

Лабораторная работа №4

Syrov Vladislav

НКНБд-01-19

RUDN University, 2022 Moscow, Russia

Цели и задачи работы

Изучить уравнение гармонического осциллятора

Задание к лабораторной работе

1. Построить решение уравнения гармонического осциллятора без затухания
2. Записать уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора с затуханием, построить его решение. Построить фазовый портрет гармонических колебаний с затуханием.
3. Записать уравнение колебаний гармонического осциллятора, если на систему действует внешняя сила, построить его решение. Построить фазовый портрет колебаний с действием внешней силы.

Теоретический материал

Движение груза на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 = 0$$

При отсутствии потерь в системе ($\gamma = 0$) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия вида

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \dot{x}(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} x = y \\ y = -\omega_0^2 x \end{cases}$$

Начальные условия для системы примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Условие задачи

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней

$$\text{силы } \ddot{x} + 3.5x = 0$$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней

$$\text{силы } \ddot{x} + 11\dot{x} + 11x = 0$$

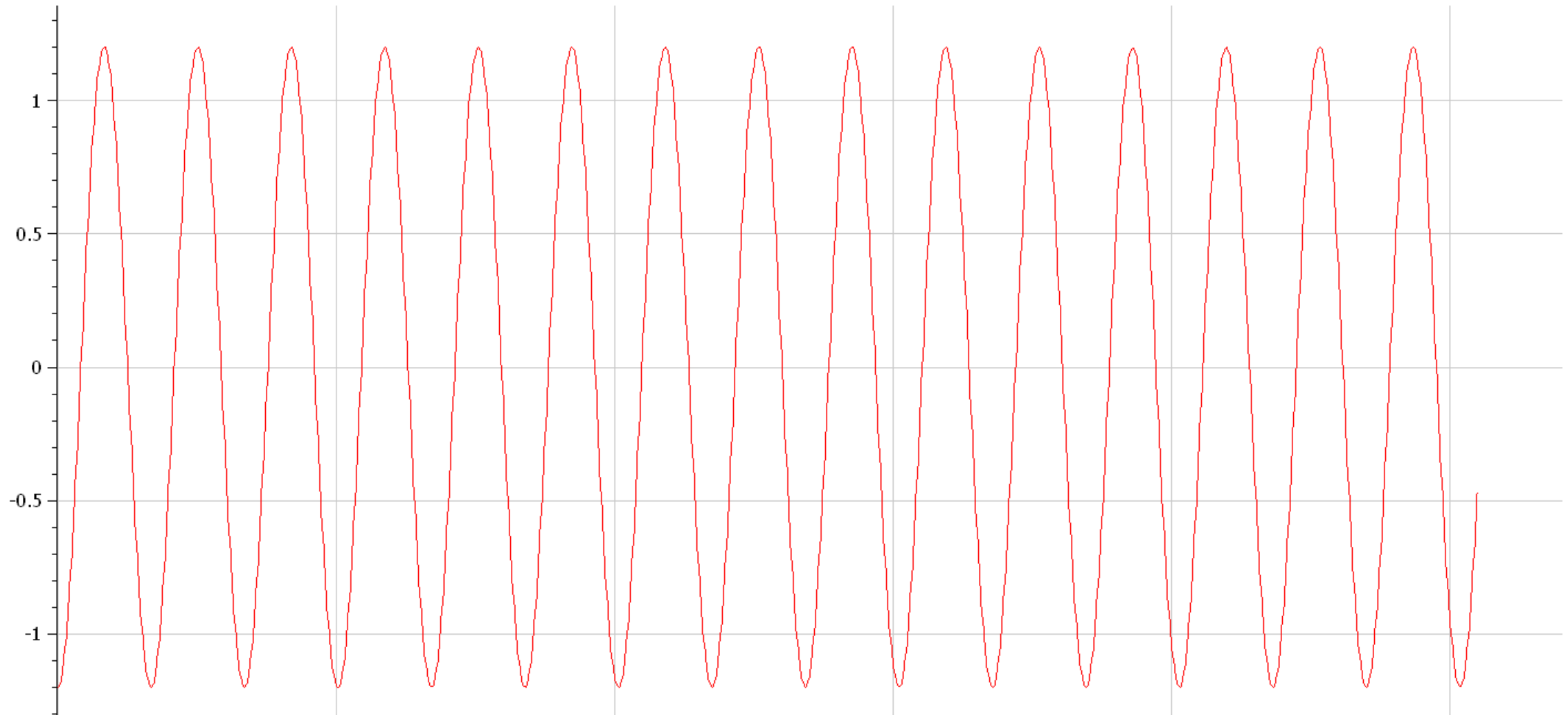
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней

$$\text{силы } \ddot{x} + 12\dot{x} + x = 2 \cos 0.5t$$

На интервале $t \in [0; 51]$, шаг 0.05, $x_0 = 0$, $y_0 = -1.2$

Случай 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 3.5x = 0$$



Случай 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 3.5x = 0$$

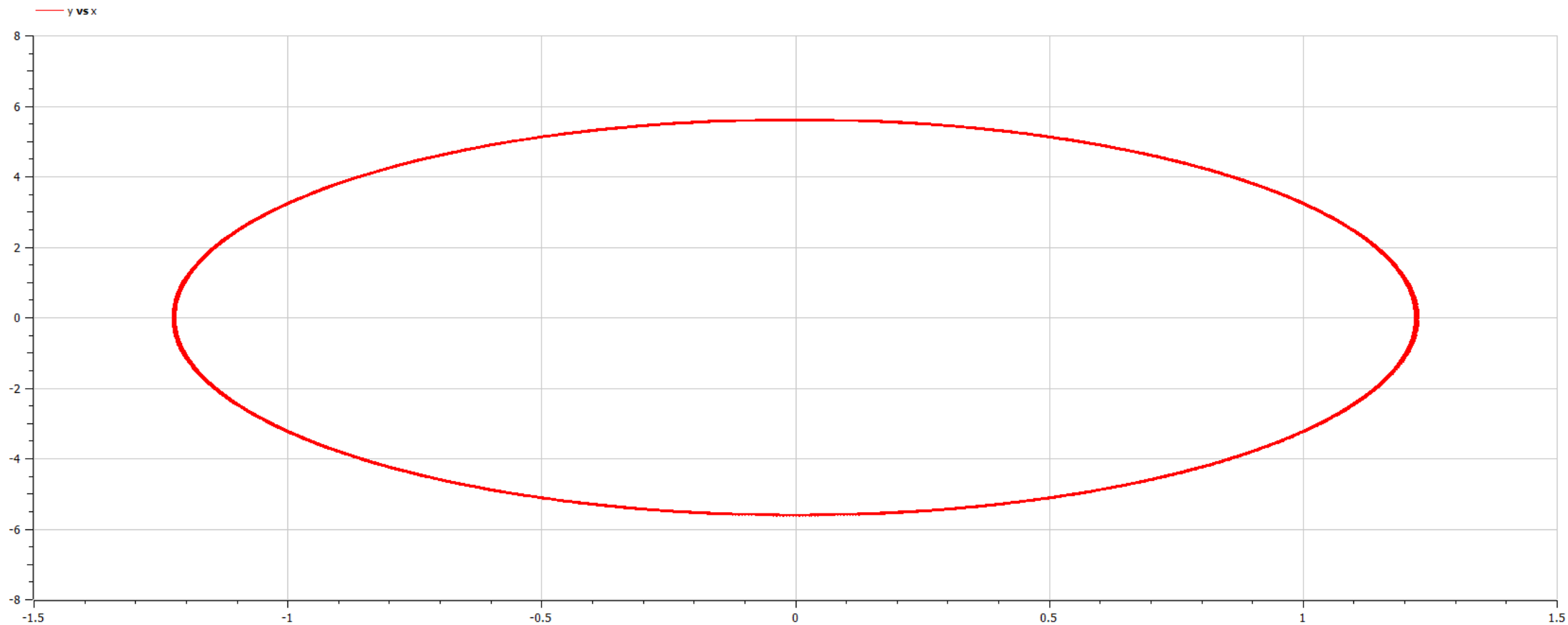


рис.02

Случай 2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 11\dot{x} + 11x = 0$$

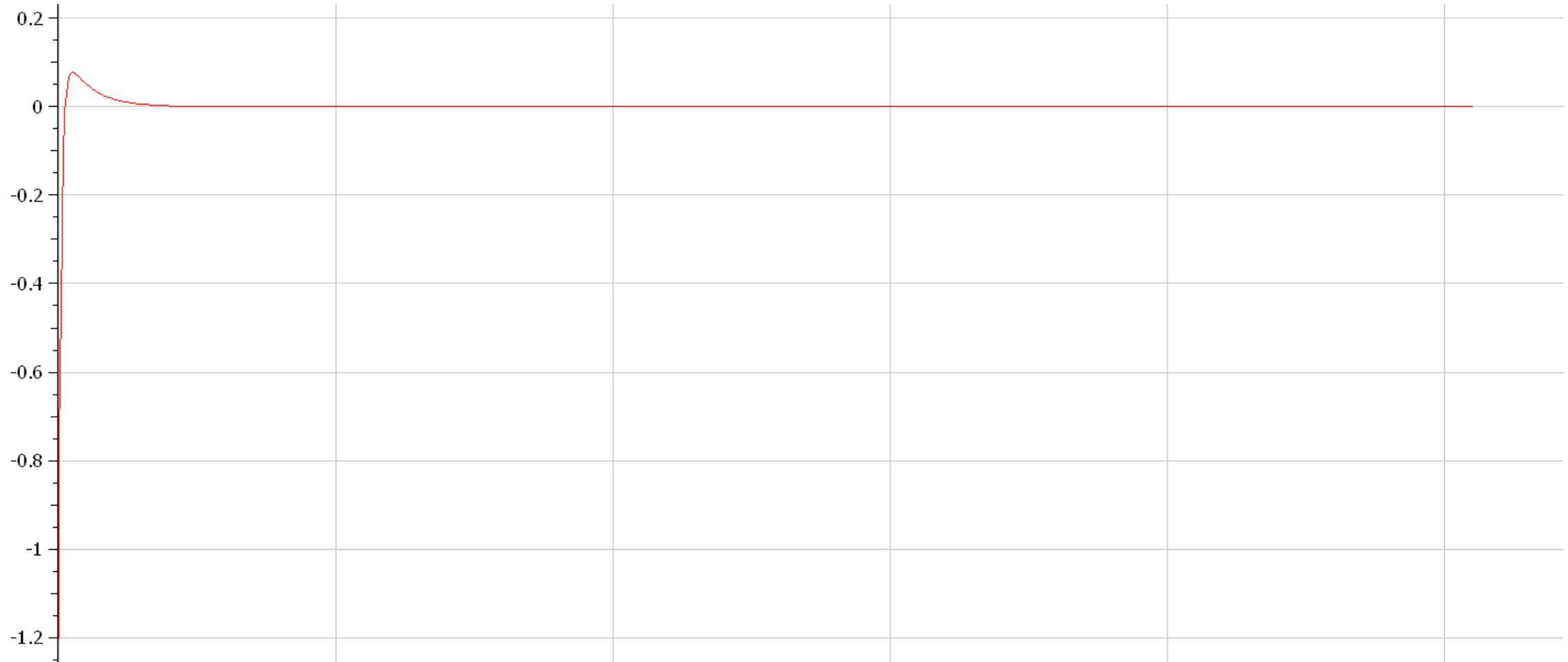


рис.03

Случай 2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 11\dot{x} + 11x = 0$$

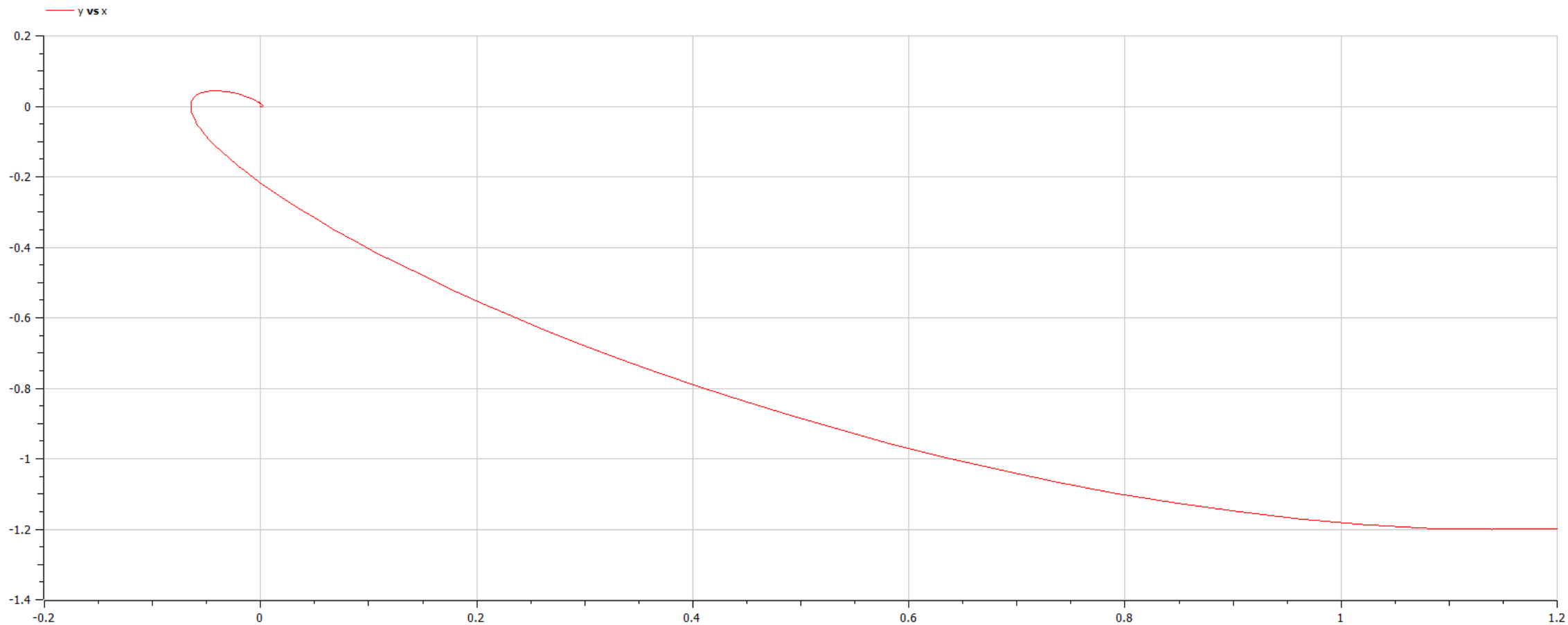


рис.04

Случай 3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 12\dot{x} + x = 2 \cos 0.5t$$

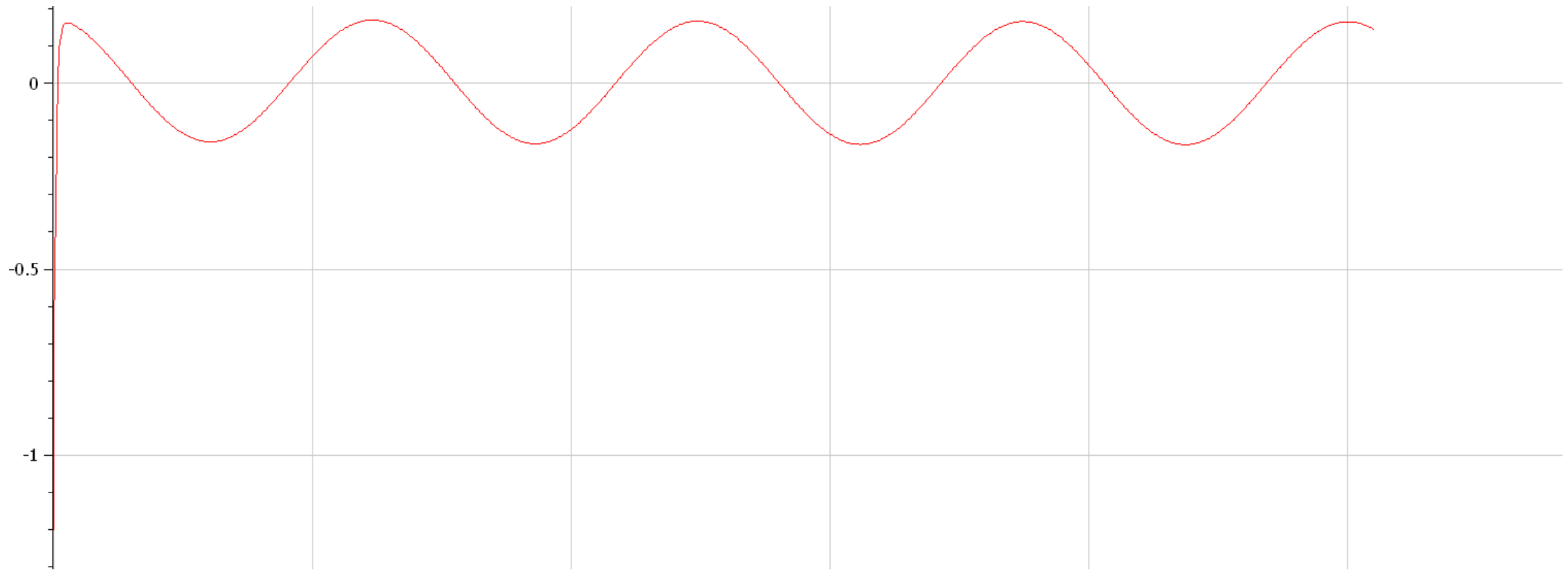


рис.05

Случай 3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 12\dot{x} + x = 2 \cos 0.5t$$

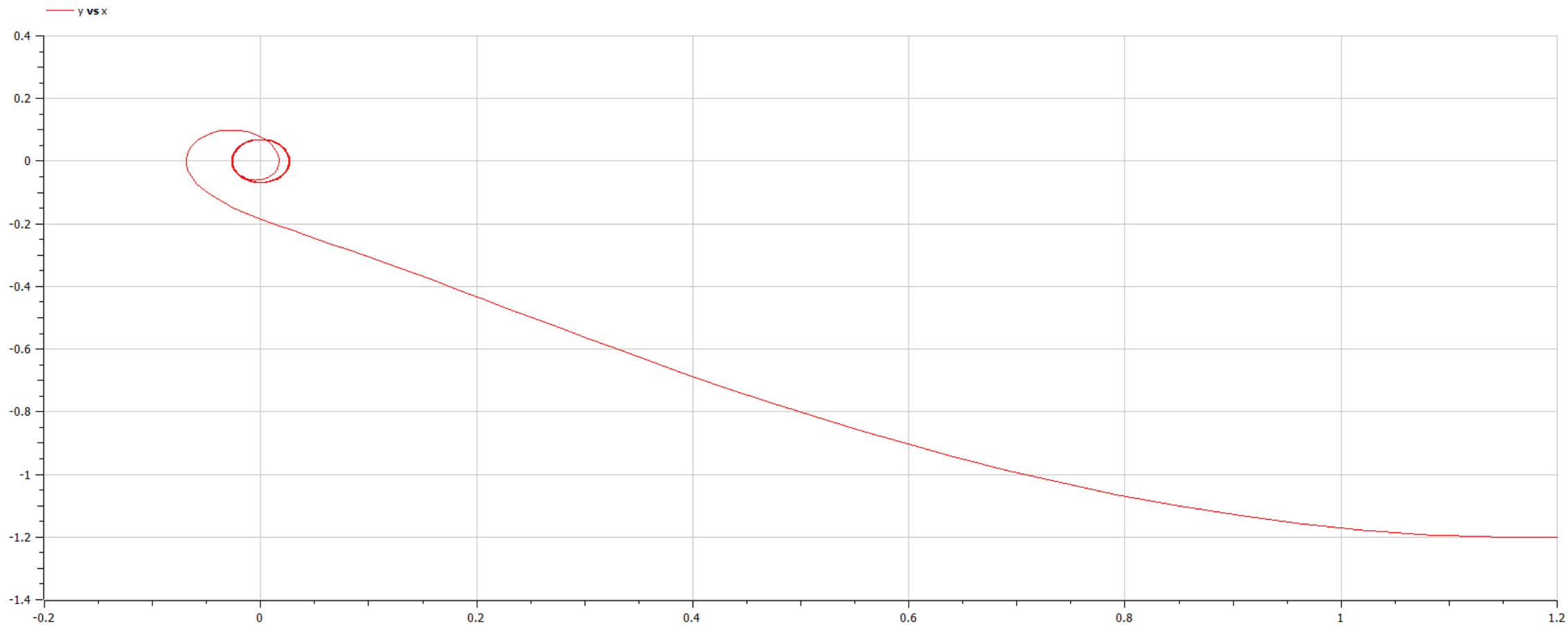


рис.06

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были построены решения уравнения гармонического осциллятора и фазовые портреты гармонических колебаний без затухания, с затуханием и при действии внешней силы.