

В. К. Чепусов

магистрант кафедры компьютерных технологий и программной инженерии

М. В. Фаттахова – кандидат физико-математических наук, доцент – научный руководитель

Координация трехуровневой цепи поставок с помощью теоретико-игровой модели

В данной статье рассматривается способ оптимизации многоуровневой децентрализованной сети поставок по критерию прибыли. Мы рассматриваем данный вопрос в контексте трехуровневой цепочки поставок. Внутри каждого из узлов находятся несколько фирм, между которыми происходит конкуренция по модели Курно. На первом уровне располагается узел-дистрибьютер, распределяющий товар между узлами второго уровня. В узлах второго уровня происходит модернизация исходного продукта, после чего осуществляется продажа узлам следующего уровня. Третий уровень или уровень-ритейлеров реализует свой товар на рынках.

Данный способ устройства экономических отношений является наиболее распространённым в современном бизнесе. Поэтому без сомнения рассматриваемая задача является актуальной [1].

Опишем процесс принятия решения в рассматриваемой модели.

1. Узел первого уровня определяют цену, по которой фирмы этого узла сбывают свой товар узлам второго уровня – дистрибьютерам.
2. Дистрибьютеры второго уровня, получив данные, назначают отпускные цены для узлов третьего уровня.
3. Узлы третьего уровня или, иначе говоря, ритейлеры, на основе цен, полученных от дистрибьютеров, и функции спроса формируют объем выпуска своего товара на рынок.
4. Осуществляется процесс распределения объемов между фирмами в каждом из узлов нижнего уровня.
5. Данные об объемах поступают на все верх лежащие уровни, и внутри каждого узла идет их распределение.
6. Осуществляется расчёт прибыли каждого из участников сети поставок.

Данная процедура принятия решений может быть представлена многошаговой некооперативной иерархической игрой n лиц. Игроками являются

фирмы, находящиеся в каждом из узлов. Стратегиями игроков является объемы производства, функции выигрыша – это функции прибыли каждой фирмы - игрока. При этом внутри каждого узла фирмы – участники конкурируют по модели Курно [2]. В качестве принципа оптимальности было выбрано равновесие по Нэшу.

Рассмотрим теоретико-игровую модель для трёхуровневой сети поставок (рис. 2, табл. 2).

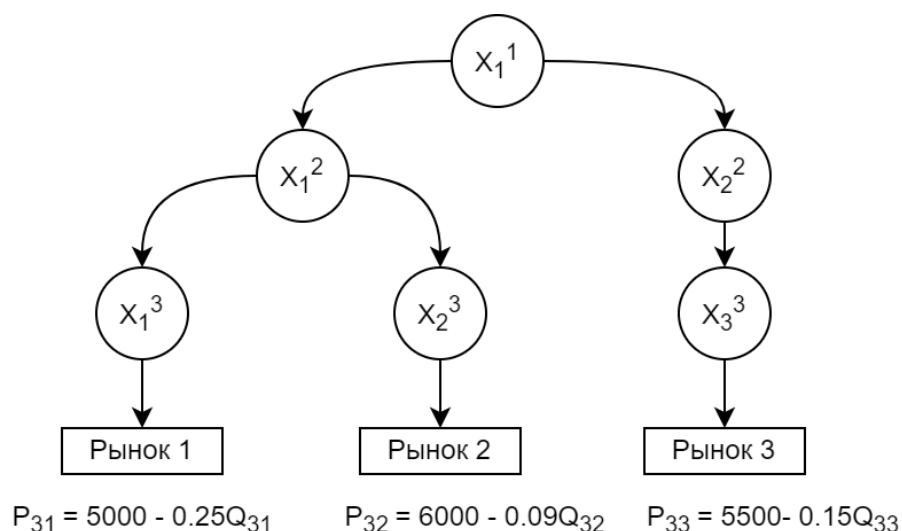


Рисунок 2 - Сеть поставок с одним уровнем поставщиков, дистрибьюторов и ретейлеров

Таблица 1. Обозначения

Обозначения	Пояснение
X_j^i	Узел j уровня i
X_{jk}^i	Фирм k внутри узла X_j^i
$Q_{ij} = \sum_{k=1}^{n_{ij}} q_{ijk}$	Суммарный объём однородной продукции в узле X_j^i
q_{ijk}	Объём выпуска продукции фирмы k в узле X_j^i
π_{ijk}	Прибыль фирмы k в узле X_j^i
p_{ij}	Цена в узле X_j^i

Таблица 2. Исходные данные

Узел	X_1^1	X_1^2	X_2^2	X_1^3	X_2^3	X_3^3
Кол-во фирм в узле	$n_{11} = 2$	$n_{21} = 1$	$n_{22} = 2$	$n_{31} = 4$	$n_{32} = 2$	$n_{33} = 1$
Затраты	$C_{111} = 1500$ $C_{112} = 1505$	$C_{211} = 700$	$C_{221} = 720$ $C_{222} = 710$	$C_{311} = 342$ $C_{312} = 340$ $C_{313} = 338$ $C_{314} = 345$	$C_{321} = 120$ $C_{322} = 122$	$C_{331} = 200$

Представим формулы для вычисления прибылей фирм каждого узла. Каждая из фирм стремится к максимизации собственной прибыли [3].

Функция прибыли для первого уровня:

$$\pi_{1jk} = q_{11k}(p_{11} - c_{11}) \quad (1)$$

Функция прибыли для второго уровня:

$$\pi_{2jk} = q_{2jk}(p_{2j} - p_{rh} - c_{2jk}) \quad (2)$$

Функция прибыли для третьего уровня:

$$\pi_{3jk} = q_{3jk}(a_{3j} - b_{3j}Q_{3j} - p_{rh} - c_{3jk}) \quad (3)$$

Для построения равновесия по Нэшу в рассматриваемой игре распишем функции прибыли для всех фирм из узлов третьего уровня:

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_{311} = q_{311}(5000 - 0.25 \sum_{i=1}^4 q_{31i} - p_{21} - 342) \\ \pi_{312} = q_{312}(5000 - 0.25 \sum_{i=1}^4 q_{31i} - p_{21} - 340) \\ \pi_{313} = q_{313}(5000 - 0.25 \sum_{i=1}^4 q_{31i} - p_{21} - 338) \\ \pi_{314} = q_{314}(5000 - 0.25 \sum_{i=1}^4 q_{31i} - p_{21} - 345) \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_{321} = q_{321}(6000 - 0.09 \sum_{i=1}^2 q_{32i} - p_{21} - 120) \\ \pi_{322} = q_{322}(6000 - 0.09 \sum_{i=1}^2 q_{32i} - p_{21} - 122) \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\pi_{331} = q_{331}(5500 - 0.15q_{32i} - p_{22} - 200) \quad (6)$$

Применив к функциям (4), (5) и (6) необходимое условие максимума, получаем системы уравнений:

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 0.25 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_{311} \\ q_{312} \\ q_{313} \\ q_{314} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4658 - p_{21} \\ 4660 - p_{21} \\ 4662 - p_{21} \\ 4655 - p_{21} \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{pmatrix} 0.18 & 0.09 \\ 0.09 & 0.18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_{321} \\ q_{322} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5880 - p_{21} \\ 5878 - p_{21} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$(0.3)(q_{331}) = (5300 - p_{22}) \quad (9)$$

В результате решения систем с 7 по 9 получим выражения для объёма поставок (q_{3jk}) . Затем, исходя из условия отсутствия дефицита и излишков, получаем соотношение:

$$Q_{21} = q_{211} = Q_{31} + Q_{32} = \sum_{i=1}^4 q_{31i} + \sum_{i=1}^2 q_{32i} = 58456.1 - 10.6p_{21} \quad (10)$$

$$Q_{22} = q_{221} + q_{222} = Q_{33} = q_{331} = 17666.67 - 3.33p_{22} \quad (11)$$

Из соотношения (10) выразим p_{21} :

$$p_{21} = 5510.88 - \frac{q_{211}}{10.6} \quad (12)$$

Из соотношения (11) выразим p_{22} :

$$p_{22} = 5300 - \left(\frac{q_{221}}{3.3} + \frac{q_{222}}{3.3} \right) \quad (13)$$

Зная функции цен, мы можем выразить функции прибыли для фирм узлов предыдущего уровня. Дальнейшие действия осуществляются по аналогии с приведенными, вплоть до корневого узла, при достижении которого получаем численные значения объёмов для фирм первого уровня. Зная данные значения, подставляем их в ранее выведенные формулы для получения информации об объёмах и прибыли.

Таблица 3. Результаты

Узел	X_1^1	X_1^2	X_2^2	X_1^3	X_2^3	X_3^3
Объём выпуска продукции для фирмы	$q_{111} \approx 8151$ $q_{112} \approx 8113$	$q_{211} \approx 11815$	$q_{221} \approx 2207$ $q_{222} \approx 2241$	$q_{311} \approx 206$ $q_{312} \approx 214$ $q_{313} \approx 222$ $q_{314} \approx 194$	$q_{321} \approx 5500$ $q_{322} \approx 5477$	$q_{331} \approx 4448$
Цена	$p_{11} \approx 2583$	$p_{21} \approx 4396$	$p_{22} \approx 3965$	$p_{31} \approx 4790$	$p_{32} \approx 5011$	$p_{33} \approx 4832$
Прибыль	$\pi_{111} \approx 8828070$ $\pi_{112} \approx 8746748$	$\pi_{211} \approx 13161609$	$\pi_{221} \approx 1462195$ $\pi_{222} \approx 1506682$	$\pi_{311} \approx 10652$ $\pi_{312} \approx 11494$ $\pi_{313} \approx 12368$ $\pi_{314} \approx 9450$	$\pi_{321} \approx 2722608$ $\pi_{322} \approx 2700652$	$\pi_{331} \approx 2968710$

Данный пример демонстрирует объёмность вычислений для относительно простой системы. Именно поэтому необходимо реализовать программное обеспечение, которое могло бы автоматизировать этот процесс и рассчитать оптимальный объём поставок при произвольных начальных значениях.

Библиографический список

1. Deming Zhou Uday S. Karmarkar Competition in MultiEchelon Distributive Supply Chains with Linear Demand // International journal of production research, London, 2015. 31 с
2. Лонягина Ю., Никольченко Н., Зенкевич Н. Конкурентное и кооперативное поведение в распределительных сетях // Вклад в теорию игр и менеджмент. 2018. Т. 11. С. 73–102.
3. Петросян Л. А., Зенкевич Н. А., Шевкопляс Е. В. Теория игр. Изд. 2-е. СПб.: БХВ-Петербург, 2014. 432 с