Задача 1-1 (15 баллов). Рассмотрим произвольное (корректное) решающее дерево для задачи сортировки n ключей, в котором все листья являются достижимыми. Найдите точную (не асимптотическую!) нижнюю оценку на *наименьшую* из глубин листьев данного дерева, т.е. такую функцию $g(n)$, что в любом подобном дереве наименьшая глубина листа не меньше $g(n)$, и одновременно для любого n существует такое дерево, в котором наименьшая глубина листа равна $g(n)$.

Решение. Эта глубина соответствует минимальному числу сравнений, необходимых для сортировки ключей в наилучшем случае.

Каждое сравнение может определить порядок между двумя элементами, и для установления полного порядка среди n элементов необходимо как минимум $n-1$ парных сравнений (то есть, нельзя меньше), что выступает глубиной минимального листа.

При этом, для любого набора из n ключей всегда найдется такое дерево, в котором существует путь, в котором каждое сравнение ведет в одну и ту же сторону (т.е., $\forall a, b \in \{a_1, ..., a_n\}$ сравнение $a < b$ либо только удовлетворяется, либо нет), при этом, сравнения не повторяются. Поэтому, для достижения отсортированного массива из n ключей выполняется $n-1$ сравнений.

В результате, $g(n) = n-1$; то есть минимальная глубина листа не меньше $n-1$ и может быть равна $n-1$.