Міністерство освіти і науки України
Національний університет “Львівська Політехніка”

Лабораторна робота №2-3
З дисципліни
“Програмування частина 2”

Виконав:
Студент групи АП-11
Чаус Владислав

Прийняв:
Чайковський І.Б.

Львів-2024

«Логічні основи комп’ютерів. Логічні операції»

Мета роботи: Розглянути основні арифметико-логічні операції. Навчитися працювати з логічними даними та логічними формулами.

Теоретичні відомості

Окрім числових даних, в інформатиці існують інші типи даних – логічні. Логічні дані та дії над ними вивчаються методами алгебри логіки. Алгебра логіки– це розділ математики, який вивчає вислови, що роглядаються зі сторони їх логічних значень (істинності і хибності) і логічних операцій над ними. Ця наука виникла в середині XIX століття у працях англійського математика Джорджа Буля, тому її ще називають булевою алгеброю. Створення даної науки було спробою розв’язувати традиційні логічні задачі алгебраїчними методами. Математичний апарат алгебри логіки дуже зручний для опису того, як функціонують апаратні засоби комп’ютера. Основною системою числення в комп’ютері, як вже відомо, є двійкова, в якій використовується цифри 1 і 0, а значень логічних змінних також два: «1» і «0». Тому: 1. одні і ті ж пристрої комп’ютера можуть використовуватися для обробки і збереження як числової інформації, представленої в двійковій системі числення, так і логічних змінних; 2. на етапі конструювання апаратних засобів алгебра логіки дозволяє значно спростити логічні функції, які описують функціонування схем комп’ютера, і, як наслідок , зменшують число елементарних логічних елементів, із десятків тисяч яких складаються основні вузли комп’ютера.

Операція логічне НЕ, виконується згідно наступної таблиці істинності:

X	**!X**
1	0
0	1

Операція логічне І, виконується згідно наступної таблиці істинності:

X	**Y**	**X&&Y**
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Операція логічне АБО, виконується згідно наступної таблиці істинності:

X	**Y**	**X||Y**
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Приклад 1

Змінні			Значення проміжних формул			Кінцева формула
X	Y	Z	$\overline{X}$	$\overline{X} \wedge ¿ Y$	X&&Y	$X \wedge ¿ Y \wedge ¿ Z \vee ¿ \overline{X} \wedge ¿ Y \wedge ¿$
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	1	1

Приклад 2

Змінні			Значення проміжних формул			Кінцева формула
X	Y	Z	Z||X	$\overline{Y \wedge ¿ Z} = \overline{Y} \vee ¿ \overline{Z}$	X&&Y	$X \wedge ¿ Y \wedge ¿ Z \vee ¿ X \wedge ¿ \overline{Y} \wedge ¿$
0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1	1

Приклад 3

Змінні			Значення проміжних формул			Кінцева формула
X	Y	Z	$\overline{Y}$	$(X \vee ¿ \overline{Y} \vee ¿ Z)$	$(X \vee ¿ Y \vee ¿ Z)$	$(X \vee ¿ Y \vee ¿ Z) \wedge ¿ (X \vee ¿ \overline{Y}$
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1

Приклад 4

Змінні			Значення проміжних формул				Кінцева формула
X	Y	Z	$\overline{Y}$	$\overline{X}$	$(X \vee \text{¿} \overline{Y} \vee \text{¿} Z)$	$(\overline{X} \vee \text{¿} Y \vee \text{¿} Z)$	$(\overline{X} \vee \text{¿} Y \vee \text{¿} Z) \wedge \text{¿} (X \vee \text{¿} \overline{Y}$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1

Приклад 5

Змінні				Значення проміжних формул				Кінцева формула
X	Y	Z	W	$\overline{Z}$	$\overline{W}$	$X \wedge \text{¿} Y \wedge \text{¿} \overline{Z}$	X&&Y&&Z	$X \wedge \text{¿} Y \wedge \text{¿} Z \vee \text{¿} X \wedge \text{¿} Y \wedge \text{¿} \overline{Z}$
0	0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	1	0	0	0	1	1

Відповіді на контрольні запитання

1) Що таке алгебра логіки?

Алгебра логіки - це галузь математики, яка вивчає логічні вирази і операції над ними. Вона досліджує правила маніпулювання логічними виразами, включаючи операції І (AND), АБО (OR), НЕ (NOT), а також складніше комбінації цих операцій.

2) Що таке таблиця істинності?

Таблиця істинності - це таблиця, яка відображає всі можливі комбінації значень вхідних змінних та результат виразу при кожній такій комбінації.

Таблиця істинності дозволяє систематично аналізувати логічні вирази і визначати, коли вони приймають значення TRUE або FALSE.

3) Яка таблиця істинності логічного І?

X	Y	X&&Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

4) Яка таблиця істинності логічного НЕ?

X	!X
1	0
0	1

5) Яка таблиця істинності логічного АБО?

X	Y	X||Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

6) Сформулюйте правила де Моргана.

Правила де Моргана стверджують, що звернення операції НЕ до результату логічного І або АБО та заміна логічного І на АБО або навпаки дає еквівалентні вирази. Правила:

НЕ (A І B) = (НЕ A) АБО (НЕ B)

НЕ (A АБО B) = (НЕ A) І (НЕ B)

7) Сформулюйте комутативний закон.

Комутативний закон стверджує, що порядок операцій не має значення. Наприклад, для логічного І (AND) це означає, що A І B = B І A.

8) Сформулюйте асоціативний закон.

Асоціативний закон стверджує, що спосіб групування операцій не має значення. Наприклад, для логічного І (AND) це означає, що (A І B) І C = A І (B І C).

9) Сформулюйте дистрибутивний закон.

Дистрибутивний закон стверджує, що одна операція розповсюджується на іншу. Наприклад, для логічного І (AND) це означає, що А І (В АБО С) = (А І В) АБО (А І С).

10) Сформулюйте закон поглинання.

Закон поглинання стверджує, що вираз А І (А АБО В) дорівнює А. Тобто,

11) Закон склеювання:

Закон склеювання стверджує, що операції І (AND) або АБО (OR) можна застосовувати поелементно до групи змінних і потім об'єднати результат, і це буде еквівалентно застосуванню операції до результату, отриманого від всієї групи. Наприклад:

(A I B) АБО (C I D) = (A АБО C) I (A АБО D) I (B АБО C) I (B АБО D)

12) Закон ідемпотентності:

Закон ідемпотентності стверджує, що подвійне застосування операції І (AND) або АБО (OR) до одного і того ж самого значення буде мати ту саму відповідь. Тобто, якщо A = B, тоді A I A = A і A АБО A = A.