## Лекція 1. Постановка задачі прийняття рішень

Вступ. Можна сказати, що "життя – це процес прийняття рішень".

Рішення приймають політики, військові, виробники, споживачі, продавці, покупці, водії, рішення приймають навіть студенти ("йти чи не йти на лекцію, а якщо йти, то що робити — слухати лектора, розмовляти з сусідом і т.д. і т.п.).

Рішення приймаються колективні (вибори президента), індивідуальні (за якого кандидата голосувати), стратегічні ("куди піти вчитися"), тактичні ("брати чи не брати з собою парасольку"), миттєві (воротар — "в який кут стрибати"), розтягнуті в часі і просторі, важливі (з точки зору цивілізації, партії, окремого індивіда), несуттєві ("яку програму по телевізору дивитися"). Рішення приймаються на основі знань, досвіду, інтуітивно, за допомогою випадкового механізму, за підказкою інших, за бажанням, за необхідністю і т.д. і т.п.

В абсолютній більшості ситуацій будемо мати на увазі наявність особи, що приймає рішення - ОПР, хоча деякі моделі допускають і його відсутність.

Хоча вивченням окремих задач прийняття рішень людство займалось давно, теорія прийняття рішень як наукова дисципліна сформувалось в другій половині XX ст., що пов'язано в значній мірі з розвитком обсилювальної техніки та інформатики.

Термін "прийняття рішень" зустрічається в багатьох дисциплінах, прийняття рішень  $\epsilon$  одним з основних напрямків прикладної математики. Моделі і методи теорії прийняття рішень знайшли застосування, в першу чергу, в економіці, військовій справі, політиці, медицині.

## Загальна постановка задачі прийняття рішень (ЗПР).

1. ПР має сенс, якщо існують різні варіанти альтернативних дій ОПР. Можна сказати, що прийняття рішення  $\epsilon$  вибором якого небудь варіанту  $\epsilon$  існуючих. В теорії прийняття рішення вони називаються альтернативами. Альтернативи в ЗПР утворюють множину альтернатив. Наприклад

{брати квиток в транспорті, не брати}, {виробляти вироб 1, вироб 2, вироб 3}, {використовувати 1 обладнання, 2 одиниці, 3}.

2. Вибір тієї чи іншої альтернативи (дії) може приводити до різних наслідків (результатів)

{проїзд з квитком, без квитка, штраф, перевірка квитка}, {низький прибуток, середній, високий, налприбуток}.

На це впливають об'єктивні умови. Наприклад, з'явиться контролер чи ні, на вироби, що випускаються, впливає попит. Об'єктивні умови в ЗПР представляються множиною станів природи, один з яких може мати місце.

3. У ОПР повинна бути ціль (мета) - одержати деякий наслідок (результат) чи множину наслідків. Іноді ціль формулюється явно, іноді ні, але вона повинна бути присутня у той чи іншій формі.

Ці складові ЗПР  $\epsilon$  головними і тому можна сказати, що ЗПР це така задача, яка може бути сформульована у термінах: цілі, альтернатив, наслідків

та також зв"язку між альтернативами та наслідками.

В процесі розв'язку загальної задачі прийняття рішень, як правило, беруть участь три групи осіб: особи, що приймають рішення (ОПР), експерти (Е) та консультанти (К).

 $O\Pi P$  називають людину (або колективний орган такий, як науковий заклад, Верховна рада тощо), що має (формує) ціль, котра служить мотивом постановки задачі та пошуку її розвязання. ОПР визначає також, які засоби є допустимими (недопустимими) для досягнення мети.

*Експерти* — це спеціаліст у своїй галузі, що володіє інформацією про задачу, але не несе прямої відповідальності за результати її розв'язання. Експерти допомагають ОПР на всіх стадіях постановки і розв'язання ЗПР.

Аналітиками (консультантами, дослідниками тощо) називають спеціалістів з теорії прийняття рішень. Вони розробляють модель (математичну, інформаційну і т.п.) ЗПР, процедури прийняття рішень, організовують роботу ОПР і експертів при розв'язку проблеми.

В найпростіших ситуаціях ОПР може виступати одним в трьох ролях, в більш складних — ОПР може поєднувати функції аналітика, звертаючись до спеціалістів з вузьким профілем для вирішення часткових проблем. В загальному випадку ОПР (наприклад, президент або профільний комітет Верховної ради) залучає до вирішення державних проблем аналітиків — консультантів, які, в свою чергу, звертаються до експертів.

## Класіфікація ЗПР.

**1.** Класіфікація ЗПР по типу зв'язку наслідків та альтернатив. Розглянемо основні типи залежності між альтернативами та наслідками.

Найпростіший тип залежності — *детермінований*, коли кожна альтернатива приводить до єдиного наслідку. При цьому між альтернативами та наслідками існує функціональна залежність і такі ЗПР *називаються ЗПР в умовах визначеності*. Наявність функціональної залежності приводить до того, що ЗПР достатньо описувати тільки у термінах цілі та альтернтив.

Найчастіше, вибрана альтернатива може привести до множини наслідків. Такий тип залежності називається *недетермінованим*. При цьому між альтернативами та наслідками не існує функціональної залежності і такі ЗПР називаються  $3\Pi P$  в умовах невизначеності. Невизначеність є проявом впливу на наслідок зовнішнього середовища, як ще кажуть — природи. Якщо невизначеність є проявом впливу на наслідок інших ОПР, які мають свої цілі, то така задача називається  $3\Pi P$  в умовах конфлікту.

Інколи, як множини альтернатив, наслідків, так і зв'язок між ними є нечітким. При цьому між альтернативами та наслідками також не існує функціональної залежності і такі ЗПР називаються ЗПР в умовах нечіткої інформації. Нечіткість, як правило, є проявом суб'єктивності ОПР, експертів та аналітиків, які формулюють ЗПР.

**2. Класіфікація ЗПР по опису цілі**. Розглянемо основні типи цілей та способи їх формалізації в теорії прийняття рішень.

"Якісна" ціль характеризується тим, що всякий результат або повністю задовольняє цій цілі або повністю не задовольняє, причому результати, що

задовольняють цій цілі нерозрізнінні між собою точно так, як нерозрізнянні між собою і результати, що не задовольняють ій цілі. Наприклад, ціль — стати чемпіоном. І якщо ціль досягнуто, то немає значення, як її досягнуто. Якісну ціль можна формалізувати у вигляді деякої підмножини B множини всіх можливих наслідків, де всякий результат  $a \in B$  задовольняє цій цілі, а всякий результат  $a \notin B$  не задовольняє їй. Множина B при цьому називається цільовою підмножиною. Так, якщо ціль "зайняти призове місце", то цільова множина B — перші три місця з усіх можливих.

"Кількісна" ціль  $\epsilon$  результатом вибору на множині наслідків, що описуються кількісно, з допомогою деякої дійснозначної функції  $f: Z \rightarrow R^1$ . ЗПР в цьому випадку зводиться до находження оптимуму (максимуму чи мінімуму) функції f на множині Z.

Якщо *цільова функція є векторною*, тобто кожен результат описується набором чисел, що характеризують його показники - "вартість", "ефективність", "надійність" тощо, то маємо *задачу багатокритеріальної оптимізації*.

Uіль, яка задана відношенням переваги. Основною характеристикою будьякої цілі є відношення переваги на множині нвслідків, що з нею пов''язане. Якщо ми розуміємо ціль, але не можемо побудувати числові оцінки наслідків, то при наймі, можемо вказати, що є краще, а що є гірше по відношенню до цієї цілі. В цьому випадку ми можемо побудувати відношення переваги, яке задає ціль.

Найбільш загальний випадок завдання цілі— відношення переваги. Для будь-якої кількісної цілі можна побудувати адекватне їй відношення переваги, але не навпаки. Кількісна ціль, в свою чергу, узагальнює поняття якісної цілі, у цьому випадку функція f є бульовою.

Якщо ціль якісна чи кількісна, то вона відповідає ЗПР з числовою оцінкою наслідків, у потилежному випадку — це ЗПР з ціллю, що задана відношенням переваги.

## Приклади ЗПР.

Прилад 1 (ЗПР в умовах визначеності із числовою оцінкою наслідків). Щоб попасти з пункту А в пункт В автомобіль повинен проїхати спочатку по лузі, потім по шосе. Відомі: відстань від точки А до шосе, швидкості руху по лугу та по шосе. Треба прийняти рішення — маршрут автомобіля.

*Приклад 2* (ЗПР в умовах невизначеності із числовою оцінкою наслідків). Студент вирішує- брати квиток у транспорті чи ні. Його виграш, у залежності від появи контролера, оцінюється за таблицею:

	3	НЗ
Б	-0.5	-0.6
НБ	-10	0

*Приклад 3* (ЗПР в умовах конфлікту із числовою оцінкою наслідків). Поліція підозрює двох злочинців у бандитизмі, але єдиний шлях доведення

цього – це зізнання. Виграші злочинців наведені у таблиці:

	3		Н3	
3	-7		0	
		-7		-10
НЗ	-10		-1	
		0		-1