**Mathematicians specify the criteria for the emergence of Turing patterns**

Turing patterns are mathematical expressions of the structures formed in chemical and biological systems, such as spots and stripes on the animal skin. A team of scientists from RUDN University found out that the traditional mathematical conditions of their existence failed to describe the whole range of real-life cases, and that the criteria of their emergence are more flexible. The results of the study were published in *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*.

Turing patterns are stable structures that emerge in chemical and biological systems, such as leaves of trees, tentacles of animals, or spots on [animal skin](https://phys.org/tags/animal+skin/), all situated at a given distance from one another. The existence of such patterns was predicted by the British mathematician Alan Turing in 1952. Mathematically, these structures are described by a system of reaction-diffusion equations with two or more interacting elements. The team of mathematicians from RUDN University widened the range of common criteria for the emergence of these patterns in reaction-diffusion systems.

According to Turing's standard model, a system of two elements requires certain conditions for the patterns to emerge. One of the elements should self-activate, i.e., stimulate its own further growth. The second element should self-inhibit, that is, continuously reduce its own activity. Moreover, the mobility (or [diffusion coefficient](https://phys.org/tags/diffusion+coefficient/)) of the latter should be higher than that of the former to a degree that depends on the values of other systemic parameters. However, this is not true for real-life chemical and [biological systems](https://phys.org/tags/biological+systems/), where the difference between the mobility of the activator and the inhibitor is usually very little. Therefore, there is only a narrow range of values that other systemic parameters can have for the structures to be formed.

"The mechanism suggested by Turing is unstable: The slightest accidental change of model parameters can prevent the structures from forming, and an animal will have no skin patterns or certain organs. However, some recent works indicate that in multi-component systems Turing patterns can form in violation of the common concepts. Namely, studies confirmed the existence of systems with one immobile element in which Turing patterns emerge regardless of the diffusion coefficients of the mobile ones," said Maxim Kuznetsov, Ph.D. and a junior researcher at the Center for Mathematical Modeling in Biomedicine, RUDN University.

According to the team, if a system contains an immobile element (neither a self-activator nor a self-inhibitor), the range of criteria for the emergence of Turing patterns widens considerably. The nature of the interaction between the immobile and mobile elements starts to play a key role in the process. There are three possible types of such interaction: an increase in the concentration of one element can stimulate the growth of the other, inhibit it, or have no effect on it at all. In certain interaction schemes, Turing patterns form regardless not only of mobile element diffusion coefficients but also of the values of other systemic parameters.

"These criteria provide for a considerably complex but more stable mechanism of the formation of Turing patterns. While the reaction speed in biology can vary widely, the types of relations between elements are usually strictly fixed. It is yet unknown whether this mechanism works in natural systems, but all its conditions are in line with the laws of biology. Moreover, given the fact that the development of life is subject to the laws of evolution, this mechanism is likely to be widely spread in nature due to its high stability," added Maxim Kuznetsov.

# Математики уточняют критерии появления паттернов Тьюринга

Паттерны Тьюринга - это математические выражения структур, образованных в химических и биологических системах, таких как пятна и полосы на коже животных. Команда ученых из РУДН выяснила, что традиционные математические условия их существования не описывают весь спектр реальных случаев, а критерии их возникновения более гибкие. Результаты исследования опубликованы в *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science* .

Паттерны Тьюринга - это стабильные структуры, возникающие в химических и биологических системах, такие как листья деревьев, щупальца животных или пятна на [коже животных](https://phys.org/tags/animal+skin/) , которые расположены на определенном расстоянии друг от друга. Существование таких структур было предсказано британским математиком Аланом Тьюрингом в 1952 году. Математически эти структуры описываются системой уравнений реакции-диффузии с двумя или более взаимодействующими элементами. Команда математиков из РУДН расширила круг общих критериев появления этих закономерностей в реакционно-диффузионных системах.

Согласно стандартной модели Тьюринга, система из двух элементов требует определенных условий для появления паттернов. Один из элементов должен самоактивироваться, т. Е. Стимулировать собственный дальнейший рост. Второй элемент должен подавлять себя, то есть постоянно снижать собственную активность. Более того, подвижность (или [коэффициент диффузии](https://phys.org/tags/diffusion+coefficient/) ) последнего должна быть выше, чем у первого, в степени, которая зависит от значений других системных параметров. Однако это неверно для реальных химических и [биологических систем](https://phys.org/tags/biological+systems/) , где разница между подвижностью активатора и ингибитора обычно очень мала. Следовательно, существует только узкий диапазон значений, которые могут иметь другие системные параметры для формируемых структур.

«Механизм, предложенный Тьюрингом, нестабилен: малейшее случайное изменение параметров модели может помешать формированию структур, и у животного не будет рисунков кожи или определенных органов. Однако некоторые недавние работы показывают, что в многокомпонентных системах шаблоны Тьюринга могут формы в нарушение общепринятых представлений. А именно, исследования подтвердили существование систем с одним неподвижным элементом, в которых паттерны Тьюринга возникают вне зависимости от коэффициентов диффузии подвижных ", - сказал Максим Кузнецов, канд. и младший научный сотрудник Центра математического моделирования в биомедицине РУДН.

По мнению группы, если система содержит неподвижный элемент (ни самоактиватор, ни самоингибитор), диапазон критериев появления паттернов Тьюринга значительно расширяется. Ключевую роль в этом процессе начинает играть характер взаимодействия неподвижных и подвижных элементов. Существует три возможных типа такого взаимодействия: увеличение концентрации одного элемента может стимулировать рост другого, подавлять его или вообще не влиять на него. В определенных схемах взаимодействия паттерны Тьюринга формируются независимо не только от коэффициентов диффузии мобильных элементов, но и от значений других системных параметров.

«Эти критерии обеспечивают довольно сложный, но более стабильный механизм формирования паттернов Тьюринга. Хотя скорость реакции в биологии может широко варьироваться, типы отношений между элементами обычно строго фиксированы. Пока неизвестно, работает ли этот механизм в естественных условиях. системы, но все его условия соответствуют законам биологии. Более того, учитывая тот факт, что развитие жизни подчиняется законам эволюции, этот механизм, вероятно, будет широко распространен в природе из-за своей высокой устойчивости », добавил Максим Кузнецов.