Практична робота №6

Тема: закони розподілу та числові характеристики випадкових величин

Мета: набути практичних навичок у розв'язанні задач на знаходження законів розподілу та числових характеристик дискретних та неперервних випадкових величин, зокрема нормального закону, та розв'язання типових задач по цій темі.

Хід роботи

1. Знайти закон розподілу $Z = X + Y$. $X \sim N(a;\sigma^2)$, $Y \sim E(\lambda)$

$$f(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} * \lambda e^{-\lambda(z-x)} dx$$

2. Знайти закон розподілу $Z = X + Y$. $X \sim N(a_1;\sigma_1^2)$, $Y \sim N(a_2;\sigma_2^2)$

$Z \sim N(a_1 + a_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$

3. Знайти закон розподілу $Z = X + Y$. $X \sim N(a;\sigma^2)$, $Y \sim U(a;b)$

$F(z) = \frac{1}{(b-a)}\left(F\left(\frac{z-a-b}{\sigma}\right) - F\left(\frac{z-a-a}{\sigma}\right)\right)$

4. Знайти закон розподілу $Z = X + Y$. $X \sim U(a;b)$, $Y \sim U(a;b)$

$$F(z) = \begin{cases} \frac{z-2a}{(b-a)^2}, 2a \le z \le a+b, \\ \frac{2b-z}{(b-a)^2}, a+b \le z \le 2b, \\ 0, \text{інакше} \end{cases}$$

5. Знайти закон розподілу $Z = X + Y$. $X \sim U(-a;a)$, $Y \sim U(-\frac{a}{2};\frac{a}{2})$

$$F(z)=\begin{cases} \frac{z+\frac{3a}{2}}{a^2}, -\frac{3a}{2} \le z \le -\frac{a}{2} \\ \frac{1}{a}, -\frac{a}{2} \le z \le \frac{a}{2} \\ \frac{\frac{3a}{2}-z}{a^2}, \frac{a}{2} \le z \le \frac{3a}{2} \\ 0, \text{інакше} \end{cases}$$

Контрольні питання

1. Як знання закону розподілу значень пікових навантажень у комп'ютерній мережі підприємства може допомогти при моделюванні та аналізі пікових навантажень?

Знання закону розподілу дозволяє оцінювати ймовірність виникнення великих навантажень, прогнозувати критичні стани мережі, оптимізувати резервування ресурсів і будувати моделі, що коректно відтворюють поведінку системи у пікові моменти.

2. Як знайти математичне сподівання функції одного випадкового аргумента?

Якщо $Y = g(X)$ і X має щільність $f_X(x)$, тоді математичне сподівання знаходиться за формулою: $E[Y] = \int g(x)\, f_X(x)\, dx$ по всій області визначення X.

3. Як знайти дисперсію функції одного випадкового аргумента?

Дисперсія знаходиться за формулою $Var(Y) = E[Y^2] – (E[Y])^2$, де $E[Y^2] = \int (g(x))^2 f_X(x) dx$.

4. Чому на етапі обчислення закону розподілу функції від випадкової величини виконати аналіз монотонності функції?

Бо формула перетворення щільності справедлива лише для монотонних функцій. Якщо функція не монотонна, слід розбивати область на інтервали монотонності, інакше результат буде некоректним.

5. Наведіть приклади задач, де виникає потреба в обчисленні закону розподілу суми випадкових величин

- Моделювання сумарного шуму в радіосистемах.
- Аналіз фінансових ризиків (сума збитків).
- Оцінювання сумарних навантажень у мережах або серверах.
- Сума вимірювань у метрології.
- Сумарний час виконання послідовних випадкових задач.