



UNIVERZITET U NOVOM SADU  
**FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA**  
KATEDRA ZA ELEKTRONIKU



# **MEMRISTIVNA IMPLEMENTACIJA PRIRODNIH NEURONA I SINAPSI**

Master rad  
Master akademske studije

kandidat

mentor

Vladimir Vincan, E153-2020

dr Staniša Dautović, vanredni profesor

Novi Sad, oktobar 2021

	UNIVERZITET U NOVOM SADU • FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA 21000 Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 6	Broj:
	<b>ZADATAK ZA MASTER RAD</b>	Datum:

(Podatke unosi predmetni nastavnik - mentor)

Vrsta studija:	Master akademske studije		
Studijski program:	Energetika, elektronika i telekomunikacije		
Rukovodilac studijskog programa:	dr Stevan Grabić, vanredni profesor		

Student:	Vladimir Vincan	Broj indeksa:	E153-2020
Oblast:	Teorija električnih kola		
Mentor:	dr Staniša Dautović, vanredni profesor		

NA OSNOVU PODNETE PRIJAVE, PRILOŽENE DOKUMENTACIJE I ODREDBI STATUTA FAKULTETA IZDAJE SE ZADATAK ZA MASTER RAD, SA SLEDEĆIM ELEMENTIMA:

- problem – tema rada;
- način rešavanja problema i način praktične provere rezultata rada, ako je takva provera neophodna;
- literatura

### NASLOV MASTER RADA:

Memristivna implementacija prirodnih neurona i sinapsi
--

### TEKST ZADATKA:

Implementirati HP, Zamarenov i VTEAM memristor. Implementirati memristivni Moris-Lekarov i memristivni Hodžkin-Hakslijev model neurona. Demonstrirati rad STDP pravila učenja kod Zamarenovog i VTEAM memristivnog modela sinapse.
--

Rukovodilac studijskog programa:	Mentor rada:

Primerak za: O-studenta; O-studentsku službu fakulteta
--



UNIVERZITET U NOVOM SADU • FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA  
21000 Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 6

### KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj, <b>RBR:</b>			
Identifikacioni broj, <b>IBR:</b>			
Tip dokumentacije, <b>TD:</b>	Monografska publikacija		
Tip zapisa, <b>TZ:</b>	Tekstualni štampani dokument		
Vrsta rada, <b>VR:</b>	Master rad		
Autor, <b>AU:</b>	Vladimir Vincan		
Mentor, <b>MN:</b>	dr Staniša Dautović, vanredni profesor		
Naslov rada, <b>NR:</b>	Memristivna implementacija prirodnih neurona i sinapsi		
Jezik publikacije, <b>JP:</b>	Srpski		
Jezik izvoda, <b>Jl:</b>	Srpski, Engleski		
Zemlja publikovanja, <b>ZP:</b>	Srbija		
Uže geografsko područje, <b>UGP:</b>	Vojvodina		
Godina, <b>GO:</b>	2021		
Izdavač, <b>IZ:</b>	Autorski reprint		
Mesto i adresa, <b>MA:</b>	Fakultet tehničkih nauka, Trg Dositeja Obradovića 6, 21000 Novi Sad		
Fizički opis rada, <b>FO:</b> (poglavlja/strana/citata/tabela/slika/grafika/priloga)	(9/49/26/11/25/0/13)		
Naučna oblast, <b>NO:</b>	Elektronika		
Naučna disciplina, <b>ND:</b>	Teorija električnih kola		
Predmetna odrednica / Ključne reči, <b>PO:</b>	neuromorfno računarstvo, prirodni neuron, sinapsa, STDP pravilo učenja, memristor		
<b>UDK</b>			
Čuva se, <b>ČU:</b>	Biblioteka Fakulteta tehničkih nauka Trg Dositeja Obradovića 6, 21000 Novi Sad		
Važna napomena, <b>VN:</b>	Nema		
Izvod, <b>IZ:</b>	U ovom radu je opisana softverska implementacija memristivnog Moris-Lekarovog i memristivnog Hodžkin-Hakslijevo modela neurona, Zamarenovog, VTEAM i HP modela memristora i demonstrirano je STDP pravilo učenja kod VTEAM i Zamarenovog memristivnog modela sinapse.		
Datum prihvatanja teme, <b>DP:</b>			
Datum odbrane, <b>DO:</b>	1.10.2021.		
Članovi komisije, <b>KO:</b>	Predsednik:	dr Rastislav Struharik, redovni profesor	Potpis mentora
	Član:	dr Nataša Samardžić, docent	
	Član:	dr Dalibor Sekulić, docent	
	Član:	dr Jovanka Pantović, redovni profesor	
	Član, mentor	dr Staniša Dautović, vanredni profesor	



UNIVERSITY OF NOVI SAD • FACULTY OF TECHNICAL SCIENCES  
21000 Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 6

## KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, <b>ANO:</b>		
Identification number, <b>INO:</b>		
Document type, <b>DT:</b>		Monographic publication
Type of record, <b>T3:</b>		Textual material, printed
Contents code, <b>CC:</b>		Master's thesis
Author, <b>AU:</b>		Vladimir Vincan
Mentor, <b>MN:</b>		Staniša Dautović, PhD
Title, <b>TI:</b>		Memristive implementation of spiking neurons and synapses
Language of text, <b>LT:</b>		Serbian
Language of abstract, <b>LA:</b>		Serbian, English
Country of publication, <b>CP:</b>		Serbia
Locality of publication, <b>LP:</b>		Vojvodina
Publication year, <b>PY:</b>		2021
Publisher, <b>PB:</b>		Author's reprint
Publication place, <b>PP:</b>		Faculty of Technical Sciences, Trg Dositeja Obradovića 6, 21000 Novi Sad
Physical description, <b>PD:</b> (chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/appendixes)		(9/49/26/11/25/0/13)
Scientific field, <b>SF:</b>		Electronics
Scientific discipline, <b>SD:</b>		Electrical Circuit Theory
Subject/ Key words, <b>S/KW:</b>		neuromorphic computing, spiking neuron, synapse, STDP learning rule, memristor
<b>UC</b>		
Holding data, <b>HD:</b>		Library of the Faculty of Technical Sciences Trg Dositeja Obradovića 6, 21000 Novi Sad
Note, <b>N:</b>		None
Abstract, <b>AB:</b>		This thesis describes the software implementation of the memristive Morris-Lecar and Hodgkin-Huxley neuron models, the Zamarreno, VTEAM and HP memristors and demonstrates the STDP learning rule on the memristive Zamarreno and VTEAM synapse models.
Accepted by the Scientific Board on, <b>ASB:</b>		
Defended on, <b>DE:</b>		1.10.2021.
Defended board, <b>DB:</b>	President:	Rastislav Struharik, PhD, full professor
	Member:	Nataša Samardžić, PhD, assistant professor
	Member:	Dalibor Sekulić, PhD, assistant professor
	Member:	Jovanka Pantović, PhD, full professor
	Member, Mentor	Staniša Dautović, PhD, associate professor
		<b>Mentor's signature</b>

## Izjava o akademskoj čestitosti

Student: **Vladimir Vincan.**

Broj indeksa: **E153-2020.**

Student **master akademskih studija.**

Studijski program: **Energetika, elektronika i telekomunikacije.**

Studijska grupa: **Embedded sistemi i algoritmi.**

Autor rada pod nazivom: **Memristivna implementacija prirodnih neurona i sinapsi.**

Potpisivanjem izjavljujem:

- da je rad isključivo rezultat mog sopstvenog istraživačkog rada;
- da sam rad i mišljenja drugih autora koje sam koristio u ovom radu naznačio ili citirao i navedeni u spisku literature/referenci koji su sastavni deo ovog rada;
- da sam dobio sve dozvole za korišćenje autorskog dela koji se u potpunosti/celosti unose u predati rad i da sam to jasno naveo;
- da sam svestan da je plagijat korišćenje tuđih radova u bilo kom obliku (kao citata, parafraza, slika, tabela, dijagrama, dizajna, planova, fotografija, filma, muzike, formula, veb sajtova, kompjuterskih programa i sl.) bez navođenja autora ili predstavljanje tuđih autorskih dela kao mojih, kažnjivo po zakonu (Zakon o autorskom i srodnim pravima, Službeni glasnik Republike Srbije, br. 104/2009, 99/2011, 119/2012), kao i drugih zakona i odgovarajućih akata Univerziteta u Novom Sadu;
- da sam svestan da plagijat uključuje i predstavljanje, upotrebu i distribuiranje rada predavača ili drugih studenata kao sopstvenih;
- da sam svestan posledica koje kod dokazanog plagijata mogu prouzrokovati na predati rad i moj status;
- da je elektronska verzija rada identična štampanom primerku i pristajem na njegovo objavljivanje pod uslovima propisanim aktima Univerziteta.

Novi Sad, 1.10.2021.

Potpis studenta

---

## Sadržaj

1. Uvod.....	5
2. Memristor.....	6
2.1. Definicija memristora .....	6
2.2. Definicija rezistivnih elemenata .....	8
2.3. Klasifikacija memristora.....	8
2.4. HP-ov model memristora.....	10
2.5. Zamarenov model memristora .....	11
2.6. VTEAM model memristora .....	14
3. Modeli prirodnog neurona .....	17
3.1. Akcioni potencijal.....	17
3.2. Moris-Lekarov model .....	18
3.3. Hodžkin-Hakslijev model .....	21
3.4. LIF model.....	24
4. Implementacija STDP pravila učenja na memristivnim sinapsama .....	26
4.1. Sinapsa .....	26
4.2. STDP pravilo učenja .....	27
4.3. Rezultati dobijeni simulacijom projektovanih modela .....	29
5. Zaključak.....	32
6. Literatura.....	33
7. Biografija .....	36
8. Kodni listinzi.....	37
8.1. HP model memristora .....	37
8.2. Zamarenov model memristora .....	38
8.3. VTEAM linearni model memristora.....	39
8.4. VTEAM eksponencijalni model memristora .....	41
8.5. Moris-Lekarov kalcijumov otpornik.....	43

8.6. Moris-Lekarov kalijumov memristor.....	44
8.7. Hodžkin-Hakslijev natrijumov memristor .....	45
8.8. Hodžkin-Hakslijev kalijumov memristor .....	46
8.9. Akcioni potencijal.....	47
9. Simulink modeli.....	48
9.1. Kolo za utvrđivanje strujno-naponske karakteristike memristora .....	48
9.2. Moris-Lekarov model prirodnog neurona.....	48
9.3. Hodžkin-Hakslijev model prirodnog neurona .....	49
9.4. Kolo za određivanje STDP funkcije .....	49

## Slike

Slika 1. Veze između osnovnih dvokrajnih pasivnih elemenata i osnovnih promenljivih kola .....	6
Slika 2. Venov dijagram klasa memristora [10] .....	9
Slika 3. HP memristor .....	10
Slika 4. (a) Gore: zavisnost napona (plavo), struje (crveno) od vremena Dole: zavisnost širine dopirane oblasti od vremena a (b) Strujno-naponska karakteristika za $f=4.9$ Hz (plavo) i $f=17.7$ Hz (crveno) .....	11
Slika 5. Oblici funkcija (a) $ig(vMR)$ i (b) $iSAT(x)$ .....	12
Slika 6. Strujno-naponska karakteristika Zamarenovog modela memristora .....	13
Slika 7. Zavisnost memristanse od napona kod Zamarenovog memristora .....	13
Slika 8. Strujno-naponska karakteristika feroelektričnog memristora .....	15
Slika 9. Strujno-naponska karakteristika metallic nanowire memristora .....	15
Slika 10. Akcioni potencijal (preuzeto iz [1]) .....	17
Slika 11. Vitičari [26] .....	18
Slika 12. (a) Memristivni model ML neurona, (b) Redukovani memristivni model ML neurona .....	19
Slika 13. Talasni oblik vremenskog signala napona strujom kontrolisanog ML neurona u stabilnom režimu .....	20
Slika 14. Talasni oblik vremenskog signala napona strujom kontrolisanog ML neurona u nestabilnom (oscilatornom) režimu .....	21
Slika 15. Džinovski akson lignje [25] .....	21
Slika 16. Hodžkin-Haksljev neuron .....	23
Slika 17. Talasni oblik vremenskog signala napona strujom kontrolisanog HH neurona u stabilnom režimu .....	23
Slika 18. Talasni oblik vremenskog signala napona strujom kontrolisanog HH neurona u nestabilnom (oscilatornom) režimu .....	24
Slika 19. (a) LIF neuron [19] (b) funkcija akcionog potencijala [4] .....	25
Slika 20. Poprečni presek sinapse i proces egzocitoze (preuzeto iz [21]) .....	26
Slika 21. (a) STDP mehanizam [4], (b) Procentualna promena težine u zavisnosti od $\Delta T$ [4] ...	27
Slika 22. Naponi u sinapsi (preuzeto iz [4]) .....	28
Slika 23. Uticaj akcionog potencijala na STDP (preuzeto iz [4]) .....	29
Slika 24. STDP funkcija kod Zamarenovog modela memristora .....	30
Slika 25. STDP funkcija kod VTEAM modela memristora .....	30



## Tabele

Tabela 1. Veza između struje i napona kod idealnog memristora .....	7
Tabela 2. Eksperimentalna definicija strujom i naponom kontrolisanog memristora [10].....	8
Tabela 3. Klasifikacija memristora [10] .....	9
Tabela 4. Parametri modelovanog HP modela .....	11
Tabela 5. Parametri realizovanog Zamarenovog modela memristora .....	14
Tabela 6. Parametri kojima su modelovani memristori [13] .....	16
Tabela 7. Složenost različitih neuronskih modela .....	18
Tabela 8. Parametri realizovanog redukovano ML neurona.....	20
Tabela 9. Parametri Hodžkin-Haksljevog modela [1] .....	22
Tabela 10. Parametri realizovanog LIF neurona.....	25
Tabela 11. Parametri VTEAM modela korišćeni za merenje STDP [24].....	31

## 1. UVOD

Istraživanja i razvoj veštačkih neuronskih mreža datiraju još od četrdesetih godina prošlog veka [1]. Da bi jednog dana veštačke neuronske mreže mogle dostići, pa čak i prevazići sposobnosti prirodnih neuronskih mreža, odnosno mozga, neophodno je verno modelovati njihove najvažnije gradivne elemente – neurone i sinapse.

U ovom radu je opisana softverska implementacija Moris-Lekarovog i Hodžkin-Haksljevog memristivnog modela prirodnog neurona, kao i Zamarenovog i VTEAM memristivnog modela sinapse. U Matlab-u i Simulink-u su implementirani matematički modeli memristora koji su iskorišćeni za simulaciju kalcijumovih, kalijumovih i natrijumovih jonskih kanala Moris-Lekarovog i Hodžkin-Haksljevog modela neurona. Na kraju, pokazano je kako se može implementirati STDP pravilo učenja na Zamarenovom i VTEAM memristivnom modelu sinapse.

Memristori omogućavaju novi i izuzetno pogodan način modelovanja određenih osobina neurona i sinapsi, zbog sposobnosti promene i zadržavanja tekuće vrednosti svoje otpornosti. Relativno skorašnja pojava memristora i drugih mem-elemenata je rezultat značajno povećanog interesovanja istraživačke zajednice, motivisane brojnim potencijalnim primenama memristivnih elemenata. Među ovim primenama istaknuto mesto zauzima oblast neuromorfnog računarstva [2], [3].

Ovaj rad se sastoji iz pet delova. Nakon prvog, uvodnog dela, u drugom delu je data matematička definicija memristora i opisani su HP, Zamarenov i VTEAM model memristora [4]. U trećem delu su opisani Moris-Lekarov i Hodžkin-Haksljev memristivni model neurona [5], kao i najčešće korišćeni LIF (engl. *Leaky Integrate and Fire*) nememristivni model prirodnog neurona. U četvrtom delu je definisano STDP (engl. *Spike Time Dependent Plasticity*) pravilo učenja na sinapsama. U petom delu je iznesen zaključak.

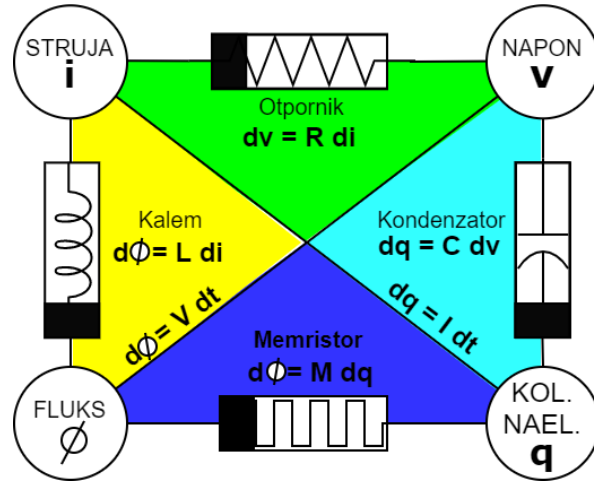
## 2. MEMRISTOR

### 2.1. DEFINICIJA MEMRISTORA

Memristor je prvi put opisan 1971. godine od strane Leona Čue [6] i predstavlja četvrti osnovni dvokrajni pasivni element u svojoj osnovnoj verziji. Sa stanovišta teorije električnih kola, četiri osnovne promenljive kola su struja, napon, količina naelektrisanja i fluks. One su i pre Čuinog postulata bile povezane preko konstitutivnih relacija otpornika, kalema i kondenzatora, kao i relacija koje povezuju struju sa količinom naelektrisanja, jednačina (1), i napon sa fluksom, jednačina (2). Međutim, nedostajala je veza između količine naelektrisanja i fluksa i element koji ih povezuje je nazvan memristor (Slika 1).

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau, \quad (1)$$

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau, \quad (2)$$



Slika 1. Veze između osnovnih dvokrajnih pasivnih elemenata i osnovnih promenljivih kola

Idealni pasivan memristor je definisan svojom konstitutivnom relacijom u  $\varphi - q$  ravni:  $\mathcal{M} = \{(\varphi, q): f_M(\varphi, q) = 0\}$ , pri čemu  $f_M(\varphi, q)$  mora biti jedinstvena, kontinualna, nelinearna i monotonno rastuća funkcija [6], [7], [8]. Konstitutivna relacija idealnog memristora se može predstaviti u dva ekvivalentna oblika u eksplicitnoj formi:  $\varphi = f(q)$  – u tom slučaju se kaže da je memristor kontrolisan količinom naelektrisanja i  $q = f^{-1}(\varphi) = g(\varphi)$  – u tom slučaju se kaže da je memristor kontrolisan fluksom [8]. Ukoliko diferenciramo obe strane po vremenu, dobićemo jednačine prikazane u Tabeli 1:

STRUJOM KONTROLISAN IDEALNI MEMRISTOR	NAPONOM KONTROLISAN IDEALNI MEMRISTOR
$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{df(q)}{dt} = \frac{df}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} \quad (3)$	$\frac{dq}{dt} = \frac{dg(\varphi)}{dt} = \frac{dg}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \quad (4)$
$v_{MR} = R(q)i_{MR} \quad (5)$	$i_{MR} = G(\varphi)v_{MR} \quad (6)$

Tabela 1. Veza između struje i napona kod idealnog memristora

U ovom radu će se memristori na čije je krajeve dovedena strujna pobuda zvati strujom kontrolisani memristori, dok će se memristori na čije je krajeve dovedena naponska pobuda zvati naponom kontrolisani memristori. U relaciji (5)  $R$  označava memristansu (otpornost) memristora, dok u relaciji (6)  $G$  označava memduktansu (provodnost) memristora. Nekad se u literaturi umesto oznaka  $R$  i  $G$  koriste oznake  $M$  i  $W$ , redom.

U opštem slučaju, memduktansa i memristansa memristora ne moraju da zavise od količine naelektrisanja i fluksa, već od nekog drugog fizičkog procesa. Kako bi se apstrahovala unutrašnja struktura memristora, fizički procesi su najčešće modelovani promenljivom stanja koja će se u ovom radu označavati sa  $x$  ili ukoliko je reč o vektoru sa  $\mathbf{x}$ . Postoje tri „otiska prsta“ koje zadovoljava svaki memristor [8], [9]:

1. uštinuta histerezisna petlja,
2. površina koja je obuhvaćena histerezisnom petljom se smanjuje kako se frekvencija povećava,
3. uštinuta histerezisna petlja se degeneriše u nelinearni otpornik pri beskonačnoj frekvenciji.

Eksperimentalna definicija memristora je priložena u Tabeli 2. Memristor, kao i svi drugi fizički elementi, poseduje parazitne efekte, koje je veoma teško korektno modelovati. Zbog toga je moguće da se pojave neke nesavršenosti prilikom eksperimentalnog određivanja strujno-naponske karakteristike nekog elementa. Na primer, moguće je da se uštinuće ne pojavi tačno u koordinatnom početku već veoma blizu [10]. Takve nesavršenosti se mogu modelovati sa naponskim i strujnim izvorima, ali se to u ovom radu neće razmatrati.

<b><i>STRUJOM KONTROLISAN MEMRISTOR</i></b>	<b><i>NAPONOM KONTROLISAN MEMRISTOR</i></b>
Dvoprístupni element je strujom kontrolisani memristor akko, za sve periodične strujne pobude sa nultom srednjom vrednošću, koje stvaraju periodičan naponski odziv iste frekvencije, uvek važi da će naponsko-strujna karakteristika imati oblik uštinutog histerezisa koji uvek prolazi kroz koordinatni početak.	Dvoprístupni element je naponom kontrolisani memristor akko, za sve periodične naponske pobude sa nultom srednjom vrednošću, koje stvaraju periodičan strujni odziv iste frekvencije, uvek važi da će strujno-naponska karakteristika imati oblik uštinutog histerezisa koji uvek prolazi kroz koordinatni početak.

Tabela 2. Eksperimentalna definicija strujom i naponom kontrolisanog memristora [10]

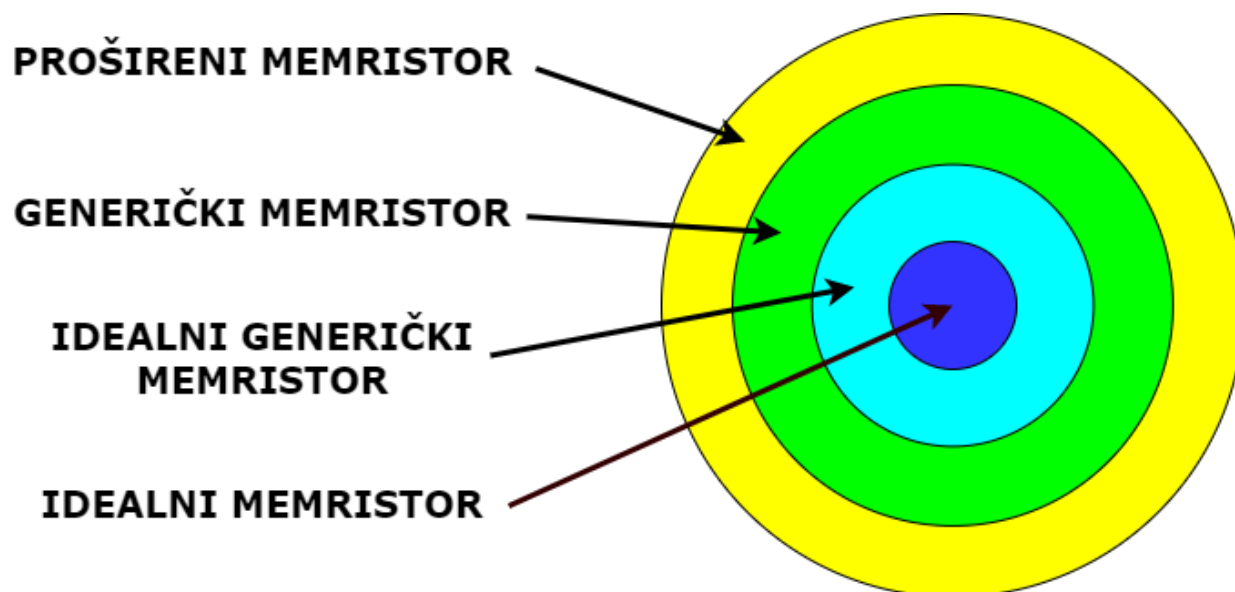
## 2.2. DEFINICIJA REZISTIVNIH ELEMENATA

Zbog česte upotrebe u radu, neophodno je definisati dve klase rezistivnih elemenata. Vremenski nepromenljiv jednopristupni rezistivni elementi su definisani mnoštvom  $(v, i)$  vrednosti:  $\mathcal{R} = \{(v, i) \mid (v, i) \in \mathbb{R}^2\}$ . Slično, vremenski promenljivi jednopristupni rezistivni elementi su definisani mnoštvom  $(v, i, t)$  vrednosti:  $\mathcal{R} = \{(v, i, t) \mid (v, i, t) \in \mathbb{R}^3\}$ .

Regularan vremenski nepromenljiv otpornik je jednopristupni rezistivni element definisan relacijom  $\mathcal{R} = \{(v, i): f_R(v, i) = 0\}$ , pri čemu je  $f_R(v, i)$  funkcija koja može, a ne mora biti linearna. Slično, regularan vremenski promenljiv otpornik je jednopristupni rezistivni element definisan relacijom  $\mathcal{R} = \{(v, i, t): f_R(v, i, t) = 0\}$ , pri čemu je  $f_R(v, i, t)$  funkcija koja može, a ne mora biti linearna. Dalje će se podrazumevati da je otpornik regularan i neće se posebno naglašavati [7], [11].

## 2.3. KLASIFIKACIJA MEMRISTORA

Memristori se mogu razvrstati u četiri klase zavisno od svoje složenosti. Najjednostavnija klasa se zove idealni memristor i on je opisan u poglavlju 1.1. Sledeća nadklasa po složenosti se zove idealni generički memristor, gde se kontrolišući fluks ili količina naelektrisanja zamenjuje nekim drugim kontrolišućim fizičkim procesom. Treća klasa se zove generički memristor i kod njega promena stanja ne zavisi linearno od kontrolišuće struje  $i_{MR}$  ili napona  $v_{MR}$ . Poslednja i najopštija klasa se zove prošireni memristor i kod njega memduktansa, odnosno memristansa ne zavise samo od promenljive stanja već i od kontrolišuće struje  $i_{MR}$  ili napona  $v_{MR}$ . Venov dijagram klase, kao i njihove matematičke definicije se mogu videti u Tabeli 3 i na Slici 2, redom.



Slika 2. Venov dijagram klasa memristora [10]

	STRUJOM KONTROLISAN	NAPONOM KONTROLISAN
<b>PROŠIRENI MEMRISTOR</b>	$v_{MR} = R(x, i_{MR}) \cdot i_{MR}$ $R(x, i_{MR}) \neq \infty$ $\frac{dx}{dt} = f(x, i_{MR})$	$i_{MR} = G(x, v_{MR}) \cdot v_{MR}$ $G(x, v_{MR}) \neq \infty$ $\frac{dx}{dt} = g(x, v_{MR})$
<b>GENERIČKI MEMRISTOR</b>	$v_{MR} = R(x) \cdot i_{MR}$ $\frac{dx}{dt} = f(x, i_{MR})$	$i_{MR} = G(x) \cdot v_{MR}$ $\frac{dx}{dt} = g(x, v_{MR})$
<b>IDEALNI GENERIČKI MEMRISTOR</b>	$v_{MR} = R(x) \cdot i_{MR}$ $\frac{dx}{dt} = f(x) \cdot i_{MR}$	$i_{MR} = G(x) \cdot v_{MR}$ $\frac{dx}{dt} = g(x) \cdot v_{MR}$
<b>IDEALNI MEMRISTOR</b>	$v_{MR} = R(q_{MR}) \cdot i_{MR}$ $\frac{dq_{MR}}{dt} = i_{MR}$	$i_{MR} = G(\varphi_{MR}) \cdot v_{MR}$ $\frac{d\varphi_{MR}}{dt} = v_{MR}$

Tabela 3. Klasifikacija memristora [10]

## 2.4. HP-OV MODEL MEMRISTORA

Prvi memristor je pronađen 37 godina nakon što je teorijski predviđeno njegovo postojanje, zahvaljujući istraživačima iz HP laboratorije, po kojoj je ovaj memristor dobio ime [12]. HP memristor spada u klasu idealnih memristora i definisan je sledećim konstitutivnim relacijama:

$$R(x) = R_{ON} \frac{x}{D} + R_{OFF} \left(1 - \frac{x}{D}\right), \quad (7)$$

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \cdot i_{MR} = \mu_V \frac{R_{ON}}{D} i_{MR}. \quad (8)$$

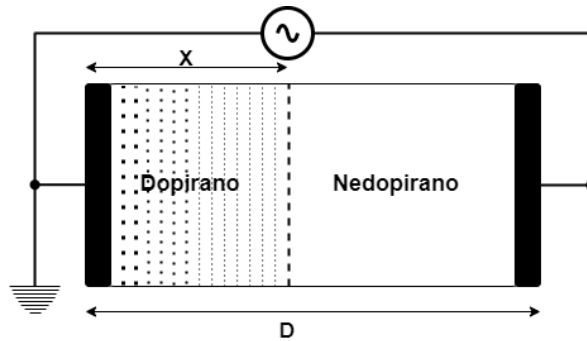
Integracijom jednačine (8) dobija se:

$$x = \mu_V \frac{R_{ON}}{D} q_{MR}. \quad (9)$$

Ukoliko pretpostavimo da je  $R_{ON} \ll R_{OFF}$ , uvrštavanjem jednačine (9) u jednačinu (7) dobijemo:

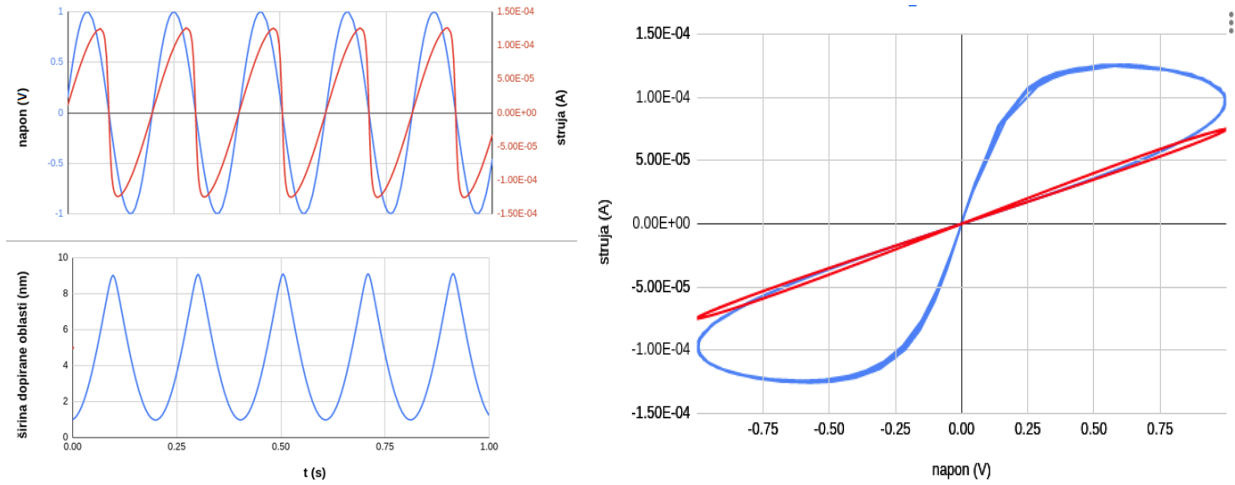
$$R(q_{MR}) = R_{OFF} \left(1 - \frac{\mu_V R_{ON}}{D^2} q_{MR}\right). \quad (10)$$

HP memristor se sastoji iz tankog poluprovodničkog filma titanijum dioksida debljine  $D$  čiji su krajevi povezani na dve elektrode. Inicijalno, jedan kraj datog filma ima veliku količinu dopanta (smanjenu koncentraciju kiseonika) čime se značajno smanjuje otpornost tog dela i iznosi  $R_{ON}$ . Drugi kraj filma ima mnogo manju koncentraciju dopanta zbog čega ima veću otpornost koja iznosi  $R_{OFF}$ . Dopanti se ponašaju kao prenosioci naelektrisanja, dovođenjem napona na elektrode oni driftuju čime se pomera barijera između dopirane i nedopirane oblasti. Promenljiva stanja  $x$  predstavlja širinu dopirane oblasti i može imati vrednosti između 0 i  $D$ , Slika 3. Parametar  $\mu_V$  predstavlja srednju vrednost pokretljivosti jona.



Slika 3. HP memristor

U implementiranom Simscape modelu je odabrano da se promena širine dopirane oblasti zaustavi ukoliko ona dođe do granične vrednosti,  $\frac{dx}{dt} = 0$ , sve dok se ne promeni smer napona. Parametri za simulaciju modela su odabrani tako da se širina dopirane oblasti kreće između 1 nm i 9 nm, čime bi se izbegao prilazak graničnim vrednostima. Parametri su prikazani u Tabeli 4. Izvršena je Simulink simulacija za različite frekvencije  $f$  prostoperiodičnog naponskog izvora, čime je pokazano da strujno-naponska karakteristika modela zadovoljava tri „otiska prsta memristora“, Slika 4b. Talasni oblici signala sa Slika 4a i 4b odgovaraju talasnim oblicima iz [12].



Slika 4. (a) Gore: zavisnost napona (plavo), struje (crveno) od vremena  
Dole: zavisnost širine dopirane oblasti od vremena  
(b) Strujno-naponska karakteristika za  $f=4.9$  Hz (plavo) i  $f=17.7$  Hz (crveno)

$R_{ON}(k\Omega)$	16	$x_0(nm)$	1
$R_{OFF}(k\Omega)$	0.1	$D(nm)$	10
$\mu_V(\frac{cm^2}{sV})$	$10^{-10}$	$f$ (Hz)	4.9

Tabela 4. Parametri modelovanog HP modela

## 2.5. ZAMARENOV MODEL MEMRISTORA

Zamarenov model [4] spada u klasu naponom kontrolisanih generičkih memristora. Dati model je motivisan „pomerajućom barijerom“ HP memristora - promenljiva stanja  $x$  reprezentuje položaj barijere (izraženo u voltima), njena vrednost se može nalaziti u opsegu  $[x_{min}, x_{max}]$  i



memristansa ima linearnu zavisnost od njenog položaja, jednačina (11). Konstitutivne relacije implementiranog modela glase:

$$R(x) = k_R \cdot (x + x_0), \quad (11)$$

$$C_{MR} \dot{x} = i_g(v_{MR}) - i_{SAT}(x), \quad (12)$$

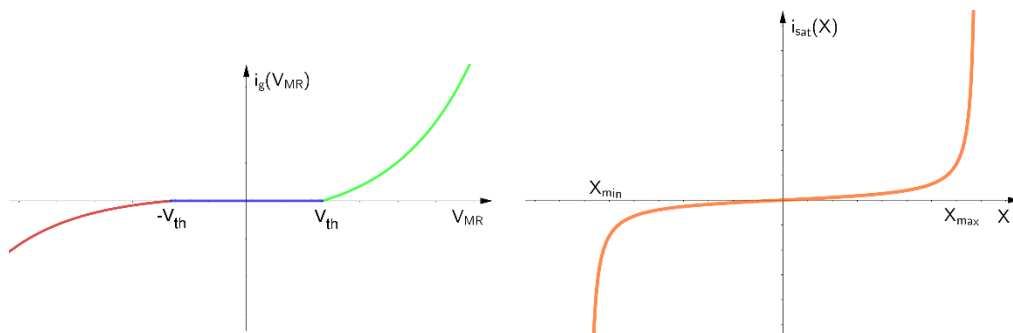
$$i_g(v_{MR}) = \begin{cases} I_0 \cdot \text{sign}(v_{MR}) \cdot [e^{|v_{MR}|/v_0} - e^{v_{th}/v_0}], & |v_{MR}| > v_{th} \\ 0, & \text{u suprotnom} \end{cases} \quad (13)$$

$$i_{SAT} = 0.005 \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{x_{max}}\right). \quad (14)$$

Za razliku od HP-ovog modela memristora, jednačina stanja Zamarenovog memristora ima eksponencijalnu zavisnost od ulaznog napona  $v_{MR}$  i poseduje naponski prag  $v_{th}$ , kako bi se tačnije modelovale fizičke pojave [4].

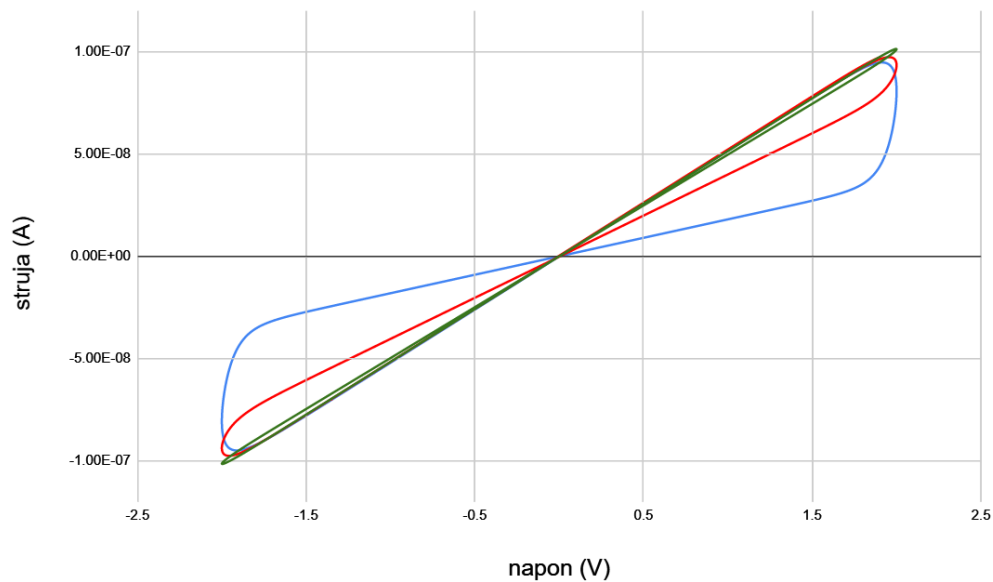
Funkcija struje  $i_g$  dominantno oblikuje desnu stranu jednačine stanja (12). Promena vrednosti promenljive stanja je moguća tek ukoliko apsolutna vrednost napona na memristoru  $|v_{MR}|$  pređe naponski prag  $|v_{th}|$ , Slika 5a. Jedan primer prirodnog sistema koji može biti modelovan na ovaj način su sinapse između neurona. Potrebno je da se dostigne određen naponski prag na membrani neurona kako bi se otvorio odgovarajući jonski kanal i omogućio protok pozitivno i negativno naelektrisanih jona.

Struja  $i_{SAT}$  je saturaciona funkcija koja onemogućava prekoračenje opsega promenljive stanja. Njena vrednost je zanemariva sve dok se promenljiva stanja ne približi graničnoj vrednosti. Idealizovan oblik funkcije  $i_{SAT}$  je prikazan na Slici 5b i u ovom radu je odabrano da data funkcija bude definisana sa tangens funkcijom, jednačina (14).

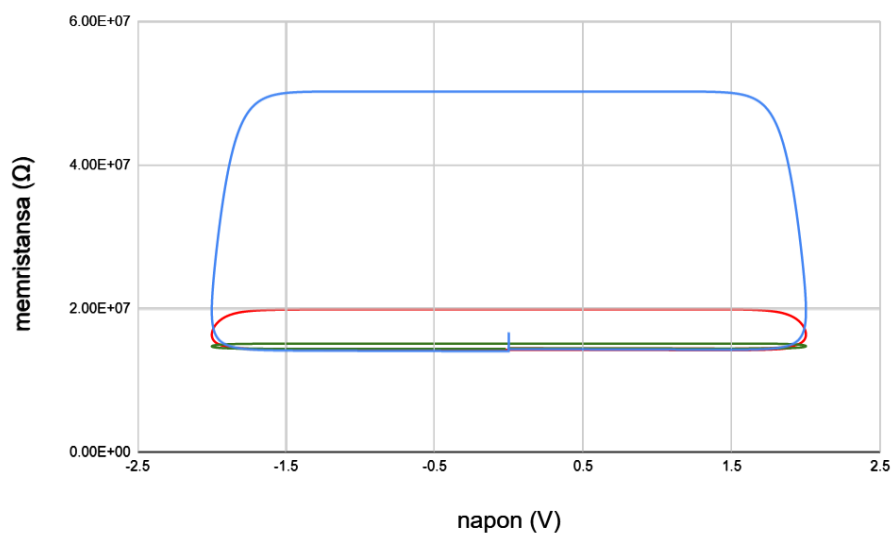


Slika 5. Oblici funkcija (a)  $i_g(v_{MR})$  i (b)  $i_{SAT}(x)$

Parametri modelovanog Zamarenovog memristora su prikazani u Tabeli 5 i odabrani su tako da maksimalna vrednost otpornosti iznosi  $100\text{ M}\Omega$ , dok minimalna vrednost otpornosti iznosi otprilike  $10\text{ M}\Omega$ . Na Slikama 6 i 7 se mogu primetiti strujno-naponska karakteristika, kao i zavisnost otpornosti od napona za prostoperiodične pobude frekvencije 200 Hz (plavo), 400 Hz (crveno) i 2000 Hz (zeleno), pri početnom stanju koje iznosi  $x_0 = -9\text{ V}$ .



Slika 6. Strujno-naponska karakteristika Zamarenovog modela memristora



Slika 7. Zavisnost memristanse od napona kod Zamarenovog memristora

$x_{min}(V)$	-10	$k_R^{-1}(nA)$	222	$I_0(\mu A)$	10
$x_{max}(V)$	10	$C_{MR}(mF)$	10	$v_0(V)$	0.1
$x_0(V)$	-9			$v_{th}(V)$	1

Tabela 5. Parametri realizovanog Zamarenovog modela memristora

## 2.6. VTEAM MODEL MEMRISTORA

VTEAM (engl. *Voltage ThrEshold Adaptive Memristor*) model [13] naponom kontrolisanog memristora spada u klasu generičkih memristora i definisan je sledećom jednačinom stanja:

$$\frac{dx}{dt} = g(x, v) = \begin{cases} k_{OFF} \cdot \left( \frac{v_{MR}}{v_{OFF}} - 1 \right)^{\alpha_{OFF}} \cdot g_{OFF}(x), & 0 < v_{OFF} < v \\ 0, & v_{ON} < v < v_{OFF} \\ k_{ON} \cdot \left( \frac{v_{MR}}{v_{ON}} - 1 \right)^{\alpha_{ON}} \cdot g_{ON}(x), & v < v_{ON} < 0 \end{cases} \quad (15)$$

Postoje dve verzije formule za memduktansu VTEAM modela, u zavisnosti od toga da li se model fituje za linearnu zavisnost (po uzoru na HP-ov model), jednačina (16), ili eksponencijalnu zavisnost, jednačina (17), memduktanse od promenljive stanja:

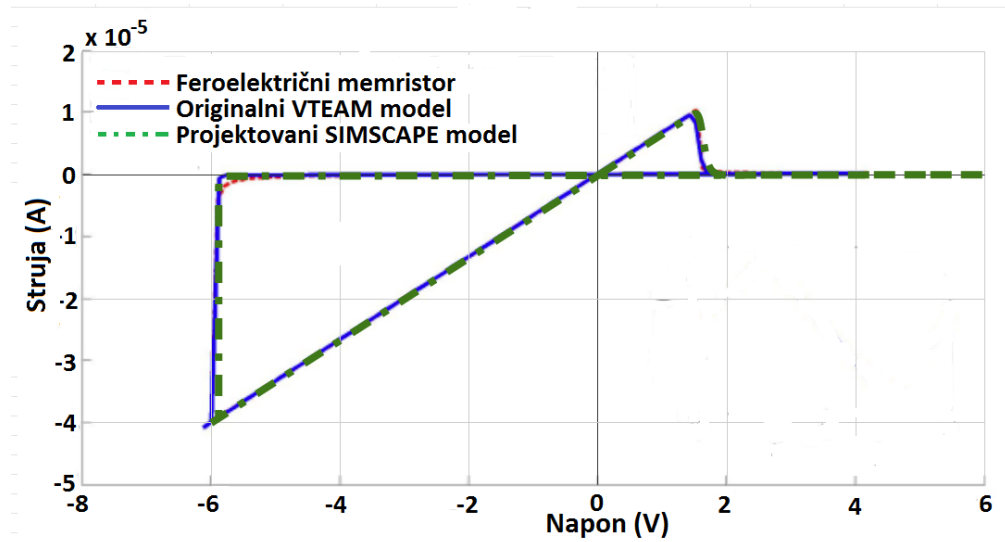
$$G(x) = \left[ R_{ON} + \frac{R_{OFF} - R_{ON}}{x_{OFF} - x_{ON}} (x - x_{ON}) \right] \quad (16)$$

$$G(x) = \frac{e^{-\frac{\lambda}{x_{OFF} - x_{ON}}(x - x_{ON})}}{R_{ON}} \quad (17)$$

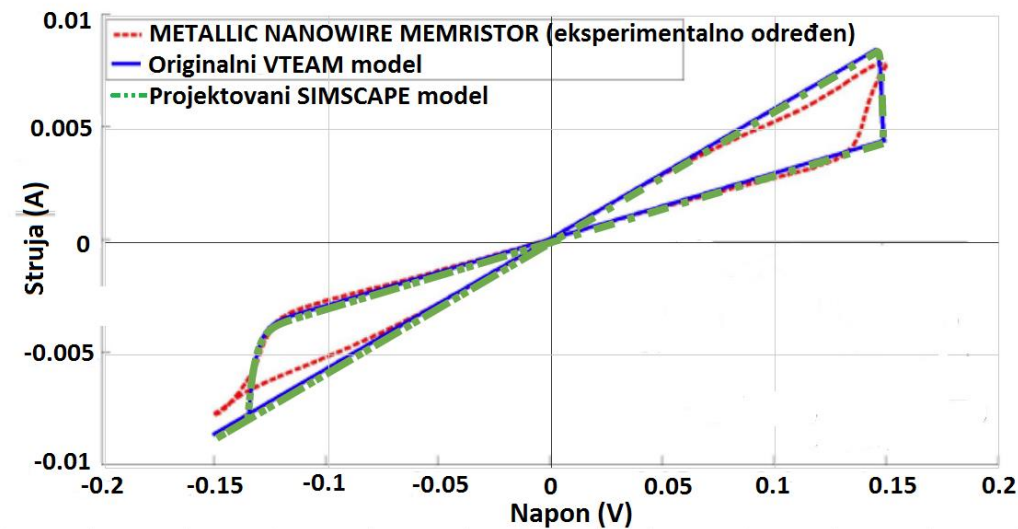
Prednost VTEAM modela je njegova jednostavnost i fleksibilnost, moguće je fitovati model na proizvoljnu memristivnu strujno-naponsku karakteristiku [13]. U datim jednačinama, parametri  $R_{ON}$ ,  $R_{OFF}$ ,  $x_{ON}$ ,  $x_{OFF}$ ,  $k_{OFF}$ ,  $k_{ON}$ ,  $\alpha_{OFF}$ ,  $\alpha_{ON}$ ,  $v_{OFF}$  i  $v_{ON}$  su konstante koje se fituju za merene vrednosti memristora.  $R_{ON}$  i  $R_{OFF}$  predstavljaju maksimalnu i minimalnu otpornost memristora.  $x_{ON}$  i  $x_{OFF}$  predstavljaju maksimalnu i minimalnu vrednost unutrašnje promenljive stanja. Konstanta  $k_{OFF}$  mora biti pozitivan broj, dok konstanta  $k_{ON}$  mora biti negativan broj. Naponski pragovi  $v_{OFF}$  i  $v_{ON}$  modeluju promenu vrednosti promenljive stanja samo ukoliko je napon na memristoru veći ili manji od datih pragova.  $\lambda$  je parametar koji služi za fitovanje i dobija se rešavanjem jednačine  $e^{\lambda} = \frac{R_{OFF}}{R_{ON}}$ . Funkcije  $g_{OFF}(x)$  i  $g_{ON}(x)$  predstavljaju funkcije koje imaju ulogu da ograniče vrednost promenljive stanja u opsegu  $[x_{ON}, x_{OFF}]$  i u ovom radu su to prozorske funkcije:

$$g_{OFF}(x) = g_{ON}(x) = \begin{cases} 1, & x_{ON} < x < x_{OFF} \\ 0, & \text{inače} \end{cases} \quad (18)$$

Kao primer, u Tabeli 6 se mogu videti parametri feroelektričnog i *metallic nanowire* memristora koji su fitovani za VTEAM model, dok na Slikama 8 i 9 se može videti strujno-naponska karakteristika datih memristora za model koji je implementiran u ovom radu (zeleno), originalni VTEAM model [13] (plavo) i eksperimentalno određene podatke (crveno). Slike su originalno preuzete iz [13].



Slika 8. Strujno-naponska karakteristika feroelektričnog memristora



Slika 9. Strujno-naponska karakteristika metallic nanowire memristora

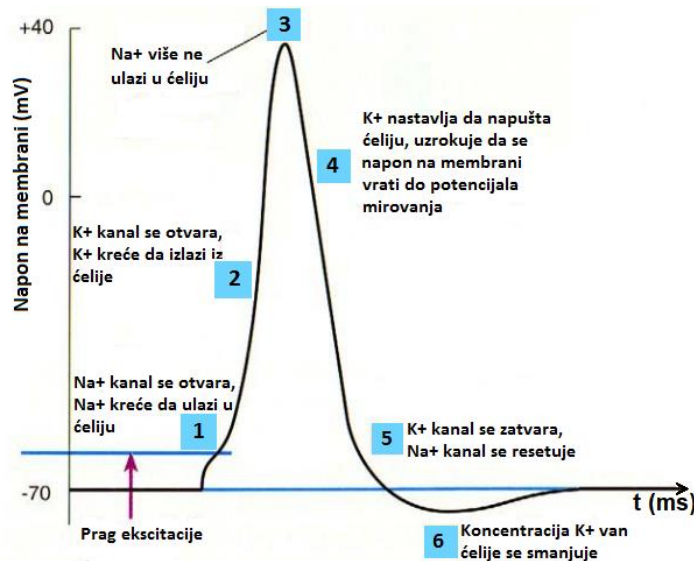
	Feroelektrični memristor	<i>Metallic nanowire</i> memristor
$\alpha_{OFF}$	5	3
$\alpha_{ON}$	5	9
$v_{OFF}$ (V)	1.4	0.145
$v_{ON}$ (V)	-5.7	-0.09
$R_{OFF}$ ( $\Omega$ )	$5 \cdot 10^7$	34
$R_{ON}$ ( $\Omega$ )	$1.5 \cdot 10^5$	17.3
$k_{OFF}$ (m/s)	$10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$
$k_{ON}$ (m/s)	-30	$-1.32 \cdot 10^{-6}$
$x_{OFF}$ (nm)	10	10
$x_{ON}$ (nm)	0	0
$x_0$ (nm)	0	0
Oblik zavisnosti memduktanse od napona	Linearni	Eksponecijalni

Tabela 6. Parametri kojima su modelovani memristori [13]

### 3. MODELI PRIRODNOG NEURONA

#### 3.1. AKCIONI POTENCIJAL

Neuronske ćelije su ekscitabilne, odnosno razlika potencijala na njihovim membranama se lako može narušiti i one mogu da šalju informacije susednim ćelijama elektrohemijski, preko naelektrisanih jona. Dok je membrana zatvorena, nema protoka jona i postoji konstantna razlika potencijala između dva kraja ćelijske membrane, koja se zove potencijal mirovanja (engl. *resting potential*). Prilikom kretanja jona, razlika potencijala poprimi oblik šiljka (engl. *spike*) koji se zove akcioni potencijal (engl. *action potential*). Na Slici 10 je prikazano kako se stvara akcioni potencijal za jedan tip neuronske ćelije. Akcioni potencijal ima značajnu ulogu jer biološkim sinapsama omogućava promenu težine sinaptičkih veza [14].



Slika 10. Akcioni potencijal (preuzeto iz [1])

Neuroni su veoma složene ćelije i kretanje jona predstavlja deo njihovog celokupnog načina funkcionisanja. Različiti modeli neurona opisuju različite osobine neurona, međutim u ovom radu će se razmatrati samo modeli koji okidaju akcioni potencijal. Takvi modeli se mogu podeliti po svojoj složenosti, odnosno biološkoj vernosti na tri kategorije – eksplicitni modeli, koji su biološki najtačniji, ali zahtevaju najviše računarskih operacija i simulacije su uglavnom spore; generalni modeli, koji opisuju biološko ponašanje ali izostavljaju neke fizičke karakteristike koje uzrokuju takvo ponašanje; i generički modeli koji okidaju impuls nakon što je pređen neki prag [1], koji se zove prag ekscitacije (engl. *threshold of excitation*). Generički modeli su najjednostavniji i brzo se simuliraju, ali nisu toliko precizni.

U nastavku ovog poglavlja su opisana tri modela – Moris-Lekarov, Hodžkin-Haksljev i LIF model neurona. U radu [15] je tabelarno opisana razlika u njihovoj složenosti, Tabela 7:

Neuronski model	Hodžkin-Haksljev	Moris-Lekarov	LIF
Broj računarskih operacija potrebnih da bi se okinuo akcioni potencijal	1200	600	9-13
Složenost jednačina	Najveća	Srednja	Najmanja

Tabela 7. Složenost različitih neuronskih modela

### 3.2. MORIS-LEKAROV MODEL

Moris-Lekarov (ML) model [5] predstavlja eksplicitni model neuronske ćelije i zasnovan je na mišićnim vlaknima podklase ljuskara, vitičarima (lat. *Cirripedia*), Slika 11. Pokazano je da je za električnu interpretaciju jonskih kanala ML modela neurona potrebno koristiti memristore, umesto vremenski promenljivih otpornika [16], što je prikazano na Slici 12a. Sastoji se iz tri diferencijalne jednačine koje opisuju način okidanja akcionog potencijala. Konstitutivne relacije ML modela neurona su definisane na sledeći način:



Slika 11. Vitičari [26]

$$I = C_M \frac{dV}{dt} + I_{ionic}, \quad (19)$$

$$I_{ionic} = I_{Ca} + I_K + I_L, \quad (20)$$

$$I_{Ca} = \bar{g}_{Ca} \cdot M \cdot (V - E_{Na}), \quad (21)$$

$$I_K = \bar{g}_K \cdot N \cdot (V - E_K), \quad (22)$$

$$I_L = g_L \cdot (V - E_L), \quad (23)$$

$$\frac{dM}{dt} = \lambda_M(V)[M_\infty(V) - M], \quad (24)$$

$$\frac{dN}{dt} = \lambda_N(V)[N_\infty(V) - N], \quad (25)$$

gde su:

$$M_{\infty}(V) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left[ \frac{V - V_1}{V_2} \right] \right\}, \quad (26)$$

$$\lambda_M(V) = \bar{\lambda}_M \cosh \left[ \frac{V - V_1}{2V_2} \right], \quad (27)$$

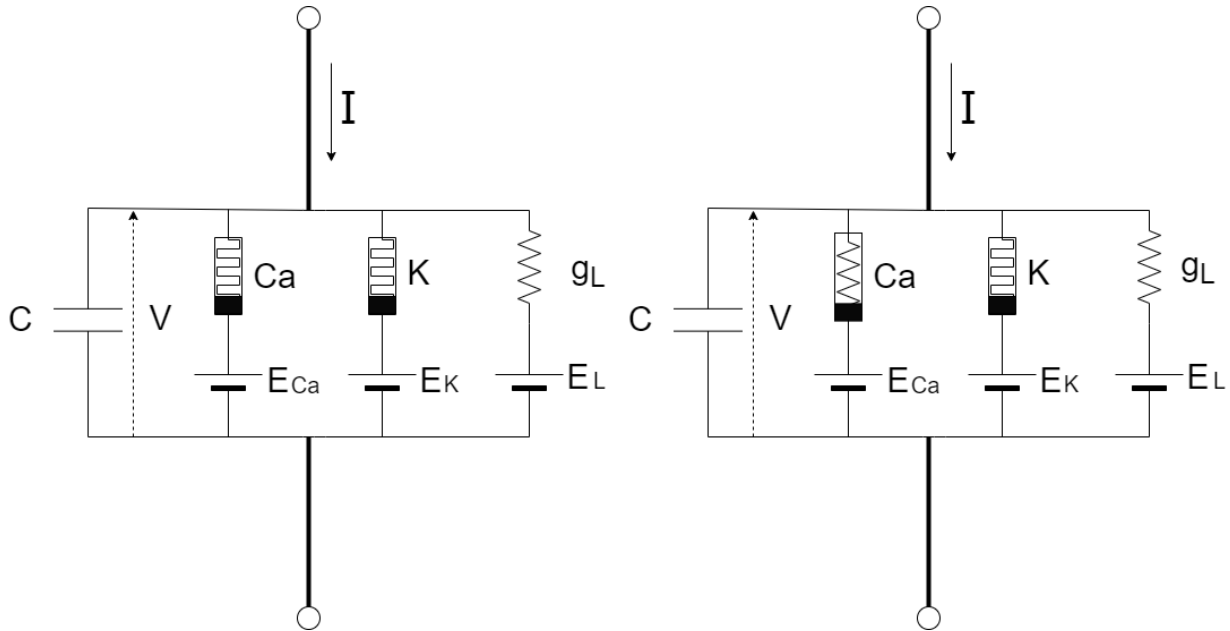
$$N_{\infty}(V) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left[ \frac{V - V_3}{V_4} \right] \right\}, \quad (28)$$

$$\lambda_N(V) = \bar{\lambda}_N \cosh \left[ \frac{V - V_3}{2V_4} \right]. \quad (29)$$

Jednačine (13) i (16) se mogu pojednostaviti ukoliko se pretpostavi da je kalcijumov jonski kanal značajno brži nego kalijumov, pa će važiti  $\frac{dM}{dt} = 0$ . Time, jednačina (13) postaje:

$$I_{Ca} = \bar{g}_{Ca} \cdot M_{\infty}(V) \cdot (V - E_{Na}). \quad (30)$$

Redukovani izraz pojednostavljuje modelovanje kalcijumovog kanala pomoću nelinearnog otpornika, Slika 12b. Model poseduje parametre  $\bar{g}_{Na}$ ,  $\bar{g}_K$ ,  $g_L$ ,  $E_{Ca}$ ,  $E_K$ ,  $E_L$ ,  $C_M$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ,  $V_4$  i  $\bar{\lambda}_N$ . Vrednosti parametara datog redukovanog ML neurona su prikazane u Tabeli 8.



Slika 12. (a) Memristivni model ML neurona,  
(b) Redukovani memristivni model ML neurona



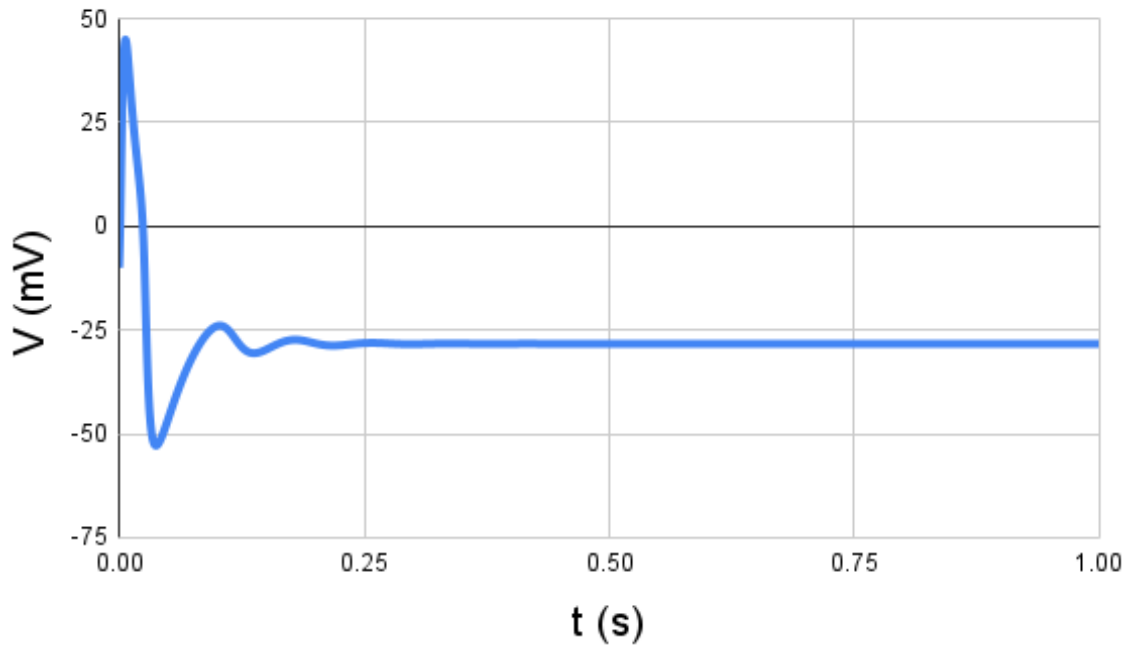
$\bar{g}_{Ca} (mS cm^{-2})$	4.4	$E_{Ca} (mV)$	120	$C_M (\mu F cm^{-2})$	20	$V_1 (mV)$	-1.2
$\bar{g}_K (mS cm^{-2})$	8	$E_K (mV)$	-84	$\bar{\lambda}_N (ms^{-1})$	0.04	$V_2 (mV)$	18
$g_L (mS cm^{-2})$	2	$E_L (mV)$	-60			$V_3 (mV)$	2
						$V_4 (mV)$	30

Tabela 8. Parametri realizovanog redukovanog ML neurona

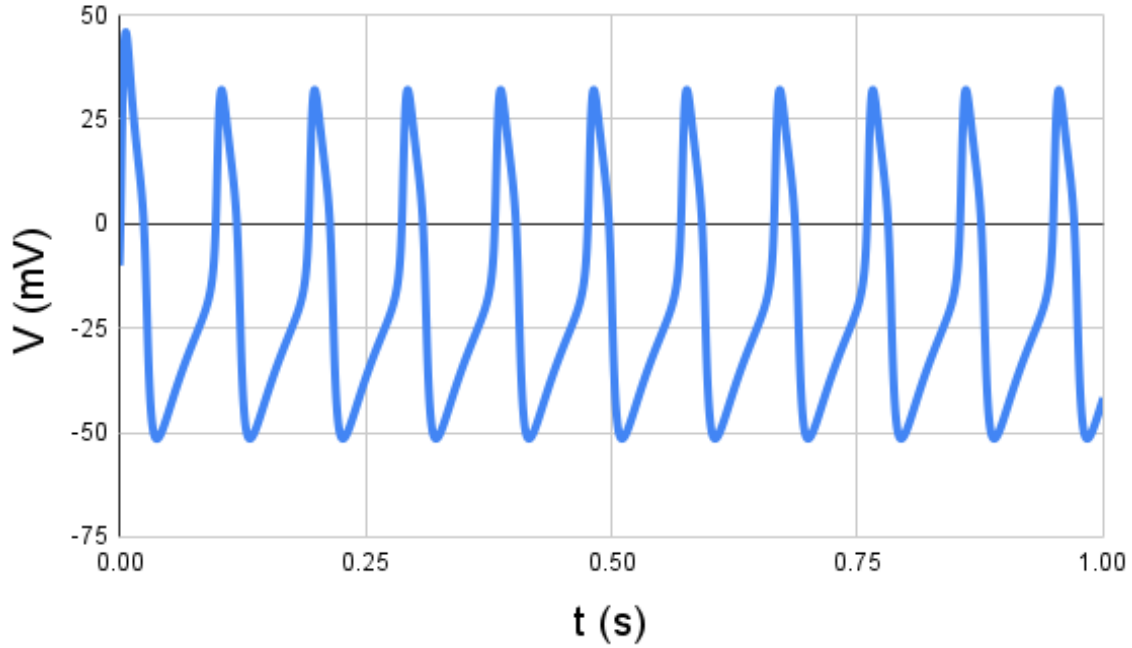
ML neuron se može naći u tri stanja ukoliko je pobuđen jediničnom pobudom

$$i(t) = I \cdot h(t), \quad (31)$$

gde je  $h(t)$  Hevisajdova funkcija: stabilno, bistabilno i nestabilno (oscilatorno) stanje, zavisno od vrednosti konstante  $I$  i početnog stanja neurona [16]. U stabilnom stanju, napon se približava radnoj tački određenoj vrednošću  $I = 85 \mu A cm^{-2}$ , Slika 13. U nestabilnom (oscilatornom) stanju, napon, odnosno akcioni potencijal periodično osciluje pri vrednosti  $I = 93 \mu A cm^{-2}$ , Slika 14. U oba slučaja svi parametri su kao u Tabeli 8.



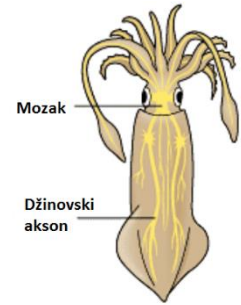
Slika 13. Talasni oblik vremenskog signala napona strujom kontrolisanog ML neurona u stabilnom režimu



Slika 14. Talasni oblik vremenskog signala napona strujom kontrolisanog ML neurona u nestabilnom (oscilatornom) režimu

### 3.3. HODŽKIN-HAKSLIJEV MODEL

Jedan od prvih preciznih modela neurona predstavlja Hodžkin-Hakslijev (HH) model [17], zasnovan na džinovskom aksonu lignje, Slika 15, za šta su dobili Nobelovu nagradu 1963. godine. Kao i za ML neuron, pokazano da se ni ovaj model neurona ne sastoji iz vremenski promenljivih otpornika, već iz memristora [18]. Model poseduje četiri diferencijalne jednačine koje opisuju način okidanja akcionog potencijala. Dati neuron je u osnovnoj verziji definisan sledećim konstitutivnim relacijama:



Slika 15. Džinovski akson lignje [25]

$$I = C_M \frac{dV}{dt} + I_{ionic}, \quad (32)$$

$$I_{ionic} = I_{Na} + I_K + I_L, \quad (33)$$

$$I_{Na} = \bar{g}_{Na} m^3 h (V - E_{Na}), \quad (34)$$

$$I_K = \bar{g}_K n^4 (V - E_K), \quad (35)$$

$$I_L = g_L(V - E_L), \quad (36)$$

$$\frac{dn}{dt} = a_n(1 - n) - b_n n, \quad (37)$$

$$\frac{dm}{dt} = a_m(1 - m) - b_m n, \quad (38)$$

$$\frac{dh}{dt} = a_h(1 - h) - b_h h. \quad (39)$$

Funkcije  $a_n$ ,  $b_n$ ,  $a_m$ ,  $b_m$ ,  $a_h$  i  $b_h$  mogu imati različite forme [1]:

$$a_n = 0.01 \frac{V + 10}{e^{\left(\frac{V+10}{10} - 1\right)}} \quad (40)$$

$$a_n = \frac{0.1 - 0.01 \cdot V}{e^{1-0.1V} - 1} \quad (46)$$

$$b_n = 0.125 e^{\frac{V}{80}} \quad (41)$$

$$b_n = 0.125 e^{\frac{-V}{80}} \quad (47)$$

$$a_m = 0.1 \frac{V + 25}{e^{\left(\frac{V+25}{10} - 1\right)}} \quad (42)$$

$$a_m = \frac{0.1 - 0.01 \cdot V}{e^{2.5-0.1V} - 1} \quad (48)$$

$$b_m = 4 e^{\frac{V}{18}} \quad (43)$$

$$b_m = 4 e^{\frac{-V}{18}} \quad (49)$$

$$a_h = 0.07 e^{\frac{V}{20}} \quad (44)$$

$$a_h = 0.07 e^{\frac{-V}{20}} \quad (50)$$

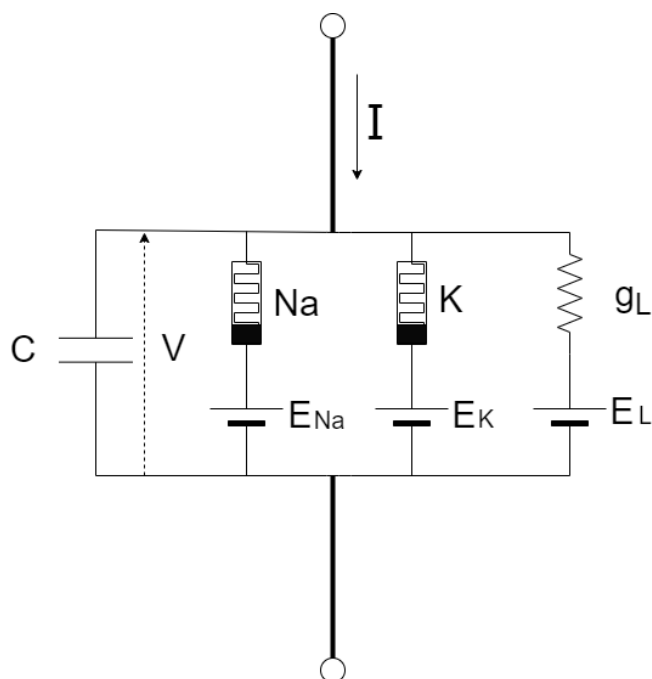
$$b_h = \left( e^{\left(\frac{V+30}{10}\right)} + 1 \right)^{-1} \quad (45)$$

$$b_h = (e^{3-0.1V} + 1)^{-1} \quad (51)$$

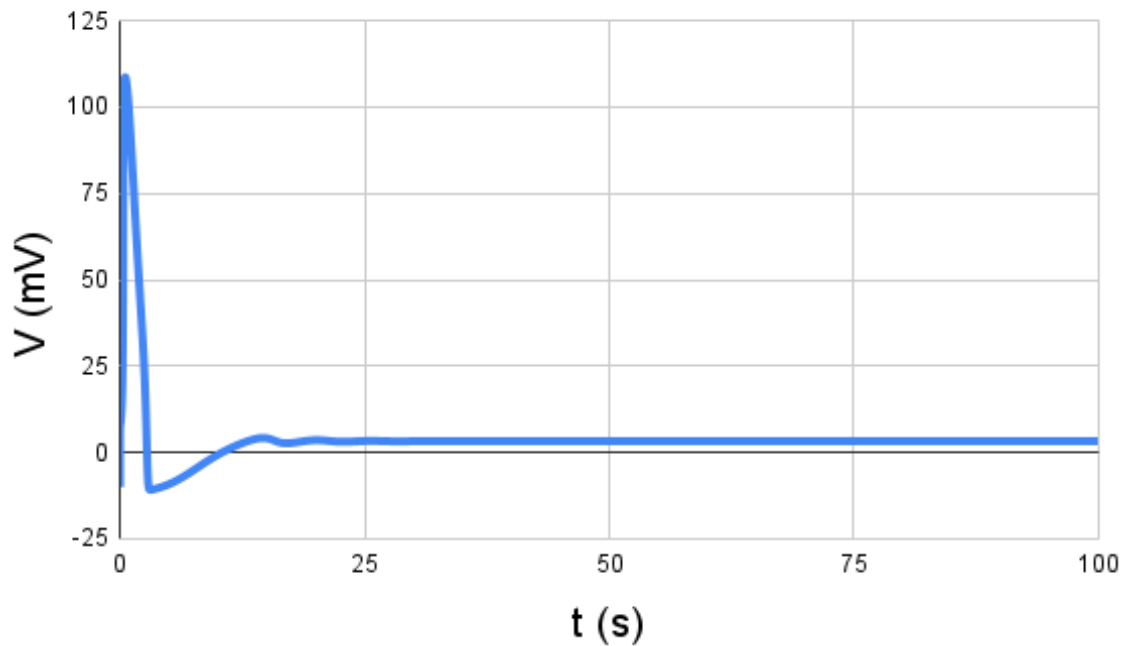
Date jednačine opisuju sistem sa Slike 16. Model poseduje tri promenljive stanja,  $m$ ,  $n$  i  $h$ , koji po definiciji mogu imati vrednosti između 0 i 1. Promenljive  $\bar{g}_{Na}$ ,  $\bar{g}_K$ ,  $g_L$ ,  $E_{Na}$ ,  $E_K$ ,  $E_L$  i  $C_M$  su fitovane kako bi što približnije odgovarale prirodnom neuronu. U ovom radu su kao definicije funkcija  $a_n$ ,  $b_n$ ,  $a_m$ ,  $b_m$ ,  $a_h$  i  $b_h$  korišćene jednačine (46)-(51), pri čemu napon  $V$  mora biti izražen u milivoltima. Parametri su preuzeti iz [1] i prikazani su u Tabeli 9. Na Slikama 17 i 18 je prikazan naponski odziv HH neurona u stabilnom i nestabilnom (oscilatornom) stanju, pobuđen jediničnom funkcijom (31) amplituda  $I = 5 \mu A cm^{-2}$  i  $I = 8 \mu A cm^{-2}$ , redom.

$\bar{g}_{Na}(mS cm^{-2})$	120	$E_{Na}(mV)$	115	$C_M(\mu F cm^{-2})$	1
$\bar{g}_K(mS cm^{-2})$	36	$E_K(mV)$	-12		
$g_L(mS cm^{-2})$	0.3	$E_L(mV)$	10.6		

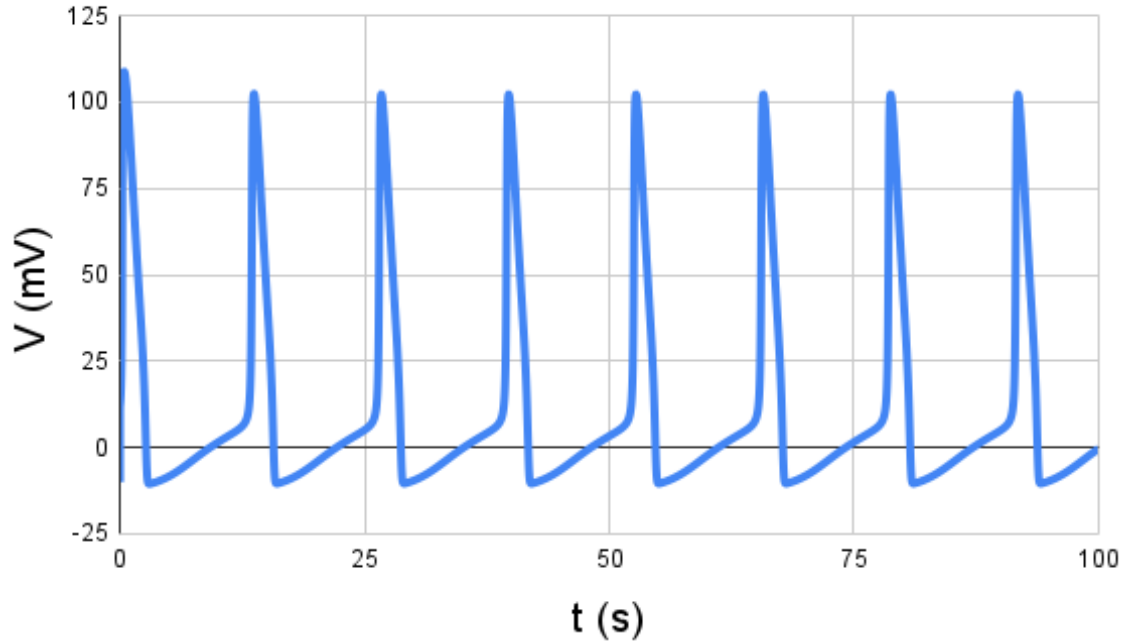
Tabela 9. Parametri Hodžkin-Haksljevog modela [1]



Slika 16. *Hodžkin-Hakslijev neuron*



Slika 17. *Talasni oblik vremenskog signala napona strujom kontrolisanog HH neurona u stabilnom režimu*

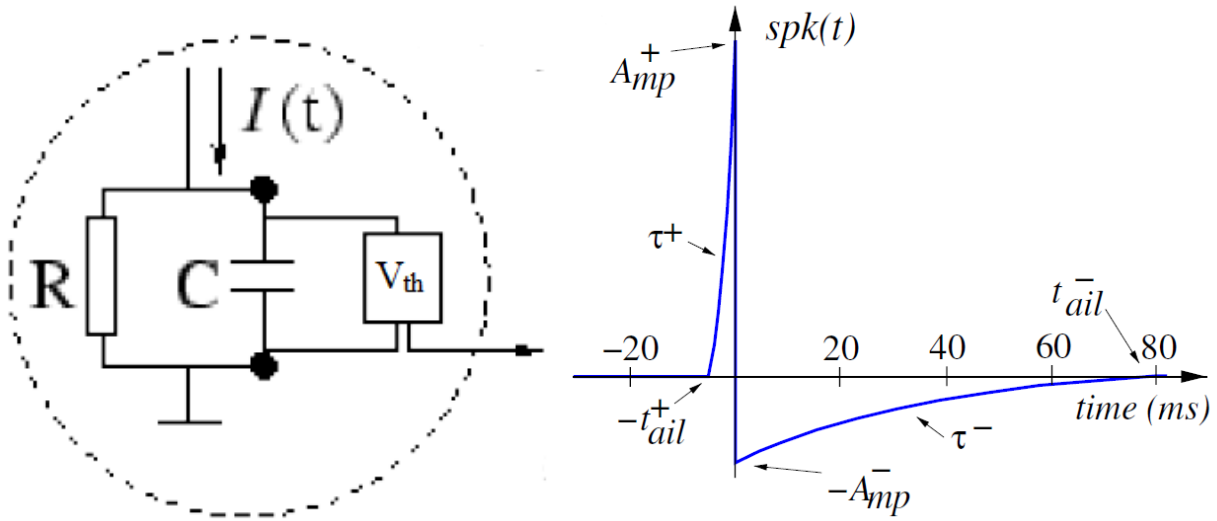


Slika 18. Talasni oblik vremenskog signala napona strujom kontrolisanog HH neurona u nestabilnom (oscilatornom) režimu

### 3.4. LIF MODEL

**LIF neuron** (engl. *Leaky Integrate and Fire*) predstavlja generički (najjednostavniji i najrasprostranjeniji) model neurona i sastoji se iz RC integratora i okidačkog kola, Slika 19a. Kada napon na kondenzatoru pređe određeni prag,  $V_{th}$ , okidačko kolo na svom izlazu generiše specifičnu funkciju napona koja je fitovana da odgovara neuronskom akcionom potencijalu, Slika 19b [4]:

$$v(t) = \begin{cases} A_{mp}^+ \frac{e^{t/\tau_{ail}^+} - e^{t_{ail}^+/\tau_{ail}^+}}{1 - e^{t_{ail}^+/\tau_{ail}^+}}, & -t_{ail}^+ < t < 0 \\ -A_{mp}^- \frac{e^{-t/\tau_{ail}^-} - e^{-t_{ail}^-/\tau_{ail}^-}}{1 - e^{-t_{ail}^-/\tau_{ail}^-}}, & 0 < t < t_{ail}^- \\ 0, & \text{inače} \end{cases}. \quad (52)$$



Slika 19. (a) LIF neuron [19] (b) funkcija akcionog potencijala [4]

Nakon okidanja, resetuje se ulazni napon na početnu vrednost. U ovom radu će se RC kolo i prekidač koji resetuje vrednost napona aproksimirati sa testerastim signalom (engl. *sawtooth*) realizovanim u *Simulink* bloku nazvanim „ponavljajuća sekvenca“ (engl. *Repeating Sequence*). Parametri odabrani za funkciju akcionog potencijala su prikazani u Tabeli 10.

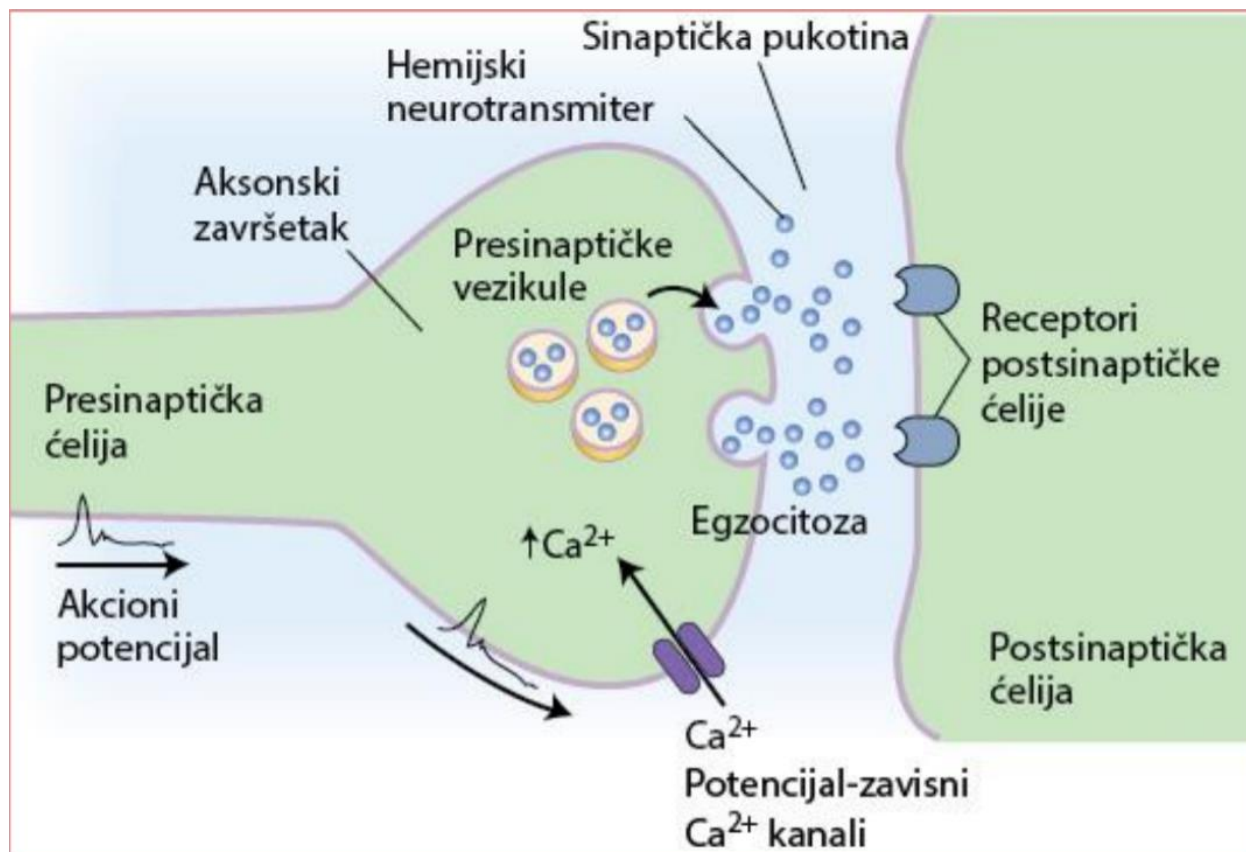
$A_{mp}^+(V)$	1	$t_{ail}^+(ms)$	5	$\tau_{ail}^+(ms)$	40	$V_{th}(V)$	0.9
$A_{mp}^-(V)$	0.25	$t_{ail}^-(ms)$	75	$\tau_{ail}^-(ms)$	3		

Tabela 10. Parametri realizovanog LIF neurona

## 4. IMPLEMENTACIJA STDP PRAVILA UČENJA NA MEMRISTIVNIM SINAPSAMA

### 4.1. SINAPSA

Sinapsa<sup>1</sup> u nervnom sistemu predstavlja spoj između dva neurona koji omogućava protok električnih i hemijskih signala od jednog neurona do drugog. Njene tri osnovne komponente su presinaptička membrana, sinaptička pukotina i postsinaptička membrana. U ljudskom mozgu, postoji između  $10^3$  i  $10^4$  sinapsi po neuronu [4]. Presinaptički neuron procesom egzocitoze prazni vezikule sa presintetisanim neurotransmiterima u sinapticku pukotinu. Deo emitovanih neurotransmitera se vezuje za receptore u postsinaptičkoj membrani, čime se modifikuje električna aktivnost postsinaptičke ćelije, Slika 20 [20].



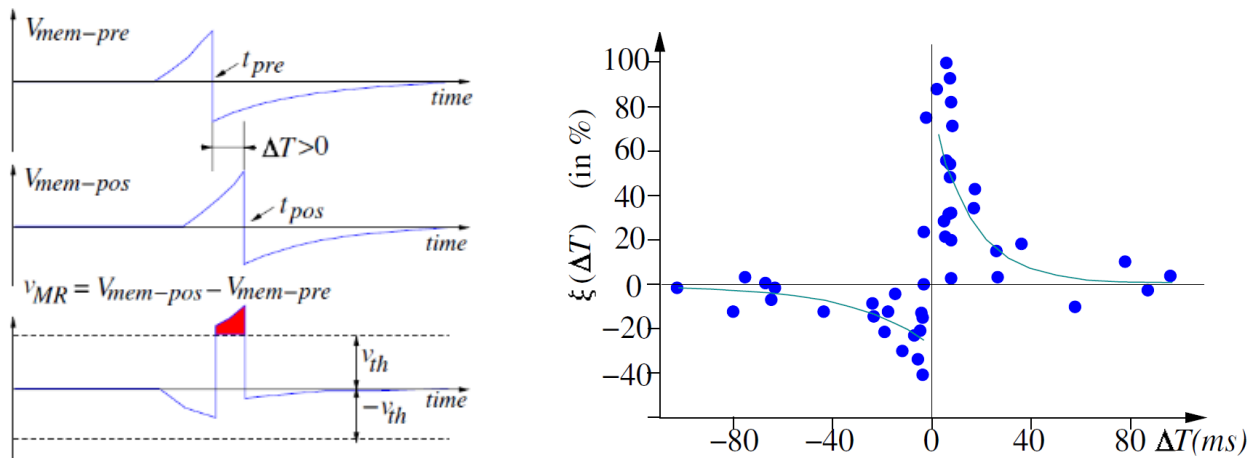
Slika 20. Poprečni presek sinapse i proces egzocitoze (preuzeto iz [21])

<sup>1</sup> Postoje električna i hemijska sinapsa. U ovom radu se pod terminom sinapsa podrazumeva hemijska sinapsa.

Akcioni potencijal presinaptičke ćelije putuje duž aksona do aksonskog završetka i uzrokuje egzocitozu neurotransmitera u sinaptičku pukotinu. Kumulativni efekat akcionih potencijala presinaptičkog neurona (ili više neurona) može da utiče na pojavu akcionog potencijala na postsinaptičkom neuronu. Svaku sinapsu odlikuje neka „težina“ koja opisuje sposobnost određenog presinaptičkog neurona da uzrokuje akcioni potencijal na postsinaptičkom neuronu [4]. Sposobnost biološkog učenja je zapravo mogućnost promene (jačanja ili slabljenja) težine sinaptičkih veza između neurona [22]. Ukoliko sinaptička veza jača, kaže se da dolazi do potencijacije (engl. *potentiation*) sinaptičke veze, a u suprotnom, ukoliko sinaptička veza slabi, kaže se da dolazi do deprecijacije (engl. *depression*) sinaptičke veze.

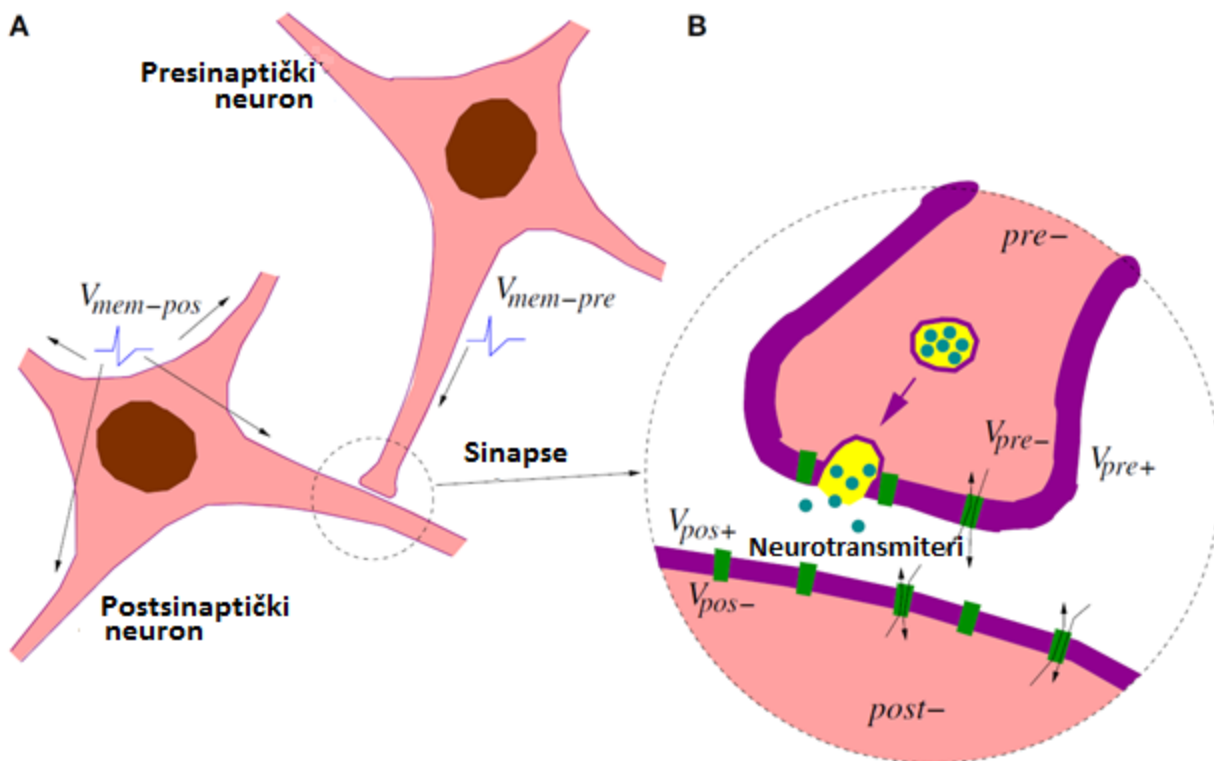
#### 4.2. STDP PRAVILO UČENJA

STDP (engl. *Spike Time Dependent Plasticity*) predstavlja mehanizam učenja bioloških sinapsi, na osnovu razlike u vremenu između pojave akcionih potencijala presinaptičkog i postsinaptičkog neurona [14]. Detaljnije, što je manja apsolutna vrednost razlike u vremenima okidanja  $|\Delta T|$ , to je veća promena težine sinapse po apsolutnoj vrednosti i obratno. Na Slici 21a se može primetiti način funkcionisanja STDP mehanizma. Razlika između akcionih potencijala (napona nad sinaptičkim membranama,  $V_{mem-pre} = V_{pre+} - V_{pre-}$  i  $V_{mem-pos} = V_{pos+} - V_{pos-}$ ) uzrokuje da napon nad sinapsom  $v_{MR} = V_{mem-pos} - V_{mem-pre}$  pređe graničnu vrednost  $v_{th}$ , čime se menja težina sinaptičkih veza koja je proporcionalna sa površinom osenčenom crvenom bojom [4]. Površina osenčena crvenom bojom se povećava smanjivanjem vremena  $|\Delta T|$ , prikazano na Slici 21b, zbog eksponencijalne zavisnosti akcionog potencijala od vremena, jednačina (52). Na Slici 22 su prikazani prethodno pomenuti naponi koji su prisutni u sinapsi.



Slika 21. (a) STDP mehanizam [4],  
(b) Procentualna promena težine u zavisnosti od  $\Delta T$  [4]

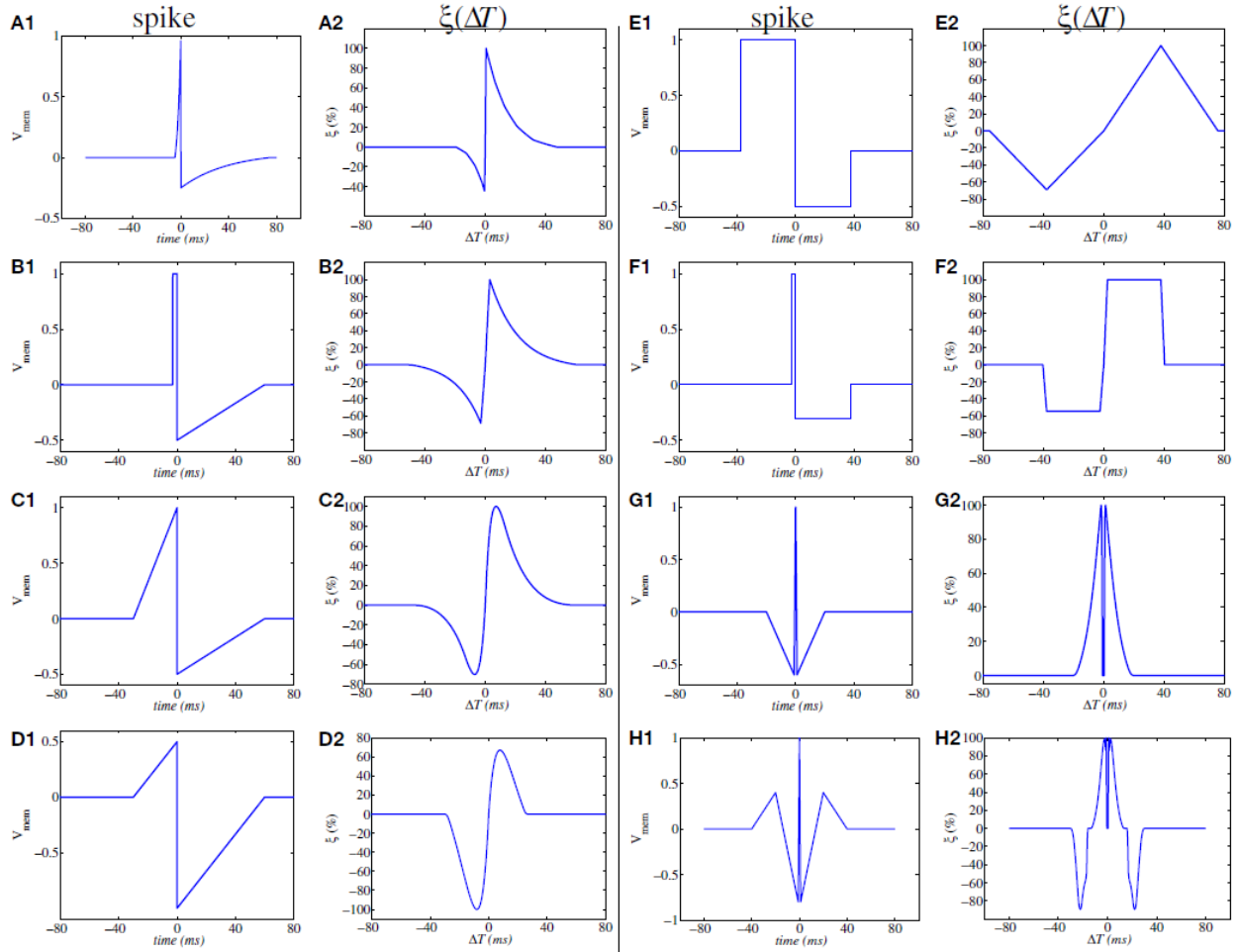




Slika 22. Naponi u sinapsi (preuzeto iz [4])

Oblik funkcije akcionog potencijala ima veliki uticaj na zavisnost promene sinaptičke težine  $\Delta x$  od razlike u vremenu okidanja  $\Delta T$  [4], što je ilustrovano na Slici 23. Grafici prikazuju odabrani oblik funkcije akcionog potencijala, kao i rezultujuću funkciju zavisnosti  $\Delta x$  od  $\Delta T$  označenu sa  $\xi(\Delta T)$ . U ovom radu će za simulaciju STDP pravila učenja biti korišćen oblik akcionog potencijala definisan jednačinom (52).

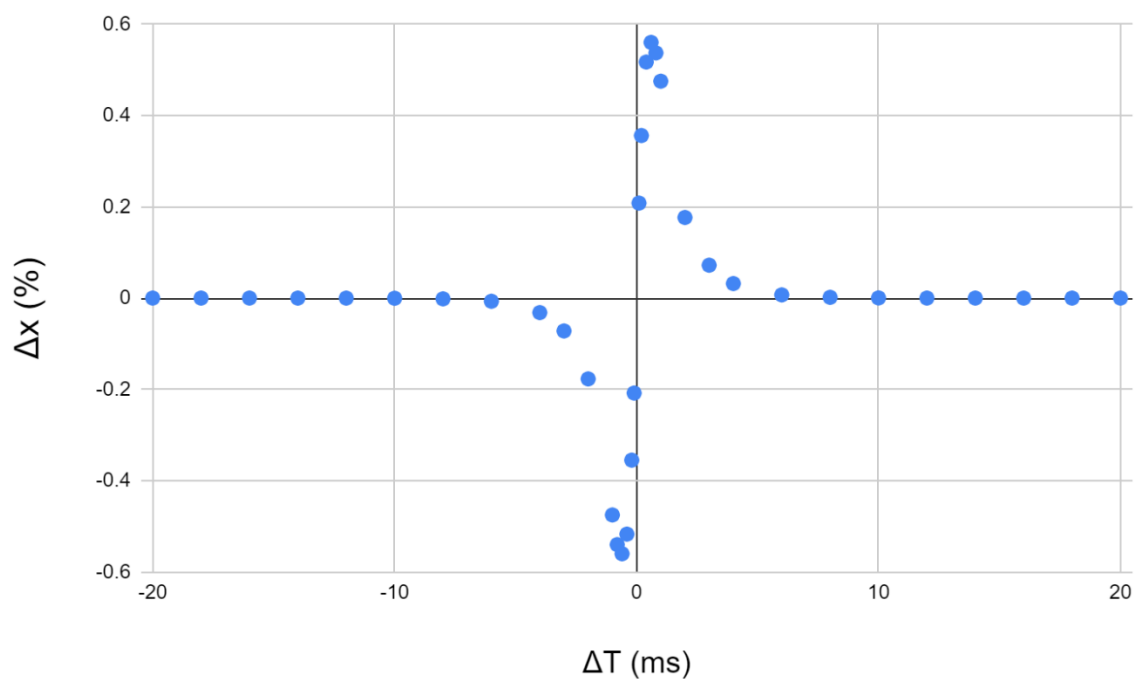
Jedan od električnih elemenata koji se koristi za modelovanje sinapsi je memristor [23], gde se težina sinaptičkih veza implementira nekom promenljivom stanja  $x$ , a promena vrednosti promenljive stanja postiže dovođenjem odgovarajućeg signala. Da bi se realizovalo STDP pravilo učenja na prethodno opisan način, biće korišćeni memristori koji poseduju naponski prag  $v_{th}$ , odnosno Zamarenov i VTEAM model memristora.



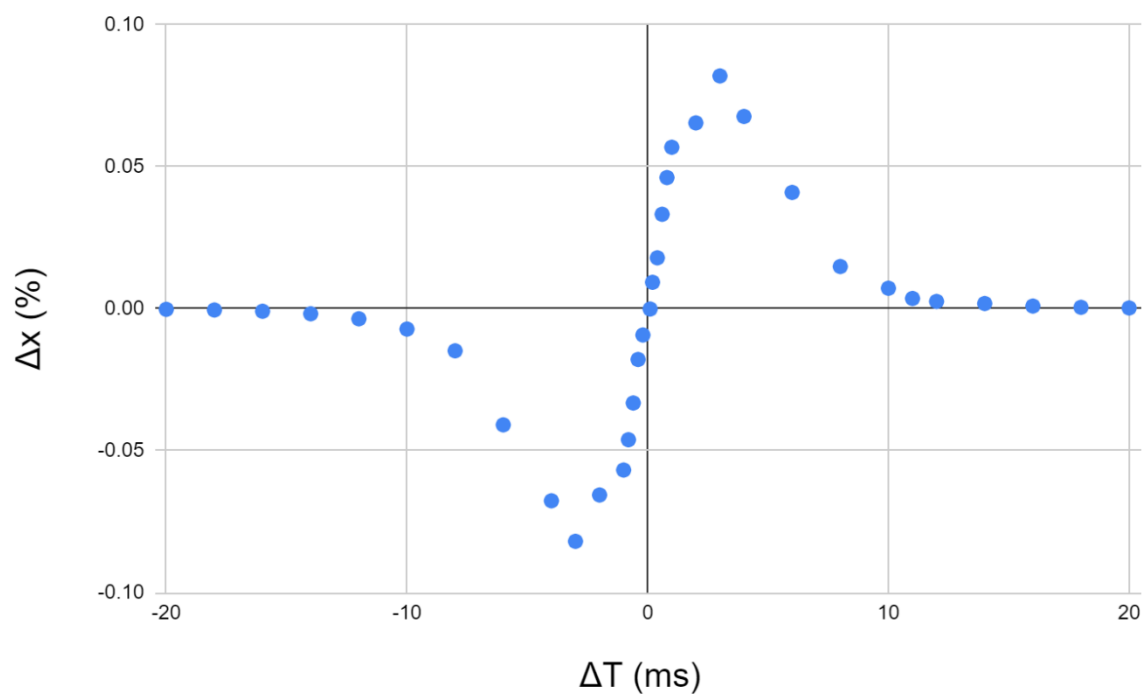
Slika 23. Uticaj akcionog potencijala na STDP (preuzeto iz [4])

### 4.3. REZULTATI DOBIJENI SIMULACIJOM PROJEKTOVANIH MODELA

Dovođenjem akcionih potencijala na krajeve memristivnih modela sinapse sa malim kašnjenjem između njihovog okidanja, postiže se promena promenljive stanja. Demonstrirano je funkcionisanje STDP pravila na Zamarenovom i VTEAM memristivnom modelu sinapse. Matlab po završetku simulacije prikaže promenu promenljive stanja, mada je takođe moguće eksperimentalno odrediti promenu stanja  $\Delta x$  preko promene memduktanse (merena na primer ommetrom), zbog toga što je kod datih generičkih memristora za svaku dozvoljenu vrednost  $x$  memduktansa jedinstveno određena. Dobijeni rezultati su prikazani na Slikama 24 i 25. Parametri Zamarenovog modela sinapse su prikazani u Tabeli 5, dok su parametri VTEAM modela sinapse prikazani u Tabeli 11.



Slika 24. STDP funkcija kod Zamarenovog modela memristora



Slika 25. STDP funkcija kod VTEAM modela memristora

	Parametri
$\alpha_{OFF}$	3
$\alpha_{ON}$	3
$v_{OFF}$ (V)	$1.5 \cdot 10^{-3}$
$v_{ON}$ (V)	$-1.5 \cdot 10^{-3}$
$R_{OFF}$ ( $\Omega$ )	$5 \cdot 10^3$
$R_{ON}$ ( $\Omega$ )	100
$k_{OFF}$ (m/s)	$5 \cdot 10^{-16}$
$k_{ON}$ (m/s)	$-5 \cdot 10^{-16}$
$x_{OFF}$ (nm)	3
$x_{ON}$ (nm)	0
$x_0$ (nm)	1.5
Oblik zavisnosti memduktanse od napona	Eksponencijalni

Tabela 11. Parametri VTEAM modela korišćeni za merenje STDP [15]

## 5. ZAKLJUČAK

U ovom radu je opisana softverska implementacija memristivnog Moris-Lekarovog i memristivnog Hodžkin-Haksljevog modela neurona, Zamarenovog, VTEAM i HP modela memristora i demonstrirano je STDP pravilo učenja kod VTEAM i Zamarenovog memristivnog modela sinapse. Implementirani modeli se mogu koristiti u brznoj simulaciji ponašanja složenijih bioloških struktura, kao što su prirodne neuronske mreže.

Egzaktno modelovanje neurona i sinapsi je neophodno kako bismo mogli da bolje razumemo ljudski mozak i nervne sisteme ostalih živih bića. Razvoj neuromorfnog inženjerstva je uslovljen mogućnošću realizacije sistema koji poseduju bio-inspirisane osobine, kao i razumevanju kako date osobine utiču na praktične funkcionalnosti. Mogućnost realizacije veštačkih neuronskih mreža zasnovanih na memristorima već daje perspektivne rezultate u vidu boljih računarskih sistema [3]. Dalji razvoj ovakvih modela će u budućnosti neminovno dovesti do poboljšavanja postojećih sposobnosti računara, a možda će i ubrzati razvoj ostalih neuro nauka.

## 6. LITERATURA

- [1] M. Johnson i S. Chartier, „Spike neural models (part I): The Hodgkin-Huxley model,“ *The Quantitative Methods for Psychology*, t. 13, br. 2, pp. 105-119.
- [2] O. Krestinskaya, A. P. James i L. O. Chua, „Neuromemristive circuits for edge computing: A review,“ *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, t. 31, br. 1, pp. 4-23, 2019.
- [3] M. Zidan, J. Strachan i W. Lu, „The future of electronics based on memristive systems,“ *Nature Electronics*, t. 1, p. 22–29, 2018.
- [4] C. Zamarreño-Ramos, L. A. Camuñas-Mesa, J. A. Pérez-Carrasco, T. Masquelier, T. Serrano-Gotarredona i B. Linares-Barranco, „On spike-timing-dependent-plasticity, memristive devices, and building a self-learning visual cortex,“ *Frontiers in Neuroscience*, t. 5, 17 March 2011.
- [5] C. Morris i H. Lecar, „Voltage oscillations in the barnacle giant muscle fiber,“ *Biophysical Journal*, t. 35, br. 1, pp. 193-213, 1 July 1982.
- [6] L. Chua, „Memristor - The Missing Circuit Element,“ *IEEE Transactions on Circuit Theory*, t. 18, 5 September 1971.
- [7] B. Muthuswamy i S. Banerjee, *Introduction to Nonlinear Circuits and Networks*, Springer, 2017.
- [8] A. Juhas i S. Dautović, „Metoda za modelovanje ponašanja idealnog memristora,“ 2017.
- [9] S. P. Adhikari, M. P. Sah, H. Kim i L. O. Chua, „Three Fingerprints of Memristor,“ *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, t. 60, br. 11, pp. 3008 - 3021, 2013.
- [10] L. Chua, „Everything You Wish To Know About Memristors But Are Afraid To Ask,“ *Radioengineering*, t. 24, br. 2, pp. 319-368, 2 June 2015.

- [11] J. Zoranović, „Softverska implementacija memfraktora - generalizovanog električnog elementa sa memorijom,“ *Master rad*, 2019.
- [12] D. B. Strukov, G. S. Snider, D. R. Stewart i R. S. Williams, „The missing memristor found,“ *Nature*, t. 453, pp. 80-83, 1 May 2008.
- [13] S. Kvatinsky, M. Ramadan, E. G. Friedman i A. Kolodny, „VTEAM - A General Model for Voltage Controlled Memristors,“ *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, t. 62, br. 8, 2015.
- [14] J. Sjöström i W. Gerstner, „Spike-timing dependent plasticity,“ *Scholarpedia*, t. 5, 2010.
- [15] Z. Hajiabadi i M. Shalchian, „Behavioral Modeling and STDP Learning Characteristics of a Memristive Synapse,“ u *2020 28th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, 2020.
- [16] M. P. Sah, H. Kim, A. Eroglu i L. Chua, „Memristive Model of the Barnacle Giant Muscle Fibers,“ *International Journal of Bifurcation and Chaos*, t. 26, br. 1, p. 1630001, 2016.
- [17] A. L. Hodgkin i A. F. Huxley, „A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve,“ *The Journal of physiology*, t. 117, br. 4, pp. 500-544, 28 August 1952.
- [18] L. Chua, V. Sbitnev i H. Kim, „Hodkin-Huxley Axon Is Made Of Memristors,“ *International Journal of Bifurcation and Chaos*, t. 22, br. 3, pp. 123011--, 2012.
- [19] W. Gerstner i W. M. Kistler, *Spiking Neuron Models*, Cambridge University Press, 2002.
- [20] J. Stevanović, *Fiziologija nervnog sistema*, t. 2. dopunjeno izdanje, Novi Sad: Ortomedics, 2009.
- [21] p. d. Z. Kojić, „Neurofiziologija: opšti principi - drugi deo,“ [Na mreži]. Available: [http://www.fasper.bg.ac.rs/do2016/nastavnici/Kojic\\_Zvezdana/predavanja/2.2.%20Sinapsa%20i%20grupe%20neurona.pdf](http://www.fasper.bg.ac.rs/do2016/nastavnici/Kojic_Zvezdana/predavanja/2.2.%20Sinapsa%20i%20grupe%20neurona.pdf). [Poslednji pristup 24 9 2021].

- M. M. Adnan, S. Sayyaparaju, G. S. Rose, C. D. Schuman, B. W. Ku i S. K. Lim, „A Twin Memristor Synapse for Spike Timing Dependent Learning in Neuromorphic Systems,“ u *2018 31st IEEE International System-on-Chip Conference (SOCC)*, 2018 .
- [22]
- M. P. Sah, H. Kim i L. O. Chua, „Brains Are Made of Memristors,“ *IEEE Circuits and Systems Magazine*, t. 14, br. 1, pp. 12-36, 2014.
- [23]
- A. Amirsoleimani, M. Ahmadi, A. Ahmadi i M. Boukadoum, „Brain-inspired Pattern Classification with Memristive Neural Network Using the Hodgkin-Huxley Neuron,“ u *2016 IEEE Conference on Electronics, Circuits and Systems (ICECS)*, 2016.
- [24]
- „How big is the GIANT Squid Giant Axon?,“ TheCellularScale, 15 Januar 2013. [Na mreži]. Available: <http://cellularscale.blogspot.com/2013/01/how-big-is-giant-squid-giant-axon.html>. [Poslednji pristup 28 9 2021].
- [25]
- M. Gauthier, „unsplash.com,“ Unsplash, 17 Septembar 2020. [Na mreži]. Available: <https://unsplash.com/photos/5T6ObrmuIO8>. [Poslednji pristup 28 Septembar 2021].
- [26]



## 7. BIOGRAFIJA



Vladimir Vincan je rođen i odrastao u Novom Sadu. Završio je gimnaziju „Jovan Jovanović Zmaj“, smer „Obdareni učenici u matematičkoj gimnaziji“ i 2015. godine upisao Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu, studijski program „Energetika, elektronika i telekomunikacije“. Osnovne akademske studije, kao i sve ispite na master akademskim studijama je završio sa prosekom deset. Tokom studija je dva puta bio dobitnik nagrade „dr Vladan Desnica“ za najboljeg studenta na Katedri za elektroniku. Nakon osnovnih akademskih studija se zaposlio na Fakultetu tehničkih nauka kao saradnik u nastavi. Radio je stručne prakse iz oblasti embeded inženjerstva u Majkrosoft razvojnom centru u Srbiji i iz robotike na Rajs univerzitetu u Hjustonu, SAD. Bio je član tima Memristor na Eurobot takmičenju u Francuskoj. Voli da trči, vozi bicikl i skija.

## 8. KODNI LISTINZI

### 8.1. HP MODEL MEMRISTORA

```
component memristor_hp < foundation.electrical.branch
% HP model memristora
% Vladimir Vincan
% FTN UNS
% 2021

parameters
    R_off = {16000, 'Ohm'};
    R_on = {100, 'Ohm'};
    D = {10e-9, 'm'};
    u_v = {10e-10, '(cm)^2*s^-1*V^-1'};
    w0 = {0, 'm'};
end

variables(Access=private)
    w = {0, 'm'};
    power_dissipated = {0, 'W'};
end

function setup
    w = {value = w0, priority = simscape.priority.high};
end

equations
    assert(R_off>0)
    assert(R_on>0)
    let
        R = R_on*w/D + R_off*(1-w/D);
        dw = u_v*R_on*i/D;
        dw_0 = {0, 'm/s'};
    in
        v == i*R;
        if (v > 0)
            if (w < D)
                w.der == dw;
            else
                w.der == dw_0;
            end
        else % (v < 0)
            if (w > 0)
                w.der == dw;
            else
                w.der == dw_0;
            end
        end
    end
    power_dissipated == i*v;
end

end
```

## 8.2. ZAMARENOV MODEL MEMRISTORA

```

component memristor_zamarreno < foundation.electrical.branch
% Zamarenov model memristora
% Vladimir Vincan
% FTM UNS
% 2021

parameters
    Io = {10, 'uA'};      % I0
    Vo = {0.1, 'V'};      % V0
    Vth = {1, 'V'};       % Vth
    x0 = {-9, 'V'};       % početna vrednost promenljive stanja xi
    Kr_inv = {222, 'nA'}; % Kr_inv
    w_max = {10, 'V'};    % w_max
    w_min = {-10, 'V'};   % w_min
    w_0 = {12.2, 'V'};    % w_0
    Cmr = {10, 'mF'};     % Cmr
end

parameters(Access=private)
    g0 = {1, 'S'};
end

variables(Access=private)
    xi = {value = x0, priority = priority.high};
    power_dissipated = {0, 'W'};
    tang = {0, '1'};
end

equations
    let
        g_sat = g0 * tang;
        i_sat = g_sat * xi;
        i_g = Io*sign(v)*(exp(abs(v)/Vo)-exp(Vth/Vo));
        M = (xi + w_0)/Kr_inv;
    in
        v == i*M;
        if abs(xi) < w_max
            tang == 0.005*tan(1.57*xi/w_max);
        else
            tang == 0.005*tan(1.56);
        end
        if abs(v) > Vth
            if abs(xi) < w_max
                xi.der == (i_g - i_sat)/Cmr;
            else
                xi.der == -i_sat/Cmr;
            end
        else
            xi.der == {0, 'V/s'};
        end
    end
    power_dissipated == i*v;
end
end

```

### 8.3. VTEAM LINEARNI MODEL MEMRISTORA

```

component memristor_vteam_v2_linear < foundation.electrical.branch
% VTEAM linearni model memristora
% Vladimir Vincan
% FTN UNS
% 2021

parameters
    k_off = {1e-4, 'm/s'};
    v_off = {1.4, 'V'};
    a_off = {5, '1'};
    k_on = {-30, 'm/s'};
    v_on = {-5.7, 'V'};
    a_on = {5, '1'};

    R_off = {5e7, 'Ohm'};
    w_off = {10e-9, 'm'};
    R_on = {1.5e5, 'Ohm'};
    w_on = {0, 'm'};
end

parameters(Access=private)
    w0 = {0, 'm'}; % alternativno: (w_off - w_on) / 2;
end

variables
    dw_off_p = {0, 'm/s'};
    dwonn_p = {0, 'm/s'};
end

variables(Access=private)
    w = {0, 'm'};
    power_dissipated = {0, 'W'};
end

function setup
    w = {value = w0, priority = simscape.priority.high};
end

equations
    assert(R_off>0)
    assert(R_on>0)
    assert(w_off>0)

    let
        dw_off = k_off*(v/v_off - 1)^a_off;
        dw_0 = {0, 'm/s'};
        dw_on = k_on*(v/v_on - 1)^a_on;
        W = (R_on + (R_off-R_on)*(w-w_on)/(w_off-w_on))^( -1);
    in
        i == v*W;
        if (v < v_on)
            if (w > w_on)
                w.der == dw_on;
            else
                w.der == dw_0;
            end
        elseif (v > v_off)

```

```
        if (w < w_off)
            w.der == dw_off;
        else
            w.der == dw_0;
        end
    else
        w.der == dw_0;
    end
end
dwoff_p == k_off*(v/v_off - 1)^a_off;
dwonn_p == k_on*(v/v_on - 1)^a_on;
power_dissipated == i*v;
end
end
```

## 8.4. VTEAM EKSPONENCIJALNI MODEL MEMRISTORA

```

component memristor_vteam_v2_exponential < foundation.electrical.branch
% VTEAM eksponencijalni model memristora
% Vladimir Vincan
% FTN UNS
% 2021

parameters
    k_off = {5e-4, 'm/s'};
    v_off = {0.145, 'V'};
    a_off = {3, '1'};
    k_on = {-1.32e-6, 'm/s'};
    v_on = {-0.09, 'V'};
    a_on = {9, '1'};

    R_off = {34, 'Ohm'};
    w_off = {10e-9, 'm'};
    R_on = {17.3, 'Ohm'};
    w_on = {0, 'm'};
end

parameters(Access=private)
    w0 = (w_off - w_on) / 2;
end

variables(Access=private)
    w = {0, 'm'};
    power_dissipated = {0, 'W'};
end

function setup
    w = {value = w0, priority = simscape.priority.high};
end

equations
    assert(R_off>0)
    assert(R_on>0)
    assert(w_off>0)

    let
        dw_off = k_off*(v/v_off - 1)^a_off;
        dw_0 = {0, 'm/s'};
        dw_on = k_on*(v/v_on - 1)^a_on;
        W = (R_off/R_on)^(-(w-w_on)/(w_off-w_on))/R_on;
    in
        i == v*W;
        if (v < v_on)
            if (w > w_on)
                w.der == dw_on;
            else
                w.der == dw_0;
            end
        elseif (v > v_off)
            if (w < w_off)
                w.der == dw_off;
            else
                w.der == dw_0;
            end
        end
end

```

```
        else
            w.der == dw_0;
        end
    end
    power_dissipated == i*v;
end
end
```

## 8.5. MORIS-LEKAROV KALCIJUMOV OTPORNIK

```
component resistor_morris_lecar
% Moris-Lekarov kalijumov memristor
% Vladimir Vincan
% FTN UNS
% 2021

nodes
    p = foundation.electrical.electrical; % +:left
    n = foundation.electrical.electrical; % -:right
end

parameters
    g = {4.4, 'mS'}; % g_Ca [mS/cm^2]
    V1 = {-1.2, 'mV'}; % V1 [mV]
    V2 = {18, 'mV'}; % V2 [mV]
    E = {120, 'mV'};
end

variables
    M_inf = {0.0005, '1'};
    i = { 0, 'A'};
    v = { 0, 'V'};
    memductance = {0, 'mS'};
end

branches
    i : p.i -> n.i;
end

equations
    v == p.v - n.v;
    M_inf == 0.5 * (1 + tanh( (v+E-V1)/V2 ));
    memductance == g*M_inf;
    i == v*memductance;
end

end
```



## 8.6. MORIS-LEKAROV KALIJUMOV MEMRISTOR

```

component memristor_morris_lecar
% Moris-Lekarov kalijumov memristor
% Vladimir Vincan
% FTN UNS
% 2021

nodes
    p = foundation.electrical.electrical; % +:left
    n = foundation.electrical.electrical; % -:right
end

parameters
    g = {8, 'mS'}; % g_Ca [mS/cm^2]
    V3 = {2, 'mV'}; % V1 [mV]
    V4 = {30, 'mV'}; % V2 [mV]
    lambda_N = {0.04, 'ms^-1'};
    E = {-84, 'mV'};
end

variables
    N = {0, '1'};
    N_inf = {0.0005, '1'};
    lambda = {0, 'ms^-1'};
    i = { 0, 'A'};
    v = { 0, 'V'};
    memductance = {0, 'mS'};
end

branches
    i : p.i -> n.i;
end

equations
    v == p.v - n.v;
    lambda == lambda_N * cosh( (v+E-V3) / (2*V4) );
    N_inf == 0.5 * (1 + tanh( (v+E-V3)/V4 ));
    N.der == lambda * (N_inf - N);
    memductance == g*N;
    i == v*memductance;
end

end

```

## 8.7. HODŽKIN-HAKSLIJEV NATRIJUMOV MEMRISTOR

```

component memristor_hh_na_v2 < foundation.electrical.branch
% Hodzkin-Hakslijev natrijumov memristor
% Vladimir Vincan
% FTN UNS
% 2021

parameters
    g = {120, 'mS'}; % g_Ca [mS/cm^2]
    E = {115, 'mV'};
end

parameters(Access=private)
    one2s = {1, '1/s'};
    Vrest = {0, 'mV'};
end

variables (Access=private)
    M = {0, '1'};
    H = {0, '1'};
    power_dissipated = {0, 'W'};
end

function setup
    M = {value = {0.05293248525725, '1'}, priority = simscape.priority.high};
    H = {value = {0.59612075350846, '1'}, priority = simscape.priority.high};
end

equations
    let
        V = v+E;
        W = g*(M^3)*H;

        a_m = (2.5-0.1*(V-Vrest)*{1, '1/mV'})/(exp(2.5-0.1*(V-Vrest)*{1, '1/mV'})-1)
*one2s;
        b_m = 4*exp((Vrest-V)*{1, '1/mV'}/18) *one2s;

        a_h = 0.07*exp((Vrest-V)*{1, '1/mV'}/20) *one2s;
        b_h = 1/(1+exp(3-0.1*(V-Vrest)*{1, '1/mV'})) *one2s;

    in
        i == v*W;
        M.der == a_m*(1-M)-b_m*M;
        H.der == a_h*(1-H)-b_h*H;
    end
    power_dissipated == i*v;
end
end

```

## 8.8. HODŽKIN-HAKSLIJEV KALIJUMOV MEMRISTOR

```

component memristor_hh_k_v2 < foundation.electrical.branch
% Hodzkin-Hakslijev kalijumov memristor
% Vladimir Vincan
% FTN UNS
% 2021

parameters
    g = {36, 'mS'}; % g_Ca [mS/cm^2]
    E = {-12, 'mV'};
end

parameters(Access=private)
    one2s = {1, '1/s'};
    Vrest = {0, 'mV'};
end

variables (Access=private)
    N = {0, '1'};
    power_dissipated = {0, 'W'};
end

function setup
    N = {value = {0.3177, '1'}, priority = simscape.priority.high};
end

equations
    let
        V = v+E;
        W = g*N^4;
        a_n = (0.1-0.01*(V-Vrest)*{1, '1/mV'})/(exp(1-0.1*(V-Vrest)*{1, '1/mV'})-1)
*one2s;
        b_n = 0.125*exp((Vrest-V)*{1, '1/mV'}/80) *one2s;
    in
        i == v*W;
        N.der == a_n*(1-N)-b_n*N;
    end
    power_dissipated == i*v;
end

end

```

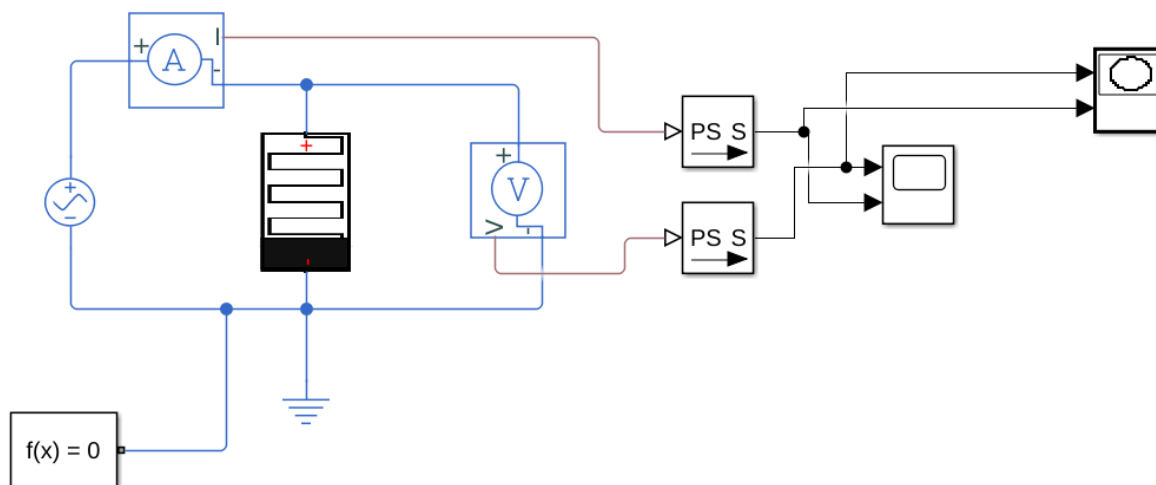
## 8.9. AKCIONI POTENCIJAL

```
function y = fcn(t, A_p, A_n, tau_p, tau_n, t_p, t_n, zero)
% akcioni potencijal
% Vladimir Vincan
% FTN UNS
% 2021

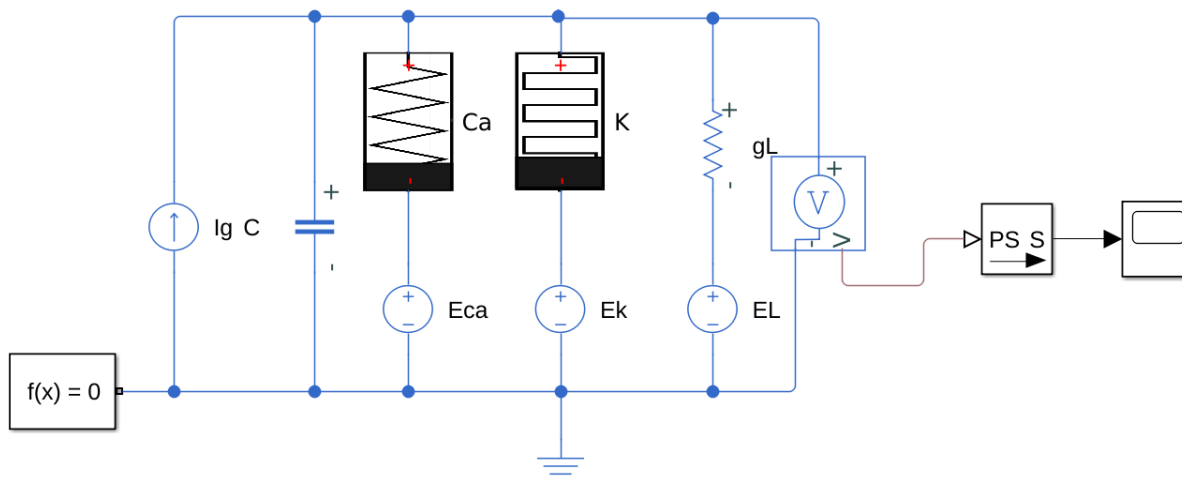
if ( (t>zero-t_p) && (t<zero) )
    y = A_p*( exp((t-zero)/tau_p) - exp(-t_p/tau_p) ) / ( 1-exp(-t_p/tau_p) );
elseif ( (t>zero) && (t<zero+t_n) )
    y = -A_n*( exp(-(t-zero)/tau_n) - exp(-t_n/tau_n) ) / ( 1-exp(-t_n/tau_n) );
else
    y = 0;
end
```

## 9. SIMULINK MODEL I

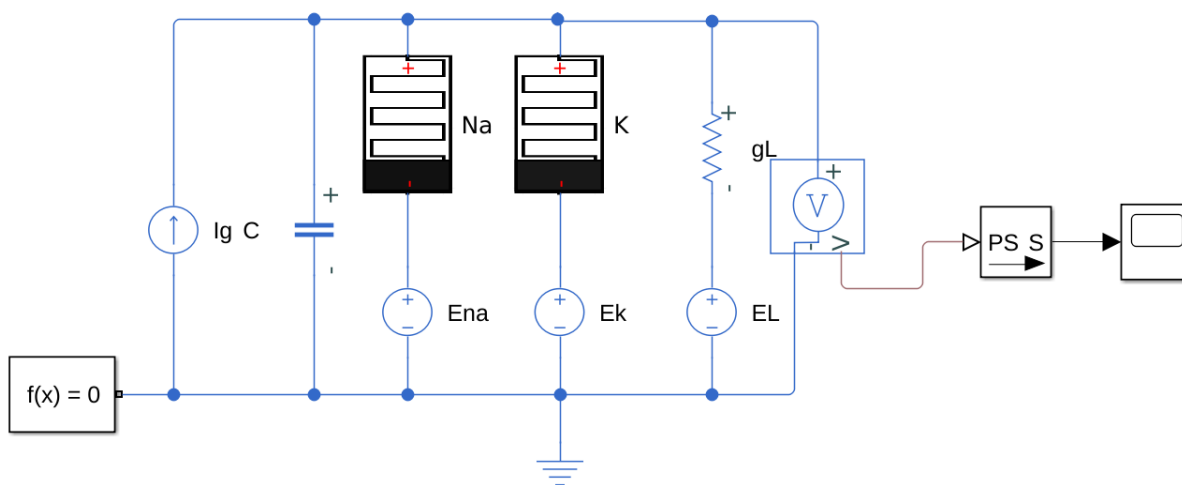
### 9.1. KOLO ZA UTVRĐIVANJE STRUJNO-NAPONSKE KARAKTERISTIKE MEMRISTORA



### 9.2. MORIS-LEKAROV MODEL PRIRODNOG NEURONA



### 9.3. HODŽKIN-HAKSLIJEV MODEL PRIRODNOG NEURONA



### 9.4. KOLO ZA ODREĐIVANJE STDP FUNKCIJE

