Лекция 12. Алгоритмы формирования оптимальных подсистем

Пазников Алексей Александрович

к.т.н., ст. преп. Кафедры вычислительных систем
Сибирский государственный университет
телекоммуникаций и информатики

http://cpct.sibsutis.ru/~apaznikov

Алгоритмы формирования оптимальных подсистем

Вложение в ВС параллельных программ, *для которых не заданы информационные графы*, осуществляется путем **формирования подсистем элементарных машин** и распределения по ним параллельных ветвей.

Формируемая для параллельной программы подсистема должна обеспечивать эффективную реализацию основных схем межмашинных обменов:

- трансляционный (One-to-all Broadcast),
- трансляционно-циклический (All-to-all Broadcast)
- коллекторный (All-to-one Broadcast)

Считаем, что граф задачи является *полным*.

На время выполнения параллельной программы будут оказывать влияния *производительности всех каналов межмашинных связей подсистемы.*

Алгоритмы формирования оптимальных подсистем

Для ВС с иерархической организацией коммуникационных сред может быть адаптирован показатель “средний диаметр”. Производительность подсистемы при реализации основных схем межмашинных обменов, можно характеризовать **средним геометрическим значением кратчайших расстояний (или пропускных способностей каналов связи)** между ЭМ подсистемы.

Рассмотрим ВС:

N – количество однородных ЭМ,

n – количество ЭМ, доступных для реализации ветвей параллельных программ.

$G' = (V', E')$ – макроструктура системы – граф, отражающий связи между её ЭМ;

$V' = \{1, 2, \ldots, n\}$ – множество элементарных машин; $E \subset V' \times V'$ – множество каналов межмашинных связей;

l_{pq} – кратчайшее расстояние (в смысле теории графов) между элементарными машинами p и q ($p, q \in V'$).

Алгоритмы формирования оптимальных подсистем

M – ранг подсистемы, которую надо сформировать

$X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ – обозначим вектор, задающий номера ЭМ, входящих в формируемую подсистему

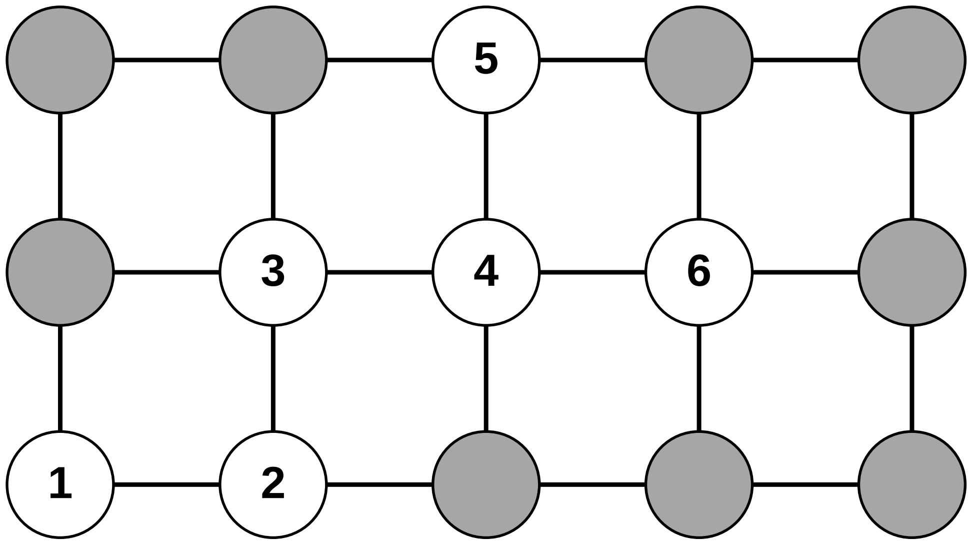
$x_p = 1$ – если p-ая ЭМ включена в состав подсистемы, и

$x_p = 0$ – в противном случае ($p \in V'$).

Тогда среднее геометрическое значение $L(X)$ кратчайших расстояний между ЭМ, входящими в подсистему X, будет

$$L(X) = \left(\prod_{p=1}^{n-1} \prod_{q=p+1}^{n} (x_p x_q (l_{pq} - 1) + 1) \right)^{\frac{1}{k}}$$

где $k = n\,(n - 1) / 2$



$$\|l_{pq}\| = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 2 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$N = 15;\ n = 6$$

$$L(X) = \sqrt[6]{l_{34} \cdot l_{35} \cdot l_{36} \cdot l_{45} \cdot l_{46} \cdot l_{56}} = 1{,}41$$

Задача формирования оптимальной подсистемы

$$L(X) = \left(\prod_{p=1}^{n-1} \prod_{q=p+1}^{n} (x_p x_q (l_{pq} - 1) + 1) \right)^{\frac{1}{k}} \to \min_{x_i}$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = M$$

$$x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

Алгоритмы формирования оптимальных подсистем

Заданы распределенная ВС и количество M ветвей в параллельной программе.

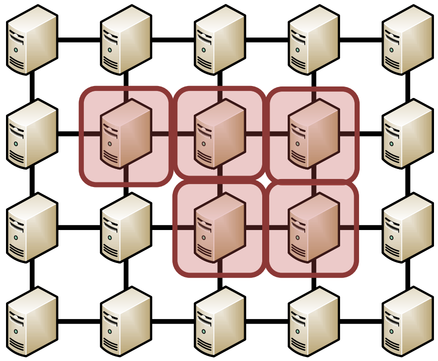
Требуется сформировать подсистему, обеспечивающую эффективную реализацию коллективных схем межмашинных обменов.

Обозначения:

- l_{pq} – кратчайшее расстояние между ЭМ p и q в структуре ВС.
- b_{pq} – пропускная способность канала связи между ЭМ p и q.

Распределенная ВС

$N = 20$; $M = 5$



ВС с однородной структурой сети

$$L(X) = \left(\prod_{p=1}^{n-1} \prod_{q=p+1}^{n} (x_p x_q (l_{pq} - 1) + 1) \right)^{\frac{2}{n(n-1)}} \to \min_{(x_p)}$$

при ограничениях:

$$\sum_{p=1}^{n} x_p = M,$$

$$x_p \in \{0, 1\}, \quad p = 1, 2, \ldots, n.$$

ВС с иерархической организацией

$$B(X) = \left(\prod_{p=1}^{n-1} \prod_{q=p+1}^{n} (x_p x_q (b_{pq} - 1) + 1) \right)^{\frac{2}{n(n-1)}} \to \max_{(x_p)}$$

при ограничениях:

$$\sum_{p=1}^{n} x_p = M,$$

$$x_p \in \{0, 1\}, \quad p = 1, 2, \ldots, n.$$

Алгоритм PAGS (Processor Allocation Growing Subsystem)

1. Поиск начальной элементарной машины, обладающей максимальным средним геометрическим значением кратчайших расстояний от неё до остальных машин системы. Заметим, что в системе может быть несколько элементарных машин p, обладающих равными максимальными значениями L_p.

$$L_p = \left(\prod_{\substack{q=1, \\ q \neq p}}^{n} l_{pq} \right)^{\frac{1}{n-1}}$$

2. Начальная машина включается в состав формируемой подсистемы. После чего в подсистему последовательно включаются ЭМ, ближайшие к подсистеме по значению показателя $L(X)$, $B(X)$.

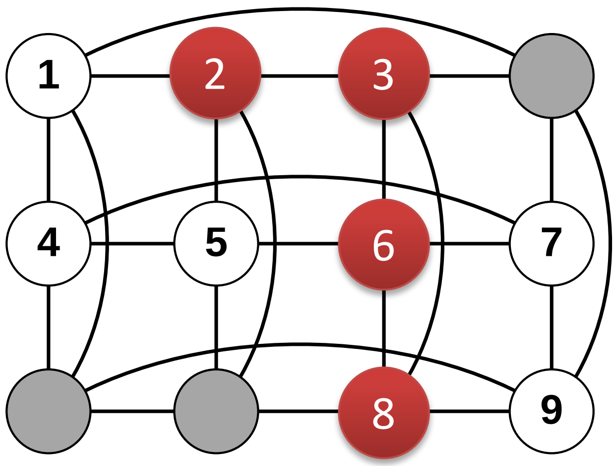
Алгоритм PAGCS (Processor Allocation Growing Connected Subsystem)

Для предотвращения фрагментации макроструктуры предложен модифицированный алгоритм PAGCS (Processor Allocation Growing Connected Subsystem).

В алгоритм добавлена процедура поиска в графе точек сочленения и их исключения из списка кандидатов на включение в подсистему.

Эвристические алгоритмы

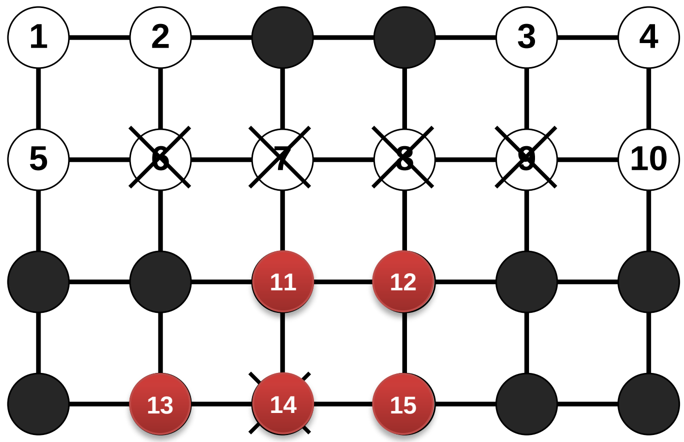
Алгоритм PAGS



Фрагмент распределенной ВС с макроструктурой D_2-графа {12; 3, 4}

Среднее расстояние между машинами подсистемы **L(*X*) = 1,26**

Алгоритм PAGCS



Алгоритм исключает из рассмотрения точки сочленения структуры ВС

Сформирована подсистема.
Сохранена связность структуры.

Трудоемкости алгоритмов составляют:

$$T_{PAGS} = O(n^2),\ \ T_{PAGCS} = O(n^2 + n \cdot \max\{n, |E'|\}),$$

где E' – множество ребер структуры ВС.

Заданы описание иерархической организации коммуникационной среды пространственно-распределенной ВС и количество M ветвей в параллельной программе.

Требуется сформировать подсистему, среднее значение пропускных способностей каналов связи между элементарными машинами которой максимально.

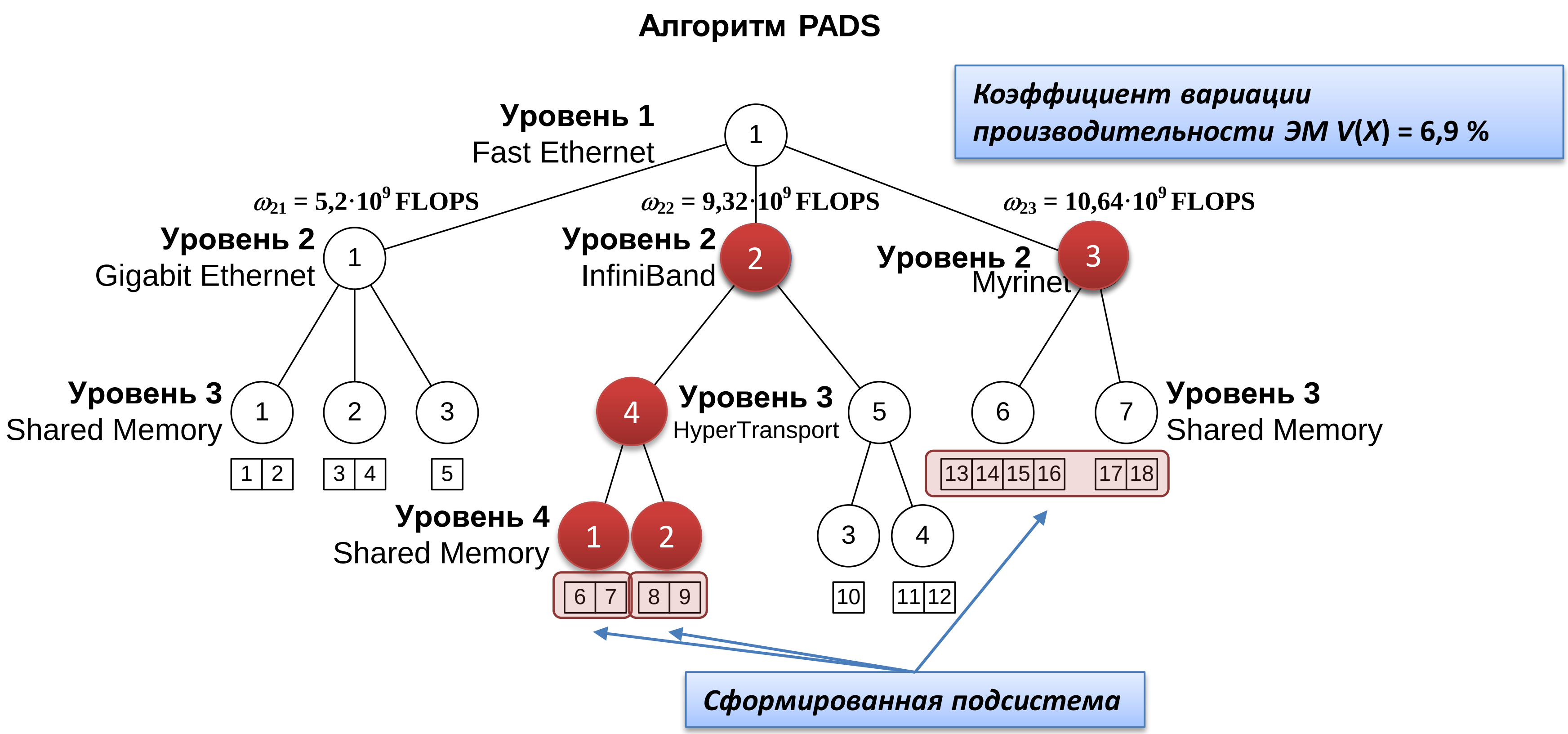
$$B(X) = \left(\prod_{p=1}^{n-1} \prod_{q=p+1}^{n} (x_p x_q (b_{pq} - 1) + 1) \right)^{\frac{2}{n(n-1)}} \to \max_{(x_p)}$$

при ограничениях:

$$\sum_{p=1}^{n} x_p = M,$$

$$x_p \in \{0, 1\}, \quad p = 1, 2, \ldots, n.$$

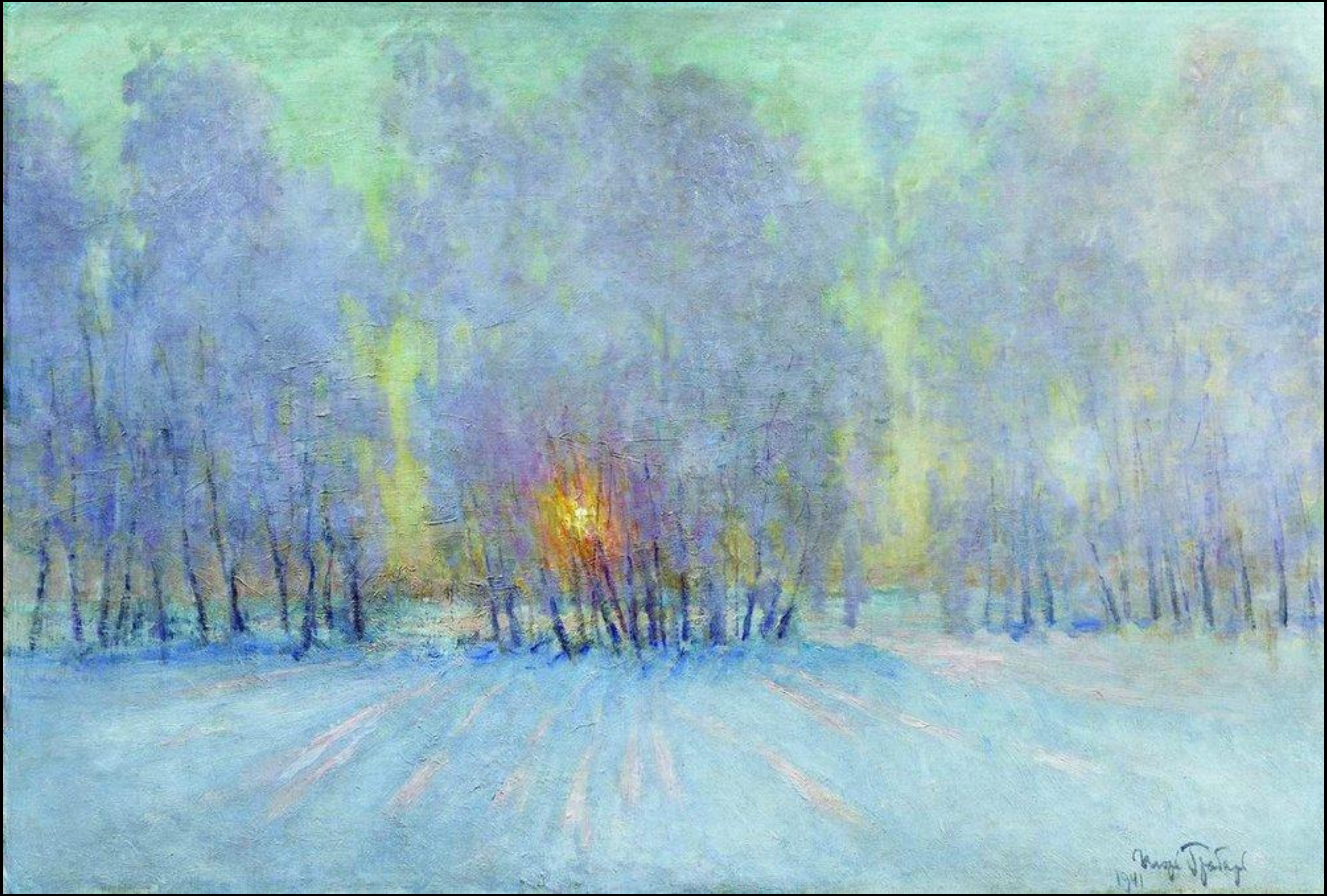
Формирование подсистем в пространственно-распределённых ВС



Трудоемкость алгоритма:

$$T_{PADS} = O(h \cdot N^2),$$

где h – высота дерева коммуникационной среды пространственно-распределенной ВС.



И.Э. Грабарь. Иней. Восход солнца