

Модель Курамото широко применяется для описания систем связанных осцилляторов, то есть любых людей, явлений или механизмов, выполняющих периодичное действие. Границы применимости этой модели очень велики – от оаций в зале и раскачивания моста Миллениум до динамики нейронов. Основное уравнение модели выглядит следующим образом:

$$\dot{\varphi}_i = \omega_i + \frac{K}{N} \sum_{j=1}^N \sin(\varphi_j - \varphi_i), i = 1..N$$

Здесь $0 \leq \varphi_i < 2\pi$ – полные фазы осцилляторов, ω_i – частоты осцилляторов, если бы они находились в системе по одиночке, N – число осцилляторов, K – коэффициент взаимодействия осцилляторов друг с другом.

Встречаются модификации этого уравнения, например, когда осцилляторы по-разному связаны друг с другом. Тогда

$$\dot{\varphi}_i = \omega_i + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{ji} \sin(\varphi_j - \varphi_i), i = 1..N$$

А еще коэффициент связи может зависеть от времени:

$$\dot{\varphi}_i = \omega_i + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{ji}(t) \sin(\varphi_j - \varphi_i), i = 1..N$$

Другим случаем является распространение синхронизации «волнами». Такое явление, например, наблюдается у светлячков. Их мерцание описывается формулой

$$\dot{\varphi}_i = \omega_i + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{ji}(t) \sin(\varphi_j - \varphi_i - \alpha), i = 1..N$$

Синхронизация или ее отсутствие может быть проиллюстрирована по-разному. Например, можно ввести параметр порядка. Часто показывают осцилляторы и их частоты в виде бегающих по кругу точек: чем выше частота, тем больше скорость точки. А можно просто вывести динамику частот осцилляторов $\tilde{\omega}_i$ во времени. Вы можете использовать любой вариант. В любом случае, необходимо продемонстрировать динамическое изменение частот осцилляторов в системе при разных K и найти критические точки смены режимов.

Небольшая подсказка: желательно обезразмерить все величины. Например, поделить на большую разницу частот.

Во всех проектах начальные фазы должны задаваться рандомно.

- ➔ Два бегуна бегут по стадиону. Изначальные их скорости были 10 км/ч и 12 км/ч, но один из них явно хочет бежать вместе со вторым, а второй равнодушен к этому (бежит со своей изначальной скоростью). Предполагая, что способности спортсменов не ограничены, в каком случае синхронизация произойдет быстрее - если желающий бежать вместе будет иметь большую или меньшую скорость?