

## **РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА:**

### ***Основна:***

1. Месарович М., Такахара Я. Общая теория систем: математические основы. –М., 1978, –311с.
2. Згуровський М.З., Панкратова Н.Д. Основи системного аналізу, Підручник. –К.: Видав. Група ВНУ, 2007. – 544с.
3. Губанов В.А., Захаров В.В., Коваленко А.Н. Введение в системный анализ, Уч. пособие, Л.: ЛГУ, 1988. – 232с.
4. Мороз О.І., Назаренко Л.Д. Математична теорія систем, Навч. посібник.-Суми:Сум.ДУ,2006.- 220 с.
5. Волкова В.Н., Денисов А.А. Основы теории систем и системного анализа. –С-Пб.: С-ПбГТУ, 2001. – 512с.
6. Мороз А.И. Курс теории систем. М.: Высшая школа, 1987. –304с.
7. Стопакевич О.А. Теорія систем і системний аналіз. К.: ІСДО, 1996. – 200с.
8. Клір Дж. Системология. Автоматизация решения системных задач. –М.: Радио и связь, 1990. – 544с.
9. Бакан Г.М., Волошин О.Ф., Зінько П.М. Методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу “Теорія систем”. – К.: ВПЦ “Київ. університет”, 1997. – 38с.
10. Кононюк А.Е. Системология. Общая теория систем. – К.: Освіта України. 2014.-564 с.
11. <http://www.intuit.ru/departament/expert/intsys/1/>

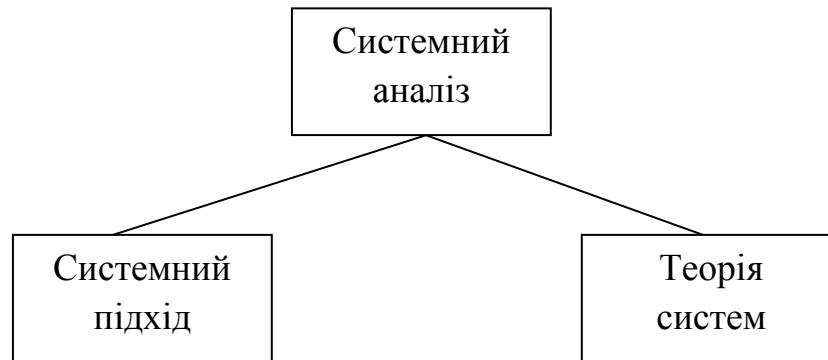
### **Додаткова література**

12. Чорней Н.Б., Чорней Р.К. Теорія систем і системний аналіз, Навч. посібник. – К.: МАУП, 2005. – 256с.
13. Сурмин Ю.П. Теория систем и системный анализ, Учеб. пособие.-К.:МАУП,2003.-368с.
14. Семейко М.Г. Методичні рекомендації до розв’язання задач з дисципліни “Теорія систем і системний аналіз”. – К.: МАУП, 2000. – 43с.
15. Бейко І.В., Зінько П.М., Наконечний О.Г. Задачі, методи та алгоритми оптимізації. – К.: ВПЦ «Київський університет»,2012. – 799с.

## **Тема 1. Вступ. Основні поняття, що характеризують будову і функціонування систем.**

### **1.1. Предмет, цілі теорії систем.**

Спочатку зобразимо наступну схему:



**Системний аналіз (СА)** – це сукупність методів і засобів, які використовують при:

- дослідженні і конструюванні складних і зверх складних об’єктів, явищ і процесів (перш за все методів і засобів вироблення, обґрунтування і прийняття рішень);
- проектуванні, створенні та керуванні соціальними, економічними, екологічними, біологічними, технічними, людино-машинними системами.

Системний аналіз виник у 60-х роках 20-го століття як результат розвитку дослідження операцій і системотехніки. Теоретичну і методологічну основу СА складають **системний підхід (СП)** і **теорія систем (ТС)** (**загальна теорія систем, абстрактна теорія систем**).

**Системний підхід** – методологічний напрямок, основна задача якого полягає в розробці методів дослідження і конструювання (проектування) складно-організованих об’єктів, явищ і процесів – систем різних типів і класів. Історично СП прийшов на зміну широко розповсюдженим в 17 -19 століттях концепціям механіцизму і по своїх задачах протистоїть цим концепціям. *Теоретичною базою для розробки таких методів являється діалектичний принцип системності.*

*Найважливіші задачі системного підходу:*

- розробка засобів представлення досліджуваних об’єктів, явищ і процесів як систем;
- побудова узагальнених моделей систем, моделей різних класів та специфічних властивостей систем;
- дослідження структури систем, різних системних концепцій і розробок.

Системний підхід звертає увагу на недостатність, а часто і шкоду чисто локальних рішень, отриманих на основі охоплення невеликої кількості істотних факторів. СП спирається на відомий діалектичний закон взаємозв’язку і взаємообумовленості явищ у природі та суспільстві, вимагаючи розглядати досліджувані об’єкти не тільки як самостійну систему, але і як підсистему деякої більшої системи, по відношенню до якої не можна розглядати дану систему як замкнуту.

**Теорія систем** – науковий напрямок, який пов'язаний із розробкою сукупності методологічних та прикладних засобів аналізу і синтезу об'єктів, явищ і процесів довільної природи. Основою для створення ТС являються ізоморфізми (аналогії) процесів, які протікають в об'єктах різного типу (технічних, біологічних, економічних, соціальних, фізичних, екологічних тощо). ТС являє собою область наукових знань, які дозволяють вивчати поведінку, зокрема ціленаправлену, об'єктів, явищ і процесів довільної складності і довільного призначення.

## 1.2. Історична довідка. Означення системи.

Спочатку проаналізуємо еволюцію поняття *система*. В перших визначеннях в тій чи іншій формі вказувалось, що *система* – це елементи і зв'язки (відношення) між ними. Основоположник теорії систем Л. фон Берталанфі визначив систему як комплекс взаємодіючих елементів, чи як комплекс елементів, що знаходяться у певних відношеннях один з одним і з середовищем. А.Холл визначив систему як множину предметів разом із зв'язками між ними і між їхніми ознаками. Доречно нагадати, прямий переклад із грецької мови: **συστήμα** - означає *складене*, тобто складене із частин, з'єднання.

Пізніше у визначенні системи появляється поняття цілі. Так у філософському словнику система визначається так: «система це сукупність елементів, що знаходяться у відношеннях і зв'язках між собою певним чином, і які утворюють деяку цілісну єдність». Згодом в поняття система почали включати разом із елементами, зв'язками, їх властивостями і цілями - спостерігача, особу, що уявляє об'єкт чи процес у вигляді системи. Для побудови системи можна розробити «мову» для виявлення елементів і зв'язків між ними, яка може бути основана на теоретико-множинних, логічних та інших формалізованих представленнях. На перших етапах дослідження системи важливо уміти відокремити систему від середовища, з яким вона взаємодіє.

Зараз запишемо у символічній формі декілька узагальнюючих визначень системи, які відрізняються одне від одного кількістю врахованих факторів і ступенем абстрактності (від найбільш абстрактного «так» - «ні» до найбільш конкретного, наближеного до дійсності).

1). Система є дещо ціле:  $S = H(1;0)$ .

Визначення виражає факт існування і цілісність. Двоїсте судження  $H(1;0)$  виражає наявність чи відсутність якихось якостей (властивостей) (електроніка).

2). Система є організована множина:  $S = (ОРГ, М)$ , де ОРГ – оператор організації, М – множина (суспільствознавство).

3). Система є множина предметів, властивостей і відношень:  
 $S = (\{m\}, \{n\}, \{r\})$ , де  $m$  – предмети,  $n$  – властивості,  $r$  – відношення (геологія).

4). Система є множина елементів, що утворюють структуру і забезпечують певну поведінку в умовах навколишнього середовища:

$S = (ЕЛ, СТ, ПО, НС)$ , де ЕЛ – елементи, СТ – структура, ПО – поведінка, НС – навколишнє середовище (ботаніка).

5). Система є множина входів, множина виходів, множина станів, що характеризуються функцією переходів і функцією виходів:

$S = (X, Y, U, \varphi, \eta)$ , де  $X$  – стани,  $Y$  – виходи,  $U$  – входи,  $\varphi$  – функція переходів,  $\eta$  – функція виходів (автоматика).

6). Це шестичленне означення відповідає рівню біонічних систем і враховує генетичний (родовий) початок (ГП), умови існування (УІ), обмінні явища (ОЯ), розвиток (РЗ), функціонування (ФН), репродукцію (відтворення) (РЕ):

$$S = (ГП, УІ, ОЯ, РЗ, ФН, РЕ).$$

7). Це нейро-кібернетичне означення системи оперує поняттями моделі (МО), зв'язку (ЗВ), перерахунку (ПР), самонавчання (СН), самоорганізації (СО), провідності зв'язків (ПЗ), збудженості моделей (ЗМ):

$$S = (МО, ЗВ, ПР, СН, СО, ПЗ, ЗМ).$$

8). Якщо означення 5) доповнити фактором часу і функціональними зв'язками, то отримаємо визначення системи, яким користуються в теорії автоматичного керування:

$$S = (T, X, Y, U, \Omega, V, \eta, \varphi),$$

де  $T$  – час,  $X$  – стани,  $Y$  – виходи,  $U$  – входи,  $\Omega$  – клас функцій на виході,  $V$  – значення функцій на виході,  $\eta$  – функціональний зв'язок у рівнянні

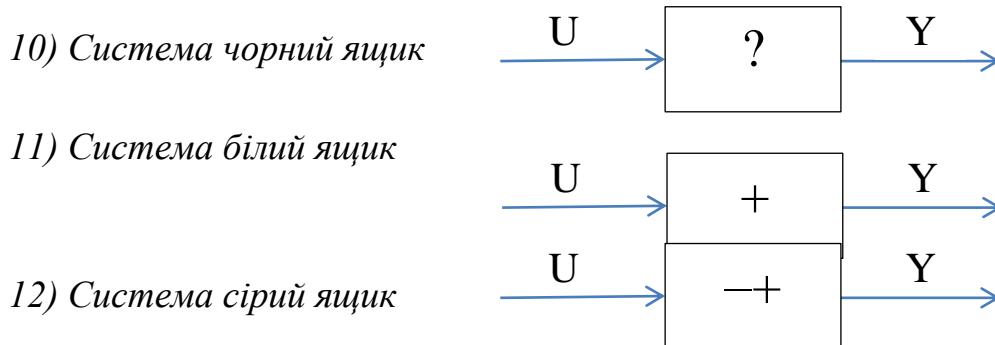
$$y(t_2) = \eta[x(t_1), u(t_1), t_2],$$

$\varphi$  – функціональний зв'язок у рівнянні

$$x(t_2) = \varphi[x(t_1), u(t_1), t_2], t_2 \geq t_1.$$

9). Для організаційних (економічних) систем у визначені поняття системи враховують цілі та плани (ЦП), ресурси зовнішні (РЗ), ресурси внутрішні (РВ), виконавців (ВК), процес (ПР), перешкоди (ПЕ), контроль (КО), керування (КЕ), ефективність (ЕФ):

$$S = (\text{ЦП, РЗ, РВ, ВК, ПР, ПЕ, КО, КЕ, ЕФ}).$$



(фізика).

Послідовність означень можна продовжувати, щоби врахувати таку кількість елементів, зв'язків і дій в реальній системі, яка необхідна для розв'язання задачі, для досягнення поставленої мети.

Аналізуючи різні означення системи треба розуміти, що на різних етапах дослідження чи конструювання системи можливі різні означення (а на певному етапі приймати якесь «робоче» означення).

### 1.3. Поняття, що характеризують будову і функціонування систем.

Поняття, що характеризують будову і функціонування систем не можуть бути визначені незалежно, а визначаються одне через інше, уточнюючи одне одного.

*Елементом* називають деякий об'єкт (матеріальний, енергетичний, інформаційний), що володіє певними важливими для нас властивостями, але внутрішня будова (зміст) якого безвідносна до цілі (мети) розгляду системи. Тобто елемент – найпростіша неділима частина системи. Що ж являється такою частиною? Відповідь на це питання неоднозначна і залежить від мети (цілі) розгляду об'єкта (явища, процесу) як системи, від точки зору на нього, чи від аспекту його вивчення. Таким чином, під *елементом* потрібно розуміти границю поділу системи на частини з точки зору розв'язування конкретної задачі, з точки зору поставленої цілі.

*Класифікація елементів системи:*

Основа класифікації	Тип елемента	Х а р а к т е р и с т и к а е л е м е н т а
Ступінь споріднення	Гомогенний Гетерогенний	Однотипний з іншими елементами Різнотипний з іншими елементами
Ступінь самостійності	Програмний Адаптивний  Ініціативний	Діє по жорсткій програмі Володіє властивістю пристосування Володіє властивістю змінювати дійсність
Період існування	Постійний Тимчасовий	Постійно існує в системі Виникає тимчасово
Часова належність	Минулого  Теперішній Майбутнього	Залишився від минулих етапів життя с. Характерний для сьогодення Характерний для майбутнього
Роль в системі	Основний  Другорядний	Відіграє головну роль в системі Має другорядне значення в системі
Активність в системі	Активний  Пасивний	Впливає на процеси в системі Слабо впливає на процеси в системі
Характер дії на систему	Визначений чи передбачуваний Невизначений чи непередбачуваний	Здійснює цілком визначену дію на систему Здійснює невизначену (непередбачену) дію на систему
Характер сприйняття сигналів	Не сприймаючий Перетворюючий  Передаючий	Не сприймає сигнали Перетворює сигнали, які на нього поступають Передає сигнал у такому вигляді, в якому отримав
Число входів і виходів	З одним входом і без виходу З одним виходом і без входу З різною кількістю входів і виходів	

Система може бути розділена на елементи не зразу, а послідовним поділом на *підсистеми*, які являють собою компоненти більш крупні ніж

елементи і в той же час більш детальні ніж система в цілому. Поділ системи на *підсистеми* полягає у виділенні сукупності взаємозалежних елементів, які можуть виконувати відносно незалежні під-функції, під-цілі, що направлені на досягнення загальної функції, цілі системи. Цим підсистема відрізняється від простої групи елементів, для якої не сформована під-функція, під-ціль і не виконуються властивості цілісності (для такої групи використовують назву *компоненти чи група елементів*).

*Структура системи* (structure – побудова, розміщення, порядок зв'язків) – це сукупність стійких зв'язків між елементами системи, які забезпечують цілісність системи і тотожність її самій собі. Структура відображає найбільш істотні взаємовідношення між елементами і їх групами (компонентами, підсистемами), які мало змінюються при змінах в системі і забезпечують існування системи і її основних властивостей. Розчленування системи на групи може мати матеріальну (речову), функціональну, алгоритмічну чи іншу основу. Групи елементів в структурі виділяються по принципу більш слабких зв'язків між елементами різних груп. Структура описується наступними характеристиками:

- а) загальним числом зв'язків, які характеризують складність системи;
- б) частотою зв'язків, тобто кількістю зв'язків, які припадають на один елемент;
- в) числом внутрішніх зв'язків, які визначають внутрішню будову системи;
- г) числом зовнішніх зв'язків, які характеризують взаємодію системи із середовищем, її відкритість.

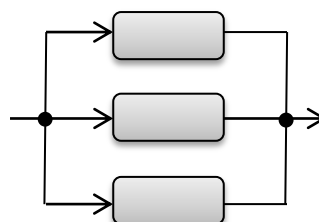
Поняття структура набагато складніше ніж поняття склад. Поняття склад дає відповідь на питання «Із чого складається система?», а поняття структура дає відповідь на питання «Як побудована система?».

Структура системи може бути представлена графічно, у вигляді теоретико-множинних описів, математичних формул, у вигляді графів, схем, таблиць, креслень, дерев і т.п. Структура системи може бути охарактеризована за наявними типами зв'язку, зокрема:

*послідовний зв'язок*



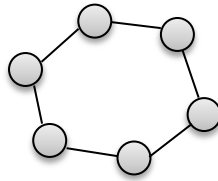
*паралельний зв'язок*



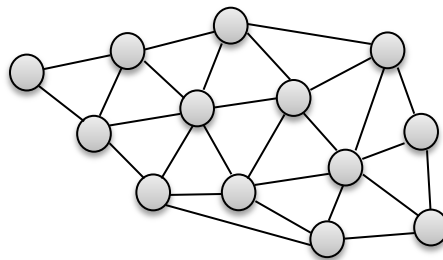
*обернений зв'язок*



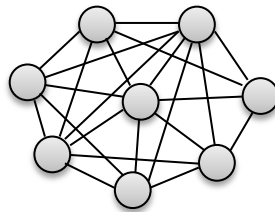
*кільцевий зв'язок*



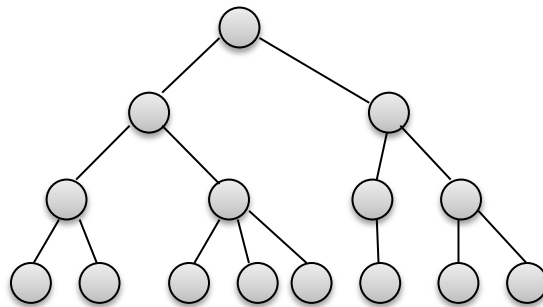
*стілниковий зв'язок*



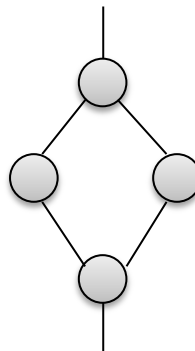
*мережевий зв'язок*



*дерезовидний зв'язок*



*ромбовидний зв'язок*



*змішаний зв'язок* – складається із вказаних вище типів.



*Під організацією систем* розуміють внутрішню упорядкованість елементів цілого, а також сукупність процесів, які встановлюють взаємозв'язки між окремими частинами системи. Для організації властиво:

- а) просторове положення елементів;
- б) часова упорядкованість елементів;
- в) цільова упорядкованість системи;
- г) функціональна упорядкованість елементів.

*Зв'язком* називають важливий для цілей розгляду обмін між елементами (матерією, інформацією, енергією). Зв'язок забезпечує виникнення і збереження структури і цілісних властивостей системи. Це поняття одночасно характеризує і будову (статичу) і функціонування (динаміку) системи. Зв'язок можна характеризувати напрямом, силою, характером (чи видом). По перших двох ознаках зв'язки розділяють на *направлені і ненаправлені, сильні і слабкі* (чи можна ввести шкалу сили зв'язку); а по характеру – на *зв'язки підлеглості, зв'язки породження (генетичні), рівноправні чи нерівноправні, зв'язки керування*. Зв'язки також розділяють по місцю прикладання (*внутрішні і зовнішні*), по направленості процесів у системі в цілому чи в окремих її підсистемах (*прямі, обернені чи зі зворотнім зв'язком*).

Зв'язок між елементами системи необхідно розглядати з точки зору чотирьох підходів: *формального, функціонального, логічного, змістовного*.

*При формальному підході* зв'язки діляться на такі різновиди: *направлені і ненаправлені, односторонні і двосторонні, рівноправні і нерівноправні, внутрішні і зовнішні, довготривалі й короточасні, часті й рідкісні і т.д.*

*При функціональному підході* зв'язки розглядають з точки зору виконуваної ними функції. При цьому виділяють два типи: *нейтральні* (дія і протидія однакові за величиною, змін не відбувається); *функціональні* (характеризуються тим, що дія і протидія не співпадають, і елемент починає реалізовувати в системі деяку функцію). Під функціональні попадають *прямі і обернені зв'язки*.

*При логічному підході* зв'язки діляться на: *причинно-наслідкові*, (одне явище породжує інше), *кореляційні* (змін одного явища приводить до зміни іншого, яке в свою чергу змінює перше явище), *станів* (із одного стану системи впливає інший стан).

*При змістовному підході* зв'язки діляться на: *енергетичні* (процеси передачі енергії між елементами системи), *матеріально-речові* (характеризуються матеріально-речовими перетвореннями), *інформаційні* (представляють собою інформаційні потоки).

Поширимо поняття зв'язку на взаємодію системи з «не системою», яку називають *зовнішнім середовищем*. Для елемента системи виділяють:

- а) дії, яких він зазнає зі сторони інших елементів і «не системи»;
- б) дії, які він спрямовує на інші елементи і «не систему».

Першу групу дій називають *входами* (діями на елемент), а другу – *виходами* (діями від елемента). Як правило, виходи елемента визначаються входами і його внутрішньою побудовою. Через те кажуть, що вихід є функція від входу і самого елемента.

Поняття входу і виходу переноситься на довільну сукупність елементів, включаючи і всю систему в цілому.

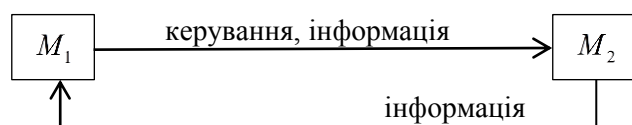
*Декомпозицією* називають ділення системи на частини, зручне для деяких операцій із цією системою. Найважливішим стимулом і суттю декомпозиції є спрощення системи, занадто складної для розгляду в цілому. Таке спрощення може:

а) фактично приводити до заміни системи на якусь іншу, в якомусь розумінні відповідну первісній (як правило це робиться вводом гіпотез, відкиданням чи послабленням окремих зв'язків в системі);

б) повністю відповідати первісній системі і при цьому полегшувати роботу з нею – така декомпозиція називається строгою і потребує спеціальних процедур узгодженості і координації розглядуваних частин.

*Агрегування* – обернена операція до декомпозиції.

*Ієрархічною системою* називають систему з наявністю підлеглості, тобто нерівноправних зв'язків між елементами (чи групами елементів), коли дія в одному із напрямів викликає більший вплив на елемент (групу елементів), ніж в іншому. Типовий ієрархічний зв'язок з дією типу «інформація», «керування» зображений на малюнку:



Тут домінує елемент  $M_1$ .

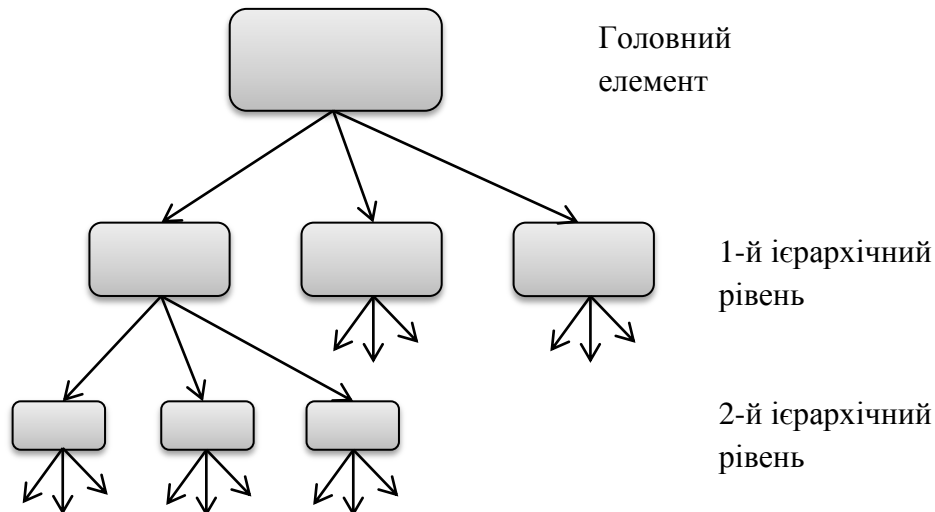
Видів ієрархічних структур багато, починаючи від кільцевих (перший елемент домінує над другим, другий – над третім і т.д., але останній – над першим), чи в яких міняється напрям домінування. Для практики важливі такі два види ієрархічних структур – дерезовидна (віяло) і ромбовидна.

*Дерезовидна ієрархічна структура* найбільш зручна для аналізу і реалізації. В ній майже завжди виділяють *ієрархічні рівні* – групи елементів, які знаходяться на однаковій (по числу проміжних елементів) відстані від верхнього (головного) елемента. Наприклад:

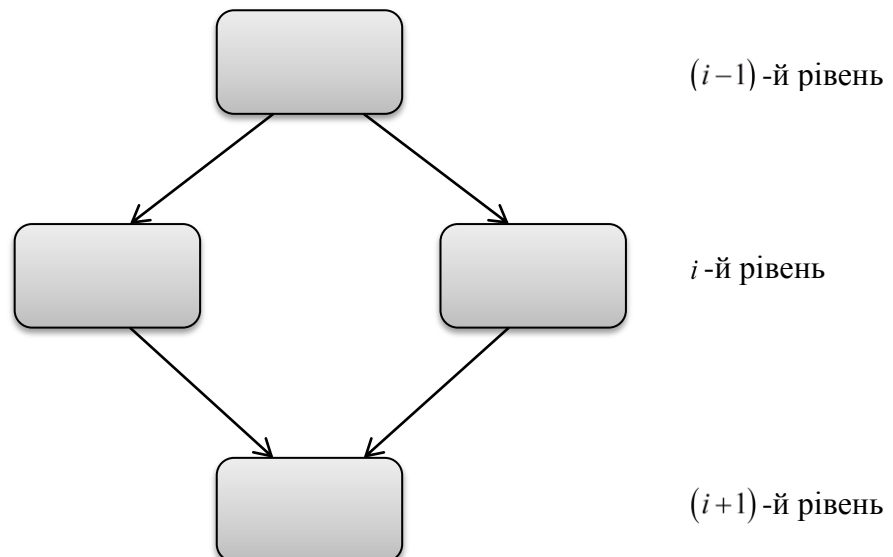
- Міністерство освіти і науки України, вузи, факультети (інститути), кафедри (групи), викладачі (студенти);
- Національний банк України, банки, управління (департаменти), відділи, співробітники.

*Ромбовидна структура* приводить до подвійної (іноді і більшої) підлеглості, звітності, приналежності нижнього елемента. Прикладом таких структур являється участь певного елемента в роботі більше ніж одного вузла, блоку, чи використання одних і тих же даних чи результатів вимірювань в різних задачах. Приклад із проектування:  $(i-1)$ -й рівень – проектування системи автоматизованої посадки літака в цілому;  $i$ -й рівень – проектування основної та аварійної систем автоматизованої посадки;  $(i+1)$ -й рівень – проектування процесора, який буде незалежно поставлений в основну і аварійну системи.

#### Деревовидна структура



#### Ромбовидна структура



*Стан* – миттєва фотографія, «зріз» системи, зупинка в її розвитку. Стан визначають або через вхідні та вихідні сигнали (результати), або через макро-параметри, макро-властивості системи (наприклад тиск, швидкість, прискорення, температура). *Стан спокою* – стабільні вхідні та вихідні сигнали.

*Поведінка*. Якщо система здатна переходити із одного стану в інший (наприклад  $S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3$ ) то кажуть, що система має поведінку. Цим поняттям користуються, коли невідомі закономірності переходів із одного стану в інший. Тоді кажуть, що система володіє такою – то поведінкою і виявляють її закономірності.

*Стійкість* – здатність системи вертатися в стан спокою після того, як вона була із цього стану виведена під впливом зовнішніх збурень.

*Розвиток* – це здатність системи покращувати свої певні характеристики.

#### **1.4. Основні закономірності систем.**

*Цілісність (емерджентність)* – проявляється у виникненні нових інтегрованих якостей (властивостей) в системі, які не властиві компонентам, що її утворюють.

Розглядаються дві сторони цілісності:

- 1) властивості системи (як цілого) не являються сумою властивостей елементів чи частин;
- 2) властивості системи (цілого) залежать від властивостей елементів, частин.

*Комунікативність* – система утворює особливу єдність із середовищем:

- 1) довільна система являє собою елемент системи більш високого порядку;
- 2) елементи системи в свою чергу виступають як системи більш низького рівня.

*Ієрархічність* – це закономірність побудови всього світу і довільно виділеної із нього системи. Всі ми добре уявляємо ієрархічну впорядкованість у природі, починаючи від атомно-молекулярного рівня до людського суспільства. Найважливіша особливість ієрархії полягає в тому, що закономірність цілісності проявляється на кожному рівні ієрархії. Завдяки цьому на кожному рівні ієрархії виникають нові властивості, які не можуть бути виведені як сума властивостей елементів. При цьому важливо, що не тільки об'єднання елементів в кожному вузлі приводить до появи нових властивостей, яких у них не було, і втрати деяких властивостей елементів, але і що кожний підлеглий член ієрархії набуває нових властивостей, які відсутні у нього в ізолюваному стані.

*Еквіфінальність* – характеризує граничні можливості системи певного класу складності.

*Історичність* – довільна система не може бути незмінною, вона не тільки функціонує, але й розвивається. *Час* являється безумовною характеристикою системи.

### 1.5. Процеси в системі.

Зафіксуємо всі значення характеристик (показників) в системі, які важливі для цілей розгляду системи. Таку ситуацію назовемо *станом системи* (миттєвий зріз системи, фотографія системи). *Процесом* назовемо набір станів системи, який відповідає упорядкованій неперервній чи дискретній зміні деякого параметра (як правило це час). Процес зміни системи у часі називають *динамікою системи*. Параметрами системи можуть також виступати температура, тиск чи інші фізичні величини.

Для символічного запису процесу вводиться багатовимірна (по числу характеристик) величина  $X$ , яка описує конкретні значення характеристик. Вся множина цих можливих величин позначається через  $X : x \in X$ . Введемо *параметр процесу*  $t$ , множину його значень  $T$  і опишемо  $X$  як функцію від параметра  $t : x = x(t)$ . Тоді процес  $S_{t_0, t}$  є деяке правило переходу від ситуації зі значенням параметра  $t_0$  до ситуації зі значенням  $t > t_0$  через всі його проміжні неперервні чи дискретні значення:

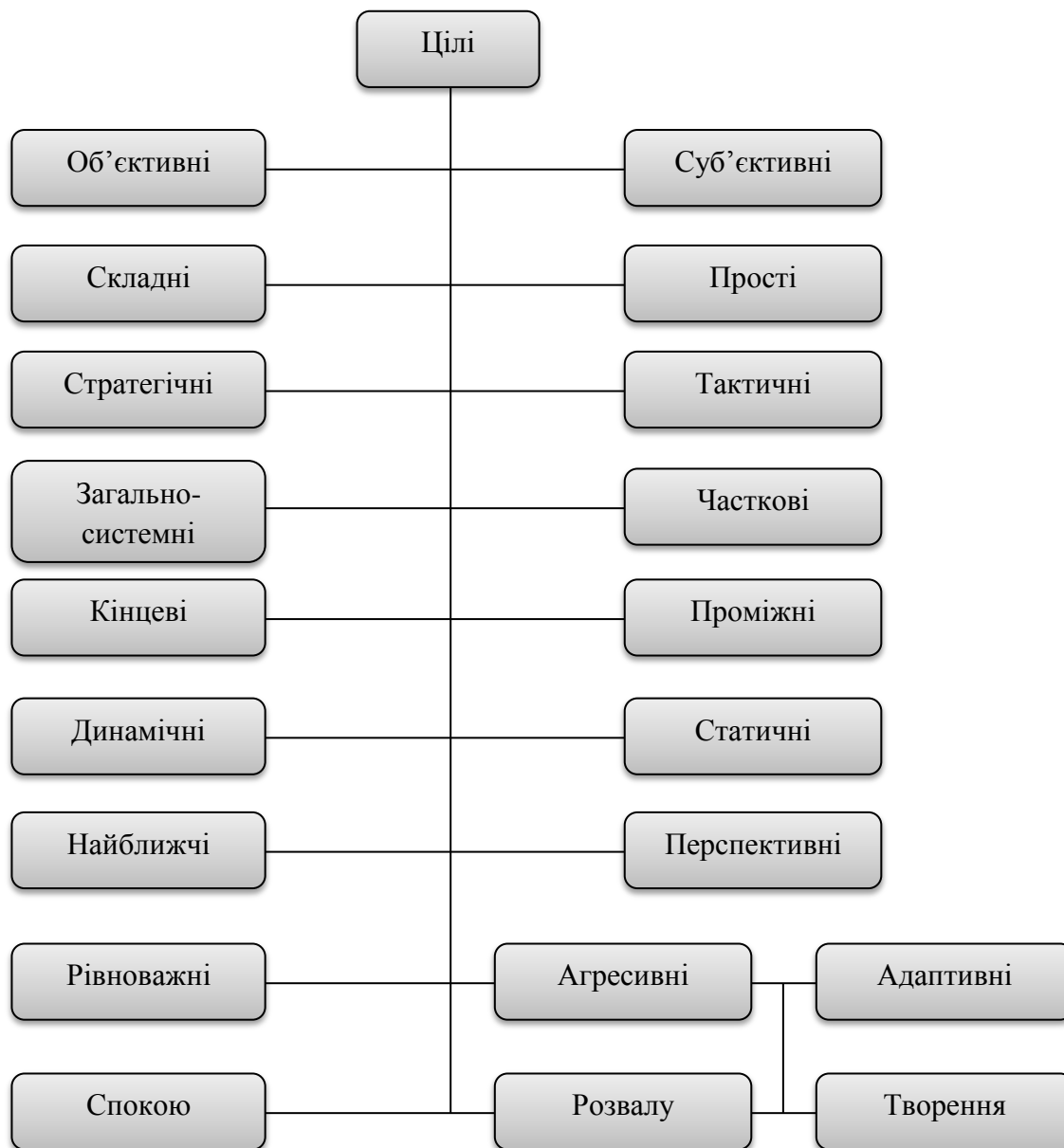
$$S_{t_0, t} (x(t_0)) = x(t), x \in X, t \in T.$$

Цьому процесу відповідає відображення множини  $T \times X \rightarrow X$ .

### 1.6. Цілі та функціонування систем.

В теорії систем *ціль (мету)* розглядають в суб'єктивному і об'єктивному розумінні. В суб'єктивному розумінні вона виступає як ціль людини, яка досліджує, проектує, конструює, керує системою. Ціль представляється як те, на що направлена діяльність людини по відношенню до системи (*цілеспрямовані системи*). В об'єктивному розумінні під ціллю розуміють той стан, до якого прямує система, заради чого вона існує (*ціленаправлені системи*).

### Класифікація цілей системи:



Постановка цілі перед системою (часто кажуть *глобальної цілі*) тягне за собою необхідність:

- а) формулювання *локальних цілей*, які стоять перед елементами системи і групами елементів;

б) ціленаправленого втручання в функціонування системи.

Ціленаправлене втручання в процес в системі називають *керуванням*.

Керування – найважливіше поняття для цілеспрямованих систем. Науковий підхід до керування вимагає чіткого визначення:

- а) того, чим ми можемо розпоряджатися;
- б) які границі, в яких ми можемо вибирати;

в) який вплив даного керування на процес.

Перейдемо до символічного запису введених понять.

Загальний вигляд процесу  $S_{t_0, t}^u$  з керуванням  $u$  із деякої сукупності керувань  $U$  є таким:

$$S_{t_0, t}^u \left( x(t_0) \right) = x(t, u), \quad x \in X, \quad t \in T, \quad u \in U.$$

Цьому керованому процесу буде відповідати відображення множин:

$$U \times T \times X \rightarrow X.$$

Якщо задати критерій  $J$  функціонування системи, то позначивши  $G$  за ціль системи і  $J_G$  значення  $J$  в момент  $t_G$ , ми можемо ставити задачу вибору керування  $u$ , щоб виконувалось:

$$S_{t_0, t_G}^u \left( x(t_0) \right) = x(t_G, u), \quad J \left( x(t_G, u) \right) = J_G, \quad x \in X, \quad u \in U, \quad t \in T$$

#### Функціонування систем.

*Функція* (function - виконання) – це спосіб виявлення активності системи, стійкі активні взаємовідношення елементів, при яких зміни одних об'єктів призводять до зміни інших. Поняття функція вживається в різних аспектах. Воно може означати здатність до діяльності і саму діяльність, властивість, значення, залежність однієї величини від іншої. Функція – це перш за все вияв властивостей системи.

Розрізняють зовнішні і внутрішні функції.

*Зовнішні функції* – це активні, направлені дії системи на оточуюче середовище для досягнення поставлених цілей. Вони бувають декількох видів:

а) *перетворюючі функції* – властиві для творчих систем, які перетворюють зовнішнє середовище відповідно до своєї сутності;

б) *пасивні функції* – пасивне існування системи як матеріалу для інших систем;

в) *споживчі функції* – властиві для систем, які одержують із зовнішнього середовища матерію, енергію, інформацію;

г) *функції поглинання* – поглинання, експансія інших систем і середовища;

д) *адаптивні функції* – в системах, які здатні пристосовуватись до змін середовища;

е) *обслуговуючі функції* – обслуговування систем більш високого порядку.

*Внутрішні функції* системи визначаються тим, що виконання системою зовнішньої функції вимагає мобілізації системи. Різновиди внутрішніх функцій:

а) *розпорядча* – закріплення за елементами і частинами певних дій (функцій);

б) *координація і узгодження*;

в) *субординація*;

г) *контролююча функція*.

Реалізація внутрішніх функцій забезпечується природою системи.

### **1.7. Класифікація систем.**

Системи ділять на класи за різними ознаками, в залежності від розв'язуваної задачі можна вибирати різні принципи класифікації. На протязі короткої історії розвитку теорії системних досліджень робились різноманітні спроби класифікувати системи. Так один із класиків теорії систем Богданов О. класифікував системи за ступенем організованості:

а) *організовані системи*;

б) *неорганізовані систем*;

в) *нейтральні системи*.

Бір С. дав наступну предметну класифікацію:

Системи	Прості	Складні	Дуже складні
Детерміновані			
Ймовірнісні			
Змішані			

В клітинки даної таблиці заносяться конкретні системи, наприклад: суспільство – ймовірнісна, дуже складна система; літак – складна детермінована система.

Афанасєв класифікував системи наступним чином:

а) системи, які існують в об'єктивній дійсності, в живій і неживій природі, суспільстві;

б) системи концептуальні, ідеальні, які іноді називають абстрактними;

в) штучні (матеріальні), які створені людиною;

г) змішані, в які входять системи і елементи попередніх типів.

Лесечко класифікував системи за:

а) походженням – природні, штучні, змішані;

б) за описом змінних – з якісними змінними, з кількісними змінними, зі змішаними змінними;

в) за типами операторів – системи «чорний ящик», системи «білий ящик», параметричні, непараметричні;



г) за способом керування – керовані і некеровані, системи з комбінованим керуванням.

Наш сучасник Сурмін Ю.П. розробив класифікацію систем за чотирма основними параметрами: субстанція, будова, функціонування і розвиток. Під *субстанцією* розуміють істотну властивість предмета як цілого, основу і центр його змін, джерело функціонування. Під *будовою* розуміють наявність в системі елементів, зв'язків і їх організацію. *Функціонування* розглядається як процес реалізації системою своєї функції, а *розвиток* – як процес якісних та кількісних змін системи. А система – це структурно-функціональна субстанційна цілісність, що розвивається.

Нижче наводиться класифікація систем за Сурмінім Ю.П.:

### I. Субстанційний рівень системи.

Основа класифікації	Тип системи	Характеристика системи
Природа системи	Біологічна	Організми чи їх сукупності
	Хімічна	Множина елементів, взаємозв'язаних хімічними зв'язками (молекула, хімічна сполука)
	Кібернетична	Множина взаємозв'язаних об'єктів, здатних сприймати, запам'ятовувати, передавати і переробляти інформацію (автопілот, інформаційно-обчислювальний центр)
	Соціальна	Суспільство чи деяка його складова, яка розвивається як ціле (держава, економіка, законодавство)
	Технічна	Сукупність деталей, технічних пристроїв (станок, конвеєр)
	Інтелектуальна	Знання, способи пізнання і мислення (методи наукового пізнання, математика)
Спосіб існування системи	Абстрактна	Єдність деяких символів чи знаків (теорія, система числення)
	Матеріальна	Сукупність матеріальних об'єктів (гірська система, місто)
Характер детермінації	Стохастична (ймовірнісна)	Поведінка носить випадковий характер (ціноутворення, ігри)
	Детермінована	Поведінка визначена (падіння)

		предмета, лінії метро)
Походження системи	Природна	Виникає і розвивається природно (без участі людини) (материки, океани)
	Штучна	Виникає і розвивається завдяки людині (інженерні комунікації, енергетичні системи)
	Змішана	Виникає і розвивається природно і за участі людини (національні парки)
Масштаби	Мікросистема	Відносно невелике утворення (віруси)
	Макросистема	Значне за розміром утворення (місто)
	Метасистема	Зверх-велике утворення (планета)
	Мегасистема	Нескінчене за розміром утворення (Всесвіт)
Здатність до самовідтворення	Неорганічна	Нездатність до самовідтворення (станок)
	Органічна	Здатність до самовідтворення (організми)

## II. Рівень побудови системи.

Кількість елементів	Одноелементна	Складається із одного елемента (Земля, клітина)
	Бінарна	Складається із двох елементів (дует, Земля-Місяць)
	Трьохелементна	Складається із трьох елементів (трикутник, ціп)
	Багатоелементна	Складається із багатьох елементів (план міста, військово-промисловий комплекс)
Ступінь відкритості	Відкрита	Відкрита для дії зовнішнього середовища (демократичне суспільство)
	Закрита	Закрита для дії зовнішнього середовища (тоталітарне суспільство)
Характер	Координаційна	Елементи характеризуються

взаємодії елементів	Ієрархічна  Координаційно-ієрархічна	рівноправністю (відділи одного рівня в системі керування) Елементи підпорядковані (система керування банком) Об'єднує рівноправні і нерівноправні елементи (суспільство, студентська група)
Ступінь організованості	Недостатньо організована чи хаос-система Організована Заорганізована	Перехідна економіка, криза  Уряд, підприємство Однозначно визначена поведінка елементів (тюрма, армія)
Ступінь складності системи	Проста  Велика  Складна  Зверх складна	Складається із невеликої кількості елементів і зв'язків між ними (телефонний абонент) Складається із великої кількості елементів і однотипних зв'язків між ними (телефонна станція) Складається із великої кількості різнотипних елементів та зв'язків (космічна станція) Складається із великої кількості складних систем (народне господарство країни)
Тип структури	Лінійна  Кільцева Мережева Деревовидна Змішана	Лінійна структура взаємозв'язку елементів (лінія метро) Напр. кільцева лінія метро Система телефонного зв'язку Система вищої освіти країни Складається із попередніх типів (транспортна система країни)
Наявність інформації про будову	Чорний ящик Сірий ящик  Білий ящик	З невідомою будовою З наявністю частини інформації про будову системи З відомою будовою
Характер розміщення	Одновимірна Плоска  Трьохвимірна Багатовимірна	Автомагістраль, газова труба Розміщення в площині (футбольне поле) Склад Медичне обслуговування

### III. Рівень функціонування системи.

Основа	Тип	Характеристика системи
--------	-----	------------------------

класифікації		
Кількість функцій	Монофункціональна Поліфункціональна	Реалізація однієї функції (касир) Реалізація декількох функцій (ректор вузу)
Характер відтворення	Відтворюється зовнішнім середовищем Відтворює собі подібних	Наслідок якихось дій (колоніальні держави) Тварини, рослини
Рівновага	Рівноважна Не рівноважна	Збереження рівноваги (ринок) Порушення рівноваги (конфлікт)
Ціль	Одноцільова  Багатоцільова	Орієнтована на досягнення однієї цілі (перевезення пасажирів літаком) Орієнтована на досягнення декількох цілей (туристична поїздка)
Ефективність	Неефективна  Середньо ефективна Ефективна	Навантаження не підготовленими людьми Вантажник Автонавантажувач
Результат	З нульовим результатом  Результативна	Не має результату (розв'язування задачі некваліфікованим колективом) Є результат (кваліфікований колектив)

#### IV. Рівень розвитку системи.

Вектор розвитку	Стабільна  Спадна Зростаюча	Зберігаються показники (економіка країни) Показники спадають Ріст показників
Етап розвитку	Зародок Дитяча Молода Зріла  Кризова  Перехідна Деградуєча	Знаходиться на стадії виникнення На стадії становлення (діти ) В процесі досягнення зрілості (молодь) Відповідає всім якостям зрілості (людина середнього віку) Падають показники, рушиться економіка Переходить із одного стану в інший Домінування процесів погіршення показників і розрухи (економіка України початку 90-х років)
Траєкторія розвитку	Лінійна Квадратична	Лінійні залежності Квадратична залежність

	Нелінійна	Нелінійна залежність
Здатність пристосовуватись	Адаптивна	Здатність пристосовуватись, не втрачаючи своєї ідентичності (студент 1-го курсу не двійочник)
	Не адаптивна	Не здатність пристосовуватись (студент 1-го курсу двійочник)
Здатність до руху	Статична	Не змінюється з часом (скеля)
	Динамічна	Змінюється з часом (економіка)

### 1.8. Принципи системного підходу.

Що таке принципи системного підходу ? Відповідь на це питання можна дати таку. Це твердження дуже загального характеру, які узагальнюють досвід людини при дослідженні (проектуванні) складних систем.

Перерахуємо основні із них:

- 1) *принцип кінцевої цілі*: абсолютний пріоритет кінцевої (глобальної ) цілі;
- 2) *принцип єдності (цілісності)* : одночасний розгляд системи як цілого і як сукупності частин (елементів);
- 3) *принцип модульної побудови*: виділення модулів у системі і розгляд системи як сукупності модулів;
- 4) *принцип ієрархії*: введення ієрархії частин (елементів) і (чи) їх ранжування;
- 5) *принцип зв'язності*: розгляд довільної частини (елемента) сумісно з її зв'язками з оточенням;
- 6) *принцип функціональності*: сумісний розгляд структури і функції системи з пріоритетом функції над структурою;
- 7) *принцип розвитку*: врахування змінюваності системи, її здатності до розвитку, розширення, заміни частин, накопичення інформації;
- 8) *принцип децентралізації*: врахування в своїх рішеннях і керуванні як централізації так і децентралізації;
- 9) *принцип невизначеності*: врахування невизначеностей і випадковостей в системі;
- 10) *принцип нормативності*: будь-яка система може бути зрозумілою тільки в тому випадку, якщо вона буде зрівнюватись з деякою нормативною системою;
- 11) *принцип оптимальності*: будь-яка система може бути приведена в стан найкращого її функціонування з точки зору деякого критерію;
- 12) *принцип формалізації*: будь-яка система з певною мірою коректності може бути представлена моделями (математичними, логічними, кібернетичними і т.д.);

- 13) *принцип елементаризму*: система представляє собою сукупність взаємозв'язаних елементарних складових.

Про використання принципів системного підходу. Для довільної конкретної системи, проблеми, ситуації вказані принципи системного підходу можуть і повинні бути конкретизовані, і що важливо розуміти, деякі із принципів можуть бути непридатними для застосування.

### 1.9. Загальна система, глобальний стан і глобальна реакція системи за М. Месаровичем.

**Означення 1.** (Загальною) системою називається відношення на непорожніх (абстрактних) множинах:

$$S \subset \times \{V_i : i \in I\}, \quad (9.1)$$

де  $\times$  — символ декартового добутку,  $I$  — множина індексів, множини  $V_i$  називаються об'єктами системи.

Якщо множина  $I$  скінчена, то (9.1) можна переписати у вигляді:

$$S \subset V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n. \quad (9.2)$$

**Означення 2.** Нехай  $I_x \subset I$ ,  $I_y \subset I$  утворюють розбиття множини  $I$ , тобто  $I_x \cap I_y = \emptyset$  та  $I_x \cup I_y = I$ . Множину

$X = \times \{V_i : i \in I_x\}$  будемо називати *вхідним об'єктом*, а множину

$Y = \times \{V_i : i \in I_y\}$  — *вихідним об'єктом системи*. Тоді система  $S$

визначається відношенням:

$$S \subset X \times Y \quad (9.3)$$

(таку систему називають системою «вхід-вихід»).

**Означення 3.** Якщо  $S$  являється функцією

$$S : X \rightarrow Y, \quad (9.4)$$

То відповідна система називається *функціональною*.

Для зручності позначень домовимось: дужки у виразі  $F : (A) \rightarrow B$  будуть означати, що функція  $F$  являється всього лише *частковою*, тобто що вона не обов'язково визначена для довільного елемента множини  $A$ . Область

визначення функції  $F$  позначимо через  $D(F) \subset A$ , а область її значень (чи кообласть) – через  $R(F) \subset B$ .

Аналогічно визначаються область і кообласть відношення  $S \subset X \times Y$ :

$$D(S) = \{x : (\exists y) ((x, y) \in S)\},$$

$$R(S) = \{y : (\exists x) ((x, y) \in S)\}.$$

Припускається, що  $D(S) = X$ .

**Означення 4.** Для даної загальної системи  $S$  нехай  $C$  – довільна множина, а функція  $R : (C \times X) \rightarrow Y$  така, що

$$(x, y) \in S \Leftrightarrow (\exists c) [R(c, x) = y].$$

Тоді  $C$  називається *множиною чи об'єктом глобальних станів системи*, а її елементи – просто *глобальними станами системи*, функція  $R$  називається *глобальною реакцією системи*  $S$ .

**Теорема 1.** Кожній системі відповідає деяка глобальна реакція і ця функція  $R$  не являється частковою, тобто

$$R : C \times X \rightarrow Y.$$

### 1.9.1. Абстрактні лінійні системи.

Поняття лінійності являється корисним на довільному рівні загальності.

**Означення 5.** Нехай  $A$  – деяке поле,  $X, Y$  – лінійні алгебри над  $A$ ,  $S$  – відношення,  $S \subset X \times Y$ , причому  $S$  не порожнє. Нехай також виконуються:

$$(i) \quad s \in S @ s' \in S \Rightarrow s + s' \in S,$$

$$(ii) \quad s \in S @ \alpha \in A \Rightarrow \alpha s \in S,$$

де  $+$  означає внутрішню операцію додавання в  $X \times Y$ , а через  $\alpha x$  позначено результат зовнішньої операції множення на скаляр. Тоді  $S$  називають *абстрактною повною лінійною системою*.

Примітка. Лінійною алгеброю називають множину з одною внутрішньою і одною зовнішньою операціями, які задовольняють аксіомам векторного простору а операції  $+$  і множення на скаляр визначаються на  $X \times Y$  природнім чином:

$$(x, y) + (\hat{x}, \hat{y}) = (x + \hat{x}, y + \hat{y}), \quad \alpha(x, y) = (\alpha x, \alpha y),$$

де  $(x, y), (\hat{x}, \hat{y}) \in X, \alpha \in A$ .

**Теорема 2.** Нехай  $X, Y$  — лінійні алгебри над одним і тим же полем  $A$ . Система  $S \subset X \times Y$  являється лінійною в тому і тільки в тому випадку, коли знайдеться така глобальна реакція  $R: C \times X \rightarrow Y$ , що

(i)  $C$  є лінійна алгебра над  $A$ ;

(ii) існує пара таких лінійних відображень

$R_1: C \rightarrow Y, R_2: X \rightarrow Y$ , що для всіх

$(c, x) \in C \times X$  виконується  $R(c, x) = R_1(c) + R_2(x)$ .

**Означення 6.** Нехай  $S \subset X \times Y$  — лінійна система, а  $R$  — відображення,  $R: C \times X \rightarrow Y$ . Відображення  $R$  називається *лінійною глобальною реакцією системи* тоді і тільки тоді, коли:

(i)  $R$  узгоджується з  $S$ , тобто

$$(x, y) \in S \Leftrightarrow (\exists c) [y = R(c, x)];$$

(ii)  $C$  являється лінійною алгеброю над полем  $A$  скалярів лінійних алгебр  $X$  та  $Y$ ;



(iii) існує два таких лінійних відображення  $R_1 : C \rightarrow Y$  та  $R_2 : X \rightarrow Y$ , що для довільних  $(c, x) \in C \times X$  виконується  $R(c, x) = R_1(c) + R_2(x)$ .

В цьому випадку  $C$  називається *лінійним об'єктом глобальних станів*, відображення  $R_1 : C \rightarrow Y$  — *глобальною реакцією на стан*, а  $R_2 : X \rightarrow Y$  — *глобальна реакція на вхід*.

Наслідок. Система являється лінійною тоді і тільки тоді, коли для неї існує лінійна глобальна реакція.

### 1.9.2. Загальні часові та динамічні системи.

**Означення 7.** Множиною моментів часу (загальної часової системи) називається лінійно впорядкована (абстрактна) множина. Ця множина позначається символом  $T$ , а визначене в ній відношення порядку — через  $\leq$ .

Для зручності позначень вважають, що в множині  $T$  існує мінімальний елемент  $0$ . Іншими словами припускається, що існує деяка над множина  $\bar{T}$ , лінійно упорядкована відношенням  $\leq$ , і яка містить фіксований елемент  $0$ , такий, що множину  $T$  можна визначити як  $T = \{t : t \geq 0\}$ .

**Означення 8.** Нехай  $A, B$  — деякі довільні множини,  $T$  — деяка множина моментів часу,  $A^T, B^T$  — множини усіх відображень із  $T$  в  $A$  і  $B$ , відповідно, і  $X \subset A^T, Y \subset B^T$ . Загальною часовою системою  $S$  над  $X$  і  $Y$  називають відношення на  $X$  і  $Y$ , тобто  $S \subset X \times Y$ . Множини  $A$  і  $B$  називають *алфавітами вхідних дій (входів) і вихідних дій (виходів) системи*, відповідно. Множини  $X, Y$  називають іще *часовими об'єктами системи*; їх елементами  $x : T \rightarrow A$  і  $y : T \rightarrow B$  служать абстрактні функції часу. Значення функцій із  $X$  та  $Y$  в моменти часу  $t$  позначаються через  $x(t)$  та  $y(t)$ .