

Семінар 5

Модель геометричної ймовірності

- 1) Монета підкидається до появи другого герба. Знайти ймовірність того, що експеримент завершиться на парному кроці.

$$\Omega = \left\{ \omega_n = \left(\underbrace{\Gamma \dots \Gamma \Gamma \Gamma \dots \Gamma}_{n-1} \Gamma \right), n = 2, 3, \dots \right\}, P(\omega_n) = (n-1) \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} \frac{1}{2} = (n-1) \left(\frac{1}{2} \right)^n$$

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

- 2) Монета підкидається до появи двох гербів поспіль. Знайти ймовірність того, що це станеться на: а) n -му кроці; б) на парному кроці.

$$\Omega = \left\{ \omega_n = \left(\underbrace{\Gamma \dots \Gamma \Gamma \Gamma \dots \Gamma}_{n-2} \Gamma \Gamma \right), n = 2, 3, \dots \right\}, P(\omega_n) = p_n$$

$$p_{n+2} = \frac{1}{2} p_{n+1} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} p_n \right)$$

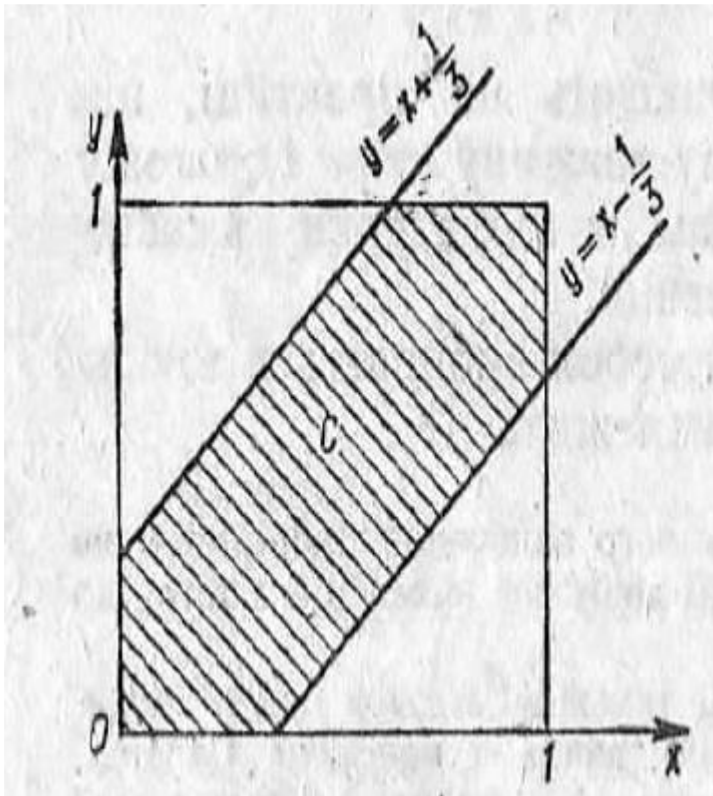
Задача 1 Дві особи A та B вирішили зустрітися між 12-ю і 13-ю годиною.

Чекати один одного вони домовилися не більше 20 хвилин. Яка ймовірність їхньої зустрічі?

Позначимо через x момент приходу A , а через y момент приходу B . Тоді

$$\Omega = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\},$$

$$C = \left\{ (x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, |x - y| \leq \frac{1}{3} \right\}$$



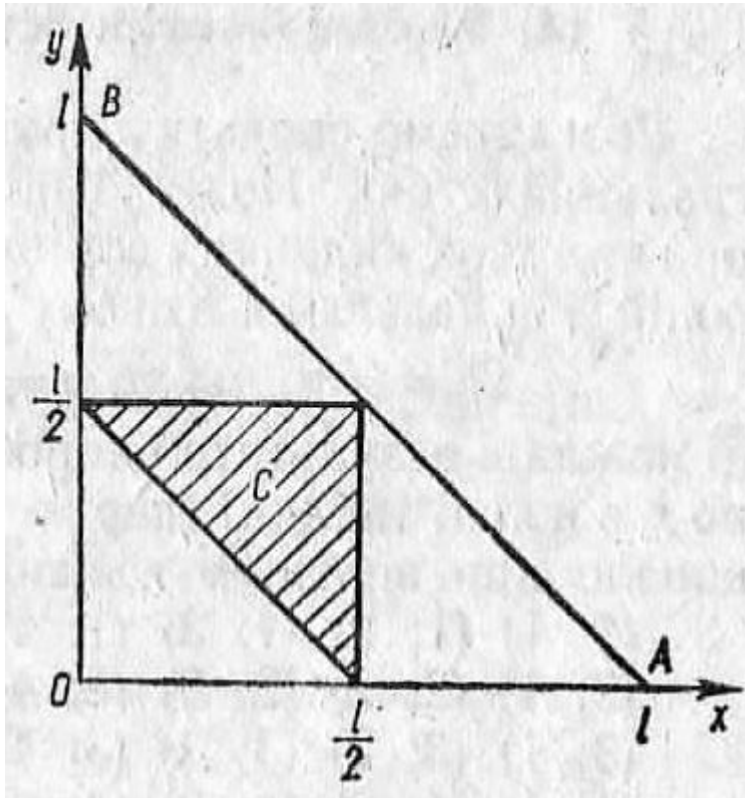
$$P(C) = \frac{m(C)}{m(\Omega)} = \frac{1 - 2 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} \right)^2}{1} = \frac{5}{9}$$

Задача 2 Відрізок довжини l навмання розламали на три частини. Яка ймовірність того, що з них можна побудувати трикутник?

$$\Omega = \{(x, y) : 0 \leq x \leq l, 0 \leq y \leq l; 0 \leq x + y \leq l\}$$

$$0 \underbrace{\hspace{1cm}}_x \underbrace{\hspace{1cm}}_y \underbrace{\hspace{1cm}}_{l-(x+y)} l$$

$$A = \left\{ (x, y) : x \geq 0, y \geq 0, \begin{cases} x < y + l - (x + y) \\ y < x + l - (x + y) \\ l - (x + y) < x + y \end{cases} \right\}$$



$$P(A) = \frac{1}{4}$$

Задачі для самостійного розгляду

Задача 1 Якої товщини повинна бути монета, щоб ймовірність падіння її на ребро дорівнювала $1/3$?

Задача 2 Яка ймовірність того, що із трьох узятих навмання відрізків довжиною не більше за l можна побудувати трикутник?

