будут являться частью входных параметров системы массового обслуживания, что позволит находить показатели, характеризующие систему в целом, ее вероятностные характеристики и экономические показатели.

Предложенная методика позволяет сократить число занятых каналов обслуживания, оптимизировать процесс выполнения заявок и уменьшить стоимость потерь, связанных с уходом не обслуженной по тем или иным причинам заявки из системы, улучшить экономические ДЭС.

В рамках данной работы был рассмотрен лишь один из широкого множества возможных примеров гибридизации при проектировании ДЭС для ЛВС.

Список литературы:

1. *Муроцев Д.И.* Введение в технологию экспертных систем. - СПб.: СПб ГУ ИТМО, 2005. – 93 с.
2. Экспертные системы. Принципы работы и примеры: Пер. с англ./ *A. Брукинг, П. Джонс, Ф. Кокс и др.; Под ред. Р. Форсайта.* - М.: Радио и связь, 1987. - 224 с.
3. *Бойченко Е.В., Кальфа В., Овчинников В.В.* Локальные вычислительные сети. – М.: Радио и связь, 1985. – 304 с.
4. Вторая международная конференция «Восток - Запад» по научной, технической и деловой онлайновой информации: Доклады. – М.: МЦНТИ, 1992. – 176 с.
5. *Блэк Ю.* Сети ЭВМ: протоколы, стандарты, интерфейсы: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 510 с.
6. *Давыдов О.А.* Анализ множества возможных дефектов локальной вычислительной сети/ *В.В. Воронин, Д.В. Воронин, О.А. Давыдов.* Информационные технологии XXI века: материалы международной научной конференции / Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2013. - 514-520 с.
7. *Кошуниева Н.В., Патронова Н.Н.* Теория массового обслуживания. – САФУ им. М.В. Ломоносова – Архангельск; САФУ, 2013. – 107 с.
8. *Кофман А.* Массовое обслуживание. Теория и приложения/ *А. Кофман, К. Крюон,* – М.: Мир, 1965. – 272 с.

Горбатюк Владимир Феофанович

Таганрогский институт имени А.П. Чехова (филиал) ФГБОУ ВПО «Ростовский государственный экономический университет (РИНХ)»

САМООРГАНИЗАЦИЯ, САМООБУЧЕНИЕ И ВЗАЙМНОЕ ОБУЧЕНИЕ В СТУДЕНЧЕСКОЙ ГРУППЕ

Аннотация: В настоящей работе приведены результаты исследований автором предложенной им модели обучения, основанной на принципах синергетики: самоорганизация и самоуправление, на мета-проектном и взаимном обучении. Студенческая учебная группа рассматривается как интеллектуальная система. При обучении создаётся ситуация конструктивного хаоса. Мотив и смысл обучения создаёт преподаватель. Важны свобода действий и взаимодействие студентов и преподавателя, как элементов системы. Автором предложены смысловые матрицы переходов и 3D-диаграммы переходов как инструменты оценки смыслового развития каждого студента в группе при изучении конкретного курса. Результат – вся учебная группа (интеллектуальная система) переходит в новое состояние – обученность данному предмету.

Ключевые слова: модель обучения, хаос, самоорганизация, смысловые матрицы, взаимное обучение.

Gorbatyuk V.F.

SELF-ORGANIZATION, SELF-EDUCATION AND MUTUAL LEARNING IN THE STUDENT GROUP

Abstract: This paper presents the results of research by the author of his proposed model of learning based on the principles of synergy: self-organization and self-management, meta-project, and mutually-imnom training. Student study group is regarded as an intelligent system. When training creates a situation of constructive chaos. The motive and meaning of training creates a teacher. More important than freedom of action and interaction of students and teachers, as elements of the system. The author offers semantic transition matrix-and 3D-transition diagram as the assessment tools, the sense mal development of each student in the group in the study of a particular course. The result - the whole study group (intelligent system) moves to a new state - of learning the subject.

Key words: learning model, chaos, self-organization, semantic matrix, mutual learning.

Руководить – это значит не мешать хорошим людям работать.
С.П. Капица

В данной работе приведены результаты исследований автором предложенной им модели обучения [1 – 4]. На рис. 1 приведена авторская модель обучения: а) циклическая модель; 1 – электронный образовательный ресурс преподавателя по предмету; 2 – база заданий преподавателя по предмету для выполнения мета-проектов; 3 – цикл (шаг) обучения; 4 – цикл (шаг) применения знаний; 5 – самостоятельное обучение; 6 – самостоятельное применение знаний; 7 – помочь (консультация) преподавателя; 8 – помочь товарищей (взаимное обучение).

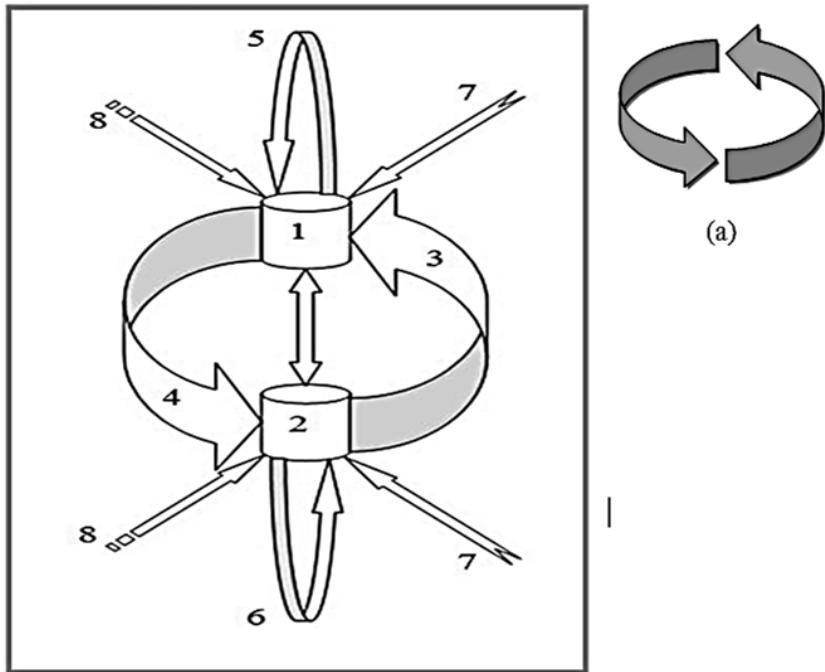


Рис. 1. Авторская модель обучения

Для выполнения задач исследования предполагается использовать методы анализа систем. В частности, используя известное в теории систем и кибернетике понятие «чёрный ящик», предполагается рассматривать учебную группу как систему. Поскольку элементами исследуемой системы являются люди, то система рассматривается как интеллектуальная.

Подавая на вход системы известные т. н. пробные сигналы, на выходе системы фиксируем её реакцию. Для учебной группы как интеллектуальной системы в качестве пробных или тестовых сигналов предлагается использовать систему авторских заданий (в форме мета-проектов). Реакция системы – время, полнота и качество выполнения заданий. Процесс обучения каждого студента документируется в электронном журнале преподавателя. Все задания представляются только в электронном виде и хранятся в папках учебной группы отдельно для каждого студента. Это особенно актуально для большинства предметов, входящих в нагрузку В.Ф. Горбатюка, когда мультимедийные мета-проекты невозможно представить и распечатать на бумаге. Поскольку в качестве элементов исследуемой системы выступают люди, то предлагается также использовать методы психологических исследований групп. В частности, автором (совместно с аспирантом Н. Баранником) применяются опросы и социометрические методики (на основе социометрии Морено). Методика проведения опросов и получения социограмм на основе социометрии постоянно модернизируется. Трудность экспериментальных исследований заключается в том, что итоговая аттестация обучаемых студентов производится в конце семестра, во время зачетной и экзаменационной сессии. Ещё одна трудность – это проведение исследований так, чтобы не нарушился ход обучения студентов. Другие трудности проводимых исследований – обработка большого объёма разнородных плохо структурируемых данных. Поэтому, к сожалению, преобладает ручная обработка, хотя и с помощью компьютера. Предлагаемые системные методы исследования в сочетании с психологическими методиками исследования групп позволили получить весомые результаты, часть из которых приведена ниже. Главная особенность этих исследований – это получение данных после трудоёмкой обработки уже **после** окончания процесса обучения. Поэтому эти результаты могут быть реально использованы при обучении других, последующих групп. Но исследования продолжаются, а полученные результаты подтверждают, что выбран правильный путь. Для получения других результатов необходимо продолжать исследования и накапливать данные.

С первого занятия преподаватель объясняет суть самоорганизации и самообучения и создаёт на занятиях в группе ситуацию конструктивного хаоса [5]. Студентам даются задания [2 – 4], электронный ресурс и разрешение общаться с преподавателем не в часы занятий. В электронный образовательный ресурс входят и лучшие образцы выполненных заданий. Это помогает студентам не только преодолеть трудный барьер о выполнимости задания, но и создает стимул сделать задание лучше. В базу заданий преподавателя по предмету дополнительно включена смысловая матрица переходов по предмету [6]. А траекторию своего обучения (из множества возможных!) каждый студент выбирает сам: студенты изучают данный предмет так, как им удобно. Благодаря ситуации конструктивного хаоса в учебной группе совершенно спонтанно образуется «островок самообразования» и вся группа приобретает новое качество: всегда находится один или несколько студентов (лидеры), которые самостоятельно начинают осваивать теоретический курс и выполнять задания.

Особенностью авторской модели обучения является ведение электронного журнала учёта обучения для каждой учебной группы по каждому предмету. Электронный журнал преподавателя представляет собой таблицу, в ячейках которой приведены фамилия, имя отчество каждого студента и указаны все задания по предмету, которые студентам предстоит выполнить в ходе обучения. В ячейки таблицы преподаватель заносит дату выполнения каждого задания. Иногда студенты с первого раза не сдают задание. В этом случае в ячейке таблицы могут быть две и более даты. При дальнейшей обработке оставляют только одну дату, последнюю. В электронный журнал удобно заносить и результаты аттестации: зачет и экзамен. В ряде работ автором предложены методики обработки данных электронного журнала [7].

ФИО	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5	Задание 6	
Афанасьева Виктория Андреевна с	3.4	3.4	29.4	9.5	29.4	27.5	1
Баранова Наталья Владимировна	30.5	30.5	30.5	5.6	30.5	30.5	2
Беденко Марина Эдуардовна	18.3	1.4	7.5	30.5	15.4	30.5	3
Воликова Елена Юрьевна	3.6	13.6	16.6	13.6	13.6	13.6	4
Гильдебранд Людмила Леонидовна	26.3	13.5	13.5	28.5	27.5	27.5	5
Григорян Карина Юровна	18.3	13.5	13.5	9.5	13.5	27.5	6
Евтушенко Марина Викторовна	18.3	7.5	7.5	14.5	7.5		7
Ермакова Анна Викторовна	17.4	29.4	7.5	12.5	29.4	4.6	8
Есипова Юлия Сергеевна	26.3	14.5	27.5	29.5	22.5	30.5	9
Жарик Анастасия Юрьевна	15.4	7.5	17.4	12.6	17.4	4.6	10
Зиберт Екатерина Дмитриевна	26.3	28.5	30.5	28.5	28.5	28.5	11
Зилинько Карина Андреевна	18.3	1.4	26.3	26.5	26.3	13.5	12
Зуева Светлана Михайловна	18.3	26.3	1.4	14.5	15.4	13.5	13
Колганова Алина Олеговна	1.4	4.6	4.6	3.6	15.4		14
Корж Ольга Олеговна	27.5	4.6	9.6	30.5	9.6	27.5	15
Кошикова Ксения Алексеевна	26.3	1.4	1.4	9.5	1.4	1.4	16
Кравцова Екатерина Владимировна	18.3	26.3	9.4	28.5	27.5	27.5	17
Кузьмичева Дарья Алексеевна	18.3	13.5	7.5	28.5	13.5	4.6	18
Паревская Юлия Вячеславовна	9.4	9.4	9.4	4.6	4.6	4.6	19
Приходько Анна Романовна	18.3	13.5	29.4	2.6	29.4	4.6	20
Рябушки Юлия Игоревна	26.3	2.6	4.6	3.6	2.6	2.6	21
Сальная Инна Владимировна	26.3	26.3	1.4	4.6	1.4	4.6	22
Свищунова Виктория Владимировна	4.6	9.6	19.6	11.6	9.6	4.6	23
Тихоненко Алина Андреевна	18.3	26.3	9.4	29.5	27.5	27.5	24
Фисенко Никита Олегович н/д	4.6	19.6	19.6	13.6	4.6		25
Шрамко Инна Витальевна	26.3	1.4	26.3	4.6	15.4	26.3	26

Рис. 2. Модифицированный электронный журнал обучения группы С-12

В качестве примера на рис. 2 приведена страница электронного журнала преподавателя для гр. С-12 Таганрогского института имени А.П. Чехова, весенний семестр

2013/2014 уч. год (бакалавриат, первый курс). Студенты изучали предмет «Современные информационные технологии». В каждой ячейке электронного журнала после предварительной обработки находится дата (число и месяц) выполнения студентом задания [7]. Как пример, на рис. 3 и 4 приведены диаграмма выполнения Задания 2 и график времени выполнения Задания 2, построенные по данным электронного журнала.

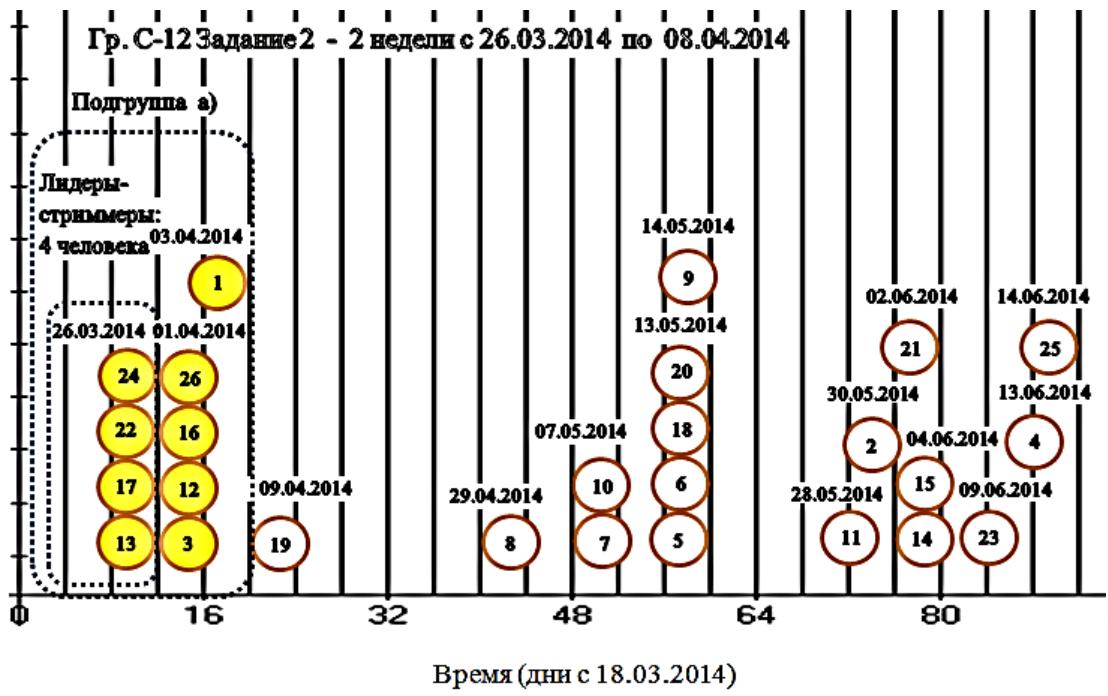


Рис. 3. Диаграмма выполнения Задания 2 во времени

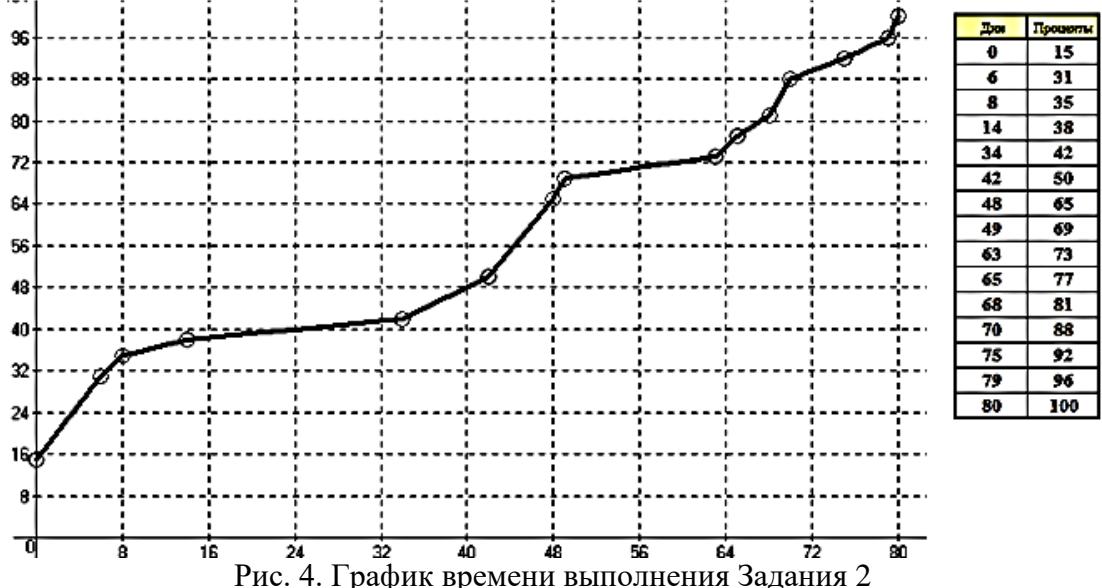


Рис. 4. График времени выполнения Задания 2

Ф.И.О.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1 Афоньевна Виктория	■																										
2 Баранова Наталья		■																									
3 Ефимова Марина			■																								
4 Евдокимова Елена				■																							
5 Гриценко Лидия					■																						
6 Григорьев Карина						■																					
7 Енгусенеко Марина							■																				
8 Ермакова Алина								■																			
9 Естюкова Юлия									■																		
10 Жарких Анастасия										■																	
11 Энберт Екатерина											■																
12 Зинченко Карина												■															
13 Зуева Светлана													■														
14 Константинов Алексей														■													
15 Корец Ольга															■												
16 Копылова Юлия																■											
17 Краснова Екатерина																	■										
18 Кузьмичев Дарья																		■									
19 Маркова Юлия																			■								
20 Павленко Юлия																				■							
21 Приходько Алена																					■						
22 Рябушкина Юлия																						■					
23 Савицкая Ирина																							■				
24 Синиструнова Виктория																								■			
25 Тихоненко Алена																									■		
26 Фоменко Никита																										■	
27 Шрамко Илья																											■

Рис. 5. Матрица ответов и таблица взаимного обучения гр. С-12

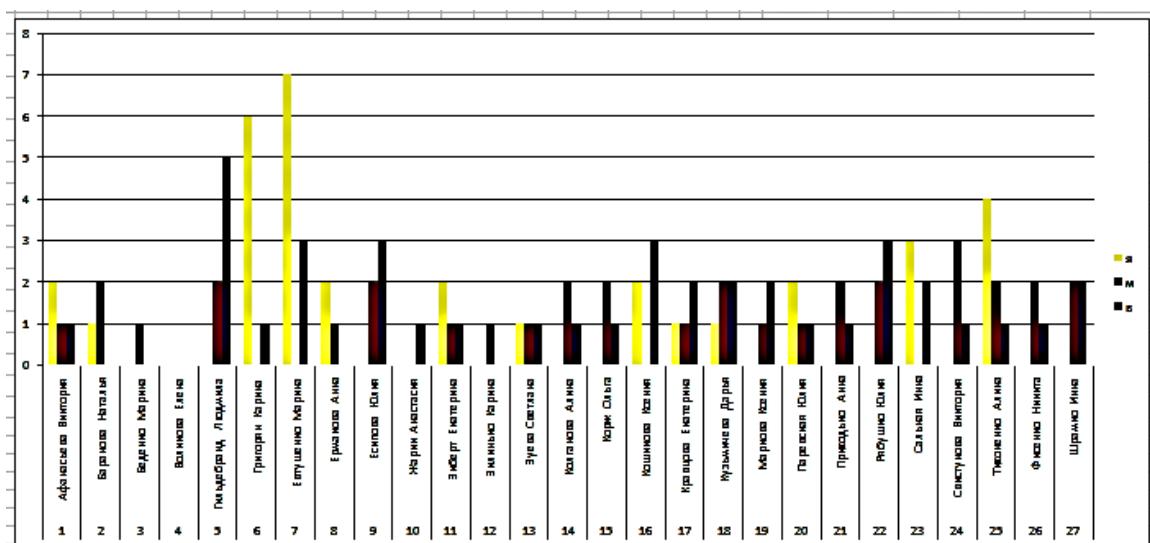


Рис. 6. Гистограмма взаимного обучения гр. С-12

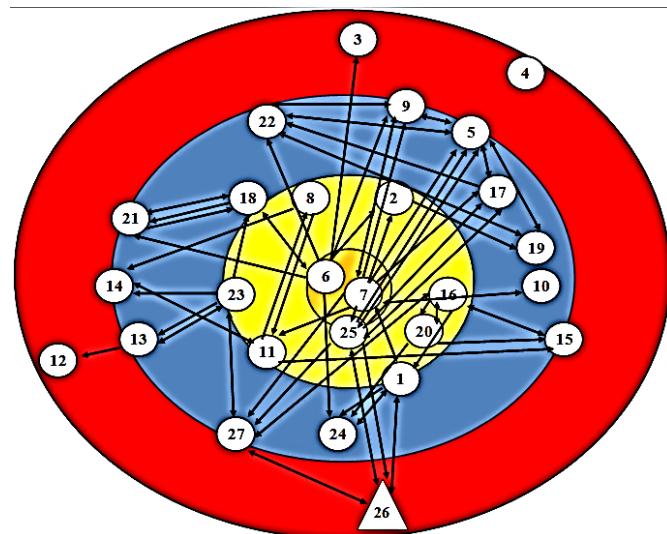


Рис. 7. Социограмма взаимного обучения гр. С-12

На рис. 5-7 приведены матрица ответов и таблица взаимного обучения, гистограмма и социограмма взаимного обучения гр. С-12. Как социограмма взаимного обучения, так и диаграммы выполнения заданий показывают включение в группе процессов самообучения и взаимного обучения. В группе возникает большое число активных лидеров. Обучение по авторской модели реализовано, всё хорошо. В гр. С-12 имеется одна студентка с номером 4 – индивидуалист. При личной беседе оказалось, что эта студентка увлечённо занимается в конно-спортивной секции. При выполнении задания 4 даже был смешной казус, когда эта девушка вставила в системе MOODLE не свою фотографию, а фотографию своей любимой лошади. Более глубокие психологические исследования с этой студенткой провести не удалось, но общий вывод – хотя эта студентка и держится сама по себе, но с товарищами по группе у неё отношения хорошие. Возможно, она хорошо «загружена» и привыкла ценить время и быть самостоятельной. Хотя на диаграммах выполнения заданий она аутсайдер. В гр. С-12 обнаружен неактивный студент с номером 26. Но это проявилось в конце семестра, а при выполнении первых трёх заданий – он входил в число лидеров. Несколько человек активно помогали этому студенту выполнять задания, а значит – освоить программу учебного курса. К сожалению, из-за других предметов этот студент не был допущен к экзамену. Можно предположить, что по другим предметам у него была такая же пассивная позиция, но при этом в группе по этим предметам обучение проводилось по традиционным технологиям, что не позволило использовать преимущества взаимного обучения.

Как видно из гистограммы (рис. 6) и социограммы (рис. 7) взаимного обучения, большинство студентов используют взаимное самообучение, получая помощь от главных лидеров самообучения, и сами оказывают помощь другим студентам, выступая в роли лидеров. Что важно, выступая в роли лидера, студенты развивают в себе способность учить других, будучи студентами. Для педагогического вуза это очень ценное качество, которое благодаря взаимному самообучению развивается с первого семестра первого курса. Поэтому было бы целесообразно расширить применение взаимного самообучения другими преподавателями при изучении и других предметов учебного плана. Тогда к окончанию своего обучения в вузе у большинства студентов навыки взаимного самообучения стали бы профессиональными навыками педагогической деятельности. Эти навыки пригодятся и при воспитании собственных детей.

Современные информационные технологии Группа С-11 2013/2014 учебный год

№	ФИО	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5	Задание 6	Задание 7	Экзамен
	C-11 050400.62 психология и социальная педагогика								
1	Аверкиева Дарина Олеговна	20.05.14	20.05.14? 16.06.14	20.05.14	02.06.14? 04.06.14	20.05.14	20.05.14		Отлично 25.06.2014
2	Ахраменко Владислав Дмитриевич	25.03.14	27.05.14? 03.06.14	27.05.14?	02.06.14	03.06.14			Хорошо 25.06.2014
3	Баникова Светлана Александровна	08.04.14	08.04.14? 28.04.14? 27.05.14	08.04.14	22.04.14? 27.04.14? 24.05.14	08.04.14	28.04.14		Отлично 25.06.2014
4	Буравцева Анастасия Викторовна	18.03.14	08.04.14? 15.04.14	08.04.14? 15.04.14	19.05.14? 20.05.14? 22.05.14	06.05.14	06.05.14		Отлично 25.06.2014
5	Герасименко Ольга Сергеевна	13.05.14	13.05.14	13.05.14	09.05.14? 11.05.14	13.05.14	08.04.14		Отлично 25.06.2014
6	Дрожжинова Виктория Викторовна	22.04.14	22.04.14	08.04.14	04.04.14	02.04.14	02.04.14		Отлично 25.06.2014
7	Дуброва Элеонора Николаевна				16.05.14? 18.05.14				Хорошо 25.06.2014
8	Ефименко Дмитрий Сергеевич	25.03.14	03.06.14	03.06.14	01.06.14	03.06.14	03.06.14		Хорошо 25.06.2014
9	Змысюрова Ульяна Владимировна	18.03.14	01.04.14	01.04.14	01.04.14	01.04.14	01.04.14		Отлично 25.06.2014
10	Комаров Иван Олегович	18.03.14	17.04.14	27.05.14	01.05.14? 09.05.14? 19.05.14	д 26.06.14	15.04.14		Отлично 25.06.2014
11	Кутафина Ольга Владимировна н/д	18.03.14			13.06.14				
12	Ларькова Анастасия Владимировна	06.05.14	06.05.14?	20.05.14	12.06.14? 24.06.14	24.06.14	?д		Отлично 25.06.2014
13	Ливенская Наталья Витальевна	06.06.14	06.06.14	06.06.14	01.06.14	06.06.14	06.06.14?		Отлично 25.06.2014
14	Лисовская Анастасия Владимировна	21.03.14	21.03.14	21.03.14?	24.03.14? 25.03.14	21.03.14	21.03.14?	25.03.14	Отлично 25.06.2014
15	Мазепина Анастасия Федоровна н/д	18.03.14	18.03.14?	18.03.14	14.05.14? 09.06.14	18.03.14	18.03.14	18.03.14	
16	Межерицкая Алена Сергеевна	18.03.14	15.04.14?	22.04.14	05.05.14	06.05.14	06.05.14		Отлично 25.06.2014
17	Мина Юлия Игоревна	20.05.14	20.05.14?	20.05.14	03.06.14	20.05.14	20.05.14		Отлично 25.06.2014
18	Минаева Валерия Валентиновна	27.05.14	27.05.14?	27.05.14?	13.06.14? 17.06.14	27.05.14			Хорошо 25.06.2014
19	Павленко Тамара Юрьевна	18.03.14	08.04.14	08.04.14?	09.05.14? 11.05.14	22.04.14?	13.05.14		Отлично 25.06.2014
20	Перепелкина Алина Викторовна д=27.06.2014	03.06.14	03.06.14	03.06.14	05.05.14	03.06.14?	д 25.06.14		Отлично 25.06.2014
21	Роговой Дмитрий Витальевич	01.04.14	06.05.14?	06.05.14?	29.05.14? 29.05.14	06.05.14?	13.05.14		Хорошо 25.06.2014
22	Савина Виктория Алексеевна	20.05.14	20.05.14?	20.05.14	20.05.14? 02.06.14	20.05.14	20.05.14		Отлично 25.06.2014
23	Савинова Алина Владимировна	18.03.14	25.03.14	01.04.14	31.03.14	01.04.14	27.05.14		Отлично 25.06.2014
24	Саркисян Людмила Андрапниковна	18.03.14	22.04.14	22.04.14	27.04.14? 09.05.14? 11.05.14	22.04.14	24.06.14		Отлично 25.06.2014
25	Сосновская Виктория Вячеславовна	01.04.14	01.04.14	01.04.14	01.04.14		01.04.14		Хорошо 25.06.2014
26	Старушкина Наталья Анатольевна	18.03.14	22.04.14?	22.04.14	07.04.14? 17.04.14? 22.04.14 30.04.14	22.04.14	22.04.14		Отлично 25.06.2014
27	Тимофеева Диана Михайловна	18.03.14	01.04.14	01.04.14	05.05.14	06.05.14	06.05.15		Отлично 25.06.2014
28	Усенко Лилия Владимировна д=26.06.2014	18.03.14	01.04.14	25.03.14?	01.04.14 31.03.14	25.03.14	01.04.14я		Отлично 25.06.2014
29	Феофилова Марина Руслановна	18.03.14	01.04.14	01.04.14	09.04.14? 10.04.14? 22.04.14	01.04.14	01.04.14		Отлично 25.06.2014
30	Фильнина Эллина Дмитриевна	06.05.14	06.05.14?	06.05.14?	03.06.14	27.05.14	06.05.14		Отлично 25.06.2014
31	Кононенко Кристина Александровна	13.05.14	13.05.14..	13.05.14	14.05.14	13.05.14?	14.05.14		Отлично 25.06.2014
32	Панова Виктория Михайловна	19.05.14	19.05.14?	19.05.14?	22.05.14 23.05.14		19.05.14		Зачет 23.05.14
33	Борисова Юлия Владимировна	09.06.14	09.06.14	09.06.14	05.06.14	09.06.14	09.06.14?		Хорошо 25.06.2014

Рис. 8. Электронный журнал обучения гр. С-11

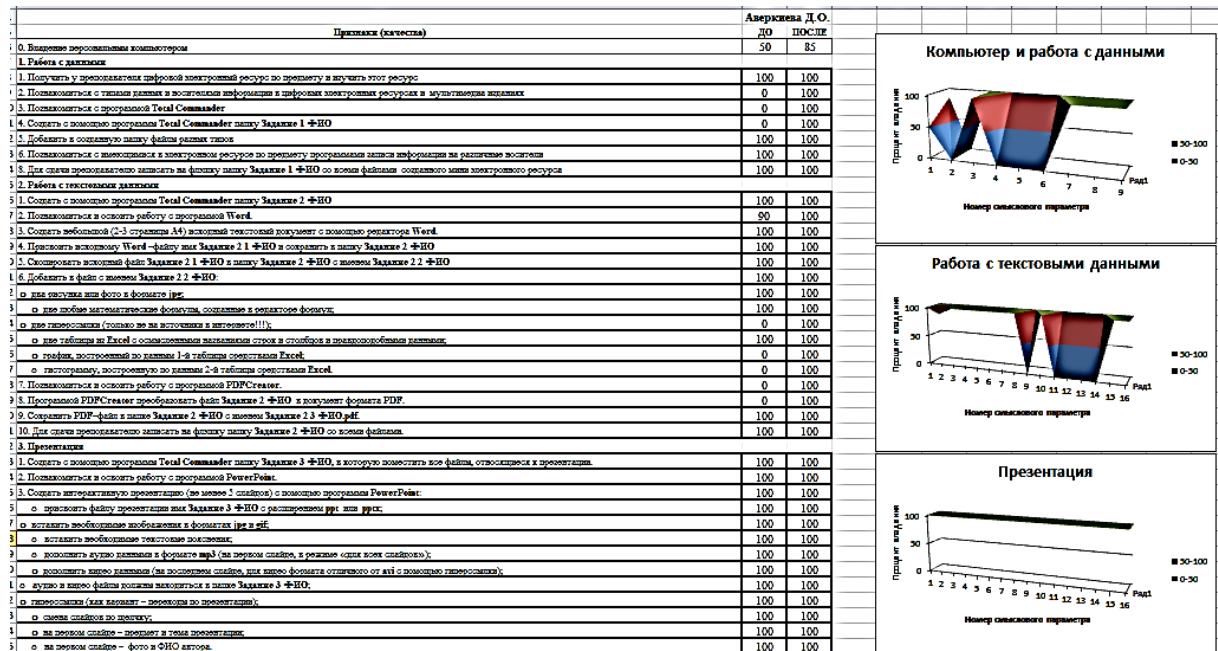
Ситуация в гр. С-11 (рис. 8) очень похожа на ситуацию в гр. С-12 (рис. 2).

При выполнении любого Задания по любому предмету у студентов всегда возникают вопросы: что, когда, как и в какой последовательности делать, чтобы Задание было выполнено правильно и в срок. Автор взял на себя смелость разработать то, что он предложил назвать смысловыми матрицами. В отличие от алгоритма, в котором строго и однозначно задано, какое действие надо выполнить (взять из памяти, подставить и т.п.), в авторских смысловых матрицах предлагается путь, направление. Предоставление смысловых матриц студентам резко ускорило выполнение Заданий. К тому же, в выполненных Заданиях почти не было ошибок. А в апреле 2014 г. автору посчастливилось быть приглашенным и выступить с докладом на первой всероссийской конференции по смыслам [6]. Поэтому дополнительно к электронному журналу обучения с 2013/2014

учебного года автором предлагается использовать матрицы смысловых переходов [4]. Для экономии места все 3D-диаграммы переходов смысловых матриц студентов групп С-11 и С-12 не приводятся. Ниже приведены фрагмент матрицы смыслов [4] и 3D-диаграммы переходов смысловой матрицы для одной, произвольно выбранной студентки гр. С-11 (рис. 9 – 10).

Признаки (качества)		Averkiyeva D.O.	до	после
0. Видение персональным компьютером			50	85
1. Работа с данными				
1. Получать у преподавателя цифровой электронный ресурс по предмету и изучать этот ресурс			100	100
2. Познакомиться с типами данных и воспитывать информацию в цифровых электронных ресурсах и мультимедиа изданиях			0	100
3. Познакомиться с программой Total Commander			0	100
4. Создать с помощью программы Total Commander папку Задание 1 ФИО			0	100
5. Добавить в созданную папку файлы разных типов			100	100
6. Познакомиться с имеющимися в электронном ресурсе по предмету программами записи информации на различные носители			100	100
7. Для сдачи преподавателю записать на флешку папку Задание 1 ФИО со всеми файлами созданного меня электронного ресурса			100	100
8. Работа с текстовыми данными				
1. Создать с помощью программы Total Commander папку Задание 2 ФИО			100	100
2. Познакомиться и освоить работу с программой Word			90	100
3. Создать лабораторный (2-3 страницы А4) исходный текстовый документ с помощью редактора Word.			100	100
4. Принести исходному Word -файлу папку Задание 2.1 ФИО и сохранить в папку Задание 2 ФИО			100	100
5. Скопировать исходный файл Задание 2.1 ФИО в папку Задание 2 ФИО с именем Задание 2.2 ФИО			100	100
6. Добавить в файл с именем Задание 2.2 ФИО:			100	100
7. два изображения foto в формате jpg;			100	100
8. две любые математические формулы, содержащие в редакторе формул;			100	100
9. две гиперссылки (только во вложенных в интернете!!!);			0	100
10. две таблицы из Excel с самописными наименованиями строк и столбцов и произвольными размерами;			100	100
11. график, построенный по данным 1-й таблицы средствами Excel;			0	100
12. гистограмму, построенную по данным 2-й таблицы средствами Excel.			0	100
13. Познакомиться и освоить работу с программой PDFCreator.			0	100
14. Программой PDFCreator преобразовать файл Задание 2 ФИО в документ формата PDF.			0	100
15. Сохранить PDF-файл в папке Задание 2 ФИО с именем Задание 2.3 ФИО.рф			100	100
16. Для сдачи преподавателю записать на флешку папку Задание 2 ФИО со всеми файлами			100	100

Рис. 9. Фрагмент смысловой матрицы Аверкиевой Д.О.



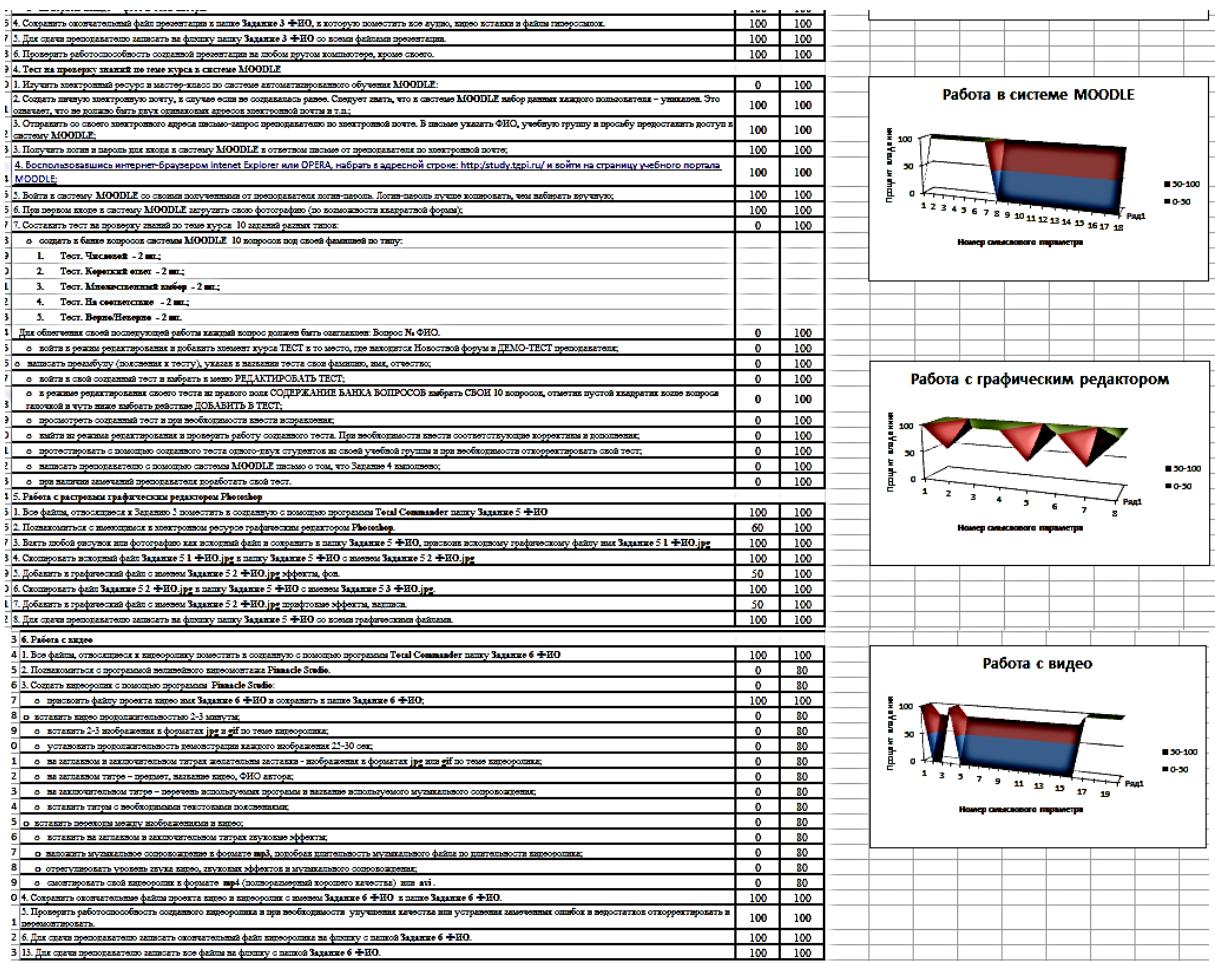


Рис. 10. 3D-диаграммы переходов смысловой матрицы Аверкиевой Д.О.

Для более полного представления динамики смыслового развития приведена выписка из электронного журнала обучения.

ФИО	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5	Задание 6	Задание 7	Экзамен
Аверкиева Дарина Олеговна	20.05.14	20.05.14? 16.06.14	20.05.14	02.06.14ф 04.06.14	20.05.14	20.05.14	20.05.14	Отлично 25.06.2014

Рис. 11. Выписка из электронного журнала обучения для Аверкиевой Д.О.

Матрица переходов заполнена по результатам опроса данного студента и отображает степень (процент) владения параметрами ДО и ПОСЛЕ обучения, объединёнными для данного предмета в три группы. Вектор-столбцы ДО и ПОСЛЕ преподаватель заполняет совместно со студентом. По данным матрицы переходов автором предложено строить 3D-диаграммы переходов для каждой группы параметров в среде MS Office. Матрицы перехода и 3D-диаграммы переходов, построенные по данным этих матриц для каждого студента, позволили сделать вывод, что практически у всех студентов были обнаружены отсутствующие или недостаточно сформированные смыслы. Как вариант, под смыслами можно понимать фундаментальные понятия предмета и навыки практического их применения. Благодаря включению процессов самоорганизации-самообучения эти отсутствующие смыслы в результате обучения были созданы и получили развитие до уровня практического применения у всех студентов группы, что и показали полученные диаграммы переходов. Автором предложены смысловые матрицы переходов и 3D-диаграммы переходов как возможные инструменты оценки смыслового развития каждого студента в группе при изучении конкретного курса. Полученные экспериментальные данные позволяет принять предложенные инструменты.

Из 3D-диаграмм переходов смысловой матрицы для учебных групп С-11 и С-12 видно, что предмет освоен практически всеми студентами [4], только несколько человек по разным причинам не были допущены к экзамену. Две темы – работа в системе

автоматизированного обучения MOODLE и создание видеоролика с помощью программы Pinnacle Studio – были для студентов совершенно незнакомыми и новыми. Поэтому автор проводил мастер-классы:

Предмет	Тема мастер-класса
Современные информационные технологии	Видеомонтаж в программе Pinnacle Studio Система автоматизированного обучения MOODLE

Заключение

1. Студенческая учебная группа и преподаватель рассматриваются как интеллектуальная система. Система реагирует на входные тестовые воздействия, в качестве которых выбраны авторские задания. Результат – вся учебная группа (интеллектуальная система) переходит в новое состояние – состояние обученности данному предмету.

2. Студенческая учебная группа как интеллектуальная система обладает свойством самоорганизации. Это проявляется как самообучение и взаимное обучение. Такое поведение не является каким-то «стадным» инстинктом и его можно назвать целенаправленным развитием от незнания и неумения к знанию и умению применительно к данному или любому другому изучаемому предмету.

3. Проведённые автором исследования [4] показали, что полученные положительные результаты применимы ко всем предметам, входящим в учебную нагрузку автора. По всем упомянутым предметам обучением проходило по авторской модели обучения.

4. При обучении людей мы вряд ли сможем написать математические формулы, которые будут определять атTRACTоры перехода к самообучению. Но описать условия, при которых самоорганизация сможет возникать и развиваться в учебной группе, можно попытаться. Ключевой является создаваемая ситуация конструктивного хаоса [4, 5].

Что может претендовать на роль атTRACTора? На наш взгляд – важно, чтобы у обучаемого были **мотив** и **смысл** обучения. Мотив создаёт преподаватель, будучи интересным, хорошо зная свой предмет и проводя занятия так, чтобы студентам захотелось изучать данный предмет. Как иногда об этом говорят, надо «зажечь» студента. Большую роль играют вводимые **бонусы** для самых активных студентов за лучшие задания, выполненные в срок. В учебной группе возникает обстановка состязания: кто сделает лучше и быстрее. А награда от преподавателя в виде бонуса – является хорошим стимулом. Студенту хочется заработать бонус и избежать штрафа.

Очень важными элементами являются **свобода действий** студентов и **возможность взаимодействия**. Студенты свободны в выборе индивидуальной траектории обучения, свободно общаются как с преподавателем, так и друг с другом во взаимно удобное время. Студенты свободно решают сами, как они будут выполнять Задание, что им лучше в данный момент выбрать из электронного ресурса по предмету, когда и по какому поводу общаться как с преподавателем, так и с товарищами по своей группе.

5. Автором предложены смысловые матрицы переходов и 3D-диаграммы переходов как инструменты оценки смыслового развития каждого студента в группе при изучении конкретного курса. При выполнении любого Задания по любому предмету у студентов всегда возникают вопросы: что, когда, как и в какой последовательности делать, чтобы Задание было выполнено правильно и в срок. Автор взял на себя смелость разработать то, что он предложил назвать смысловыми матрицами. Может быть, некоторым они покажутся похожими на алгоритмы. Но, в отличие от алгоритма, в котором строго и однозначно задано, какое действие надо выполнить (взять из памяти, подставить и т.п.), в авторских смысловых матрицах предлагается путь, направление. И хотя упомянутые матрицы были созданы не в начале семестра, а примерно в середине или даже ближе к концу, но предоставление их студентам резко ускорило выполнение Заданий. К тому же, в выполненных Заданиях почти не было ошибок.

Список литературы

1. Горбатюк, В.Ф. Авторская модель на основе синергетики и взаимного самообучения // Системный синтез и прикладная синергетика: мат-лы V Международ. науч. конф.: в 3 т. / под ред. Т. А. Шебзуховой, И.М. Першина, А.М. Макарова - Пятигорск: Изд-во ФГАОУ ВПО «СКФУ» (филиал) в г. Пятигорске, 2013. - Т. II. - С. 79-87.
2. Горбатюк, В.Ф. Синергетика в современном обучении: монография / В.Ф. Горбатюк. - Таганрог: Изд-во Таганрог. гос. пед. ин-та имени А.П. Чехова, 2012. - 208 с.
3. Горбатюк, В.Ф. Синергетика самообучения: монография / В.Ф. Горбатюк; науч. ред. И.В. Абакумова. - Таганрог: Изд-во Таганрог. гос. пед. ин-та имени А.П. Чехова. 2013. - 180 с.
4. Горбатюк, В.Ф. Хаос, самоорганизация и самообучение: монография / В.Ф. Горбатюк; науч. ред. И.В. Абакумова. – Таганрог: Изд-во Таганрог. ин-та имени А.П. Чехова, 2014. – 204 с.
5. Горбатюк, В.Ф. Эмерджентность и конструктивный хаос в авторской модели самообучения // Школа будущего. - 2013. - № 2. - С. 3-11.
6. Горбатюк, В. Ф. Матрицы переходов для исследования динамики смыслового развития //Категории смысла в философии, психологии, психотерапии и в общественной жизни: мат-лы всерос. психол. конф. с международ. участием. 23-26 апр. 2014 г. Ростов-на-Дону. - М.: КРЕДО, 2014. - С. 175-178.
7. Горбатюк, В. Ф. Обработка данных электронного журнала учета результатов обучения // Вестник Таганрогского государственного педагогического института имени А.П. Чехова. Гуманитарные науки. - 2014. - Специальный выпуск № 1. - С. 7-13.

Ерофеева Валентина Владимировна, Ивашев Сергей Петрович

**СИСТЕМНО-ИНФОРМАЦИОННАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ДИАЛОГА
ДЕТЕЙ И ПОДРОСТКОВ СО СПЕЦИАЛИСТОМ «ГОРЯЧЕЙ ЛИНИИ»
В ИНТЕРЕСАХ ПСИХОЛОГИЧЕСКОГО БЛАГОПОЛУЧИЯ
НЕСОВЕРШЕННОЛЕТНИХ.**

Аннотация: На обсуждение выносится анализ функционирования «Горячей линии» для детско-подросткового контингента с точки зрения системного подхода. Анализ трех основных кластеров: эмоциональное состояние, причина обращения и действия специалиста, позволил выстроить модель выбора необходимого вида психологической помощи детям и подросткам.

Ключевые слова: Психологическое благополучие, системный подход, детско-подростковое население, «Горячая линия».

Erofeeva V.V., Ivashev S.P.

**SYSTEM- INFORMATION ORGANIZATION OF THE “HOT-LINE” FOR CHILDREN
AND ADOLESCENTS.**

Abstract: On discussion the analysis of the functioning of the "Hot line" for children and teenage contingent from the point of view of system approach. The analysis of the three main clusters: emotional state, reason and action specialist, helped to build a model of the choice of the proper form of psychological assistance to children and adolescents.

Keywords: Psychological well-being, system approach, children and adolescent population, "Hot line".

Проблема обеспечения должного психологического благополучия детей и подростков, профилактики негативных явлений, традиционно обозначаемых, как «трудная жизненная ситуация», «кризисное состояние», «социально опасное положение» и т.п. очевидна и требует как системного осмысления (дабы не оказаться в «ловушке очевидности»), так и системного вмешательства (здесь непременно вспомним «Городок в табакерке В.Ф. Одоевского», как метафору принципа *«noli nocere»*). Широко декларируемый теоретиками и практиками системный подход на практике нередко оказывается тем, что фактически можно обозначить как подход комплексный с неизбежной констатацией при этом таких компонентов, как наличие множества элементов, связей между ними, что обеспечивает их взаимодействие и придает всей конstellации целостность. В соответствии с

теорией функциональных систем П.К. Анохина [1] компоненты системы не просто взаимодействуют между собой, а взаимодействуют для достижения полезного для организма приспособительного результата. Собственно, результат является системообразующим фактором, - его реализация обеспечивает сам факт существования системы в своей качественной специфике [3, 5]. Выражаясь метафорическим языком, результат обеспечивает «имя» системы. Принцип саморегуляции, является важнейшим фактором, придающим всей функциональной организации статус «авторства» в реализации адаптивного поведения (как в прямом, так и в переносном, когда речь идет о социальных системах, смысле). Принцип изоморфизма определяет не только подобие функциональной организации подсистем внутри организма, подобие различных организмов, но и утверждает аналогию с явлениями, имеющими социальную природу. Это позволяет экстраполировать

принципы функционирования организма на организации, определяемые социальной природой. В этой связи еще в 2006 г. [6] были сформулированы гипотетически и к настоящему времени развивающиеся в собственных трудах [7] идеи «системной эпидемиологии», как важнейшего фактора «доказательного управления» в различных сферах, таких, как здравоохранение, оказание специализированной психиатрической помощи несовершеннолетним. Системный метаподход в соответствии с собственными представлениями дает возможным рассматривать популяционное здоровье региона как единый организм с его функциональной «архитектурой». В этом смысле следует рассматривать результат как с позиции «эффект в системе», так и результат - «внешний объект» (Журавлев Б.В.) [4]. При этом результат - «внешний объект» рассматривается как динамика промоции психического здоровья подрастающего поколения в регионе. В свою очередь собственно «эффект в системе», рассматриваемая как генерация новых связей в функциональной организации, видится как совершенствование компетенции пула институтов здравоохранения, образования, соцзащиты и т.д. в постановке проблем не только и не столько как реакцию учреждений на негативные вызовы современного мира, но и перспективных, «опережающих», носящих экстраполяционный характер. В продолжение идей К.В. Гаврикова [2] следует указать еще на одну грань результата, представленную двумя компонентами: результат, удовлетворяющий текущие потребности социальной системы (сatisfакционная компонента) и результат, дающий импульс к организации и реализации следующего шага (или по определению К.В. Судакова «системокванта») функционирования межведомственного системокомплекса (интенционная компонента). Аналитический аспект работы с подобного рода системами также предполагает дифференцированную оценку характера взаимодействия функциональных элементов, в частности: 1) синергичный (однонаправленный), 2) антагонистический (разнонаправленный), 3) облический (косвенный, тангенциальный, тем самым имеющий возможность быть одновременно связанным с некоторым множеством элементов, компонент, факторов и т.п.) и 4) ортогональный (в смысле относительно независимый) в соответствии с системными приоритетами.

Проблема психологического благополучия личности становится все более актуальной и возрастающими темпами подвергается углубленному изучению [7]. Учитывая острую необходимость в промоции эффективности работы различных ведомств, ориентированных на работу с несовершеннолетними, по обеспечению позитивного результата, предпринято настоящее исследование на модели работы «Детского Телефона Доверия». Для статистической обработки использовался метод линейного корреляционного анализа.

С помощью службы «Детский Телефон Доверия», функционирующей на базе ГУЗ «ВОДКПБ», дети, подростки и их родители могут получить экстренную психологическую помощь. Как правило, контингент обратившихся составляет тех, кто не хочет обращаться к окружающим напрямую, боясь быть осмеянным или непонятым.

Полученные статистические данные по количеству обращений в «Детский Телефон Доверия» показали следующие результаты: всего за период с 1 июля 2011 года по 30 июня 2014 года в Телефон доверия обратилось 17235 человек.

Тематика их проблем следующая: взаимоотношение со службой поддержки (обращение третьих лиц, постоянного абонента, интерес к службе) обратилось 10034 (58%) абонентов, взаимоотношение полов (переживание неразделенной любви, развод) – 2058 (12%); отношения со сверстниками – 1516 (9%), семейная проблематика – 1342 (8%); здоровье детей и подростков – 577 (3,35%); проблемы принятия себя – 463 (3%); учебные проблемы и проблемы профессионализации – 442 (3%); проблемы сексуальной сферы – 263 (1,5%); проблемы социальной адаптации – 135 (0,78%); беременность/аборт – 109 (0,63%); требующие защиты права ребенка - 108 (0,63%); правовые вопросы защиты прав детей – 95 (0,55%); суицид – 52 (0,30%); переживание травмы – 41 (0,24%).

В основном в службу «Детский Телефон Доверия» поступают звонки-розвыгриши, которые являются своеобразной «проверкой» знаний и квалификации психолога-консультанта. Большинство из звонивших совместно с друзьями, затем самостоятельно обращаются в службу поддержки с актуальной проблемой.

На втором месте по частоте встречаемости занимают звонки с проблемами взаимоотношения полов (12%); на третьем – с проблемами отношений со сверстниками (9%). Наименее часто встречаются звонки с переживанием травмы (0,24%), суициальными мыслями (0,30%) и по правовым вопросам защиты прав детей (0,55%).

Эмоциональные состояния звонивших в «Детский Телефон Доверия», имеют следующее распределение: 6933 (40%) находились в состоянии спокойствия; 5306 (31%) – радости; 2455 (14%) - неопределенное состояние; 1211 (7%) – страха и тревоги; 623 (4%) – обиды; 312 (1,81%) – горя и печали; 145 (0,84%) – отчаяния; 109 (0,63%) – агрессивности; 77 (0,45%) – апатии и скуки; 48 (0,28%) – вины; 11 (0,06%) находились в измененном состоянии (алкогольное опьянение); 5 (0,03%) испытывали состояние шока.

При проблеме обращения «Беременность/аборт» у 52 (48%) абонентов спокойное эмоциональное состояние; у 31 (28%) – страх, тревога; у 14 (13%) – радость; у 5 (5%) – обида; у 4 (4%) – отчаяние; у 2 (2%) – не определенное эмоциональное состояние; у 1 (1%) – горе, печаль.

При проблеме «Взаимоотношения со службой Телефон доверия»: 4877 (49%) находились в состоянии радости; 2530 (25%) – спокойствии; 2356 (23%) – неопределенном состоянии; 124 (12%) – страхе, тревоге; 59 (6%) – агрессивности; 47 (5%) – апатии, скуке; 15 (0,1%) – горе и печали; 13 (0,1%) – обиды.

У абонентов, обращавшихся с проблемой «Здоровье детей и подростков» наблюдались следующие эмоциональные состояния: 362 (63%) – спокойствие; 139 (24%) – страх, тревога; 25 (4%) – радость; 15 (3%) – горе и печаль; 13 (2%) – неопределенное состояние; по 7 (1%) – обида и отчаяние; 5 (0,8%) – апатия; 2 (0,3) – вина; по 1 (0,2%) – агрессивность и измененное состояние сознания (алкогольное опьянение).

«Отношения со сверстниками»: 1028 (68%) – спокойствие; 202 (13%) – обида; 137 (9%) – страх, тревога; 78 (5%) – радость; 43 (3%) – горе, печаль; 8 (0,5%) – вина.

Для 13 (31%) звонивших с проблемой «Переживание травмы» характерен страх, тревога; для 12 (30%) – печаль; для 7 (17%) – спокойствие; для 4 (10%) – отчаяние; для 3 (7%) – обида; для 1 (2%) – радость.

При обращении с проблемой «Правовые вопросы защиты прав детей» у 40 (42%) спокойное эмоциональное состояние, так же у 40 (42%) – страх, тревога; у 5 (5%) – агрессивность; по 2 (2%) – обида, отчаяние, радость и неопределенное состояние; по 1(1%) – измененное состояние (алкогольное опьянение) и апатия, скука.

«Проблемы взаимоотношения полов»: 1441 (70%) – спокойствие; 197 (10%) – страх, тревога; 137 (7%) – обида; 121 (6%) – радость; 91 (4%) – горе, печаль; 22 (1%) – отчаяние; 18 (0,9%) – эмоциональное состояние не определено; по 8 (0,4%) – агрессивность, апатия и скука.

«Проблемы принятия себя»: 262 (57%) – спокойствие; 74 (16%) – радость; 44 (10%) – страх, тревога; 26 (6%) – горе, печаль; 20 (4%) – обида; 17 (3,7%) – эмоциональное состояние не определено; 7 (1,5%) – отчаяние; 6 (1,3%) – апатия и скука; 5 (1%) – агрессивность; 2 (0,4%) – вина.

У 169 (64%) абонентов с проблемами сексуальной сферы спокойное эмоциональное состояние; у 42 (16%) – радость; у 20 (8%) – страх, тревога; у 13 (5%) – неопределенное эмоциональное состояние; у 6 (2,3%) – отчаяние; по 4 (1,5%) – обида, агрессивность; 3 (1,1%) – горе, печаль; по 1 (0,4%) – апатия, скука и шок.

Для абонентов, обратившихся с проблемой социальной адаптации характерно: 67 (50%) – спокойствие; 36 (27%) – страх, тревога; 10 (7%) – обида; 9 (6,7%) – отчаяние; 5 (3,7%) – горе; 3 (2,2%) – неопределенное состояние; 2 (1,5%) – радость; по 1 (0,7%) – агрессия, апатия, вина.

Для звонящих с семейной проблематикой характерно: 646 (48%) – спокойствие; 302 (23%) – страх, тревога; 189 (14%) – обида; 83 (6%) – горе; 42 (3%) – отчаяние; 33 (2,5%) – радость; 17 (1,3%) – эмоциональное состояние не определено; 9 (0,7%) – агрессия; 3 (0,2%) – апатия; по 2 (0,15%) – шок и измененное состояние сознания (алкогольное опьянение).

У абонентов с проблемой «Суицид» распределение следующее: 13 (25%) – спокойствие; 12 (23%) – отчаяние; 9 (17%) – отчаяние; 6 (12%) – страх; 4 (8%) – обида; по 2 (4%) – агрессия, апатия, вина, неопределенное состояние.

Обратившимся в Телефон доверия с проблемой, требующей защиты прав ребенка, свойственно: 50 (46%) – страх; 32 (30%) – спокойствие; 12 (11%) – отчаяние; по 4 (%) – обида, агрессия; 2 (2%) – горе; по 1 (1%) – вина, радость, измененное состояние сознания (алкогольное опьянение), эмоциональное сознание не определено.

«Учебные проблемы и проблемы профессионализации»: 284 (56%) – спокойствие; 72 (16%) – страх; 36 (8%) – радость; 23 (5%) – обида; 8 (1,9%) – отчаяние; 7 (1,5%) – горе; 6 (1,4%) – агрессия; 4 (0,9%) – эмоциональное состояние не определено; 2 (0,5%) – вина.

Вероятно, сам факт возможности обращения за конфиденциальной и анонимной консультацией по телефону способствует успокоению, налаживанию внутреннего баланса, а в некоторых случаях ощущению радости. В основном спокойствие испытывали обращавшиеся по проблемам взаимоотношения со службой доверия, взаимоотношения полов, отношений со сверстниками, по семейным обстоятельствам; радость – так же по проблемам взаимоотношения со службой доверия и взаимоотношения полов; неопределенное эмоциональное состояние – по проблеме взаимоотношения со службой доверия; страх и тревогу – по семейной проблематике и проблеме взаимоотношения полов; обиду – по проблемам отношений со сверстниками, семейной проблематике и проблеме взаимоотношения полов.

Основные виды психологической помощи, которые были оказаны в ходе работы «Детского Телефона Доверия»: 1)информирование получения того или иного вида психологической помощи – 8080 (47%); 2) доверительный контакт, заключающийся в совместном прорабатывании проблемы звонившего, поиске ресурсов для решения проблемной ситуации - 3634 (21%); 3) прочие виды психологической поддержки - 2554 (15%); 4) консультирование, разрешение проблемы - 1650 (10%); 5) психологическая, эмоциональная поддержка, заключающаяся в безоценочном принятии абонента, принятии его чувств и мыслей - 1317 (8%).

Большому количеству абонентов, находящихся в эмоциональном состоянии радости, при получении информационной помощи – 4296 (25% от общего количества звонивших); 2549 (15%) – спокойствие; 878 (5%) – эмоциональное состояние не определено; 192 (1,1%) – страх; 55 (0,3%) - агрессия; при доверительном контакте 2529 (15%) испытывали спокойствие; 405 (2,3%) – страх; 265 (1,5%) – обида; 243 (1,4%) – радость; 79 (0,5%) – горе; испытывали спокойствие 1031 (6%) получивших консультативную помощь, помогающую решать проблемы; 315 (1,8%) – страх; 92 (0,5%) – обиду; 73 (0,4%) - горе; при получении эмоциональной поддержки 492 (2,9%) абонентов находились в состоянии спокойствия; 284 (1,6%) – страха; 243 (1,4%) – обиды; 132 (0,7%) – горя; 66 (0,4%) – радости.

При проблеме «Взаимоотношение с Телефоном доверия» консультантом использовалось информирование как вид психологической помощи консультант 7391 (42,89% от общего числа абонентов) и прочие виды социально-психологической помощи – 2350 (13,6%); при проблеме «отношения со сверстниками»: в 853 случаях (5%) использовался доверительный контакт, в 311 (1,8%) – консультирование, разрешение проблемы, в 247 (1,4%) – эмоциональная поддержка. При обращениях с проблемами взаимоотношений полов консультант применял доверительный контакт – 1133(6,6%); консультирование – 532 (3%); эмоциональную поддержку – 284 (1,65%). Для решения семейной проблематики употреблялся доверительный контакт в 602 случаях (3,5%); консультирование – 312 (1,8%); эмоциональная поддержка – 292 (1,7%).

Можно предположить, что психолог Телефона доверия при консультировании абонентов, находящихся в эмоциональном состоянии радости и спокойствии, позвонивших с целью интереса или от третьего лица, использует информирование о социально-психологической помощи, возможности ее получения как вид психологического воздействия. Доверительный контакт так же применяется к людям с эмоциональным состоянием спокойствия и, в основном, касательно проблем взаимоотношений: с противоположным полом, сверстниками, семьей. При переживании абонентом страха, тревоги консультант старается эмоционально поддержать, принять его чувства, мысли – это встречается при проблемах со сверстниками и проблемах полов. Консультирование, помочь в разрешении проблемы так же используется при эмоциональном состоянии тревоги, но уже касательно семейной проблематики.

Большую информативность имеет построение взаимоотношений между тематикой проблем абонентов, их эмоциональном состоянии и психологической помощью, оказываемой им по телефону доверия, представленное на рисунке.

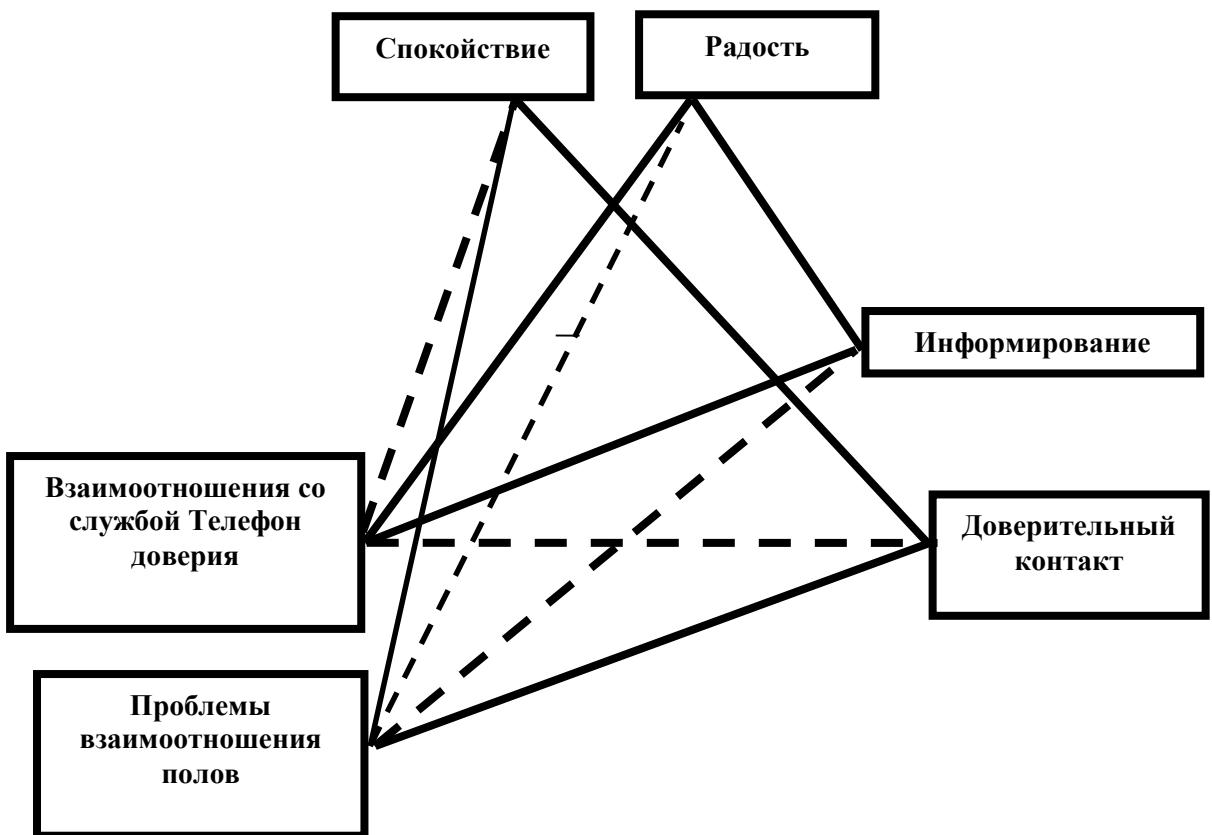


Рис.1. Взаимоотношения между кластерами эмоциональное состояние, причина обращения, действие специалиста, где сплошная линий – положительная связь; пунктирная линия – отрицательная

Положительная корреляция наблюдается между информированием как видом оказания психологической помощи и взаимодействием со службой доверия ($r=0.63$), радостью и взаимодействием со службой доверия ($r=0.46$), эмоциональным состоянием радости и видом психологической помощи «информирование» ($r=0.46$), неопределенными эмоциональными состояниями абонентов и использовании прочих видов психологической помощи по телефону ($r=0.54$). Интересное отношение между эмоциональными состояниями радости и спокойствия и проблемой взаимоотношения полов: наблюдается разноравленность феноменов. Данные позволяют сделать вывод, что при поступлении звонка от постоянного абонента или третьего лица, консультант придерживается позиции информирования клиента о возможных видах психологической помощи, о средствах ее

оказания. Вместе с этим, отрицательная корреляция присуща тандему взаимоотношения со службой – доверительный контакт, продвижение в понимании себя ($r=-0,56$).

В работе представлены лишь основные из полученных данные, т.к. мы ставили цель методологически обосновать системно-информационную организацию диалога детей и подростков со специалистом «Горячей линии».

Обобщая вышесказанное, можно предположить, что возможность обращения за конфиденциальной и анонимной консультацией по телефону, разговора со специалистом «Горячей линии» способствует успокоению, налаживанию внутреннего баланса, способствует организации профилактической работы. При поступлении звонка консультант на основе эмоционального состояния абонента, содержания его ключевой проблемы, выстраивает модель оказания психологической помощи.

Список литературы:

1. Анохин П.К. Биология и нейрофизиология условного рефлекса / П.К. Анохин – М.: Медицина, 1968. -547 с.
2. Гавриков К.В. Социально-биологические мотивации и их роль в организации различных видов деятельности организма / К.В. Гавриков / Волгогр. мед. ин-т. – Волгоград, 1987. – 10 с. деп. в ВИНИТИ 9.02.87, N 915-В.
3. Гавриков К.В. Системно-информационная организация целенаправленного поведения (метамодель): монография / К.В. Гавриков, Б.В. Журавлев, С.П. Ивашев. – Волгоград: изд-во ВолГГМУ, 2015. – 256 с.
4. Журавлев Б.В. Информационные паттерны нейронов мозга в системной организации поведенческих актов / Б.В. Журавлев // Развитие теории функциональных систем: Тр. межвед. науч. Совета по эксперим. и приклад. физиологии / Под ред. К.В. Судакова. – М., 1999. – Т. 8. – С. 86 – 97.
5. Ивашев С.П. Системное квантование мыслительной деятельности человека: Монография / С.П. Ивашев. - Волгоград: Изд-во ВолГМУ, 2005. - 229 с.
6. Ивашев С.П., Новикова Е.Г., Новикова Ю.Г. Системная эпидемиология как новый подход к анализу биopsихосоциальных закономерностей пато- и саногенеза // Всероссийская научно-практическая конференция «Актуальные вопросы детской психиатрии» (Материалы конференции). Саратов. 25-28 сентября 2006 г. с.
7. Ивашев С.П, Ерофеева В.В., Ивашев К.С. Особенности психологического благополучия подростков-сирот, значимые для психопрофилатики // Материалы V Международного Конгресса «Молодое поколение XXI века: актуальные проблемы социально-психологического здоровья». – Москва, 24-27 сентября 2013 года. – С. 360

Комаров Владимир Владимирович

Специальная астрофизическая обсерватория Российской академии наук (САО РАН),

СИСТЕМА МОНИТОРИНГА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО КОМПЛЕКСА ОПТИЧЕСКОГО ТЕЛЕСКОПА ЦЕЙСС-1000

Аннотация: Для одного из типовых оптических телескопов среднего класса показано решение задачи унификации мониторинговых систем. Метод синтеза данных систем позволил определить оптимальные параметры пространственно-временной дискретизации и построить унифицированные системы мониторинга для различного класса оптических телескопов.

Ключевые слова: параметрический синтез, автоматизированный комплекс, оптический телескоп.

Komarov V.V.

MONITORING SYSTEM OF AUTOMATED COMPLEX OF THE OPTICAL TELESCOPE ZEISS-1000

Abstract: The solution of the problem of unification of monitoring system is given for one of the typical optical telescopes middle-class. The method of synthesis has to determine the optimal parameters of the space-time discretization of such systems and build a unified observing system for different types of optical telescopes.

Keywords: parametric synthesis, automated complex, optical telescope.

Введение

В данной работе показано решение задачи унификации телевизионных наблюдательных систем для мониторинга одного из оптических телескопов САО РАН: 1 метрового телескопа Цейсс-1000. Телескоп в 2015 году отмечает 25-ти летний юбилей и, в настоящее время, является одним из немногих автоматизированных телескопов данного класса.

Цейсс-1000, один из последних в серийном выпуске немецкого предприятия «Карл Цейсс Йена» (ГДР), был передан САО РАН в середине 80-х г.г. не в полной комплектации. Последующая неразбериха, связанная с распадом ГДР и СССР, по сути, могла похоронить реализацию проекта Цейсс-1000. Но, поистине героические усилия сотрудников САО РАН позволили завершить его строительство и ввод в эксплуатацию в самое тяжелое для нас время.

Телескоп Цейсс-1000 уже в 1990 году дает первые научные результаты.

В последнее время для телескопа была разработана и введена в эксплуатацию система, которая позволяет проводить круглосуточный дистанционный визуальный мониторинг его работы. Астрономы-наблюдатели контролируют в удаленном режиме состояние и работу основных систем телескопа, наведение, управление и астроклиматические условия в реальном времени.

Входными устройствами данной системы являются телевизионные камеры с твердотельными фотоприемными устройствами. Оцифровка видео-изображений осуществляется, как централизовано: с помощью видеосервера, так и автономными

компьютерами. Полученные и обработанные видеоизображения доступны с любого компьютера в локальной сети САО (а также Интернет) всем участникам наблюдательного процесса для научного анализа, что является важным дополнительным научным потенциалом наблюдений, который ранее не использовался.

Характеристики телескопа

Цейсс-1000 является одним из десяти типовых многозадачных инструментов построенных фирмой «Карл Цейсс Йена» (ГДР). На рисунке 1 приведена оптическая схема работы телескопа со спектрографом UAGS и размещение системы управления и мониторинга.

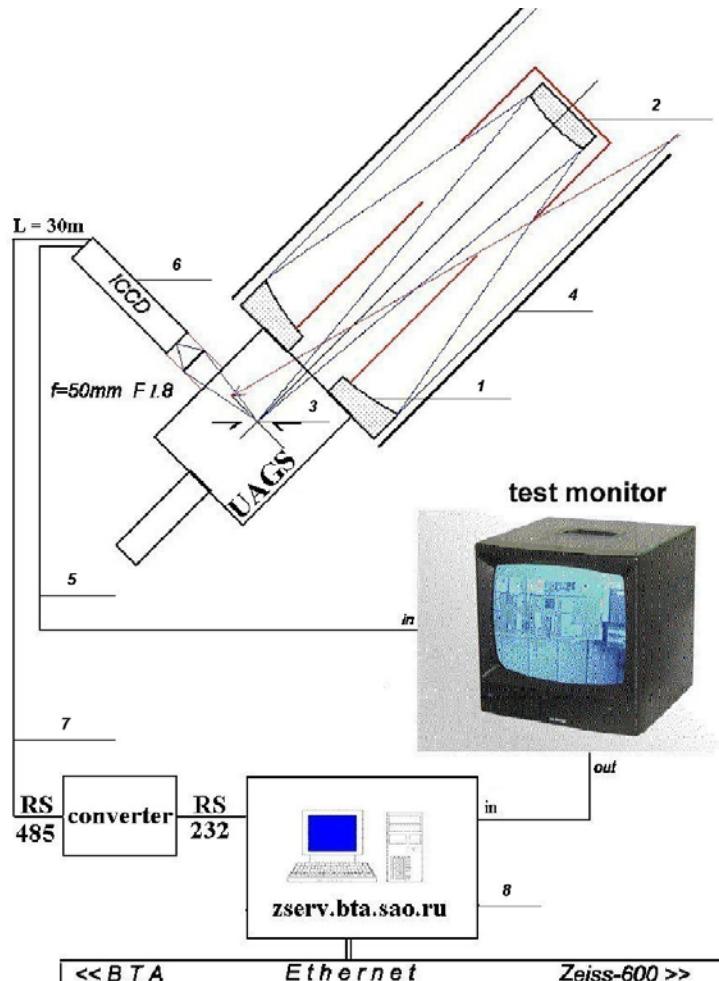


Рис. 1. Цейсс-1000 и наблюдательная система UAGS.

- Диаметр главного зеркала 1 - 1016 мм;
- Фокус Кассегрена 3 с эквивалентным фокусным расстоянием - 13.3 м;
- Фокус кюде с эквивалентным фокусным расстоянием - 36.5 м;
- Спектральный диапазон 0.3 - 10 мкм;
- Угловое разрешение - 0.8 arcsec;
- Масса трубы 4 - 4.8 т;
- Масса монтировки - 12 т;
- Предельная звездная величина, полученная в фотометрическую ночь с изображениями 1.5 угл.сек., в фильтре V, за экспозицию 30 мин.- 23.5

Магистральные линии связи, по которым передаются видеосигналы 5 от камер 6 и сигналы управления системой 7, проложены в аппаратную комнату для работы астрономов-наблюдателей. В аппаратной располагается видеосервер “zserv.sao.ru” 8, с помощью

которого осуществляется оцифровка видеосигнала и управление по порту RS485, а также передача видеоизображений на сервер САО по Ethernet.

Автоматизированный комплекс телескопа

В отличие от значительного числа существующих проектов автоматизации и роботизации астрономических телескопов данный комплекс предназначается для интеграции всех наблюдательных инструментов телескопа с его управляющей системой, в том числе и с возможностью проведения удаленных наблюдений. Была создана уникальная система управления [1], предполагающая использование различных наблюдательных комплексов. Данная система в перспективе обеспечит возможность его использования во всех вариантах местного или удаленного управления.

Замена старых систем управления современными приводами осей телескопа (рис.2), датчиками главных осей, реализация алгоритмов расчетов и сопровождения с обратной связью по датчикам позволили повысить точность наведения телескопа и значительно улучшить качество сопровождения, в том числе с возможностью программного слежения для объектов с собственным движением (кометы, астероиды и др.).

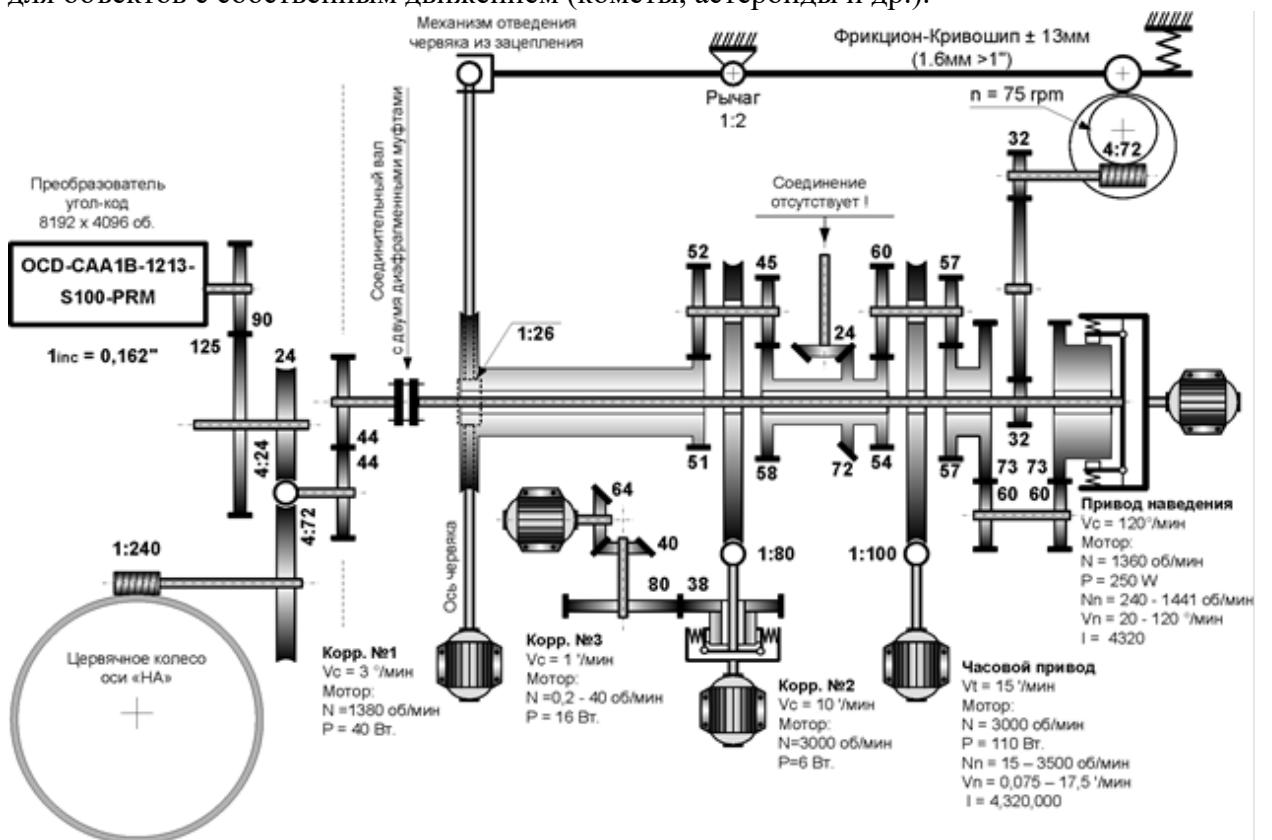


Рис. 2. Кинематическая схема оси прямого восхождения телескопа.

В настоящее время на телескопах САО РАН находится в эксплуатации более двух десятков научно-технических телевизионных камер [2]. Из них более десятка наблюдательных систем работает в круглосуточном необслуживаемом режиме. При их разработке главный упор сделан на предоставление удаленного доступа [3] по локальной сети и Internet к системам, обеспечивающим как изображения звездных площадок в фокусах телескопов, так и вспомогательные изображения, важной функцией которых является дистанционный контроль погодных условий в процессе наблюдений. Автоматический и программно-управляемый режим работы таких систем при удаленном доступе дал возможность перевести наблюдения на телескопе Цейсс-1000 в аппаратную, расположенную в 4.5 км от телескопа на нижней научной площадке САО РАН.

Требования к системе мониторинга

При отождествлении и гидировании астрономических объектов поток света на входном зрачке телескопа может изменяться на 6–8 порядков, в зависимости от яркости наблюдаемых источников и фона неба.

Для современных систем видео-мониторинга среднепиксельного формата (1/2", 768x576 фоточувствительных элементов) это соответствует световому диапазону от единиц до миллиона фотонов на канал в секунду для точечных и протяженных объектов в фильтре V (визуальном фильтре).

Нижняя граница светового потока:

$$N_{min} \sim 1-2 \text{ фотон/канал/сек.}$$

средний фон (свечение) ночного неба, эквивалентный излучению звезды около 20-й видимой звездной величины при средних изображениях [4].

Средняя верхняя граница светового потока:

$$N_{max} \sim 10^6 \text{ фотон/канал/сек.}$$

соответствует ярчайшим звездам с 0-ой звездной величиной в видимой области спектра. Следует подчеркнуть, что максимальная световая нагрузка на канал обратно пропорциональна квадрату среднего диаметра изображения звезды, формируемого турбулентной атмосферой.

Наблюдение слабых астрономических объектов, освещенность от которых в фильтре V на входе телевизионных камер составляет:

$$E \sim 10^{-6} \text{ лк,}$$

соответствует для Цейсс-1000 регистрации $N \sim 2$ фотон/канал/сек., то есть совпадает с N_{min} .

Таким образом, системы при световых потоках:

$$E_{min} \sim 10^{-6} \text{ лк}$$

работают в режиме регистрации одноэлектронных событий, наблюдаемых на экране видеоконтрольных устройств (ВКУ) как единичные события. Это означает, что видеосистемы Цейсс-1000 для визуализации объектов в поле наблюдения должны иметь высокую чувствительность для регистрации одноэлектронных событий.

Наблюдательные астрофизические программы на телескопе предусматривают исследования астрономических объектов в широком интервале яркостей регистрируемых источников. Это приводит к тому, что мониторинговые системы в фокусах телескопа помимо высокой чувствительности должны обладать также и большим динамическим диапазоном, передавая полученные изображения в реальном времени. Набор данных требований ставит очень сложную задачу для технической реализации и, тем более, унификации мониторинговых систем Цейсс-1000.

Решение задачи унификации системы мониторинга Цейсс-1000

Но сначала поясним терминологию.

Наблюдатель в теории управления – это устройство, следящее за параметрами объекта управления, как системы.

Наблюдатель в астрономии – это человек, следящий за работой объекта управления – телескопом.

Наблюдательная система – термин, который введен, как компромисс и означает тоже, что и наблюдатель в теории управления.

Подсмотр – не является классическим термином, введен астрономами для наблюдательных систем контроля наведения, отождествления и сопровождения.

Рассмотрим систему мониторинга как наблюдателя в теории управления, который получает данные об исследуемом объекте. Эти данные (изображения звездных площадок) пройдя сквозь турбулентную атмосферу, попадают в фокальную плоскость объекта (телескопа). Наблюдатель может воздействовать на систему управления телескопом таким

образом [5], что корректирует фазовые координаты телескопа с целью уменьшения ошибок сопровождения.

В дальнейшем полученные данные фиксируются в архиве, к которому осуществляется доступ для последующей обработки полученного материала.

Задачи наблюдения звездных площадок в заданной области пространства и определение параметров системы мониторинга могут быть описаны с помощью следующей схемы (рис.3).

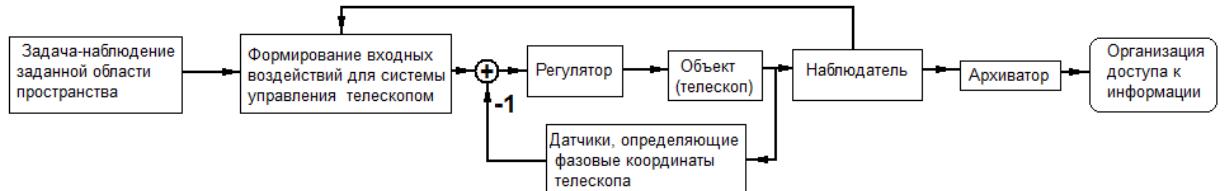


Рис. 3. Блок-схема системы мониторинга

Процесс получения данных от исследуемого объекта можно рассмотреть на базе обобщенной модели мониторинговой системы (рис.4):

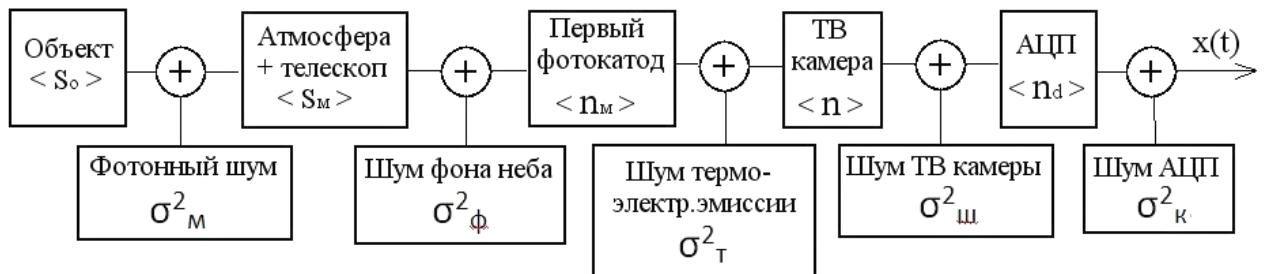


Рис. 4. Обобщенная модель наблюдательной системы

$\langle S_0 \rangle$ – световое поле от исследуемого точечного объекта;

$\langle S_m \rangle$ – оптическое изображение в фокальной плоскости телескопа;

$\langle n_m \rangle$ – поток первичных фотоэлектронов на входном фотокатоде;

$\langle n \rangle$ – зарядовый рельеф, пропорциональный интенсивности оптического изображения за время экспозиции ПЗС матрицы;

$\langle n_d \rangle$ – сигнал АЦП в результате поэлементного считывания ПЗС матрицы подсмотра;

$x(t)$ – процесс движения визирной оси вокруг требуемой кривой движения телескопа с дисперсией шума по закону квадратов.

Особенностью синтеза наблюдательных систем в телевизионной астрономии является определение оптимальных значений пространственного и временного разрешения фотоприемников [6], обеспечивающих потенциальную точность измерения пространственно-временных координат звёзд, лимитируемых двумя источниками шумов: фотонными шумами звёзд и фона и шумами считывания изображения с твердотельного фотоприёмника.

Располагая моделью оптического поля в изображении [7], необходимо определить статистические характеристики случайного числа первичных фотоэлектронов. Для этого запишем средний поток фотонов, собираемых апертурой телескопа, который можно найти из выражения [8]:

$$I_M = \langle |V_M|^2 \rangle \sim \frac{\pi D^2}{4} \eta I_0 \cdot 10^{-0.4M} \Delta \lambda \quad (1)$$

где η – средний коэффициент пропускания системы атмосфера + телескоп; D – диаметр апертуры телескопа; M – звездная величина исследуемого объекта; I_0 – внеатмосферный

поток фотонов от звезды $M=0$, равный $\sim 10^3$ (фотонов/ $\text{см}^2\text{\AA}$ сек); $\Delta\lambda$ – спектральный диапазон фото-детектирования (\AA).

Разделив (1) на среднюю площадь звезды $\pi d^2/4$, получим значение среднего потока фотонов на фотокатоде:

$$\langle S_M \rangle = S_M = \frac{4I_M}{\pi d^2} = \left(\frac{D}{d} \right)^2 \cdot 10^{-0.4M} \cdot \eta I_0 \Delta\lambda \quad (2)$$

Тогда, для обеспечения пуссоновского режима фото-детектирования, среднее число первичных фотоэлектронов от звезды M -ой звездной величины на 1 пиксель А за время экспозиции Т будет определено из формулы (2):

$$\langle n_M \rangle = \alpha \eta \cdot 10^{-0.4M} \cdot I_0 \cdot A T \Delta\lambda D^2 / d^2$$

После этого можно определять унифицированные технические параметры системы телевизионного подсмотра [9], такие как площадь пикселя А, время экспозиции Т, длительность кадра и др.

Пример унифицированного подсмотра

На рис. 5 приведен пример типового телевизионного подсмотра, который имеет на входе вариофокальный объектив для согласования звездного поля принимаемой площадки в фокальной плоскости телескопа с фоточувствительной площадкой ПЗС камеры.



Рис. 5. Типовая блок-схема телевизионного модуля системы мониторинга

Объектив имеет автоматическое управление затвором и ручное управление по масштабу и фокусировке.

Высокочувствительная ПЗС матрица позволяет принимать сигнал до 0.003лк (F1.4) в стандартном телевизионном режиме наблюдения. При управлении параметрами камеры и охлаждении однокаскадным Пельтье-холодильником можно увеличить предельную чувствительность системы до 0.00005лк., увеличивая экспозицию с 40мсек до 40сек. и уменьшая температуру матрицы на 30°C. по отношению к окружающей среде.

Управление параметрами позволяет также расширить динамический диапазон на порядок. За управление параметрами матрицы отвечает процессорный блок камеры, который позволяет менять следующие режимы: гамма-коррекция, усиление, накопление полей, накопление пикселей, сложение строк, электронный затвор, уровень черного, четкость, контрастность и другие.

Выводы

На примере Цейсс-1000 рассмотрена модель наблюдательной системы и показано решение задачи унификации данной модели, исходя из критерия минимизации ошибки сопровождения объекта.

Оптимизируя параметры систем мониторинга, а именно – телевизионных наблюдателей, можно варьировать только параметрами пространственно-временной дискретизации. При этом выявлено, что оптимальные параметры пространственной дискретизации наблюдателя зависят не только от пространственного разрешения оптической системы канала слежения, но и от временного спектра возмущений часового ведения телескопа, а оптимальная временная дискретизация (кадровая частота) определяется не только времененным спектром возмущений часового ведения, но и пространственным разрешением оптической системы канала слежения.

С помощью данного исследования получены формулы для оптимальной пространственной и временной дискретизации данной системы мониторинга на телескопе Цейсс-1000, позволяющие подобрать такие параметры системы, которые обеспечат коррекцию автоматизированного управления телескопом с возможностью ведения по предельно слабым объектам.

Список литературы:

1. Власюк В.В., Драбек С.В., Комаров В.В., Шергин В.С. Комплексная модернизация комплекса оптического 1-метрового телескопа Цейсс-1000 для реализации режима удаленных наблюдений. // Материалы научно-практической конференции «Оптико-электронные комплексы наземного и космического базирования». – Лыткарино, 2014, с.81.
2. V.V. Komarov, V.V. Vitkovskij, V.V. Vlasyuk, A.F. Fomenko, V.S. Shergin. A digital TV complex of the 6 m optical telescope BTA for identification of astronomical objects and guiding. // Bull. Spec. Astrophys. Obs., 2002, т.53, р.134-143.
3. Витковский В.В., Власюк В.В., Комаров В.В., Фоменко А.Ф., Шергин В.С. Открытая в Интернет ТВ система визуального контроля крупнейшего российского 6м оптического телескопа БТА. // Материалы XIX-ой международной научно-технической конференции по фотоэлектронике и приборам ночного видения, Москва, 2006, с.172.
4. Комаров В.В., Першин И.М. Границные условия наблюдательных систем больших оптических телескопов. // Материалы международной научной конференции “Математическая физика и ее приложения”, т.1, Пятигорск, 2012, с.48-56.
5. Витковский В.В., Комаров В.В. Наблюдательные системы больших оптических телескопов. // Материалы международной научной конференции “Математическая физика и ее приложения”, т.1, Пятигорск, 2012, с.42-47.
6. Комаров В.В. Синтез телевизионных наблюдательных систем на примере телескопов БТА и Цейсс-1000. // Материалы V-ой международной научной конференции “Системный синтез и прикладная синергетика”, т.III, Пятигорск, 2013, с.72-77.
7. Fomenko A.F., Komarov V.V., Komarova V.N., Fomenko N.A. New ICCD guiding camera for the spectrograph UAGS of the telescope Zeiss-1000. // Bull. Spec. Astrophys. Obs., т.55, 2003, р.143-147.
8. Комаров В.В., Фоменко А.Ф. Статистические оценки фундаментальных ограничений на применение типовых ПЗС-камер в составе ТВ-подсмотров больших оптических телескопов. // Астрофизический бюллетень, 2007, т.62, №1, с.102-116.
9. Комаров В.В. Методика оптимизации параметров телевизионных наблюдательных систем больших оптических телескопов. // Мехатроника, автоматизация, управление. Москва, 2013, №7, с.47-52.

Мамедов Раман Айдын оглы

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДА ФИЛЬТРАЦИИ НЕЛЕГИТИМНЫХ ЗАПРОСОВ НА СЕТЕВОМ УРОВНЕ МОДЕЛИ OSI.

Аннотация: В данной статье рассматривается способ защиты от DDOS - атак посредством фильтрации сетевого уровня модели OSI. Целью статьи является исследование чувствительности реагирования процедуры фильтрации на методы вариации временным интервалом отправки запросов. В результате исследования были разработаны математические модели и произведены расчеты.

Ключевые слова: DDOS – атака, нелегитимный трафик, распределенный отказ в обслуживании канала.

Mamedov R.A.

SYSTEM ANALYSIS OF THE FILTERING METHOD OF PROTECTION AGAINST ILLEGITIMATE QUERIES ON THE NETWORK LEVEL OF THE OSI MODEL.

Abstract: This article describes a way to protect against DDOS - attacks by filtering network layer model OSI. The aim of the article is to study the sensitivity of the response procedures filtering techniques variation time interval of sending requests. The study was developed mathematical models and calculations .

Keywords: DDOS - attack illegitimate traffic, distributed denial of service channel.

В глобальной сети Интернет ежедневно происходит немалое количество атак, относящихся к типу распределенного отказа в обслуживании канала. Предотвращением негативных последствий занимается огромное количество компаний. На сегодняшний день разработано множество методик по устранению атаки и стабилизации рабочего состояния канала, подверженного негативному воздействию.

Принцип такого рода атак основан на увеличении нагрузки посредством централизованной отправки большого числа запросов на атакуемую машину. Масштаб атаки напрямую зависит от числа компьютеров, участвующих в данной процедуре. Такая совокупность компьютеров называется зараженной сетью, и, как правило, её комплектация осуществляется незаконным образом: посредством инфицирования различных участников глобальной сети Интернет.

Основной целью проведения данного рода атаки является получение отказа в обслуживании канала атакуемого ресурса, что впоследствии делает этот канал недоступным для легитимных пользователей. Единственной методикой, обеспечивающей предотвращение таких атак, на сегодняшний день является фильтрация запросов на трех уровнях сетевой модели OSI. В перечень уровней фильтрации сетевой модели OSI входят следующие:

- Сетевой;
- Транспортный;
- Прикладной.

Процедура фильтрации подразделяется на два этапа:

1. Идентификация запроса – устанавливает статус входящего трафика который классифицируется по двум категориям:
 - о Легитимный запрос;
 - о Нелегитимный запрос;
2. Селекция запросов – процесс выбора операции согласно результатам идентификации. Операции подразделяются на:
 - о Блокируемые – при условии того, что результат идентификации вернуло значение «Нелегитимный запрос»;
 - о Разрешенные – предполагают легитимное значение запроса.

Как правило, основной задачей инициатора атаки является разработка разного рода способов, позволяющих успешно пройти процедуру фильтрации запросов на атакуемой машине.

Целью данной статьи является построение модели фильтрации запросов на сетевом уровне, а также проведение ряда численных расчетов с учетом построенной модели атаки злоумышленником при использовании метода уклонения от фильтрации по заданным критериям идентификации.

Перед построением модели фильтрации следует определить принцип её функционирования. Главным критерием отбора на этапе идентификации является временной интервал между запросами с одного адреса. Данным критерием является переменная, значения которой варьируются в зависимости от типа информационного ресурса.[3] Таким образом, средним значением для обычного сайта в сети Интернет является временной интервал в пять секунд между запросами. Это обосновывается отсутствием необходимости в краткосрочных интервалах между вызовами ресурса пользователем.

Так, при достаточно высокой пропускной способности канала пользователя между отправкой запроса из браузера и получением файла, его интерпретацией браузером, осознанием пользователя об отсутствии актуальности загружаемой страницы проходит в среднем пять секунд. Также следует отметить, что временной интервал может зависеть от объема генерируемой сервером страницы. Исходя из установленного минимального временного интервала, все запросы, временной интервал которых меньше допустимого, будут блокироваться сервером.[4] Схема данной процедуры представлена на рисунке 1.

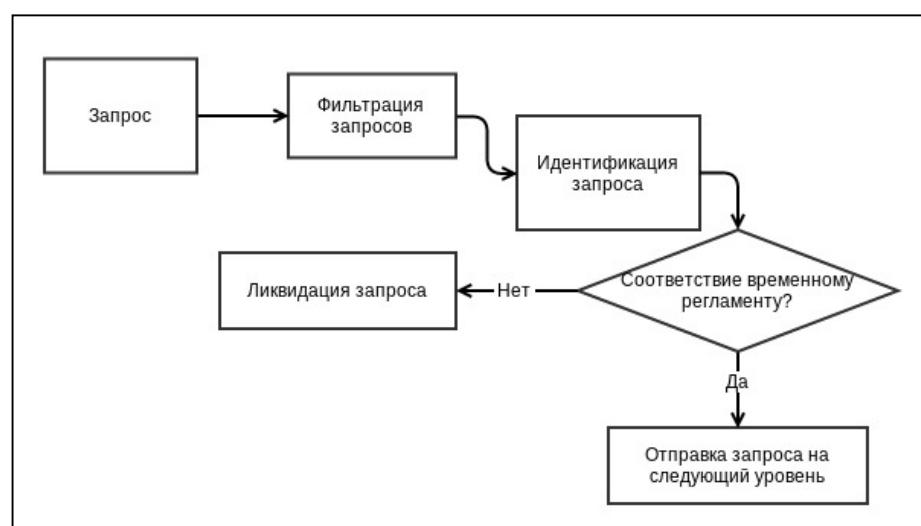


Рис. 1. Схема процедуры фильтрации запросов на сетевом уровне модели OSI

Как видно из рис. 1, все входящие запросы проходят процедуру фильтрации, после чего по результатам идентификации они направляются на процесс селекции, где запросы,

неподходящие под временной регламент, ликвидируются, а успешно пройденные отправляются на фильтрацию других уровней сетевой модели.

Модель фильтрации на сетевом уровне можно представить в виде следующей функции (1):

$$N_m(k, \tau, R) = \begin{cases} 1 & \text{если } ((\tau - (D(k)) \leq R) \wedge (B_{0,i} = k)) \\ 0 & \text{если } ((\tau - (D(k)) > R) \wedge (B_{0,i} \neq k)) \end{cases}, \quad (1)$$

где τ - текущее время; R – разрешенный временной интервал между запросами с одного адреса; k - адрес отправителя запроса $B_{0,i}$ - представляет собой матрицу, значениями которой являются результаты журнализации входных запросов.

Матрица имеет следующий вид:

$$B \begin{pmatrix} ip_1 & \tau_1 \\ ip_2 & \tau_2 \\ ip_n & \tau_n \end{pmatrix},$$

где первый столбец матрицы B хранит значения всех адресов, совершивших вход на данный ресурс, а во втором столбце зафиксировано последнее время входа по данному адресу.

Функция $D(p)$ – возвращает время последнего обращения адреса p к запрашиваемому ресурсу (2).

$$\begin{aligned} D(p) &= B_{1,i}, \\ p &= B_{0,i} \end{aligned} \quad (2)$$

где p - адрес клиента.

Таким образом, если функция $N_m(k, \tau, t)$ возвращает значение, равное нулю, то адрес k представляет нелегитимный трафик. Следовательно, результатом действий фильтра в реальной ситуации будет являться внесение записи данного адреса в черный список при наличии трех последующих аналогичных результатов данной функции. Отсюда следует, что возвращение функцией значения, равного единице, означает подтверждение легитимности адреса k .

При любых результатах не зависимо от успешности прохождения запроса процедуры фильтрации, параллельно происходит фиксирование каждого запроса к системе с целью последующего использования полученных сведений в процедуре фильтрации. В сфере информационных технологий данный подход называется журнализацией. Процедура журнализации посещений ресурса производится следующим образом (3).

$$W_B(k, \tau) = \begin{cases} B_{0,n} = k; B_{1,n} = \tau & \text{если } k \neq B_0 \\ B_{1,i} = \tau & \text{если } k = B_{0,i} \end{cases}, \quad (3)$$

где n – количество строк в матрице B .

Как видно из процедуры, описанной в формуле (3), при условии отсутствия адреса k в матрице $B_{0,i}$ создается новая строка, куда добавляется новый адрес, который в свою очередь представляет значение переменной k , и текущее время τ . Если адрес k был найден в матрице $B_{0,i}$, тогда значение последнего входа изменяется на текущее время τ .

Для проведения численных расчетов начальными входными воздействиями будет количество атакуемых вычислительных единиц, равное тридцати трём элементам с интервалом нарастания атаки в каждые 300 секунд (численность наращивания равна 24 компьютерам). Интервал наращивания нагрузки на канал, находящийся в зоне риска, описывается по формуле(4).

$$\begin{aligned} A(i, c, l, t) &= l + c, \\ (\tau - t) &\geq i \end{aligned} \quad (4)$$

где i - интервал времени; t - время последней записи; c - требуемая численность ПК для увеличения нагрузки; l - размер текущей комплектации зараженной сети.

Скорость отправки запросов зараженной сетью является непрерывной (при этом временной регламент равен 5 секундам), учитывая скорость соединения зараженного

компьютера.[1] Таким образом, вызов функции фильтрации (1) первоначально будет произведен со следующими значениями аргументов:

$$N_m(Rand(A(300,24,33,0)), 1, 5)$$

По результатам вычислений был построен график, представленный на рисунке 2, расчеты которого осуществлялись на компьютере посредством программирования разработанной математической модели в среде Lazarus.

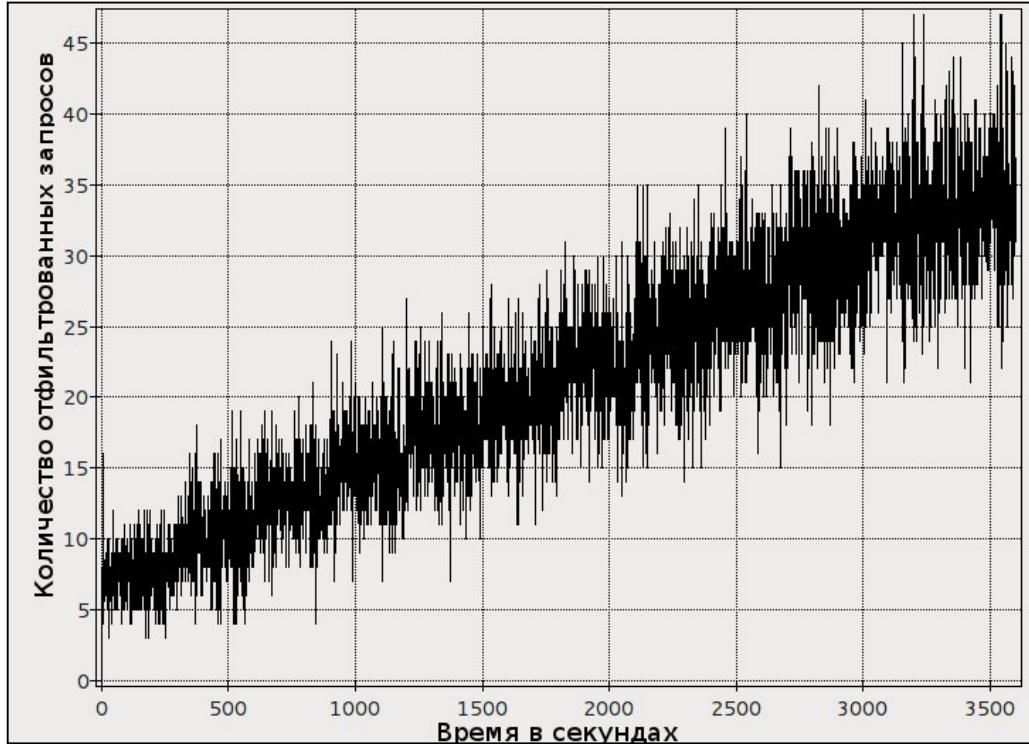


Рис. 2. График результатов процедуры фильтрации нелегитимных запросов

Как видно из рис. 2, нарастание атаки характерно сказывалось на численности блокированных запросов. В среднем, из общего числа запросов, отправленных на сервер, процедурой фильтрации было ликвидировано около 30% адресов. Данные запросы были идентифицированы как нелегитимные по причине несоответствия установленному временному регламенту. Исходя из вышеизложенного графика, можно предположить, что устранение атаки на распределенный отказ в обслуживании будет успешным при стандартных входных воздействиях производимой DDOS-атаки.

Однако на настоящий момент злоумышленники разрабатывают различные методы обхода этапа идентификации в процедуре фильтрации сетевого уровня модели OSI. Так, одним из наиболее актуальных способов обхода фильтрации является метод псевдолегитимизации запросов посредством вариации временного интервала их отправки на атакуемую машину. Данный метод можно описать как (5):

$$T_p(k, t, R, \tau_i) = Rand(k), \quad (5)$$

$$R \leq t < \tau_i$$

где i – номер клиента; τ_i - текущее время отправки запроса i -го клиента; t – временной интервал вариаций регулируемой инициатором атаки.

Принцип данной методики заключается в регулировании инициатором значения переменной t для достижения результата, которым будет являться факт идентификации нелегитимного запроса как от обычного среднестатистического пользователя.

При реализации данной модели подадим на вход функции (1) входное воздействие в виде функции (5), и в процессе расчетов произведем вариации значения переменной t таким образом, чтобы указанная переменная соответствовала граничным условиям функции (5).

Следовательно, вызов функции (1) с изначальными входными воздействиями будет иметь следующий вид (6):

$$N_m(T_p(A(300,24,33,0), 5,5,1), 1, 5) \quad (6)$$

Исходя из полученного вызова функции (6), следует, что метод псевдолегитимизации запроса, описанный в формуле (5), может принимать темпы наращивания атаки, представленные в виде (4). Аргументами функции наращивания атаки являются исходные значения, подаваемые на вход при моделировании DDOS-атаки без учета вариации временного регламента.

Выбор аргумента t был обусловлен в соответствии с граничными условиями (5), поэтому значение данного аргумента тождественно R .

Произведем расчеты с помощью использования вычислительных ресурсов компьютера и отобразим результат расчетов на рисунке 3.

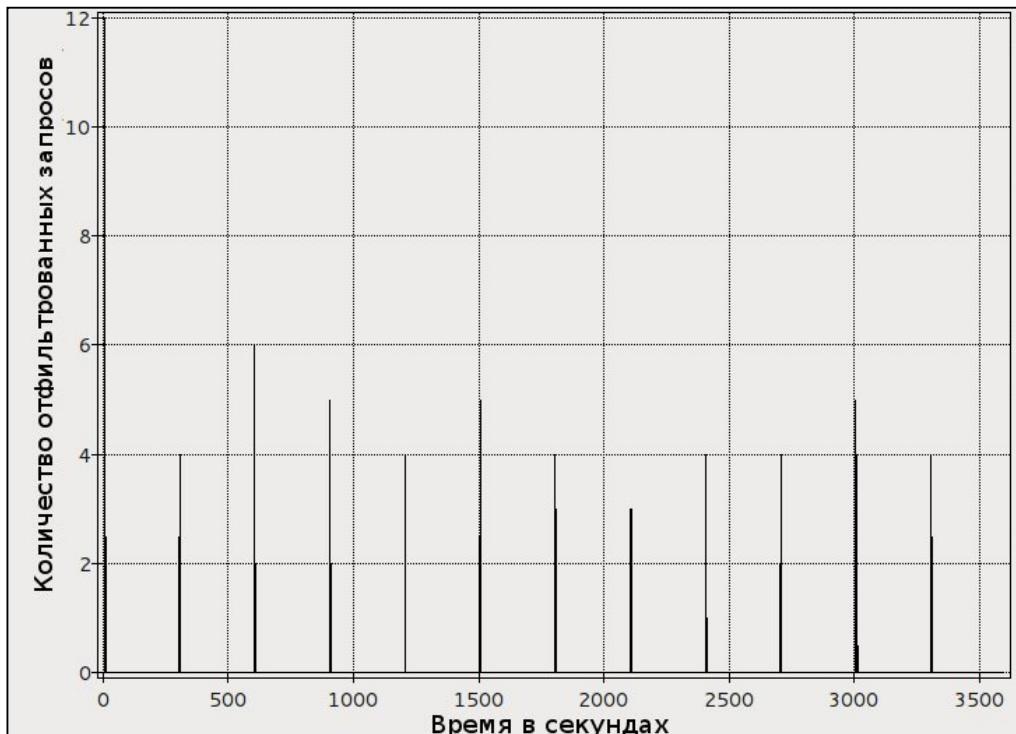


Рис. 3. График результатов процедуры фильтрации нелегитимных запросов с использованием метода псевдолегитимизации

Как видно из рис. 3, варьирование временным интервалом между запросами зараженной машины приводит к недееспособности процедуры фильтрации на стороне сервера. Исходя из полученного графика, можно сделать вывод, что описанная процедура фильтрации реагирует лишь в момент повышения нагрузки на канал сервера посредством увеличения числа атакуемых элементов зараженной сети.

Данный вывод основывается на показаниях графика, в котором отображается динамика по заданному интервалу наращивания атаки, равному 300 секундам.

По результатам проведенного в статье анализа, можно сделать вывод, что злоумышленник, используя несложный способ, предполагающий вариацию временного интервала между запросами, имеет возможность успешно обойти процедуру фильтрации на одном из уровней сетевой модели OSI. Также следует отметить тот факт, что процедура фильтрации представляет собой достаточно ресурсоемкий процесс, требующий для осуществления своей деятельности немалое количество вычислительных ресурсов. Таким образом, этот аспект может негативно воздействовать на производительность идентификации запросов.

Следует также учесть, что такой расход вычислительных ресурсов осуществляется лишь на одном из уровней сетевой модели OSI, на которую распространяется процедура

фильтрации запросов, в то время как данная процедура предполагает осуществление процесса идентификации еще на двух уровнях (транспортный и прикладной).

Исходя из вышеописанных недостатков существующей системы идентификации нелегитимных запросов, следует, что данная система требует к себе повышенного внимания и кардинальной модернизации. Главной задачей такой модернизации является снижение потребления вычислительных ресурсов за счет сокращения количества идентифицируемых уровней сетевой модели OSI.

При разработке модернизируемой методике по идентификации DDOS-атак, было принято во внимание, что DDOS-атаки имеют характерную отличительную динамику нагрузки на канал клиента в момент начальной стадии атаки относительно штатной ситуации. В ходе исследования было выявлено, что даже при самой слабой атаке динамика повышения нагрузки на канал клиента развивается в несколько раз стремительнее, чем в других случаях.

Отсюда следует, что для оперативной идентификации атаки на распределенный отказ в обслуживании канала клиента достаточно использовать один из уровней сетевой модели OSI: так называемый «физический уровень». Успешная организация процесса оперативного выявления DDOS-атаки заключается в постоянном мониторинге лишь одного физического уровня сетевой модели OSI для получения текущего состояния загруженности канала клиента и последующего анализа полученных данных.

Для анализа получаемых данных наиболее оптимальным вариантом будет использование аппарата нечеткой логики. Данное направление математики предоставляет возможность обозначить нечеткое множество посредством лингвистической переменной и на ее основе выявлять и распознавать новые методы распределенной атаки, сконфигурированной злоумышленником.

Заключение

В ходе проведенного исследования была построена математическая модель процедуры фильтрации запросов на сетевом уровне модели OSI. Данная модель была реализована в среде программирования Lazarus и рассчитана на компьютере со входными воздействиями для модели, характерной стандартной DDOS-атаки. Затем был произведен еще один вариант расчетов с входными воздействиями, характерными DDOS-атаке с использованием метода псевдолегитимизации запросов. На основе выявленных недостатков процедуры фильтрации был предложен новый метод идентификации DDOS-атаки, основанный на анализе трафика физического уровня сетевой модели OSI и реализуемый посредством аппарата нечеткой логики.

Список литературы

1. Мамедов Р.А. Анализ применения и последствия массированных атак распределенного отказа в обслуживании на сервер со среднестатистической мощностью // Научно-технический вестник Поволжья. №3 2014. – Казань: Научно-технический вестник Поволжья, №3 2014. Ст. 150-157;
2. Мамедов Р.А. Системный анализ трафика провайдера на предмет выявления распределённой атаки на отказ обслуживания канала // Научный журнал "Современная наука и инновации" Выпуск № 1 Ставрополь – Пятигорск 2014 г. С. 24-31 ISSN 2307-910X;
3. Чернышев А.Б., Могилевская Е.В., Гайворонская Н.А. Анализ распределенных объектов, заданных в структурном представлении. // Научное обозрение. – 2014. – № 5. – С. 180-184.
4. Чернышев А.Б. Устойчивость как фактор безопасности управляемых технических систем. // Технологии техносферной безопасности. – 2010. – № 6. – С. 13.

Межаков Олег Геннадьевич

Южный Федеральный Университет

ЦИФРОВОЙ ПОНИЖАЮЩИЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ НАПРЯЖЕНИЯ ПОД УПРАВЛЕНИЕМ МИКРОКОНТРОЛЛЕРА

Аннотация. Рассматривается вопрос расчета ПИД-регулятора цифрового понижающего преобразователя напряжения под управлением 8-bit микроконтроллера с помощью математической модели. Моделирование электрической схемы понижающего преобразователя в программном продукте «*Matlab Simulink*» с применением библиотек «*SimElectronics*» и «*Discrete*».

Ключевые слова: ПИД-регулятор, цифровой понижающий преобразователь, передаточная функция, микроконтроллер, *Matlab Simulink*.

Mezhakov O.G.

DIGITAL BUCK CONVERTER UNDER CONTROL OF A MICROCONTROLLER

Abstract. The question of the calculation of the PID digital buck converter running 8-bit microcontroller with the help of mathematical models. Simulation of the electrical circuit of the buck converter in the software product «*Matlab Simulink*» using libraries «*SimElectronics*» and «*Discrete*».

Keywords: PID controller, digital buck converter, the transfer function, microcontroller, *Matlab Simulink*.

Введение

Работа практически любой электронной схемы требует наличия одного или нескольких источников постоянного напряжения, причем в подавляющем большинстве случаев используется стабилизированное напряжение. В стабилизованных источниках питания применяются или линейные, или импульсные стабилизаторы. Несомненным достоинством импульсных стабилизаторов относятся высокие значения коэффициента полезного действия, возможность получения больших величин выходного тока и высокая эффективность при большой разнице между значениями входного и выходного напряжений.

В данной работе рассматривается вопрос стабилизации выходного напряжения цифрового понижающего преобразователя (*Digital Buck converter*).

Цифровой ШИМ-контроллер

Стабилизация выходного напряжения в импульсном преобразователе напряжения достигается путем регулирования величины рабочего цикла (*Duty cycle*) посредством обратной связи. Развитие полупроводниковых технологий позволяет создавать цифровую обратную связь, которая является конкурентом аналоговой обратной связи. Цифровая часть преобразователя может быть реализована как в одном корпусе микросхемы, так и состоять из отдельных микросхем, показано пунктирной линией на рисунке 1.

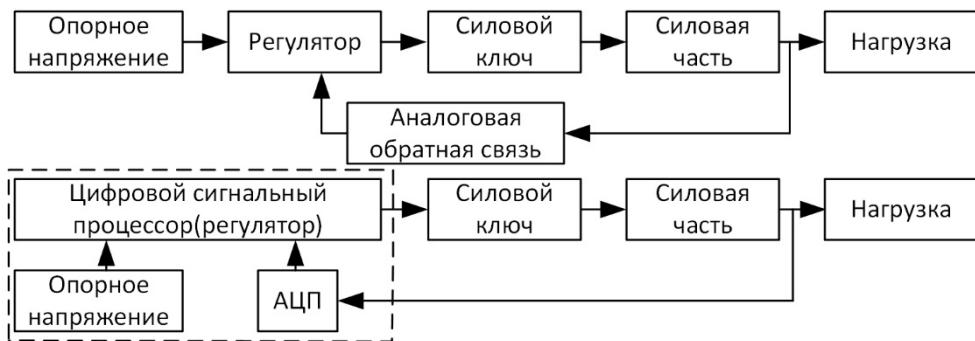


Рис.1. Аналоговая и цифровая обратная связь понижающего преобразователя.

Развитие цифровых ШИМ-контроллеров требовало связи с пользователем и наличие специального протокола. В мае 2004 г. компании *Artesyn Technologies* и *Astec Power* совместно с группой поставщиков полупроводниковых компонентов (*Texas Instruments*, *Volterra Semiconductors*, *Microchip Technology*, *Summit Microelectronics* и *Zilker Labs*) создали коалицию для разработки протокола, специально предназначенного для систем питания. Так появился стандарт под названием «*PMBus*».

Несмотря на наличие шины «*PMBus*» с помощью которой управляется цифровой ШИМ-контроллер, добавление собственных алгоритмов, чтение дополнительных параметров с внешних сторонних устройств является не доступным. Это накладывает ряд ограничений и порождает создание собственных разработок. Одним из решений может стать применение микроконтроллеров.

Необходимость собственных разработок обусловлена следующими причинами: импортозамещение, сложность источников питания, перенос кода на новые микросхемы.

ПИД-регулятор

Рассмотрим стабилизацию выходного напряжения с помощью ПИД-регулятора. Как в цифровом, так и в аналоговом преобразователе для расчета регулятора необходима передаточная функция силовой части преобразователя напряжения, которая получается из математической модели силовой части. Построение математической модели рассмотрено в работе [1], схема понижающего преобразователя показана на рисунке 2. Система дифференциальных уравнений импульсного понижающего преобразователя в форме Коши:

$$\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} (V_{in} * d - U_{out}) \\ \frac{dU_{out}}{dt} = \frac{1}{C} (i_L - i_{out}) \end{cases} \quad (1)$$

где: i_L -ток индуктивности, d -рабочий цикл (*duty cycle*), i_{out} -ток нагрузки.

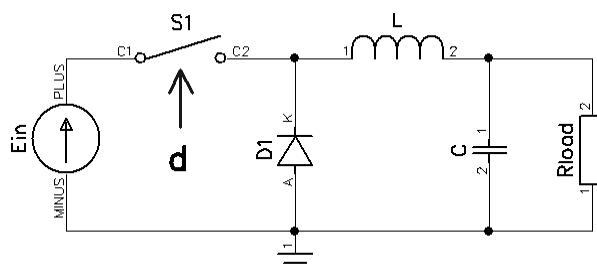


Рис. 2. Схема понижающего преобразователя

Из первого уравнения системы (1) получаем произведение входного напряжения и рабочего цикла, применяем преобразование Лапласа:

$$V_{in} * d = L * i_L * s + U_{out} \quad (2)$$

Из второго уравнения системы (1) получаем i_L , применяем преобразование Лапласа:

$$i_L = C * U_{out} * s + \frac{U_{out}}{R_{load}} \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2), и осуществляя перестановку членов, получаем передаточную функцию открытой системы (*Open-loop*):

$$\frac{U_{out(s)}}{d_s} = \frac{\frac{V_{in}}{L * C}}{s^2 + s \left(\frac{1}{R_{load} * C} \right) + \left(\frac{1}{L * C} \right)} \quad (4)$$

Классическая схема управления с единичной отрицательной обратной связью показана на рис. 3.

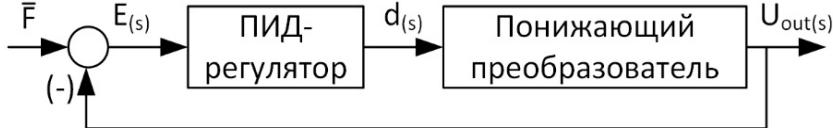


Рис. 3. Структурная схема закрытой системы.

Передаточная функция ПИД-регулятора имеет вид [2]:

$$TF = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i * s} + T_d * s \right) \quad (5)$$

Общая передаточная функция системы, представленной на рисунке 3, определяется по формуле:

$$W_{общ} = \frac{W_1 * W_2}{1 + W_1 * W_2} \quad (6)$$

Подставляя в (6) уравнения (5), (4), где $W_1 = U_{out(s)} / d_s$, $W_2 = TF$, производим упрощение и получаем закрытую передаточную функцию системы дифференциальных уравнений импульсного понижающего преобразователя напряжения:

$$H_{(s)} = \frac{(K_p * T_d * T_i * s^2 + K_p * T_i * s + K_p) \left(\frac{V_{in}}{L * C} \right)}{s^3 + \left(\frac{1}{R * C} + \frac{V_{in} * K_p * T_d}{L * C} \right) s^2 + \left(\frac{1 + V_{in} * K_p}{L * C} \right) s + \frac{V_{in} * K_p}{L * C * T_i}} \quad (7)$$

Номиналы элементов электрической схемы (рисунок 2) рассчитываются на основе заданных требований к преобразователю напряжения и известных входных параметров сети питания:

$$E_{in_max} = 36\text{В}; U_{out} = 5\text{В}; f_{sw} = 200\text{кГц}; I_{out} = 5\text{А}; \Delta U = 0.1\text{В}; U_{ripple} = 0.04\text{В}$$

где ΔU – максимальный выброс напряжения на выходе; U_{ripple} – пульсации напряжения на выходе.

Определяем коэффициент пульсаций тока индуктивности, величину индуктивности и емкость выходного конденсатора:

$$LIR = \frac{\text{желаемая пульсация}}{\text{ток нагрузки}} = \frac{0.3\text{А}}{5\text{А}} = 0.06$$

$$L = (E_{in_max} - U_{out}) * \frac{U_{out}}{E_{in_max}} * \frac{1}{f_{sw}} * \frac{1}{LIR * I_{out}} = 7.176 * 10^{-5}\text{Гн} \quad (8)$$

$$C = \frac{\left[L * \left(I_{out} + \frac{\Delta I}{2} \right)^2 \right]}{(\Delta U - U_{out})^2 - U_{out}^2} = \frac{\left[L * \left(I_{out} + \frac{(E_{in_max} - U_{out}) * \frac{U_{out}}{E_{in_max}} * \frac{1}{f_{sw}} * \frac{1}{L}}{2} \right)^2 \right]}{(\Delta U - U_{out})^2 - U_{out}^2} \quad (9)$$

$$C = 1.884 * 10^{-3} \Phi$$

Преобразуем уравнение (7):

$$s^3 + \left(\frac{1}{R * C} + \frac{E * K_p * T_d}{L * C} \right) s^2 + \frac{(1 + E * K_p)}{L * C} s + \frac{E * K_p}{L * C * T_i} = 0 \quad (10)$$

Уравнение (11) преобразовано в уравнение третьего порядка Гурвица, полиномного вида [2]:

$$\begin{aligned} p_{(s)} &= (s^2 + 2 * \varepsilon * \omega_n * s + \omega_n^2)(s + \alpha) \\ p_{(s)} &= s^3 + (\alpha + 2 * \varepsilon * \omega_n)s^2 + (2 * \varepsilon * \omega_n * \alpha \omega_n^2)s + \omega_n^2 * \alpha = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Приравнивая коэффициенты характеристического полинома (10) с уравнением Гурвица (11), находим значения параметров для ПИД-регулятора:

$$K_p = \frac{2 * \varepsilon * \omega_n * \alpha * L * C + \omega_n^2 * L * C - 1}{E}$$

$$T_i = \frac{E * K_p}{L * C * \alpha * \omega_n^2}$$

$$T_d = \frac{L * C}{E * K_p} \left(\alpha + 2 * \varepsilon * \omega_n - \frac{1}{R * C} \right)$$

Настройка ПИД-регулятора может осуществляться с помощью встроенного приложения в «Matlab Simulink» «PID Tuner». Полученные значения (8,9) и исходные данные подставляем в уравнение (7). Составим блок-схему в «Matlab Simulink» рис.4:

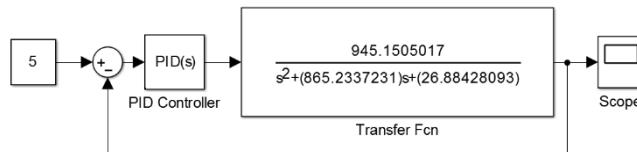


Рис. 4. Структурная схема в «Matlab Simulink»

Результаты моделирования в «Matlab Simulink» представлены на рис. 5

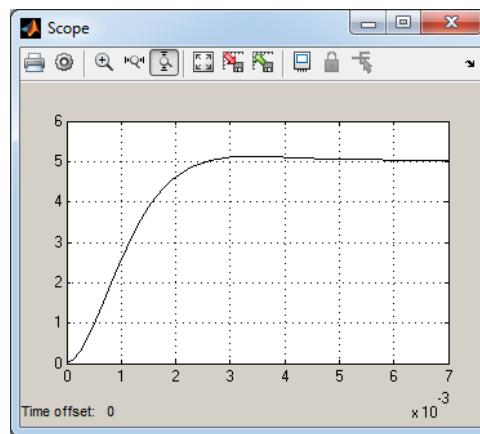


Рис. 5. Осциллограмма выходного напряжения закрытой передаточной функции

Моделирование цифрового преобразователя

Сложность источников питания обусловлена растущими к ним требованиям. К основной функции это преобразование входного напряжения в заданное с последующей стабилизацией, добавляются функции: контроля напряжений и потребляемого тока, дистанционное включение/выключение преобразователя; включение/выключение выходных каналов по требованию; контроль температуры изделия; ведение log-файлов;

наличие канала связи с другими устройствами, на случай пропадания входной сети. Функция «*Hold up time*»; наличие канала связи с пользователем.

Дополнительные функции требуют от разработчика установки микроконтроллера в преобразователь напряжения. Это приводит к удорожанию конечного изделия в следствии повышения сложности печатной платы при высокой плотности размещения компонентов и плотности монтажных соединений.

Одна из проблем являющаяся всегда острой, замена управляющих микросхем преобразователя при прекращении ее производства. Ежегодно ведущие производители ШИМ-контроллеров предлагают массу новинок. Они могут превосходить своих предшественников по характеристикам, но также отличаться корпусом так, как тенденция минимизации присутствует везде. Применение усовершенствованных микросхем приводит к новым расчетам электрической схемы, трассировки печатной платы и выпуску технической документации или изменений существующей. Цифровые преобразователи под управлением микроконтроллера отчасти лишены некоторых этих проблем, перенос алгоритма управления может быть осуществлен по средствам подключаемых библиотек.

Применяя программный пакет «*Matlab Simulink*», «*Matlab PID Tuner*» и библиотеки «*SimElectronics*», «*Discrete*» проводится расчет и моделирование электрической схемы цифрового понижающего преобразователя напряжения с помощью «*Spice*» моделей, рис. 6. Полученные коэффициенты дискретного ПИД-регулятора переносятся в программный код микроконтроллера. Результаты моделирования в «*Matlab Simulink*» представлены на рисунке 7.

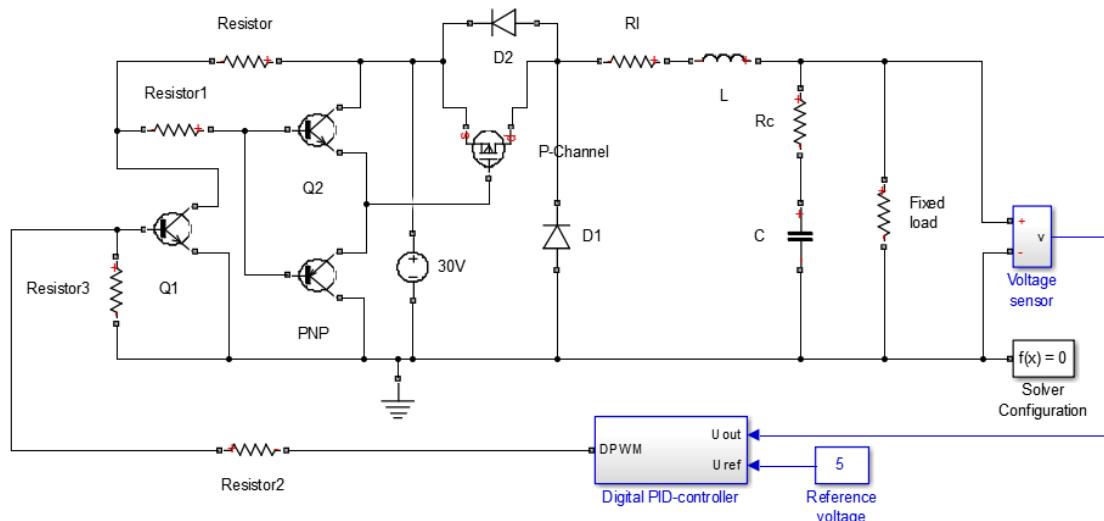


Рис. 6. Электрическая схема понижающего преобразователя.

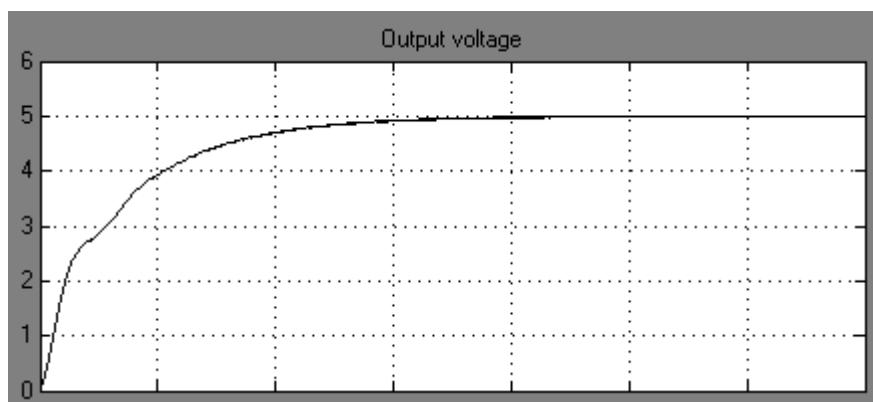


Рис. 7. Моделирование электрической схемы цифрового понижающего преобразователя

Микроконтроллер

В качестве управляющей микросхемы для проверки работоспособности дискретного ПИД-регулятора цифрового понижающего преобразователя был выбран микроконтроллер «*Atmega8*». Аналого-цифровой преобразователь данного «*Atmega8*» имеет разрядность 10-bit, максимальная абсолютная погрешность равна 1.5 LSB. Вычислим абсолютную погрешность данного микроконтроллера при опорном напряжении +2,56В:

$$1,5 * \frac{2,56}{2^{10}} = 0,00375(\text{В})$$

При выходном напряжении равном +5В, данная погрешность составляет менее 0,1%. Применив внешний кварцевый резонатор на 16МГц, обеспечим частоту выходного ШИМ-сигнала в 200кГц на таймере 1.

Таким образом микроконтроллер «*Atmega8*», удовлетворяет поставленной задаче.

Часто аналоговый сигнал содержит нежелательный высокочастотный шум. Чтобы дополнительно «очистить» поступающий сигнал на АЦП от шума вводим программный фильтр:

```
void func_ADC()
{
    U_ADC=(adc_data[0]*Vref/Del_adc)*k;
    adc_prev=(1-FNC_k)*U_ADC+FNC_k*U_ADC;
};
```

Предварительную отладку кода проводим в «*Proteus*», рисунок 8.

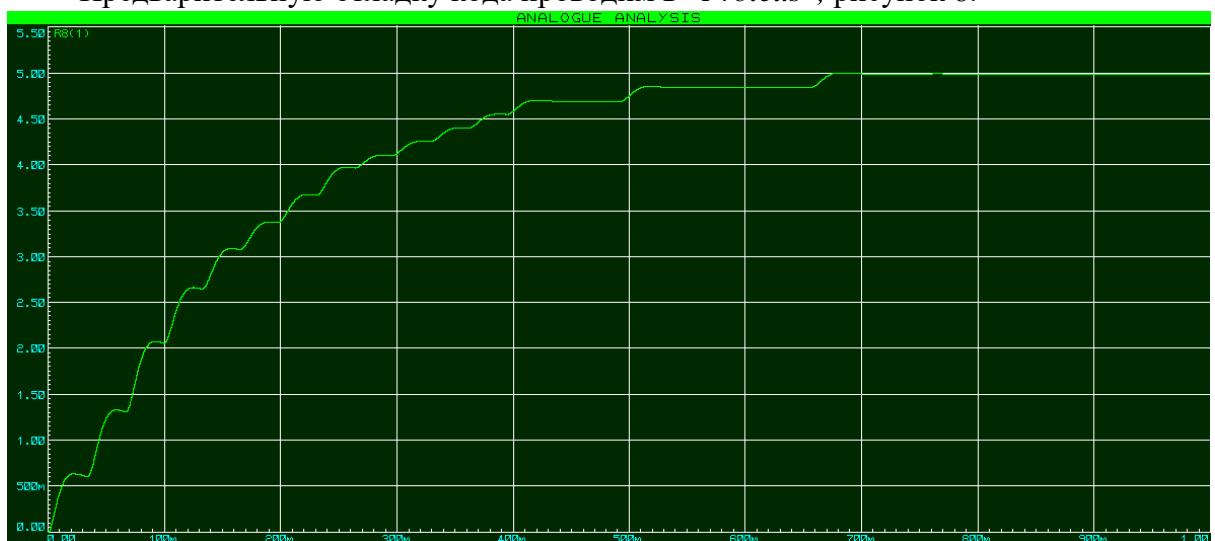


Рис. 8. Осциллограмма выходного напряжения на «*Atmega8*»

Заключение

В данной работе был рассмотрен вопрос расчета ПИД-регулятора для цифрового преобразователя напряжения. Показано как проводиться расчет и моделирование электрической схемы преобразователя в программном продукте «*Matlab Simulink*». Полученные осциллограммы позволяют сделать вывод о рациональности применения микроконтроллеров в целях построения цифровых преобразователей напряжения.

Список литературы:

- 1) Межаков О.Г. Математическая модель понижающего преобразователя напряжения // Молодой ученый. – Март 2015 – С. 171-176.
- 2) Katsuhiko Ogata «Modern Control Engineering» Fifth Edition.
- 3) В.С. Щербаков, А.А. Руппель, И.В.Лазута, С.А.Милющенко «Автоматические системы управления в среде Matlab-Simulink», 2010 г.

- 4) Е.Э. Страшинин «Основы теории автоматического управления», 2000 г.
- 5) Marian K. Kazimierczuk «Pulse-width modulated dc–dc power converters», 2008 г
- 6) К.Ю. Поляков «Основы теории цифровых систем управления», 2006г
- 7) В.В. Григорьев, С.В. Быстров, В.И. Бойков, Г.И. Болтунов, О.К.Мансурова «Цифровые системы управления», 2011г
- 8) Benjamin C.Kuo «Digital Control Systems»
- 9) <http://www.atmel.com>
- 10) <http://www.ti.com>

Мельников Владимир Павлович, Васильева Татьяна Юрьевна.

Московский Авиационный Институт (НИУ).

АДАПТИВНО-СИТУАЦИОННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ РЕСУРСАМИ РОССИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭКСПЕРТНЫХ МОДЕЛЕЙ.

Аннотация. В статье рассмотрен комплексный подход к управлению информационно-технологическими ресурсами совершенствования и обеспечению экологической безопасности от воздействия аномальных процессов на Земле и в космосе, включающий в себя исследования результатов проявления этих процессов космического и планетарного видов, ряд концептуальных положений по технологической модернизации авиационной и космической отраслей, обеспечивающих успешность технологической модернизации России, а также - основные инновационные подходы и соответствующие рекомендации по методологии создания экспертных систем управления информационно - технологическими ресурсами с учетом приведенных факторов планетарного и техногенного видов. Представлена методология создания программного экспертного модуля для разработки частного технического задания на бортовую метео-навигационную радиолокационную станцию.

Ключевые слова: аномальные процессы, экологическая безопасность, экспертные модули, управление информационно - технологические ресурсы

Melnikov V. P., Vasil'eva T. Y.

ADAPTIVE SITUATIONAL MANAGEMENT OF INFORMATION TECHNOLOGY RESOURCES RUSSIA USING EXPERT MODEL.

Abstract. The article describes an integrated approach to the management of information technology resources to improve and ensure environmental safety against abnormal processes on Earth and in space, including a study of the results of these processes of manifestation of cosmic and planetary species, a number of conceptual provisions on technological modernization of aircraft and cosmic industries, ensuring the success of the technological modernization of Russia, and - the main innovative approaches and recommendations on the methodology of creation of expert systems management information - technological resources taking into account the above factors and man-made planetary species. The methodology of creating a program module expertise to develop technical specifications for the private meteorological board - navigation radar.

Keywords: abnormal processes, environmental safety, expert modules, management of information - technological resources.

Освоение космического пространства неизбежно поставило вопрос о возможности длительного пребывания человека в условиях, далеких от тех, к которым его организм приспособился в процессе жизни на Земле.

Космос и подобная среда являются враждебной для человека средой, в которой на организм могут воздействовать многие факторы, оказывающие на него негативное влияние, например, невесомость или микрогравитация, давление, различного типа ускорения (ударные, линейные, угловые, Кориолиса), ионизирующие и неионизирующие излучения.

При внекорабельной работе повышенную опасность могут представлять перепады давления, температуры, микрометеориты, галактические космические лучи, космический мусор и радиация.

Экспериментальные исследования, проведенные за последние 40 лет с использованием авиационных, ракетных и автоматических космических комплексов и аппаратов показали, что и на других планетах Солнечной системы, а также и на ряде их спутников имеется атмосфера [12].

Однако эти атмосферы таковы, что состав, температура и давление на них несовместимы с жизнью живых существ, которые обитают в условиях планеты Земля. А некоторые из спутников планетарных образований Солнечной системы типа Луны вообще не имеют атмосферы.

В связи с этим при выполнении пилотируемых космических полетов и пребывании на поверхности других небесных тел (планет и их спутников) человек должен быть защищен от воздействия на него всех негативных факторов, характерных для окружающей его космической среды. Такая защита может быть обеспечена лишь в искусственной среде обитания, которая должна создаваться в герметичных объемах пилотируемых космических аппаратов; скафандрах, предназначенных для выхода в открытых космос, и планетных базах. При длительном пребывании человека в космосе среди других проблем проблема обеспечения жизнедеятельности ставится более остро, чем при кратковременных полетах. При этом встают вопросы обеспечения в замкнутом объеме требуемого температурно-влажностного режима, регенерации атмосферы, удаления дыма и других загрязнений, восстановления воды, изоляции, удаления отходов жизнедеятельности человека. Технические решения этих вопросов подробно приведены в работе [12].

Возрастающая роль информационных процессов и информационных систем – исторический факт, лежащий в основе концепций информационного общества. Другой факт – быстрое, поистине революционное воздействие «информационного разума» на производство, управление, всю жизнь людей. Это дает толчок к развитию информационных взаимодействий людей и сообществ и, в конце концов, становлению новых производств, взаимоотношений с природой, управлений и т.д., т.е. ноосферальных взаимодействий.

Исторически отмечено наличие на поверхности Земли участков, неблагоприятных для здоровья человека. Такие участки называют «гиблыми местами», а определяли их исследования биофизическими способами. Так, в огороженное пространство запускали домашнюю скотину (коз, овец, свиней), где создавали для нее нормальные условия жизни и через месяц эту живность закалывали. Если наблюдались изменения во внутренних органах, то исследуемый участок признавался негодным. В других случаях на проектируемой территории забивали колья. На их верхушки прикрепляли куски мяса. Через некоторое время осматривали их. Те участки, где мясо быстрее протухало, браковались как непригодные для жилья.

Выделяют и комплексные геотехнопатогенные зоны, вредное воздействие которых обусловлено совместным полевым и излучающим воздействием земного и техногенного происхождения и космического происхождения. Классифицировать их можно на искусственные и естественные, региональные и локальные (рис. 1).

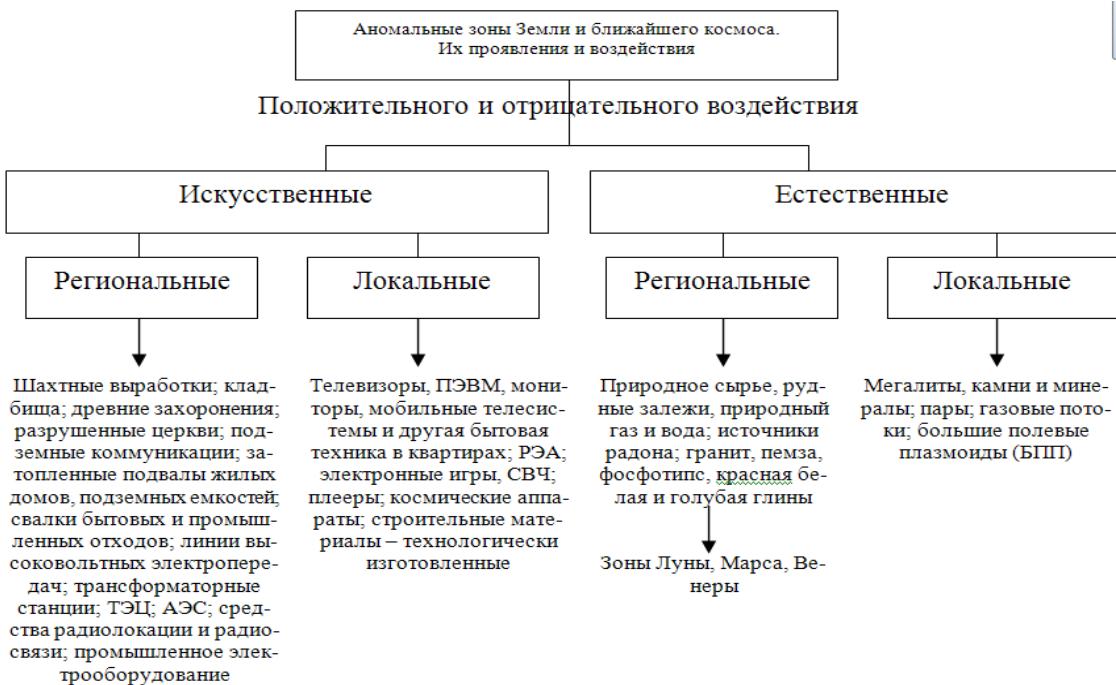


Рис. 1. Классификация аномальных зон Земли и ближайшего космоса.

Негативное влияние патогенных зон земного и техногенного происхождения заключается в воздействии на иммунную систему организма, приводящее к ее ослаблению со всеми вытекающими отсюда последствиями, благоприятствующими возникновению различных болезней. В этом отношении наиболее опасен рак. По данным зарубежной статистики 60 % больных раком длительное время находились в патогенных зонах. В них быстрее происходит коррозия металлических предметов (труб и других конструкций), быстрее разрушаются фундаменты зданий, происходят сбои в деятельности различных механизмов, нарушается координация движений руками.

Геопатогенные зоны имеют определенные биоиндикационные геофизические и энергетические признаки и характеристики (рис. 2). Они классифицируются по динамическому состоянию, форме проявления, по специфике и природе полевого воздействия, по степени восприятия и по стрессогенности. Выделяются патогенные зоны комплексной природы. К ним относятся космогеопатогенные, антропогеопатогенные и геотехнопатогенные, и большинство из них носит аномальный характер. Только в России их насчитывается более 40. Основные из них перечислены в работе [9].



Рис. 2. Общая классификация зон геопатогенного воздействия.

По воздействию на ноосферную жизнедеятельность человека с точки зрения его функционирования в окружающей среде на Земле и в космосе, наибольший интерес в его экологической безопасности могут представлять аномальные процессы и явления, которые по происхождению и проявлению можно классифицировать на космические и ноосферные по физической природе воздействия на десять групп известных физических видов излучений: радиационное и СВЧ, ультрафиолетовое, видимое и ПК, гравитационное и т.д.), по воздействиям на объекты ноосферной деятельности – техногенные, физиологические и окружающей среды, а по качественным и количественным характеристикам и показателям на подгруппы – физические, химические, механические, разрядные и биологические, которые могут быть использованы как параметры для исследований, планирования и управления экологической безопасностью.

Можно выделить восемь видов объектов и процессов, рассмотрение которых из-за их взаимосвязи с жизнедеятельностью человека на Земле и в космосе должно происходить с точки зрения комплексного подхода. Это связано с тем, что исследование и анализ влияния геопатогенных зон на человека и биологические объекты используют методологию либо относительных, либо косвенных методов измерения воздействий и проявлений. Здесь довольно часто ввиду отсутствия методов и инструментального оснащения по исследованию неизвестных полевых структур и образований специалисты применяют биоиндикаторные методы (биотестирование) либо методы хемотопсиса, биорезонансную диагностику, методы биоценоза и т.д., которые являются характеристиками органических процессов. Поэтому в данной статье предпринята попытка комплексно осмыслить всю методологию проявления геопатогенных зон и на основе проведенного структурного анализа показателей, проявлений, восприятий человеком и различными объектами его окружающего мира структурировать характеристические параметры этих проявлений и воздействий.

Рассмотрим ряд концептуальных положений по технологической модернизации авиационной и космической отраслей, а также других промышленностей, обеспечивающих успешность технологической модернизации России, а также - основные инновационные подходы для региональной и отраслевой технологической модернизации: создание центров управления технологической модернизации, применение методологии адаптивного маркетингового управления инновационной деятельностью, нетрадиционных технологических процессов, накладных шаговых информационно-технологических робототехнических систем широкого назначения и универсального применения, в том числе и в гибких производственных системах (ГПС) и т.д., а также рассмотрим перспективы применения антигравитационных технологий в создании современных ЛА и других транспортных средств, и ключевые решения технологической модернизации в авиакосмических отраслях.

Наиболее важная составляющая национальных интересов РФ в технологической сфере [2,3] включает в себя развитие средств производства, его автоматизации во всех отраслях промышленности и социальной сфере, отечественной индустрии различного машиностроения, в том числе прежде всего станкостроения, робототехники, средств транспорта для перемещения грузов, людей, оборудования и т.д. в различных средах функционирования ноосферного сообщества: по Земле и под Землей, по воде и под водой, в атмосфере, ближнем и дальнем космосе Земли. В современных условиях только на основе научно - обоснованных прогностических решений опережающего характера можно построить стратегическую систему управления технологической модернизацией в условиях функционирования Российской Федерации и решать проблемы технологического перевооружения промышленности, средств транспорта. Коммуникаций взаимодействий внутри и вне государства, приумножения достижений отечественной науки и техники [1,4,6,7,8].

Россия должна воспользоваться дисгармонией между высоким уровнем интеллектуального человеческого потенциала, имеющегося у нее, и нынешним низким уровнем технологической базы для возрождения технологического состояния и развития

ее. Тем самым осуществить технологический прорыв, и занять достойное место среди мировых лидеров в технологической сфере.

Применительно к авиационной, ракетно - космической и другим отраслям для достижения этого требуется:

- централизовать управление технологическим развитием по отраслям промышленности, либо во всей РФ, обеспечив предварительно тщательный анализ технологического уровня;
- обеспечить государственную поддержку отечественных фундаментальных и прикладных исследований и разработок в машиностроении, прежде всего в области нетрадиционных технологий, носящих часто аномальный характер, но позволяющих осуществить ускорение эволюции технологического развития не только России;
- развивать отечественную технологическую индустрию и повышать эффективность использования государственных ресурсов в области ИТ и российской техники;
- развивать производство в РФ конкурентоспособных средств и систем машиностроения, расширять участие России в международной интеграции производителей этих средств и систем;

В методологии обеспечения технологического развития авиационно-космической отрасли можно выделить общие методы обеспечения, которые можно разделить на правовые, организационно-технические и экономические.

В области управления технологическим развитием целесообразно использовать новые научно-обоснованные подходы к вопросам управления инновационной деятельностью [2]. Практически адаптивное маркетинговое управление технологическим развитием, а в ближайшие годы «технологической модернизацией», в регионах и отраслях может быть построено с условиями изменяющейся мировой окружающей технологической среды и динамике управления с обратной связью на базе шести основных принципов управления: системности, модульности, комплексности, интегративности, декларативности и адаптивности. Целесообразно использовать обобщенную функциональную схему адаптивного маркетингового управления инновационной деятельностью в жизненном цикле организации [2], которая может быть скорректирована ускоренной модернизацией авиакосмических отраслей на основе инновационного подхода [1].

Учитывая, что развитие технологической базы (базового для машиностроения) в виде станкового и кузнечно - прессового оборудования и другого технологического оснащения по состоянию на 2012 г. в России, мягко говоря «желает лучшего», [9] и принятой в США и западных странах концепции технологического развития любого машиностроения, транспорта, приборостроения и т.д., а также, по вооружению, в направлении максимальной роботизации и безоператорного управления техническими средствами различного назначения целесообразно рассмотреть инновационные предложения по направлениям нетрадиционных технологий, которые разрабатываются либо в замену, либо в дополнение к традиционным, принятым в мире за базовые. Такие технологии имеются практически во всех видах производств и сфер функционирования общества и, в большинстве своем, решают самые трудные технологические задачи. Особенностью этих технологий являются повышенные технико-экономические характеристики и универсальность применения в любой промышленной отрасли и человеческой деятельности.

Другое направление, как пример, касающееся вопросов автоматизации любых технологических процессов является применение теории и практики накладных шаговых систем и роботов (НШСиР) [5], которые были использованы при изготовлении изд. «Буран» и на множестве заводов авиационно-космической отрасли. Это направление реализует

универсальные концепции машиностроения XXI-XXII веков на базе нетрадиционных информационных гибких технологий контроля, управления и производства.

Они могут быть применены в любой промышленной отрасли и человеческой деятельности. Предусматривают комплексный частный или локальный подход к объекту технологического взаимодействия и построены на основе применения накладных шаговых информационно-технологических роботов с адаптивным управлением, информационных моделей технологических поверхностей и объектов, режимов взаимодействия роботов с ними и нетрадиционных, прогрессивных технологических процессов контроля, управления и производства.

На базе этой методологии построены высокоэффективные предложения по созданию систем контроля и изготовления изделий неограниченных размеров и форм, гибких производственных систем (ГПС) принципиально новых типов машин и устройств, обладающих малой материалоемкостью, высоким уровнем автоматизации и широкими областями применения за счет использования унифицированных модульных компоновок конструкций технологических роботов и устройств. Пример структурной схемы построения ГПС механообработки на основе НШСиР приведен на рис. 3 [5].

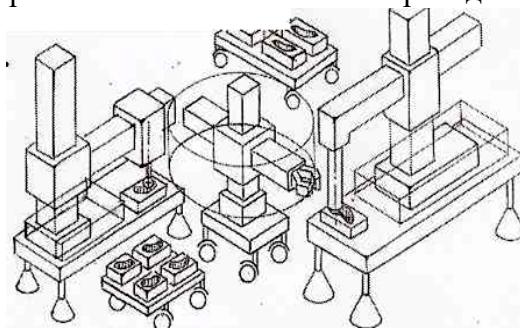


Рис. 3. Пример структурной схемы построения ГПС механообработки на основе НШСиР.

Особенностью накладных шаговых информационно-технологических систем (НШС) является относительный принцип информационного взаимодействия, в котором устройство со своей локальной системой координат, базируясь на самой поверхности или рядом с ней, производит соответствующие технологические, либо контрольные операции. Используемые математические формализации шаговых способов и модели переработки информации могут быть основаны на методах конечных разностей, что позволяет осуществить программные решения различных прикладных задач, в частности: для создания новых типов станкового оборудования, транспортных систем, манипулирования, лесозаготовок и т.д., универсальных нетрадиционных гибких технологий контроля, управления и изготовления любых по форме и размерам изделий и т.д., особенно в распределенных системах.

Научные и практические стороны подхода по нашим данным не имеют аналогов в мировой практике и по сравнению с традиционными методами и средствами обладают рядом преимуществ:

- повышенная гибкость для различных производств;
- универсальность автоматических средств и режимов их работы по отношению к видам и размерам изделий;
- значительное снижение материалоемкости (в 100 и более раз) и габаритных размеров (в 10 и более раз) технологического оборудования;
- повышенная производительность контрольных операций (в 2...5 раз), точность изготовления деталей и сборочных изделий (для крупногабаритных поверхностей в несколько раз);
- сниженная трудоемкость технологических процессов.

Применение методологии конструирования НШС позволяет осуществить разработку принципиально новых типов машин и устройств военного назначения: колесных, шагающих и летающих транспортных средств боевого применения и разведки, различных габаритных размеров (от размеров «таракана» до десантных судов земного и космического базирования), многофункциональных, мобильных и универсальных, адаптированных к различным видам рельефа поверхности по форме, прочности и расположению [5,6,7].

Новые нетрадиционные технологические процессы, которые дополнительно к перечню традиционных, могут быть применены как высокоеффективные на базе НШС, а именно - технологии применения композиционных диффузионно-твердеющих припоев для бесфлюсовой пайки конструкционных материалов, особенно для крупногабаритных изделий (разнородных металлических, неметаллических и композитов):

1. Электроэррозионная обработка материалов.
2. Лучевые методы обработки: электролучевая, светолучевая, плазменная.
3. Ультразвуковая обработка материалов.
4. Электрогидравлическая обработка и магнитоимпульсное формообразование.
5. Электрохимические процессы: обработки, анодирования, полирования и др.
6. Комбинированные методы обработки, основанные на сочетаниях различных процессов воздействия, например, химического с тепловым, механического с электрохимическим, постоянного и импульсного и т.д.;
7. Оптические и лазерные методы контроля и ориентации для автоматизации различных технологических процессов и управления движущимися объектами с повышенной точностью.

Результаты по предлагаемому комплексу исследований в значительной степени апробированы и внедрены на предприятиях различных отраслей : машиностроительной, авиационной, космической и других. Имеются экспериментальные и отдельные серийные технологии, конструкции оборудования и образцы оснастки по нетрадиционным технологическим процессам, но множество работок находятся в стадии патентования и исследований и для наиболее перспективных проектов необходим НИОКР.

Современное состояние таких отраслей, как авиационно – космическая, характерно доминирующим положением США и ряда стран Европы. К сожалению роль России в этой области упала, но все еще остается значимой как для народов Российской Федерации, так и многих других стран, поддерживающих ее политику в освоении космического пространства.

Нам необходима технологическая революция и прежде всего, в авиационно-ракетно-космических областях. Технологический прорыв России, учитывая застойный характер в ее авиационной и космической отраслях, может быть осуществлен путем ускоренной реализации поисково-конструкторских работ по разработке дискообразных аппаратов вертикального взлета и посадки двухсредного, а затем и трехсредного функционирования различного назначения: гражданских и военных перевозок людей, грузов, малой авиации, автомобилестроения с широкими функциями перемещения по Земле и под землей, в воздухе, по воде и под водой, на базе единого (типового) методологического подхода в формировании форм, принципов движения, энергетического обеспечения и современных технологий изготовления транспортных средств.

При планомерной, но интенсивной, реализации этого подхода Россия могла бы за 10-15 лет осуществить технологическую революцию не только в транспортных отраслях.

В целом подводя итоги по рассмотрению ключевых проблем и решений технологической модернизации авиационно - космических отраслей и принимая конкретный конкретизированный подход в наполнении рабочих программных направлений технологического развития России можно в области создания научно-технической продукции и современных технологий предложить следующие направления:

- Разработка и апробация методологии адаптивно-ситуационного маркетингового управления инновационной деятельностью в ЖЦ организаций, применительно к управлению технологическим развитием России на ближайшие годы [2].
- Разработка и реализация универсальной концепции машиностроения, приборостроения и других отраслей на базе как традиционных, так и нетрадиционных информационных и гибких технологий контроля, управления и производства.
- Разработка гибких роботизированных производств крупногабаритных машин и изделий/ ЛА, судов, наземного транспорта, строительных сооружений и т.д./ на основе технологий НШСиР (рис. 3) [5].
- Создание новых типов универсальных машин и устройств, колесных, шагающих, летающих, на воздушной подушке, электромагнитной и других подвесках, транспортных судов и технологического оборудования с уникальными свойствами и характеристиками [10].
- Создание малогабаритных механизированных, полуавтоматизированных и автоматизированных устройств универсального назначения для медико-биологического анализа и лечения, механо- и другой обработки изделий из различных материалов: дерева, цветных металлов и сплавов, порошковых и композиционных материалов любой формы, плоской и пространственной конфигурации, неограниченных размеров и расположения поверхностей/ рубанки, дрели с принадлежностями, «болгарки», циркулярные пилы и т.д./, а также для нанесения покрытий, рисунков, инкрустаций и т.д. [2,5]

Рассмотренные некоторые аспекты управления информационно-технологическими ресурсами функционирования России в большинстве своем носят неформализованный характер, который, естественно, надо исследовать. Это определяет необходимость решения ряда задач и прибегнуть к применению методов и средств искусственного интеллекта, так как объем познаний человечества в данных областях знаний весьма значителен.

Почти столетие задачи на основе теории принятия решений помогают разрешить программы - экспертные системы ЭС. [3,4,8,14], однако, для создания каждой подобной программы требуется провести большую работу по сбору, классификации и методам обработки знаний экспертов. В данной статье предлагается к рассмотрению методология адаптивно-ситуационного управления знаниями с применением моделей, позволяющих разрабатывать экспертные системы управления информационно - технологическими ресурсами.

Рассмотрим пример разработки экспертного модуля, решающего задачи разработки технических заданий (ТЗ) и отслеживания соответствия результатов, выданных системой требованиям разработчиков ТЗ, где необходима дополнительная обработка информации.

Программный модуль управления требованиями – информационная система, концентрирующая требования ТЗ, способы проверки результатов и основанная на методах адаптивно-ситуационного управления, которые позволяют структурировать и формализовать информацию.

Как известно, основная задача разработчика частного технического задания – подробное описание каждого пункта требований.

Рассмотрим на примере технического задания на бортовую метео - навигационную радиолокационную станцию (МНРЛС), рис.4 [13,14].

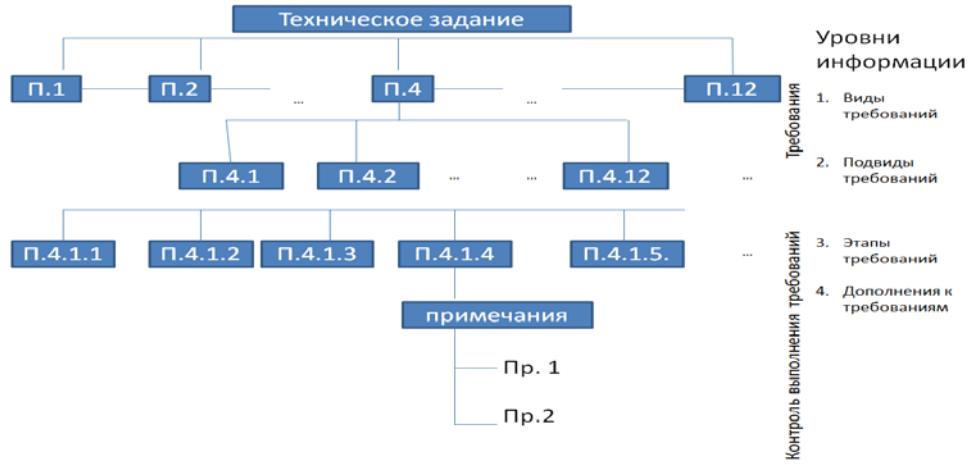


Рис.4. Структурирование информации в ТЗ – п. «Тактико-технические требования».

Основная интеллектуальная нагрузка идет на этапе «Контроль выполнения требований», где происходит основной творческий процесс:

- выявление контролируемого параметра;
- алгоритм контроля;
- выбор необходимого оборудования и документации.

Результат работы программного модуля – набор параметров, составленный по процессу контроля требований.

Данную информацию возможно представить в виде взаимосвязи «элементов информации» и «Элементов связей», на основе данных взаимосвязей создаются методы адаптивно-ситуационного управления, один из вариантов для управления информационно-технологическими ресурсами рассматривается здесь как модель экспертной системы.

Подобные модели могут быть применены для оптимизации принятия решений в любом, в том числе и при модернизации производств, например, при использовании моделей реиндустириализации инженерного консалтинга, адаптивно-ситуационном управлении по ряду признаков:

- общее количество узлов схемы;
- количество запрашиваемых узлов;
- количество правил поведения.

Так как адаптивно-ситуационное управление информацией обладает иерархией понятий, внутри элементными и межэлементными связями, то потребовалось использовать методы объектно-структурного анализа (ОСА) информации, для оптимизации которой используется алгоритм, представленный в виде матрицы объектно-структурного анализа, позволяющей сформировать концептуальную и функциональную структуры знаний экспертов. Для стадии определения отношений, стратегии принятия решений и структурирования поля знаний рассмотрены концепции систем ситуационного управления, которые включают анализ объектов управления и формирования информационного описания процессов принятия решений. Согласно «Методике структурирования баз знаний ЭС» [8] структурирование производится построением графа многошагового вывода решений, где каждому уровню информации определена некоторая система принятия решений (СПР) и план сценария принятия решений – граф, объединяющий моделируемые уровни управления, классификатор типовых решений по управлению и характеристики выполнения действий (рис.5).

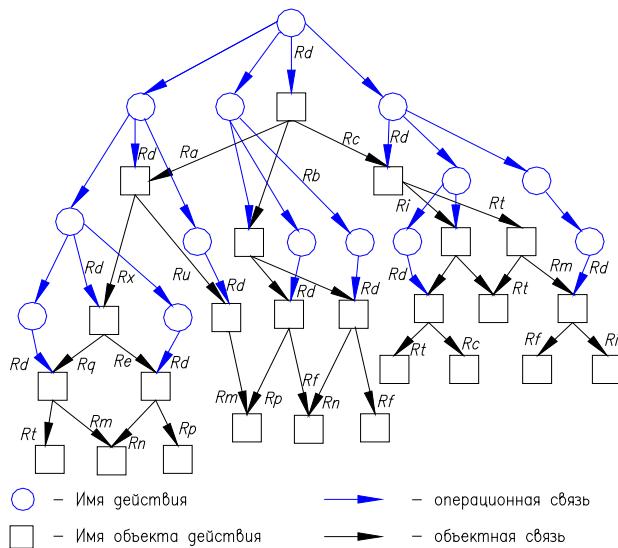
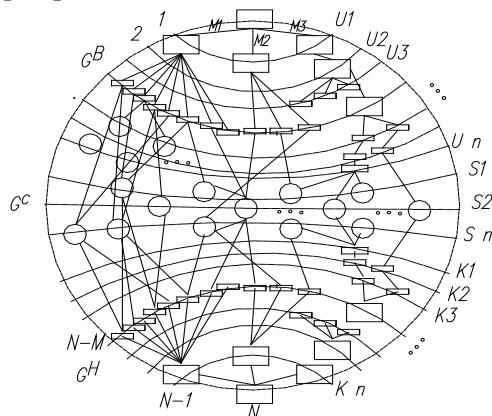


Рисунок. 5. Граф многошагового вывода решений.

Так как при формировании экспертной информации происходит пересечение информационных полей на этапах создания матрицы ОСА, структурирования поля знаний, построения графа многошагового вывода решений и системы принятия решений, то при этом образуется пересечение «информационных плоскостей» и образование 3D – системы принятия решений (рис. 6) [3,8].



$U_1 \dots U_n$ – уровни информации;
 $S_1 \dots S_n$ – критерии выбора информации, БД;

$K_1 \dots K_n$ – ситуации управления – этапы принятия решений

Рис.6. 3D – система адаптивно-ситуационного управления экспертной информацией

Представленная методология позволяет структурировать и формализовать экспертную информацию с учетом возможностей аномальных явлений и разработать полезные к применению в отраслях природопользования экспертные системы управления природными, технологическими и другими видами ресурсов.

Список литературы.

1. Бирбраер Р.А., Мельников В.П. Ускоренная технологическая модернизация российской промышленности на основе методологии инженерного консалтинга. Форум технологического лидерства России «Технодоктрина», М.: ,ВПК, name №4, 2007 – 2014, с. 69-73, [Http://vpk.name/](http://vpk.name/).
2. Мельников В.П. некоторые проблемы и решения технологической модернизации России. Второй национальный форум «Нарзан 2013». Кисловодск. Сборник докладов. Пятигорск: РИА – КМВ. 2013. С 314 – 338.
3. Васильева Т.Ю. Экспертный модуль для программного обеспечения исполнительной системы виртуального производства/«Бизнес – информатика» 2009, №4 (10), с. 25-28.
4. Джаратано Д., Райли Г. Экспертные системы: принципы разработки и программирование, 4-е издание.: Пер. с английского. – М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2007.- 1152 с.:ил.-Парал. Тит. Англ.
5. Мельников В.П. Теории накладных шаговых систем М.: МАИ-ПРИНТ. 2009.
6. Мельников В.П. Информационные технологии: учебник для вузов / В.П. Мельников/. – М.: Изд. Центр «Академия», 2008 – 432 с.
7. Мельников В.П. Научное обоснование перспектив развития исследований аномальных процессов применительно к авиакосмическим системам. Научно-практическая конференция студентов и молодых ученых МАИ «Иновации в авиации и космонавтике – 2010». Сб. тезисов и докладов. Доклад пленарного заседания. – СПб.: Мастерская печати, 2010, с. 10÷17.
8. Мельников В.П., Васильева Т.Ю. Адаптивно-сituационное управление ТПП РЭА. Научно-монографическое издание под редакцией Мельникова В.П.. М.: «БУКИ_ВЕДИ» – 2014 г.
9. Презентационные материалы ФГ МГТУ «СТАНКИН».
10. Мельников В.П. Рогожин К.Л. Инновационный подход в развитии транспортных средств. Труды Первой международной научной конференции. «Перспективы скоординированного социально-экономического развития России и Украины в общеевропейском контексте. М.: ИНИОН РАН, 2013, с 581-588.
11. Фадеев А., Сомброс В. Экологическая безопасность космической деятельности. Общая проблема – совместные решения. М.: Ж.: «Новости космонавтики», № 4 (315). Том 19.
12. Шибанов Г.П., Мельников В.П. Безопасность жизнедеятельности в авиакосмической отрасли. Учебник для высш. проф. обр. Под ред. проф. Мельникова В.П., М.: ОИЦ «Академия», 2011. – 229, с., ил.
13. Васильева Т.Ю. Перспективные методы модернизации информационных и управляющих систем к работе в структуре предприятий авиационной промышленности // 1-я Международная научно-практическая конференция «Теория и практика исследования аномальных процессов и консолидированная подготовка специалистов различного уровня для авиационной и ракетно-космической отраслей» 14-15 декабря 2013
14. Васильева Т.Ю. Разработка интеллектуальных информационных систем для авиационной промышленности// «Информатика: проблемы, методология, технологии» Материалы XIV международной научно-методической конференции. – Воронеж, 6-8 февраля 2014, том.2, с. 355-360.

Минкина Татьяна Владимировна¹, Ворошилов Роман Александрович²,
Брыкалова Анна Александровна³

¹Северо-Кавказский Федеральный Университет

²Южный Федеральный Университет

³Московский государственный университет информационных технологий, радиотехники и электроники – филиал в г. Ставрополе

ВОПРОСЫ СИНЕРГЕТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМОЙ НЕПРЕРЫВНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Аннотация. В статье рассмотрена одна из важнейших проблем управления системы непрерывного образования. В работе изложены основные идеи и принципы нового подхода к синергетической системой управления, о методологических основаниях эффективности синергетического подхода к управлению системой образования. Проведенные исследования показывают, что применение подобных систем при решении задач автоматизации позволяет быстрее находить оптимальные решения.

Ключевые слова: синергетика, взаимодействие, профессионализм педагога, информация, качество, дополнительное образование, атTRACTор.

Minkina T.V., Voroshilov R.A., Brykalova A.A.

QUESTIONS SYNERGETIC MANAGEMENT SYSTEM OF CONTINUOUS EDUCATION

Abstract. In article considered one of the most important problems of management of system of continuous education. The paper describes the basic ideas and principles of the new approach to the synergy control system, the methodological foundations of the effectiveness of a synergistic approach to the management of the education system. The studies show that the use of such systems when solving problems of automation allows you to quickly find the optimal solution.

Keywords: synergy, interaction, teacher competence, information, quality, additional education, attractor.

По мнению Г. Хакена [1], синергетика занимается изучением систем, состоящих из большого (очень большого, «огромного») числа частей, компонентов или подсистем, сложным образом взаимодействующих между собой, к которым также соотносится система образования. Естественно, что рассмотрение вопросов, связанных с самоорганизацией в сложных системах, не могло снять вопроса, в какой же мере возможно эффективное управление в этих системах и что оно должно представлять в принципе.

А.А. Колесников выделяет следующие методологические положения синергетики, принципиально важные для формирования синергетических основ современной прикладной теории управления:

- во-первых, движение системы должно быть, как правило, в нелинейной области ее пространства;
- во-вторых, система должна быть открытой, что равносильно обмену энергией или веществом (и, возможно, информацией) с внешней средой;
- в-третьих, кооперативность, когерентность протекающих в системе процессов;
- в-четвертых, наличие неравновесной термодинамической ситуации, согласно которой приток энергии к системе должен быть достаточным не только для погашения роста энтропии, но и для уменьшения, что усиливает порядок в системе [2].

Е.Н. Князева констатирует, что существует фундаментальная общность образцов (паттернов) саморазвития и самоорганизации систем самой различной природы, что и составляет предмет синергетики [3].

Когнитивный аппарат педагога (его возможности и границы) - это некоторый конечный продукт, возникший в ходе адаптации педагога в профессиональной среде и выживания в ней посредством приобретения и накопления ценной информации. Применимость синергетического подхода к процессу получения образования объясняется следующими определениями:

- во-первых, синергетические механизмы взаимодействия всех элементов системы образования (СО) осуществляются независимо от намерений и свободных творческих устремлений педагогов;

- во-вторых, синергетический подход представляет собой лишь один из ракурсов исследования управлеченческих воздействий в процессе получения образования.

Синергетический подход в данном случае не противоречит концептуальным моделям в управлении, а позволяет интерпретировать другие концептуальные подходы. Видение процессов взаимодействия в иерархии управлеченческих структур через призму синергетических представлений позволяет пролить дополнительный свет на исторический ход инновационных (диверсификационных) процессов.

Е.Н. Князева, характеризуя сущность видения научного прогресса, акцентирует внимание всего лишь на трёх основных идеях [3]:

- а) принципиальная открытость (незамкнутость) систем научного знания;
- б) нелинейность научного прогресса;
- в) самоорганизация систем.

В преломлении на проблему исследования нелинейность развития профессионального мастерства педагога развернута посредством идей непрерывности процесса повышения квалификации, многовариантности и альтернативности форм и методов организации этих процессов. Классический, преобладающий на сегодняшний день подход к управлению элементами системы непрерывного образования основывается на линейном представлении об их функционировании. Согласно этому представлению, результат внешнего управляющего воздействия есть однозначное и линейное, предсказуемое следствие приложенных усилий, что соответствует схеме: управляющее воздействие – желаемый результат. Чем больше вкладывается энергии, тем выше результат. Но многие усилия оказываются бесполезными или даже приносят вред, если они противостоят собственным тенденциям развития сложноорганизованных систем (учащегося, студента, педагога, в целом педагогической системы). Синергетический подход предоставляет поле возможных путей нелинейного развития мышления педагога, а через него и нелинейное развитие в целом педагогической среды и педагогической системы, чтобы лучше свойственно управлению по ситуации.

В данной статье изложены обоснования данных утверждений следующими положениями [4]:

- необходимо смотреть на традиционную систему образования как на определенную стадию процесса ее развертывания, в каких бы формах она ни была;

- следует учитывать, что существует глубинная необратимость развития системы образования, его многовариантность и альтернативность как в исторической ретроспективе, так и в перспективе;

- допускать возможность, что так называемые, тупиковые финансовые, нормативно-правовые ветви могут быть – в определенном отношении – совершеннее наличного, современного состояния;

- система образования не является свободным, полностью независимым от процессов, происходящих в системе непрерывного образования, современных условий, диверсификационных процессов;

- микрофлуктуации влияют на содержание образовательных процессов в системе образования;
- эффективное управление системы образования возможно только в том случае, если ориентироваться на собственные тенденции, пути их эволюции, которых, как правило, целый спектр;
- правильное объединение частей в целое (структур разной степени развитости в сложную структуру) создает возможность эффективного развития, как целого, так и входящих в него частей;
- хаос разрушителен, и в то же время хаос конструктивен, созидачен (сам хаос может быть защитой от хаоса, механизмом вывода на структуры-аттракторы).

Необходимо заметить, что хаос необходим, чтобы система вышла на аттрактор, на собственную тенденцию развития, чтобы инициировать самодостраивание системы. Многообразный поток информации в форме альтернативных образовательных программ выводит педагога на аттрактор – самодостраивание, самореализацию, самосовершенство, в то же время педагог инициирует выход системы образования на свой аттрактор – непрерывность во всех ее видах и формах. Конструктивность хаоса как механизма самоорганизации системы состоит в следующем. На первоначальном этапе работы выстраивается максимально возможное разнообразие информационного взаимодействия андрагога и педагога (курсы, семинары, мастерские, конференции, консультации и т.д.). При этом учет главного и неглавного существенного и несущественного, то есть переоценка познавательных ценностей является основной для продуктивного выбора идеи. [5].

Система образования преддетерминирует будущее профессионального мастерства педагога. Элементы системы образования, попав в конус определенного аттрактора, довольно жестко выстраиваются в соответствии с определенным грядущим порядком. Перевод потенциального в актуальное знание нетривиален и означает событие открытия. Возникновение особого творческого состояния – вдохновения означает, с синергетической точки зрения, попадание в поле одного из креативных аттракторов [6].

Способы управления развитием творчества педагога в процессе системы образования – это способы инициирования процессов самоконструирования педагогами своих методов и технологий – в начале в форме моделирования, проектирования во время курсов, а затем в своей профессиональной деятельности. Становление системы непрерывного образования, как всякой сложноорганизованной системы, носит нелинейный характер.

Нелинейность эффективности данного процесса выражается, в частности, в многовариантности и альтернативности ее образовательных программ, вбирающих в себя эффективные методы и технологии учебно-воспитательного процесса, а не разнообразие самих организаций системы образования. Принятие новых подходов в образовательных процессах с педагогами связаны со своеобразными когерентными кооперативными эффектами, которые аналогичны синергетическим эффектам при формировании коллективного мнения в той или иной общественной группе. С этой целью были организованы постояннодействующие семинары со специалистами муниципальных управлений образования и методических служб, руководителями образовательных организаций.

С точки зрения синергетики особое значение имеет информационное взаимодействие элементов системы образования, которое можно представлять как механизм самодостраивания, самоорганизации в своем самосовершенстве. Возможное управление этим механизмом – это инициация совместного достраивания, переструктурирования. Механизм самодостраивания педагога в процессе образования включает в себя, во-первых, направленности на педагогическую систему, в которой он действует, где самодостраивание есть восполнение недостающих звеньев творческого воплощения (претворения) конечных целей.

А.А. Колесников подчеркивает два фундаментальных свойства высокоеффективных синергетических систем любой природы - это, во-первых, обязательный обмен с внешней средой, энергией, веществом и информацией и, во-вторых, непременное взаимодействие, то есть когерентность поведения между компонентами системы [6]. Возникла необходимость выявления механизмов управления информационными потоками в системе образования. Представляется достаточно очевидным, что указанные механизмы базируются на концепции управляемого взаимодействия информации и энергии. Иначе говоря, в отличие от общей теории систем синергетика сосредотачивает свое внимание на кооперативных, когерентных и самосогласованных процессах, возникающих в сложных нелинейных системах. В синергетическом подходе, помимо формирования общей системной концепции самоорганизации, обязательно учитывается конкретное содержание рассматриваемых явлений и процессов.

Как уже было сказано ранее, для системы образования свойственно наличие некоторых сфер притяжения – инвариативных многообразий (образовательных программ) в ее пространстве состояний. Такие установившиеся режимы получили название аттракторов, так как они «притягивают» соседние режимы. Переменные, характеризующие состояние системы образования, стремятся к таким значениям, которые соответствуют некоторым соотношениям (балансу) в их пространстве состояний.

Качество функционирования системы управления непрерывного образования повышается при разнообразии входящих в нее подсистем (институтов, методических служб, внутришкольных объединений, центров развития образования, педагога (самообразование)), и, более того, указанное разнообразие, как правило, играет стабилизирующую роль. Отмеченные свойства системы образования представляются весьма полезными и перспективными для развития современной теории управления и нашей попытки в конструировании модели синергетического управления системы образования в региональных условиях как формы нового педагогического сообщества.

Наличие инвариантов (синергии) в прикладной теории управления, как ее базовых элементов, позволяет придать этой теории единство и концептуально-методологическую целостность. Необходимо отметить, что при этом определяющую роль играют аттракторы, которые фактически являются конечной целью динамического поведения синергетической системы управления. Сохранение в системе непрерывного образования инвариантных притягивающих многообразий (аттракторов) позволило принципиально продвинуться в решении кардинальной проблемы создания нового механизма генерации обратной связи на многообразиях форм и методов повышения квалификации. Синергетический подход в управлении позволяет элементам системы образования преодолеть известный психологический барьер, который в своей совокупности представляет собой отличительную особенность: нелинейность, многомерность и многосвязность.

Происходящие в системе образования процессы отражают реакции взаимодействия подсистем (элементов): управление образованием, муниципальная методическая служба, образовательное учреждение с его руководством и педагогами, лично педагог, что в совокупности образует общую систему управления. Синергетический подход в управлении сохраняет такую важную особенность, как управление с целью самосохранения подсистем системы непрерывного образования, причем в максимально возможной степени, что свидетельствует как о некоторой направляющей концепции в управлении педагогическими системами. Синергетический подход дает возможность перейти от силового централизованного управления, на чем в основном базируются классические методы управления, на управление, основанное на «информационной динамике».

Таким образом, синергетическая постановка проблемы управления в педагогике, в отличие от других подходов, выделяется ярко человекоцентристским содержанием процессов управления. Это позволяет сделать шаг в решении проблемы синтеза объективных законов управления педагогическими системами, которые формируют

внутренние кооперативные взаимодействия между процессами в системе непрерывного образования.

Н. Бернштейн отмечал, что координация и есть не что иное, как преодоление избыточных степеней свободы, т.е. превращение их в управляемые системы» [8].

Из всего вышесказанного следует, что мы не можем отдать систему образования полностью на «откуп» педагогу. Это находит подтверждение и в определении понятия «система» П.К. Анохиным: «Системой можно назвать только такой комплекс избирательно вовлеченных компонентов, у которых взаимодействие и взаимоотношение приобретают характер взаимодействия компонентов на получение фиксированного полезного продукта» [9].

Учитывая все это, в первую очередь, нами были выявлены макроскопические свойства процесса непрерывного образования, не выделяя поведение отдельного какого-то компонента системы образования. В процессе непрерывного образования были изменены, учитывая данные мониторинга, управляющие параметры более или менее предсказуемым образом и изучали самоорганизацию системы, то есть различные состояния, в которые она переходит под воздействием «рычагов управления».

Данные мониторинга показали, что в течение пяти лет около 60% педагогов (3500 опрошенных) изъявили желание повышать свое профессиональное мастерство ежегодно, 98% учащихся планируют продолжать свое обучение в ВУЗах и колледжах. Необходимо заметить, что цель выступает как определяющая сущность процесса непрерывного образования, а его истинное понимание состоит в самоуправлении и самоорганизации в соответствии с поставленной целью. Мотивы педагога придают смысл естественному самоуправлению.

Такое самоуправление приобретает свою цель (попадание на желаемую структуру (аттрактор). Именно аттракторы и отражают внутренний смысл и содержание системы непрерывного образования. Это своего рода внутренний план действий педагога (мотивы), то есть самодостривания. Самодостривание, самодвижение, самореализация, самоуправление – синергетические свойства, которые помогают педагогу наметить новый путь в естественном творческом самосовершенствовании.

Это позволяет сделать нам вывод, что синергетический подход в управлении системы непрерывного образования отражает способность пойти путем естественности с целью перехода на новые концептуальные основы. Образуется некоторая информационная модель, то есть своеобразное педагогическое творческое сообщество, которое формируется законом управления для решения требуемой целевой задачи – организации процесса профессионального совершенства педагогических кадров, а через них и всего качества образования.

Список литературы:

1. Анохин П.К. Очерки по физиологии функциональных систем. М.: Медицина, 2009.
2. Бернштейн Н.А. Управление движениями. М.: Медгиз, 2012. 247 с.
3. Валери П. Об искусстве. М., 2011. С.71.
4. Князева Е.Н. Когнитивная эволюция и творчество. Синергетическое видение научного прогресса. М., 2013. С. 55-76.
5. Колесников А.А. Основы синергетики управляемых систем. Таганрог: Изд-во ТРГУ, 2010.
6. Колесников А.А. Основы теории синергетического управления. М.: Испо-Сервис. 2010.
7. Курейчик В.В., Курейчик В.М., Родзин С.И. Концепция эволюционных вычислений, инспирированных природными системами // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2009. – № 4 (93). – С. 16-25.
8. Стуканов А.П. Синергетическое управление непрерывным повышением квалификации педагогических кадров: дис. ... д-ра пед. наук. М., 2013.

9. Хакен Г. Можем ли мы применить синергетику в науках о человеке? // Синергетика и психология. Вып. 2. Социальные процессы. М.: Янус-К, 2012. С. 11-26.
10. Брыкалова А.А., Минкина Т.В., Азаров И.В. Экономико-математическая модель конкурентного научно-исследовательского сектора с учетом неопределенности успеха в разработке инновации и экстернальных эффектов// Экономические и гуманитарные исследования регионов. 2013. № 3. С. 123-130.

Уткин Владимир Александрович, Папуш Елена Гавриловна

Северо-Кавказский Федеральный Университет – филиал в г. Пятигорске

К ПРОБЛЕМЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЛИЧИН АТРИБУТИВНЫХ И ТРУДНОДОСТУПНЫХ ПАРАМЕТРОВ В СОВОКУПНОСТИ РАЗНОТИПНЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ

Аннотация: В дискретных многопараметрических средах с большим числом зависимых разнотипных параметров рассматривается возможность найти, восстановить или заменить утраченные или неполученные данные, а так же получить интервальные эквиваленты для атрибутивных, как правило, ранговых или номинальных параметров.

Ключевые слова: большие массивы, разнотипные переменные, замещение утраченных значений, вычисление труднодоступных данных, цифровые эквиваленты атрибутивных параметров.

Utkin V.A., Papush E.G.

ON THE PROBLEM OF DEFINING THE VALUES OF ATTRIBUTIVE AND DIFFICULT PARAMETERS IN THE AGGREGATE OF DIVERSE STATISTICAL SURVEY

Abstract: In discrete multiparametrical environment with a big number of dependent heterogeneous parameters we consider the possibility of finding, restoring or replacing lost or uncollected data as well as obtaining interval equivalents for attributive, as a rule, rank or nominal parameters.

Key words: large arrays, heterogeneous variables, replacement of lost values, calculation of difficult data, digital equivalents of attributive parameters.

В дискретных многопараметрических средах с большим числом в той или иной мере зависимых разнотипных параметров не всегда возможно получить (т.е. определить или измерить с достаточной точностью) отдельные значения. И тогда возникает необходимость восстановить их, а может быть еще и найти интервальные эквиваленты для атрибутивных, как правило, ранговых или номинальных параметров.

Когда число наблюдений велико, и все они принадлежат интервальной шкале, но один из них не может быть измерен столь же легко, как другие, то при достаточном числе наблюдений, включающих в себя значения и этого параметра, можно воспользоваться классическим уравнением линейной, или после соответствующих преобразований – нелинейной регрессии [7]. Не намного сложнее получить оцифрованные значения атрибутивного (номинального или рангового) параметра, наблюдаемого совместно с интервальными параметрами, описывающими совокупность исследуемых объектов. И для него может быть найдено уравнение регрессии, исходя из корреляций параметров и имея в виду, что при этом корреляции атрибутивного параметра с интервальными должны принадлежать метрике корреляций классического коэффициента Брайса-Пирсона [2]:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (1)$$

где x_i, y_i – сопряженные значения рядов X и Y; \bar{x}, \bar{y} – соответственно, их средние; n – число пар.

В частности, зависимость между интервальным и номинальным параметрами предпочтительней выразить точечно-бисериальным коэффициентом корреляции [1]:

$$r_{pb} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_0}{\sigma_x} \sqrt{\frac{n_1 n_0}{n(n-1)}} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}}{\sigma_x} \sqrt{\frac{n_1 n}{n_0(n-1)}} = \frac{\bar{x} - \bar{x}_0}{\sigma_x} \sqrt{\frac{n_0 n}{n_1(n-1)}}, \quad (2)$$

где \bar{x} – общее среднее для интервальных переменных; σ_x – среднеквадратическое отклонение для ряда интервальных переменных; n_1 – число случаев наличия некоторого признака n_0 – число случаев отсутствия некоторого признака; \bar{x}_1 – среднее при наличии некоторого признака; \bar{x}_0 – среднее при отсутствии его.

Возможно и, огрубив результат, опереться на коэффициент Фехнера [3]

$$I_f = \frac{a + d - b - c}{a + b + c + d}, \quad (3)$$

где для номинальных переменных: a – число случаев совпадения положительных знаков; b – число случаев совпадения положительных знаков с отрицательными; c – число случаев совпадения отрицательных знаков с положительными; d – число случаев совпадения отрицательных знаков.

Значения в рядах интервальных переменных при этом огрублляют, заменяя их знаками разности между ними и медианой (модой или средним) соответствующего ряда.

Связь между интервальным и ранговым параметрами можно выразить ранговым коэффициентом Спирмена [3]

$$\rho = 1 - \frac{6 \left(\sum_{i=1}^n (\Delta R_i)^2 + T + U \right)}{n^3 - n}, \quad (4)$$

где n – число пар ранжируемых значений в сопоставляемых рядах; ΔR_i – разность рангов для i -й пары наблюдений;

$$T = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{q_1} (t_k^3 - t_k),$$

где t_k – длина группы одинаковых (связных) рангов одного ряда; q_1 – число групп связных рангов в нем;

$$U = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{q_2} (u_k^3 - u_k),$$

где u_k – длина группы одинаковых (связных) рангов другого ряда; q_2 – число групп связных рангов в нем.

Предпочтительней с большей точностью воспользоваться коэффициентом Кендэла [3]

$$\tau = \frac{S}{\sqrt{\frac{n(n-1)}{2} - T} \times \sqrt{\frac{n(n-1)}{2} - U}}, \quad (5)$$

если пары наблюдений упорядочить по возрастанию значений в одном ряду, а для другого вычислить

$$S = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n s_{ij}, \quad (6)$$

где $s_{ij} = \begin{cases} 1, & R_j - R_i > 0 \\ 0, & R_j - R_i = 0 \\ -1, & R_j - R_i < 0 \end{cases}$; n – число пар ранжируемых значений в сопоставляемых рядах; R_i – ранг второго ряда, имеющий после упорядочения номер i ; R_j – ранг второго ряда, имеющий после упорядочения номер j ;

$$T = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{q_1} t_k (t_k - 1),$$

где t_k – длина группы одинаковых (связных) рангов одного ряда; q_1 – число групп связных рангов в нем;

$$U = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{q_2} u_k (u_k - 1),$$

где u_k – длина группы одинаковых (связных) рангов другого ряда; q_2 – число групп связных рангов в нем.

Однако опереться при этом на корреляции Спирмена или Кендалла становится возможным лишь в итоге метрического согласования, зная, что классический коэффициент парной корреляции r Бравайса-Пирсона соотносится с ранговым коэффициентом ρ Спирмена следующим образом:

$$r = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6} \cdot \rho\right), \quad (7)$$

а соотношение между собою r Бравайса-Пирсона и τ Кендалла:

$$r = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \tau\right). \quad (8)$$

Подробнее, как это показано в [6], при необходимости оцифровать лишь одну атрибутивную переменную, не утрачивая общности результата, интервальные переменные можно представить в нормированном виде ($z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{\sigma_j}$, где \bar{x}_j и σ_j – соответственно,

среднее значение и среднеквадратическое отклонение j -го параметра) и выразить зависимость от них атрибутивной переменной y в уравнении линейной регрессии следующим образом:

$$a_1 z_1 + a_2 z_2 + \dots + a_n z_n = y. \quad (9)$$

Очевидно

$$\begin{cases} a_1 z'_1 z_1 + a_2 z'_1 z_2 + \dots + a_n z'_1 z_n = z'_1 y \\ a_1 z'_2 z_1 + a_2 z'_2 z_2 + \dots + a_n z'_2 z_n = z'_2 y \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \text{или} \\ a_1 z'_n z_1 + a_2 z'_n z_2 + \dots + a_n z'_n z_n = z'_n y \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + a_2 r_{12} + \dots + a_n r_{1n} = r_{1y} \\ a_1 r_{21} + a_2 + \dots + a_n r_{2n} = r_{2y} \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_1 r_{n1} + a_2 r_{n2} + \dots + a_n = r_{ny} \end{cases} \quad (10)$$

и тогда решение системы линейных уравнений (9) дает нам необходимые коэффициенты a_1, a_2, \dots, a_n , чтобы найти числовые (в нормированном виде) значения y .

А в общем случае, где необходимо оцифровать не одну, а несколько атрибутивных переменных, зависимых от переменных, принадлежащих интервальной шкале, исходя из корреляций n интервальных и p атрибутивных параметров, становится возможным выразить регрессии для последних следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1^{(1)} z_1 + a_2^{(1)} z_2 + \dots + a_n^{(1)} z_n + 0 + d_2^{(1)} y_2 + \dots + d_p^{(1)} y_p = y_1 \\ a_1^{(2)} z_1 + a_2^{(2)} z_2 + \dots + a_n^{(2)} z_n + d_1^{(2)} y_1 + 0 + \dots + d_p^{(2)} y_p = y_2 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_1^{(p)} z_1 + a_2^{(p)} z_2 + \dots + a_n^{(p)} z_n + d_1^{(p)} y_1 + d_2^{(p)} y_2 + \dots + d_{p-1}^{(p)} y_{p-1} + 0 = y_p \end{array} \right. \quad (11)$$

и, решая систему линейных уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} -y_1 + d_2^{(1)} y_2 + d_3^{(1)} y_3 + \dots + d_p^{(1)} y_p = -(a_1^{(1)} z_1 + a_2^{(1)} z_2 + \dots + a_n^{(1)} z_n) \\ d_1^{(2)} y_1 - y_2 + d_3^{(2)} y_3 + \dots + d_p^{(2)} y_p = -(a_1^{(2)} z_1 + a_2^{(2)} z_2 + \dots + a_n^{(2)} z_n) \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ d_1^{(p)} y_1 + d_2^{(p)} y_2 + \dots + d_{p-1}^{(p)} y_{p-1} - y_p = -(a_1^{(p)} z_1 + a_2^{(p)} z_2 + \dots + a_n^{(p)} z_n) \end{array} \right. , \quad (12)$$

получить для каждого набора интервальных и атрибутивных переменных оцифрованные значения последних.

Тогда же, когда параметры \mathbf{Y} представлены в наблюдениях не обязательно атрибутивными, а интервальными, но принадлежащими ограниченной выборке труднодоступных (по тем или иным причинам) переменных, их значения могут быть найдены с последующим (если это необходимо) денормированием. Но нельзя не отметить, что регрессии, опирающиеся на нормированные переменные предпочтительней, т.к. при этом соразмерно может быть оценена в итоге роль каждой переменной.

Следует указать, что после метрического согласования корреляций для разнотипных переменных, исходя из полученной таким образом корреляционной матрицы, удается найти не только числовые эквиваленты для одного или нескольких атрибутивных параметров. При необходимости, не представляет труда стереотипно выразить и величину показателя множественной корреляции [5, т.3]:

$$R_j = \sqrt{1 - |Q| / q_{jj}}, \quad (13)$$

где для j -го параметра: $|Q|$ – определитель корреляционной матрицы; q_{jj} – алгебраическое дополнение j -го диагонального элемента.

А когда в достаточной мере соблюдены требования нормальности многомерного распределения для величин, взаимосвязи которых представлены данной корреляционной матрицей, могут быть найдены и величины парциальной (частной) корреляции [5, т.5]:

$$r_{kj,1,2,\dots,n} = -\frac{q_{kj}}{\sqrt{q_{kk} \cdot q_{jj}}}, \quad (14)$$

где для kj –го элемента: q_{kj} – алгебраическое дополнение элемента kj ; q_{kk} – алгебраическое дополнение элемента kk ; q_{jj} – алгебраическое дополнение элемента jj корреляционной матрицы.

Особенно важно, на наш взгляд, подробнее остановиться на проблемах применения факторного анализа, когда должны быть исследованы в свете «главных факторов» или «главных компонент» взаимосвязи множества разнотипных переменных. При этом, для матрицы метрически согласованных, представленных коэффициентами Бравайса-Пирсона корреляций – \mathbf{R} , может быть получено т.н. «факторное отображение» – \mathbf{F} , такое, что

$$\mathbf{R} = \mathbf{F} \times \mathbf{F}' \quad (15)$$

где, по сути [2, 8], корреляционной матрице \mathbf{R} размерности $m \times m$ ставится в соответствие прямоугольная матрица \mathbf{F} размерности $m \times k$, и при этом $k < m$.

И когда во множестве зависимых параметров не все принадлежат интервальной шкале, не стоит ограничиваться только лишь «сжатием» матрицы метрически согласованных парных корреляций и получением «факторного отображения» с последующим поиском «устойчивости» в итоге соответствующих «вращений» [2, 8]. Благодаря оцифровке атрибутивных переменных становится возможным найти еще и нормированные значения факторов в проекции наблюдений.

Как показано в [2], регрессии для факторов по параметрам наблюдений в виде транспонированной матрицы легко найти из произведения транспонированной матрицы факторных нагрузок (факторного отображения) на обратную корреляционную матрицу:

$$\mathbf{B}' = \mathbf{F}' \times \mathbf{R}^{-1}, \quad (16)$$

а значения факторов – из произведения транспонированной матрицы регрессий на матрицу нормированных (т.е. приведенных к нулевой средней и единичной дисперсии) величин наблюдений:

$$\mathbf{W} = \mathbf{B}' \times \mathbf{Z} \quad (17).$$

Определив таким образом значения факторов в проекции наблюдений, мы получаем возможность оценить роль каждого фактора в отношении к каждому конкретному объекту, даже если объект описывается множеством разнотипных переменных.

На практике не редко возникает необходимость реализации различных модификаций факторного анализа применительно к совокупностям рядов с сопряженными разнотипными переменными. И, по нашему мнению, следует обозначить условия, которые должны быть соблюдены во избежание искажений результатов по ходу анализа и последующих ошибочных трактовок результатов.

В частности, чаще всего, в силу простоты подхода, для последующего анализа используются матрицы корреляций рядов разнотипных переменных, представленные коэффициентами Фехнера, а не Бравайса-Пирсона. И, хотя они метрически близки, замена действительных и/или ранговых переменных номинальными чревата весьма существенным огрублением и результатов и их трактовок.

Иногда вместо матриц коэффициентов Бравайса-Пирсона последующим преобразованиям подвергают, без коррекций и приведений, матрицы из коэффициентов Спирмена. Как правило, это данные наблюдений, собранные в виде рангов или же часть данных непосредственно представлена рангами, а данные, представленные действительными переменными проранжированы. Изредка с ними могут быть и ряды номинальных переменных, для которых ранговая корреляция вычисляется на двух лишь возможных рангах. Но в итоге анализа матриц из некорректированных коэффициентов Спирмена искажения результата скажутся не в меньшей мере, чем последствия огрублений на матрицах из коэффициентов Фехнера. Впрочем, и коррекции, в свою очередь, способны не нивелировать, а, напротив, усилить негатив возможных отклонений в наблюдениях от многомерного нормального распределения.

Не меньше проблем порождают и попытки воспользоваться корреляционными матрицами, составленными из коэффициентов Кендэла. Казалось бы, это более тонкий и чувствительный критерий зависимости, но метрическое несходство коэффициентов Кендэла и Бравайса-Пирсона не только оказывается препятствием к стереотипным дальнейшим преобразованиям такой матрицы, но и соответствующие приведения столь же тонко и чувствительно «отконтрастируют» в итоге возможные отклонения в наблюдениях от многомерного нормального распределения.

Параллельно отметим, что при составлении матрицы из коэффициентов Кендэла, отражающих связи не только ранговых параметров, но и ранговых параметров с номинальными, используется рангово-бисериальный коэффициент корреляции [3]:

$$r_{rb} = \frac{2S}{\sqrt{[n(n-1) - \sum_{k=1}^p t_k(t_k-1)][n(n-1) - n_1(n_1-1) - n_0(n_0-1)]}}, \quad (18)$$

если пары наблюдений расположить по возрастанию значений в ряду рангов, а для номинальных переменных вычислить $S = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n (x_{i(j)} - x_i)$, где $x_{i(j)}$ – значение (нуль или

единица) i -го (j -го) параметра в ряду номинальных переменных после упорядочения; $n = n_0 + n_1$ – число пар значений (соответственно, n_0 и n_1 – число нулей и число единиц); t_k – число связных (одинаковых) рангов в k -ой из p групп связности.

Вместе с тем, на наш взгляд, критическому переосмыслению должны быть подвергнуты попытки, в итоге огрублений действительных и ранговых переменных до номинальных, составить и анализировать корреляционную матрицу из бисериальных коэффициентов тетрахорической сопряженности Пирсона, известных еще и как коэффициенты контингенции [1, 4]:

$$\varphi = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}, \quad (19)$$

a – число случаев совпадения положительных знаков; b – число случаев совпадения положительных знаков с отрицательными; c – число случаев совпадения отрицательных знаков с положительными; d – число случаев совпадения отрицательных знаков.

И совершенно нелепыми представляются подчас встречающиеся в Интернете предложения опереться на коэффициенты ассоциации

$$r_a = \frac{ad - bc}{ad + bc} \quad (20)$$

или коллигации

$$r_c = \frac{\sqrt{ad} - \sqrt{bc}}{\sqrt{ad} + \sqrt{bc}} \quad (21)$$

предложенные Юлом [4].

Они вполне элементарно соотносятся между собой:

$$r_a = \frac{2r_c}{1 + r_c^2} \quad (22)$$

А коэффициент тетрахорической сопряженности Пирсона – φ метрически родственен коэффициенту Кендела – τ и, следовательно, в таком контексте может использоваться лишь метрически согласованным с коэффициентом Бравайса-Пирсона. Иными словами, преимущество такого подхода даже в сравнении с использованием матриц из коэффициентов Фехнера, мягко говоря, представляется сомнительным.

Во избежание совсем уж не оправданных в теории приложений приведем таблицу совместимости показателей зависимости разнотипных наблюдений (табл. 1).

Таблица 1. Совместимые показатели зависимости разнотипных наблюдений

данные коэффициенты	интервалы	метки	ранги
интервалы	Бравайса-Пирсона (ф. 1)	Точечно- бисериальный (ф. 2)	Ранговый Кендэла* (ф. 6)
метки	Точечно- бисериальный (ф. 2)	Коэффициент Пирсона (ф. 19)	φ Рангово- бисериальный* (ф. 18)
ранги	Ранговый Кендэла* (ф. 6)	Рангово- бисериальный* (ф. 18)	Ранговый Кендэла* (ф. 6)

* показатели, требующие приведения к каноническим по формуле 8

Исходя из изложенного можно утверждать, что в системах с большим числом многопараметрических наблюдений, где некоторые параметры или не всегда поддаются измерению или по иным причинам не могут быть представлены в количественном

выражении интервальными величинами, но определяются как ранговые или как номинальные, оказывается возможным не только получить для них количественные эквиваленты, но и обойти ограничения на применение средств «сжатия» информации, определяя многомерные корреляции и регрессии, применяя методы факторного анализа, находя не только факторное отображение, но и вычисляя значения факторов.

Вместе с тем, необходимо отметить, что такой подход все же не обладает достаточной общностью, и не только в прецессионном отношении, но не исключены и случаи, когда его применение оказывается или неоправданным или невозможным. В частности, когда совокупность наблюдений (прямоугольная матрица) представляет собой т.н. «дырявое полотно» и требуется его «заштопать», для больших выборок наблюдений, где m – число наблюдений значительно превышает число характеризующих их параметров – n , как правило, удается найти достаточно сопряженных параметров во множестве наблюдений, чтобы получить необходимые корреляционные матрицы и восстановить недостающие значения. Сложнее оказывается задача восстановления для выборок ординарного объема, а так же и когда число наблюдений не намного превышает число параметров, как, впрочем, и тогда, когда число «дыр» велико.

Нами исследуются возможности восстановления значений параметров исходя из неевклидовых определений расстояния между сопоставляемыми наблюдениями.

Список литературы:

1. Гласс Дж. и Стенли Дж. Статистические методы в педагогике и психологии. / Пер. с англ. - М.: Прогресс, 1976.
2. Иберла К. Факторный анализ. /Пер. с нем. – М.: Статистика 1980.
3. Кендалл М. Ранговые корреляции. / Пер. с англ.- М.: Статистика, 1975.
4. Кендалл М. Дж. и Стюарт А. Статистические выводы и связи. / Пер. с англ. - М.: Наука, 1973.
5. Математическая энциклопедия, под ред. И.М. Виноградова. - Сов. энциклопедия, 1977-1985.
6. Уткин В.А. К проблеме совместимых шкал и метрик в задачах «сжатия информации» // Труды VIII Международной научно-технической конференции по динамике технологических систем, т.3.– Ростов-на-Дону.: Издательский центр ДГТУ, 2007. – С. 191-197.
7. Ферстер Э., Ренц Б. Методы корреляционного и регрессионного анализа. /Пер. с англ. – М.: ФиС, 1983.
8. Харман Г. Современный факторный анализ. /Пер. с англ. - М.: Статистика, 1972.

СИСТЕМНЫЙ СИНТЕЗ И ПРИКЛАДНАЯ СИНЕРГЕТИКА

Сборник трудов
7-й Всероссийской научной конференции

(5–9 октября 2015 г., Россия, г. Таганрог)

Ответственный за выпуск

Редактор

Корректор

«C»

Издательство ЮФУ
ГСП 17А, Таганрог, 28, Некрасовский, 44