

Практична робота №8

Тема: основи вибіркового методу.

Мета: набути практичних навичок у розв'язанні типових задач з основ вибіркового методу, точкового та інтервального оцінювання числових характеристик випадкової величини.

Хід роботи

Вибірка ($n = 5$):

$X=[8, 3, 6, 10, 2]$

Впорядкована (варіаційний ряд):

[2, 3, 6, 8, 10]

Основні статистики

Розмір вибірки: $n=5$

Сума: $\sum x_i = 29$

Вибіркове (аритм.) середнє:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i = \frac{29}{5} = 5.8$$

Медіана: $x=6$

Мода: немає (усі значення різні).

Розмах:

$$R = x_{(n)} - x_{(1)} = 10 - 2 = 8$$

Квартилі

$$Q_1(25\%) - 0.25 * (5 + 1) = 1.5 \Rightarrow Q_1 = \frac{2 + 3}{2} = 2.5$$

Q_2 = медіана = 6

$$Q_3(75\%) - 0.75 * 6 = 4.5 \Rightarrow Q_3 = \frac{8 + 10}{2} = 9$$

Міжквартильна відстань: $IQR = Q_3 - Q_1 = 9.0 - 2.5 = 6.5$

Дисперсії та СКВ

Центральний момент 2-го порядку

$$\mu_2 = \frac{1}{2} \sum (x_i - \bar{x})^2 = 9$$

Вибіркова (незміщена) дисперсія

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{44.8}{4} = 11.2$$

Початкові моменти

$$\mu_1' = \bar{x} = 5.8$$

$$\mu_2' = \frac{1}{5} \sum x_i^2 = 42.6$$

$$\mu_3' = 352.6$$

$$\mu_4' = 3097$$

Центральні моменти

$$\mu_{(c)}_1 = 0$$

$$\mu_{(c)}_2 = 8.96$$

$$\mu_{(c)}_3 = 1.58$$

$$\mu_{(c)}_4 = 121$$

Асиметрія і ексцес

$$A_s = \frac{\mu_{(c)}_3}{\mu_{(c)}_2^{\frac{3}{2}}} = 0.05$$

$$E_k = \frac{\mu_{(c)}_4}{\mu_{(c)}_2^2} - 3 = 1.49$$

Контрольні питання

1. Що таке вибірковий метод і як він використовується в статистиці?

Вибірковий метод — це спосіб дослідження генеральної сукупності, при якому аналізують лише частину її елементів — вибірку. На основі вибіркових даних роблять висновки про параметри всієї сукупності. Метод дозволяє зменшити витрати часу й ресурсів та є основою статистичних досліджень.

2. Які є основні точкові статистичні оцінки, і як вони обчислюються?

Основні точкові оцінки:

- вибіркове середнє
- медіана — центральне значення впорядкованої вибірки.
- мода — найбільш часто повторюване значення.
- вибіркова дисперсія
- середнє квадратичне відхилення:

3. Які фактори впливають на точність статистичних оцінок?

- обсяг вибірки;
- варіативність (розсіювання) даних;
- метод відбору (випадковість, репрезентативність);
- наявність систематичних похибок;
- випадкові коливання;
- якість і повнота вихідних даних.

4. Як визначається вибіркове середнє і вибіркова дисперсія?

Вибіркове середнє:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$$

Вибіркова дисперсія (незміщена):

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

5. Що таке точні вибіркові розподілення і як вони допомагають у роботі з вибірковими оцінками?

Точні вибіркові розподілення — це розподілення статистик (наприклад, середнього або дисперсії), отримані при фіксованому обсязі вибірки.

Вони дозволяють:

- визначати точні довірчі інтервали;
- перевіряти гіпотези;
- робити коректні висновки при малих вибірках.

6. Які властивості мають інтервальні статистичні оцінки?

Інтервальні оцінки:

- задаються у вигляді діапазону значень, у якому з певною імовірністю міститься параметр;
- залежать від рівня довіри (наприклад, 95%);
- ґрунтуються на вибіркових розподіленнях;
- містять інформацію не лише про оцінку, але й про її точність (ширина інтервалу).

7. Як будується довірчий інтервал для параметра генеральної сукупності?

Будується за формулою: точкова оцінка \pm гранична похибка

Гранична похибка залежить від:

- вибіркової дисперсії;
- обсягу вибірки;
- відповідного розподілу (нормального або Стьюдента);
- рівня довіри.

8. Як визначається довірчий інтервал для середнього значення генеральної сукупності?

Якщо дисперсія генеральної сукупності невідома: $\bar{x} = t_{\frac{\alpha}{2}}(n - 1) * \frac{s}{\sqrt{n}}$

Якщо дисперсія відома: $\bar{x} = z_{\alpha/2} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

9. Як використовувати інтервальні статистичні оцінки для прийняття рішень?

Інтервальні оцінки дають можливість:

- оцінити точність вимірювань;
- перевіряти статистичні гіпотези;
- вирішувати, чи потрапляє значення параметра у допустимий діапазон;
- приймати рішення в економіці, менеджменті, техніці та контролі якості.

10. Які методи можна використовувати для визначення обсягу вибірки для отримання точних статистичних оцінок?

- метод за заданою максимальною похибкою;
- метод за відомою дисперсією генеральної сукупності;

- метод за часткою (для бінарних ознак);
- використання апріорних оцінок із попередніх досліджень;
- застосування статистичних формул і онлайн-калькуляторів.