

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

Университет ИТМО

дисциплина

Физика с элементами компьютерного моделирования

Отчет по проекту

«Модель Курамото»

Вариант №15

Выполнили:

студент гр. N3145

Ложкин Владислав Сергеевич,

студент гр. N3150

Диденко Дмитрий Эдуардович

Проверил:

Барышникова К.В.

Санкт-Петербург
2023

Цель работы:

Демонстрация динамического изменения частот при разных K в модели Курамото, визуализация поставленной задачи, поиск критических точек смены режима.

Исходные данные:

Данные поставленной задачи для визуализации (15 вариант):

Два бегуна бегут по стадиону. Изначальные их скорости были 10 км/ч и 12 км/ч, но один из них явно хочет бежать вместе со вторым, а второй равнодушен к этому (бежит со своей изначальной скоростью).

Задачи, решаемые при выполнении работы:

1. Написание программы, визуализирующей модель Курамото в общем случае, то есть в системе должна произойти синхронизация движения объектов.
2. Изменения программы под условие поставленной задачи.
3. Поиск критических точек смены режимов при разных K .

Ход работы:

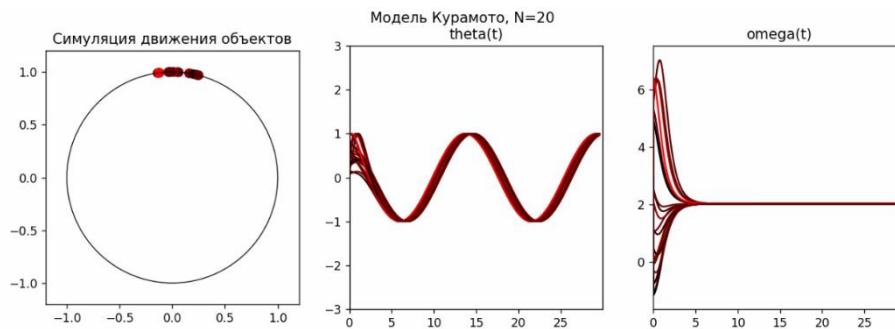
Начальные параметры объектов, такие как изначальная фаза, угловая частота, коэффициент связи выбираются случайным образом и заносятся на первые позиции в соответствующие массивы. Причем выбрано делать $K_{ij} = K_{ji}$. После этого в специальной функции просчитываются все последующие данные путем дифференцирования фазы по времени методом Эйлера. Формула для просчета берется из модели Курамото:

$$\dot{\phi}_i = \omega_{oi} + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{ij} \sin(\phi_j - \phi_i)$$

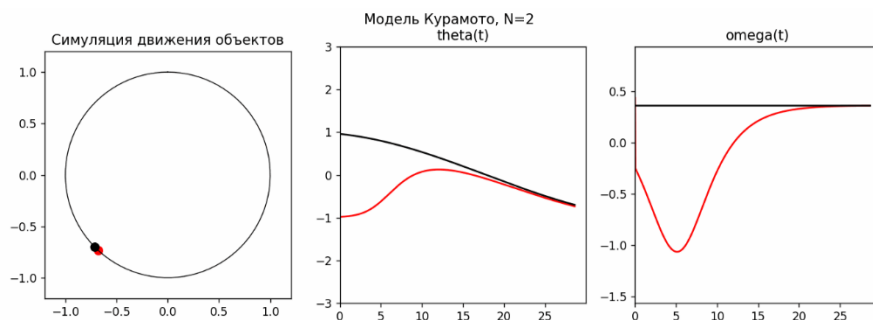
Дифференцирование происходит делением общего времени на маленькие промежутки, которые в свою очередь делятся на еще более мелкие шаги. Каждый шаг разбивается на две части, в первую часть прибавляется сдвиг, посчитанный по начальной угловой частоте, вторая часть пересчитывается с учетом влияния коэффициентов других объектов. Таким образом получается довольно плавное движение.

После просчета всех данных, начинается создание графиков и схем. Для построения графиков используется библиотека `matplotlib` в `python`, а для создания анимации `gif` `matplotlib.animation`. Сначала описывается расположение графиков, их масштаб, положение названий и текстов, после этого в специальной функции на график покадрово наносятся

данные следующего времени. Эта функция используется сразу в команде для составления анимации gif.



Для того, чтобы программа подходила под условие задачи со спортсменами, было необходимо отредактировать значения угловой частоты (которая считается по линейной скорости спортсменов и радиусу поля $\omega = \frac{v}{R}$).

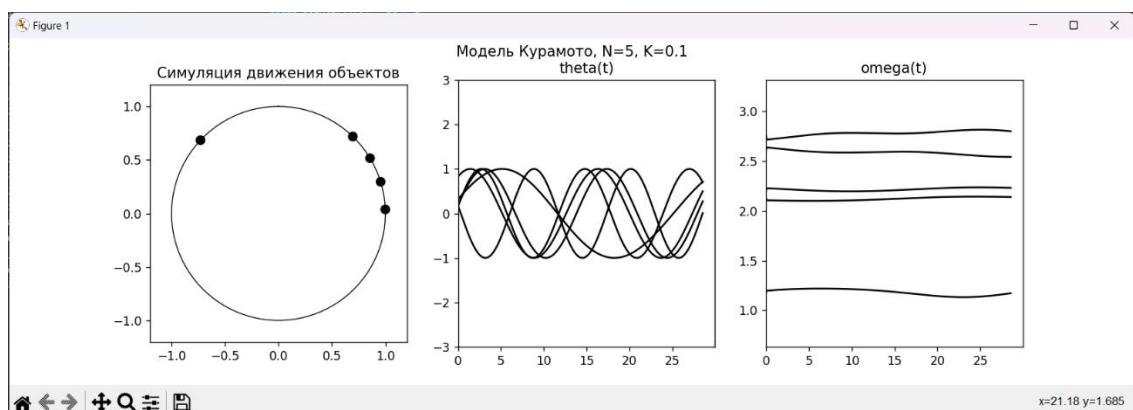


Результаты:

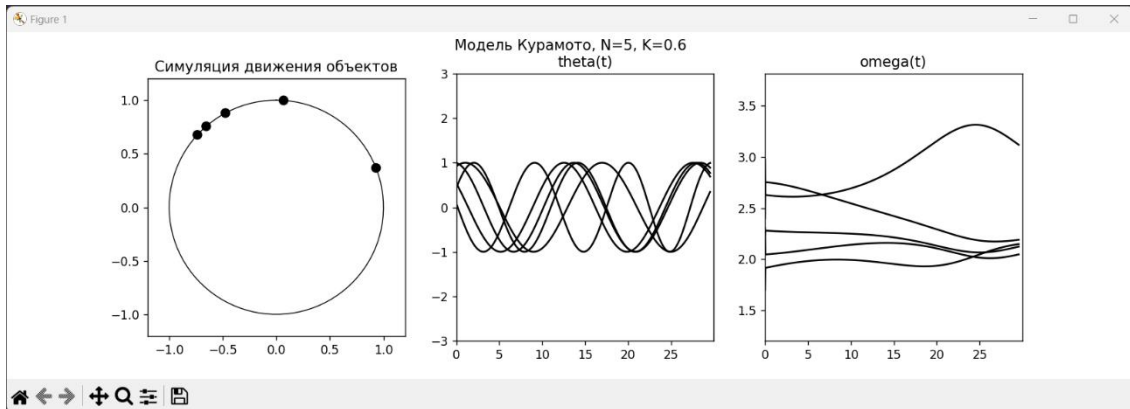
Проанализировав поведение модели Курамото при разных значениях связи K , можно сказать, что синхронизация при ненулевом коэффициенте может не всегда произойти. Но синхронизация угловых частот не всегда сопровождается слиянием объектов в одну точку. При определенных условиях объекты могут находиться на большом расстоянии друг от друга, но при этом двигаться с одной скоростью. Это может быть связано с положением других объектов, их коэффициентами связи,

Для $N=5$ были найдены приблизительные критические значения K :

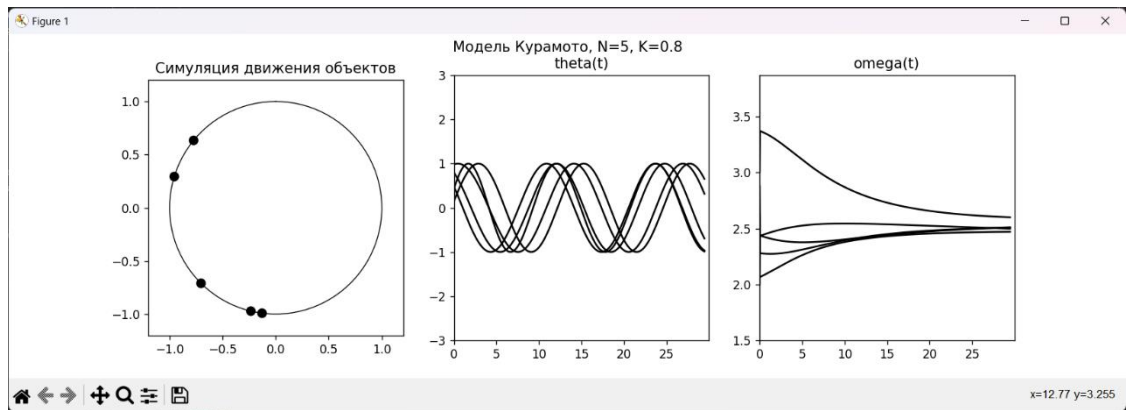
Изначально синхронизация не происходит:



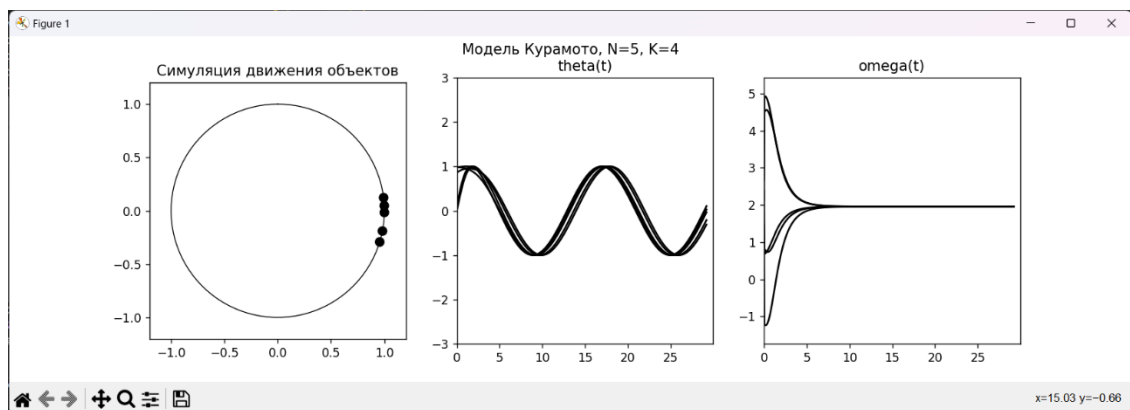
При $K=0.6$ начинается частичная синхронизация, то есть некоторые группы синхронизируются, другие же объекты нет



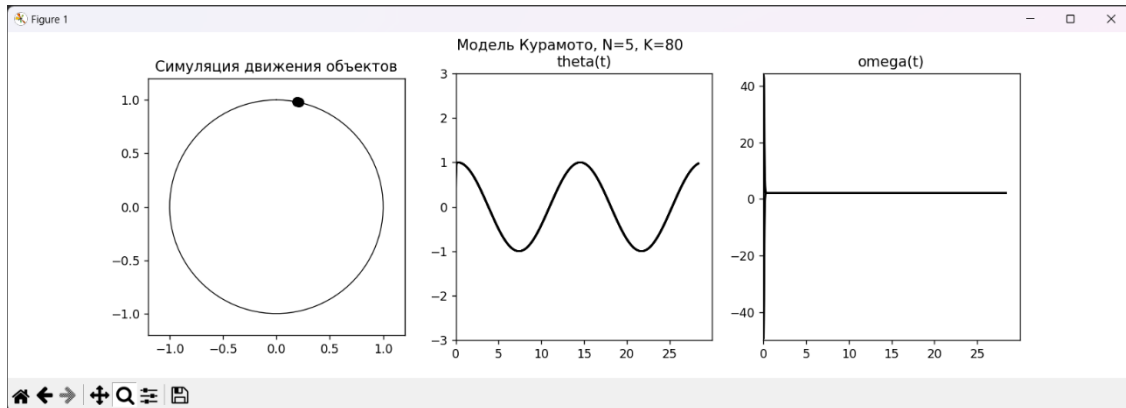
При $K=0.8$ происходит полная синхронизация



При $K=4$ кроме синхронизации, фазы объектов начинают сближаться, тем самым они «кучкуются»

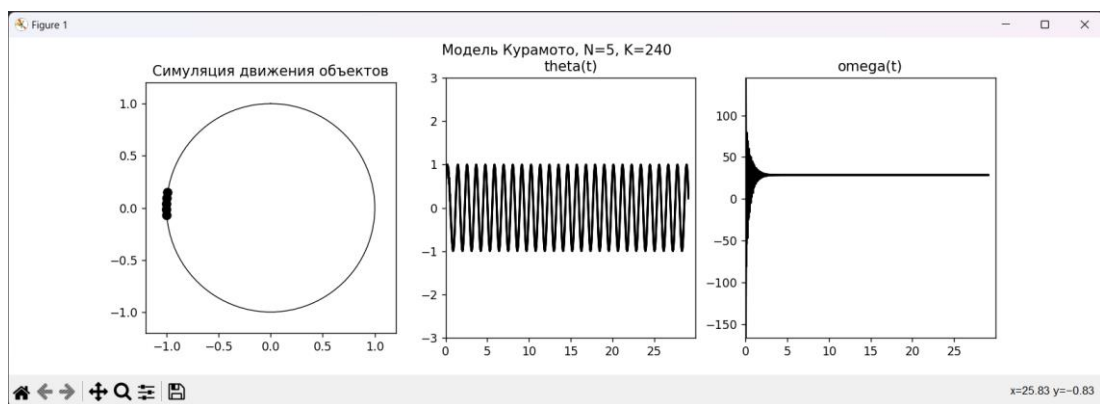


При $K=80$ объекты сливаются в одну точку

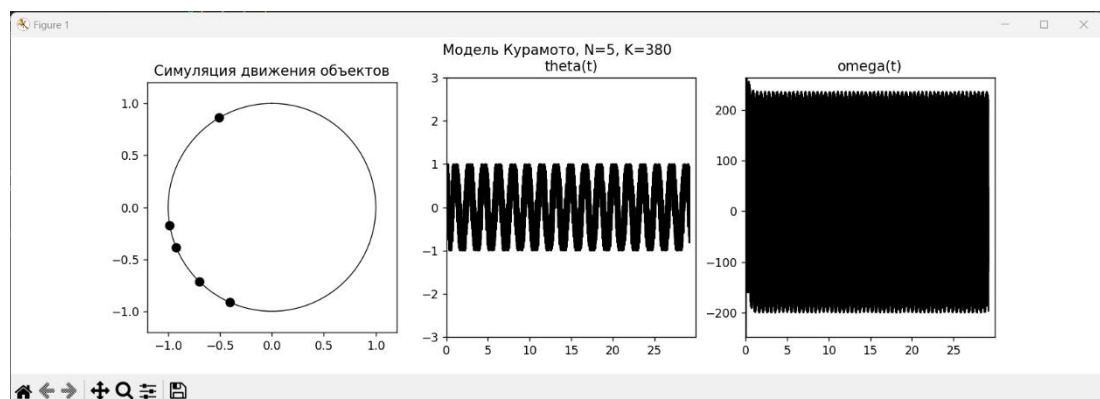


С учетом метода дифференцирования, можно отметить еще несколько ключевых точек. Так как дифференцирование происходит путем деления времени на маленькие промежутки, то от мелкости выбора этого промежутка будет зависеть плавность перемещения объектов и точность вычислений. Если мы возьмем очень большое K , то объекты начинают «перелетать» круг, и происходит рассинхронизация, которое в идеальных условиях вычислений, конечно же, не будет.

При $K=240$ объекты по фазе начинают из одной точки расходиться, но синхронизация сохраняется



При $K=380$ синхронизация прекращается



Вывод:

Модель Курамото позволяет описывать системы из связанных осцилляторов. В данном проекте получилось визуализировать такую модель на примере движущихся по кругу связанных между собой шариков, а также изменить ее под конкретную задачу. Были найдены критические точки К смены режимов, в том числе и те, которые связаны с недостатками методов подсчетов.

Дополнительные файлы:

Файлы с кодом программы для общего случая и под конкретную задачу, а также анимации к ним, можно найти тут:

https://github.com/Vladislav909090/Model_Kuramoto-physics_project