Практична робота №4

Тема: Схема Бернуллі.

Мета: набути практичних навичок у розв’язанні типових задач в рамках схеми Бернуллі.

Хід роботи

1. Ймовірність того, що електролампочка, виготовлена заводом, є бракованою, дорівнює 0,02. Для контролю відібрано навмання 1000 лампочок. Оцініть ймовірність того, що частота бракованих лампочок у вибірці відрізняється від ймовірності 0,02 менше ніж на 0,01.

$z = \frac{9.5}{4.42}$ = 2.14 , F(2.14) = 0.98

Відповідь: ймовірність = 2 * 0.98 – 1 = 0.968 (96.8%).

2. У Кременчуці станом на 03.04.20 було офіційно зареєстровано 4 хворих на коронавірус. Будемо реалістами і припустимо, що їх у сто разів більше, тобто 400. Маємо 250 000 жителів. Припускаємо, що жоден з вірусоносіїв не знаходиться у самоізоляції чи ізоляції і вільно пересувається містом. Таким чином імовірність випадкової зустрічі з вірусоносієм складає p = 400/250000 = 0,0016. Припустимо, що супермаркет у центрі міста відвідують щодня 10000 покупців. Яка ймовірність того, що серед них буде хоча б один хворий на коронавірус?

np=10000·0.0016=16

$P(\geq 1) \approx 1 - e^{-16} \approx 0.9999998875$.

3. Телефонна станція обслуговує 400 абонентів. Для кожного абонента ймовірність того, що протягом години він подзвонить на станцію, дорівнює 0,01. Знайдіть ймовірність наступних подій: а) протягом години 5 абонентівзателефонують на станцію; б) протягом години не більш 4 абонентів зателефонують на станцію; в) протягом години не менш 3 абонентів зателефонують на станцію.

a. $P(X=5)=(400/5)*(0.01)^5 * (0.99)^{395} = 0.15$
b. $P(x<=4)=\sum_{k=0}^{4} e^{-4} * \frac{4^k}{k!} = 0.62$
c. $P(k>=3) = 1 - P(k<=2) = 1 - \sum_{k=0}^{4} * e^{-4} * \frac{4^k}{k!} = 0.76$

4. Імовірність того, що деталь не є стандартною, дорівнює p=0,1. Знайти ймовірність того, що серед навмання відібраних 400 деталей відносна частота 34 появи нестандартних деталей відхилиться від ймовірності p=0,1 за абсолютною величиною не більше ніж на 0,03.

Оскільки npq=400·0,1·0,9=36>10, користуємося інтегральною (нормальною) наближеною формулою Лапласа.

P($\frac{k}{n} - p) = 2F(2)$, де 2F(2) = $F_{стандарт}(2)$ – 0.5. Чисельно $F_{стандарт}(2)$ = 0.97

Для телефонної станції:

P(k=5) = 0.15, P(k<=4) = 0.62, P(k>=3) = 0.76

Ймовірність, що відносна частота відхилиться від p=0,1 не більш ніж на 0,030, приблизно 0,9544 (≈95,44%).

5. У локальній комп'ютерній мережі підрозділу комерційного банку 20 персональних комп'ютерів. Кожен з клієнтів може протягом хвилини незалежно один від одного здійснити запит до серверу головної бази даних банку з ймовірністю p=0.3, або не здійснити з ймовірністю $q = 1 - p$.

а) чому дорівнює найбільш ймовірна кількість запитів за годину?

б) чому дорівнює ймовірність найбільш ймовірної кількості запитів за годину?

в) чому дорівнює ймовірність того, що кількість запитів за годину буде від 3 до 7?

г) чому дорівнює ймовірність того, що хоча б один з клієнтів здійснить запит?

n=20·60=1200, p=0,3, q=1−p=0,7

μ=np=1200·0,3=360, σ2=npq=1200·0,3·0,7=252, σ=$\sqrt{252} = 15.87$

а. np+p=360+0,3=360,3

б. P(k=360) = $\frac{1}{\sqrt{2\pi * 252}} = 0.02 = 2.5\%$

в. P(3<k<7) = F($\frac{7+0.5-360}{\sigma}$)-F($\frac{3-0.5-360}{\sigma}$) = 0

г. P = $1-0.7^{1200} = 1 - 1.31 * 10^{-186} = 0.999$

Контрольні питання

1. Дати визначення схеми випробувань Бернуллі.

Схема випробувань Бернуллі — це серія незалежних повторних випробувань, у кожному з яких можливі лише два результати: успіх або неуспіх, причому ймовірність успіху p залишається сталою в кожному випробуванні.

2. Які властивості має випадковий експеримент за схемою Бернуллі?

- Кожне випробування має два результати: успіх або неуспіх.
- Ймовірність успіху **p** та неуспіху **q = 1 − p** є сталими.
- Випробування **незалежні** одне від одного.
- Кількість випробувань **n** є фіксованою.

3. Що загального і в чому відмінність схеми випробувань Бернуллі від схеми випробувань, що описується гіпергеометричним розподілом?

Спільне:

- Обидві схеми описують кількість «успіхів» у вибірці.
- Результат кожного випробування — «успіх» або «неуспіх»

4. Як визначається ймовірність отримати k успіхів у n незалежних випробуваннях за схемою Бернуллі?

$P(k) = C_n^k * p^k * q^{n-k}$

5. Навести приклади випадкових експериментів, які можна моделювати за допомогою схеми Бернуллі?

- Кожне підкидання монети (орел/решка).
- Кожен дзвінок клієнта у call-центр (подзвонив / не подзвонив).
- Ймовірність браку при виготовленні деталей (деталь бракована / нормальна).
- Успішне проходження користувачем авторизації (успішно / помилка).
- Проведення реклами: користувач клікнув / не клікнув.
- У студента: здав тест / не здав у кожній спробі.