Тема 2. Системи і моделювання.

2.1. Типи моделей.

Нехай ми маємо деякий конкретний об'єкт. Лише в одиничних випадках ми можемо провести із цим об'єктом всі дослідження, які нас цікавлять. В більшості випадків (із-за недоступності, громіздкості, складності і т. і.) ми змушені розглядати не сам об'єкт, а формальний опис тих його особливостей, які істотні для цілей дослідження. Такий формальний опис об'єкта прийнято називати *моделлю об'єкта (системи).* Для дослідження простого радіотехнічного елемента можна подати на його входи всі комбінації сигналів, що нас цікавлять, і зняти відповідні вихідні сигнали і таким чином можна вивчити цей радіотехнічний елемент. З іншого боку проходження сигналу через радіотехнічний елемент можна описати, наприклад, диференціальним рівнянням (чи якимось іншим чином) і на цій основі вивчати радіотехнічний елемент з допомогою диференціального рівняння, подаючи різні входи і обчислюючи відповідні виходи. Це буде робота з моделлю. Радіолюбителю простіше провести натурні експерименти ніж розв'язувати диференціальні рівняння. Зате проектувальник апаратури уже віддасть перевагу моделям, щоби з різних радіотехнічних елементів скласти радіоприлад. Тобто з ростом складності системи можливості натурного експерименту різко падають (тому, що експеримент стає дорогим, трудомістким, тривалим за часом). При досліджені складних систем перевагу віддають роботі з моделлю (наприклад, атомна станція, літак, ракета, економічна система, соціальна група і т.д.). Слід відмітити, що дослідження замість самої системи (явища, процесу, об'єкта) її моделі практично завжди несе ідею спрощення. Ми спрощуємо реальний світ, так як оперувати моделлю простіше і економніше ніж дійсністю.

Розрізняють три основні види моделей:

а) *вербальні* (словесні, описові); (*приклади*)

б) *натурні* (макетування, фізичне моделювання, масштабовані моделі та інші); (*приклади*)

в) *знакові*.

Найважливіший вид – це знакові моделі. У знакових моделях виділяють їх найважливіший клас – математичні моделі. *Математична модель* – це опис протікання процесів, опис стану, зміни системи на мові алгоритмічних дій з математичними формулами і логічними переходами. Приклади інших знакових моделей: хімічні і ядерні формули, графіки, схеми (в тому числі графове зображення зв'язків і інформаційних потоків в системі), креслення, топографічні карти. Знакові моделі відрізняються компактністю запису, зручністю в роботі, можливістю вивчення в формі, абстрагованій від конкретного змісту.

Відмітимо також, що ділення моделей на вербальні, натурні та знакові, в певному розумінні умовне, бо , наприклад, існують *змішані* моделі. Можна навіть стверджувати, що не має знакової моделі без її супроводжуючої описової, бо всі знаки і символи необхідно пояснити словами.

2.2.Загальні і конкретні моделі.

Всі типи моделей необхідно перед їх застосуванням до конкретної ситуації наповнити інформацією, яка відповідає використовуваним символам, макетам, загальним поняттям. Так для математичної моделі – це числове (замість буквених) значення фізичних величин, коефіцієнтів, параметрів; конкретні види функцій і операторів, певні послідовності дій (там де вони не були визначені однозначно). Наповнену інформацією модель прийнято називати *конкретною.*

Модель без наповнення інформацією називають *загальною (теоретичною, абстрактною).*

Особливо широко розповсюджені *абстрактні математичні моделі.* Типовими з точки зору практики є моделі у вигляді наборів формул, систем лінійних і нелінійних диференціальних рівнянь (звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь в частинних похідних), алгебраїчних систем рівнянь, інтегральних рівнянь, операторних рівнянь, функціональних рівнянь (чи систем рівнянь), стохастичних рівнянь і т. ін.

2.3. Формальний запис моделі.

Спочатку позначимо:

- набір вхідних дій (входів) в системі через u а всю їх допустиму сукупність через $U, u \in U$;
- набір вихідних дій (виходів) в системі через y а всю їх допустиму сукупність через $Y,\ y \in Y$;
- набір параметрів, які характеризують властивості системи і які постійні весь час, і які впливають на виходи системи через a , а всю їх допустиму сукупність через $A,\ a \in A$;
- набір параметрів, які характеризують властивості системи і які змінюються під час її розгляду (параметри стану) через x , а всю їх допустиму сукупність через $X, x \in X$;
- параметр процесу в системі через t , а всю допустиму сукупність через $T, t \in T$;
- правило S (функція, оператор) визначення параметрів x стану системи за входами u , постійними параметрами a , параметром процесу t:

$$x = S(u, a, t);$$

- правило V (функція, оператор) визначення вихідних характеристик y системи за входами u, постійними параметрами a, параметрами стану x та параметром процесу t:

$$y = V(u, a, x, t);$$

- правило $\overline{V}$ (функція, оператор) визначення вихідних характеристик y системи за входами u, постійними параметрами a та параметром процесу t. Вказане правило $\overline{V}$ може бути отримане підстановкою правила S в правило V, що дає виключення із нього параметру стану x:

$$y = \overline{V}(u, a, t).$$

На основі сказаного модель системи може бути записана так:

$$\Xi : \left\{u, y, a, x, t, S, V, \overline{V}\right\}, u \in U, y \in Y, a \in A, x \in X, t \in T. \qquad (*)$$

В цьому кортежі є вісім складових. Нижче ми побачимо, що кількість складових може бути і більшою. Найменше число складових є в моделі чорного ящика:

$$\Xi : \left\{u, y, \overline{V}\right\}, u \in U, y \in Y,$$

де $y = \overline{V}(u)$.

Для прикладу розглянемо в якості моделі систему диференціальних рівнянь:

$$\frac{dx(t)}{dt} + Ax(t) = f(t),\ x(t_0) = x^0,\ t \in [t_0, t_1],$$

яка розв'язується для різних початкових умов і різних правих частин. Маємо наступні:

- входи: початкові умови $t_0, x^0,$ вектор правих частин $f(t)$, значення t_1, до якого інтегрують систему ;
- вихід: значення $x(t_1) = x^1$;
- незмінні параметри системи: матриця A;
- параметри стану: вектор x;
- параметр процесу: t;
- правило S: розв'язок системи диференціальних рівнянь в залежності від початкових умов, констант, правих частин і параметра процесу:

$$x(t) = x\left(t_0, x^0, A, f(t), t\right);$$

- правило V: підстановка в розв'язок системи диференціальних рівнянь значення t_1:

$$x(t) = x\left(t_0, x^0, A, f(t), t\right)\big|_{t=t_1};$$

- правило $\overline{V}$: залежність $x_1 = x\left(t_0, x^0, A, f(t), t_1\right)$.

Модель системи з керуванням легко отримати з попередньої моделі (*) ввівши правило $S^{\bar{u}}$, що дозволяє вибором керування $\bar{u}$ із деякої фіксованої сукупності $\bar{U}$ досягати значення стану x^G , який забезпечує отримання вихідних дій J^G , які відповідають виконанню цілі G:

$$\Xi^{\bar{u}}:\left\{u,y,a,x,t,\bar{u},J^G,S^{\bar{u}},V^{\bar{u}},\bar{V}^{\bar{u}}\right\},u\in U,y\in Y,a\in A,x\in X,t\in T,\bar{u}\in\bar{U}.$$

2.4. Імітаційне моделювання.

Моделювання процесів з багаторазовим відслідковуванням ходу їх протікання кожен раз при різних умовах називається *імітаційним моделюванням.* Ціль цього виду моделювання – одержати представлення про можливі границі і типи поведінки системи, вплив керувань і випадкових факторів, зміни в структурі і т. і. Важливою особливістю імітаційного моделювання є включення людини, її знань, досвіду, інтуїції в процедуру досліджень моделі. Це робиться між окремими імітаціями поведінки системи, чи серіями імітацій, людина навіть може змінювати сценарії імітації, що являється важливим етапом цього виду моделювання. Імітаційне моделювання являється однією із форм діалогу людини із ЕОМ. Воно являється особливо незамінним коли неможлива строга математична постановка задачі (корисно випробувати різні постановки), відсутній математичний метод розв'язування задачі (можна використати імітацію для ціленаправленого перебору), повна модель надзвичайно складна (тоді потрібно імітувати поведінку декомпозованих частин).

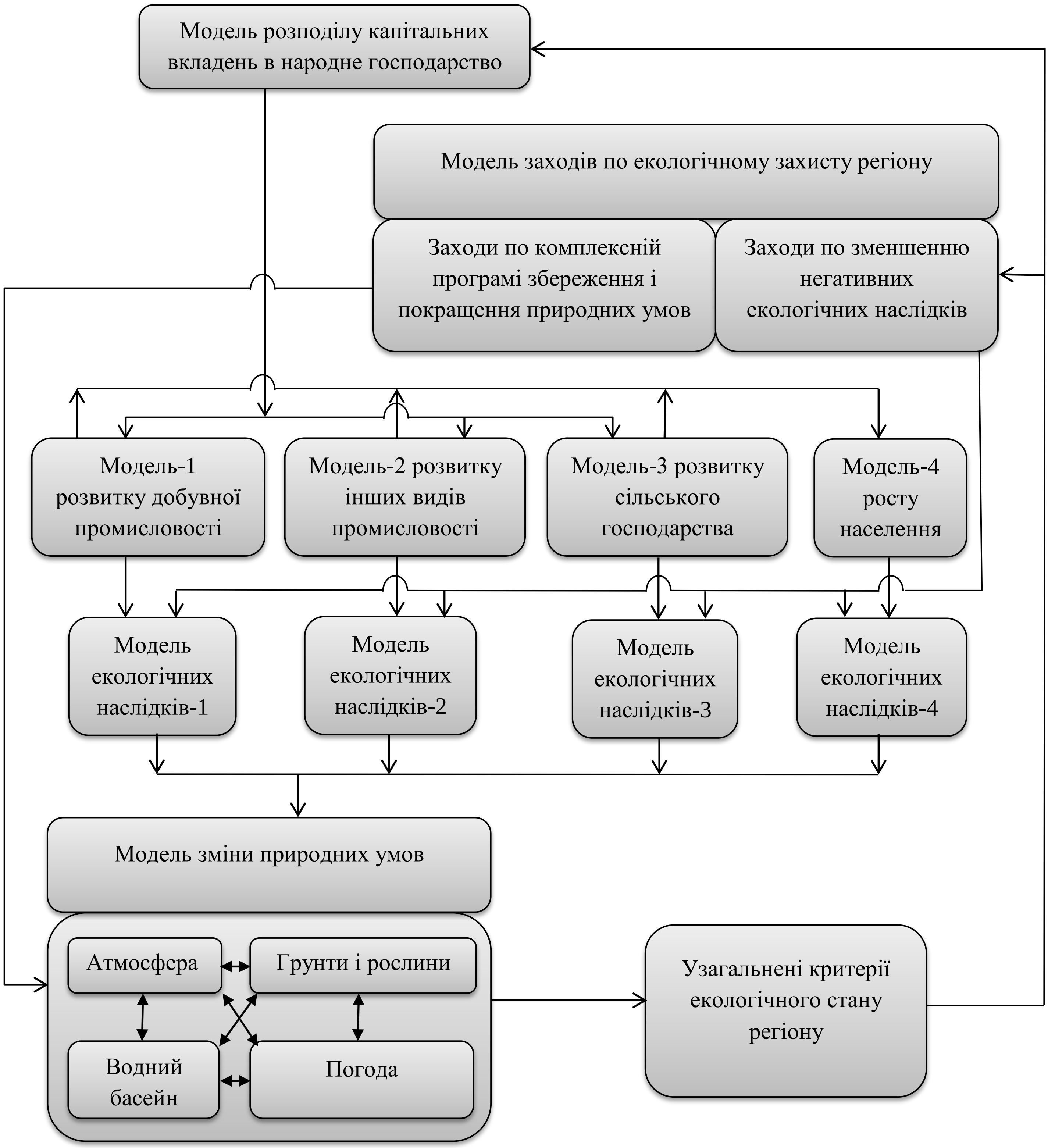
2.5. Моделювання складних систем.

До цього часу мова йшла про моделі, які описують систему цілком. Чи годиться це для складних систем? Єдину модель для складної системи називають *макромоделлю.* В основному достатньо проста і груба, вона годиться лише для приблизних оцінок і для загальних висновків про систему. Якщо ж макромодель уточняти (деталізувати), то це приводить до катастрофічного росту її складності (розмірності) і ефективний аналіз таких моделей не під силу навіть сучасним ЕОМ. Через те при моделюванні складних систем потрібно використовувати декомпозицію і ділення на модулі (блоки, підсистеми), при необхідності вводити ієрархію модулів, розглядати потоки інформації між окремими модулями і т.д. Вкажемо на наступні дві особливості, які виникають при моделюванні складних систем:

перша – побудова чи вибір моделей для декомпозованих частин системи;

друга – узгодження моделей декомпозованих систем.

Для прикладу розглянемо схему прогнозування екологічного стану регіону:



Практичне використання моделей складних систем частіше всього носить характер імітації. Наприклад, не однократне повторення екологічних змін стану регіону за різними сценаріями капітальних вкладень і заходів по захисту навколишнього середовища, розвитку промисловості і сільського господарства, зміни кількості населення дозволяє вибирати найкращу стратегію розвитку регіону.