ФГОБУ ВПО "СибГУТИ"
Кафедра вычислительных систем

Дисциплины
"ЯЗЫКИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ"
"ПРОГРАММИРОВАНИЕ"

Примеры алгоритмов обработки массивов

Преподаватель:

Перышкова Евгения Николаевна

План лекции

1. Задача сортировки и алгоритмы ее решения

1.1. Мера упорядоченности последовательности

1.2. Задача сортировки

1.3. Алгоритм сортировки выбором

1.4. Алгоритм сортировки вставками

1.5. Алгоритм сортировки методом пузырька

2. Задача поиска простых чисел в заданном диапазоне

2.1. Линейный алгоритм

2.2. Алгоритм Эратосфена

Задача сортировки и алгоритмы ее решения

Мера упорядоченности последовательности

8	**15**	**4**	**30**	**3**	**17**	**6**	**29**	**12**	**27**

3	**4**	**6**	**8**	**12**	**15**	**17**	**27**	**29**	**30**

3	**4**	**6**	**29**	**12**	**15**	**17**	**27**	**8**	**30**

15	**4**	**30**	**29**	**12**	**3**	**17**	**27**	**8**	**6**

30	**29**	**27**	**17**	**15**	**12**	**8**	**6**	**4**	**3**

Количественная мера упорядоченности

Инверсией элементов i и j последовательности a называется ситуация, когда $a[i] > a[j]$ и $i < j$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	**4**	**6**	**29**	**12**	**15**	**17**	**27**	**8**	**30**

$a[4] = 29$, $a[9] = 8$: $4 < 9$, $29 > 8$.

Общее количество инверсией определяет степень упорядоченности последовательности. Для вычисления этого показателя элементы последовательности перебираются слева направо, для каждого элемента вычисляется количество его инверсий с элементами, расположенными правее.

Количественная мера упорядоченности (2)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	**4**	**6**	**29**	**12**	**15**	**17**	**27**	**8**	**30**

1) *a*[1] – a[3] : количество инверсий 0;

2) *a*[4] = 29: инверсии с элементами a[5] – a[9] = 5;

3) a[5] – a[8]: инверсия с элементом a[9], в сумме = 4;

4) a[9]: инверсий нет.

5) a[10]: инверсий нет.

Итого: 9 инверсий.

Мера упорядоченности последовательности

8	**15**	**4**	**30**	**3**	**17**	**6**	**29**	**12**	**27**

абсолютное: 16 инверсий
относит: 0,356

абсолютное: 0 инверсий
относит: 0

3	**4**	**6**	**8**	**12**	**15**	**17**	**27**	**29**	**30**

3	**4**	**6**	**29**	**12**	**15**	**17**	**27**	**8**	**30**

абсолютное: 9 инверсий
относит: 0,2

абсолютное: 24 инверсий
относит: 0,533

15	**4**	**30**	**29**	**12**	**3**	**17**	**27**	**8**	**6**

30	**29**	**27**	**17**	**15**	**12**	**8**	**6**	**4**	**3**

абсолютное: 45 инверсий
относит: 1

Задача сортировки
(sorting problem)

Дано: последовательность из n чисел $\langle a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \rangle$

Необходимо: переставить элементы последовательности так, чтобы для любых элементов новой последовательности $\langle a'_1, a'_2, a'_3, \ldots, a'_n \rangle$ выполнялось соотношение:

$$a'_1 \le a'_2 \le a'_3 \le \ldots \le a'_n \text{ (сортировка по возрастанию)}$$

Алгоритм сортировки выбором

5	3	8	9	4

5	3	8	4	**9**

5	3	4	**8**	**9**

4	3	**5**	**8**	**9**

3	**4**	**5**	**8**	**9**

3	**4**	**5**	**8**	**9**

Алгоритм сортировки выбором

Суть алгоритма заключается в последовательном формировании упорядоченной последовательности слева направо.

На каждом шаге рассматривается фрагмент массива с *i* по *n*-й элементы. Среди них выбирается наименьший, который занимает первое место диапазона (на место *i*-го элемента). При этом *i*-й элемент перемещается на позицию, в которой найден минимум:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	**15**	**4**	**7**	**19**	**6**	**2**	**17**	**21**	**5**

После этого считается, что элементы массива с 1 по *i* отсортированы. Поэтому далее процедура повторяется для диапазона элементов с *i*+1 по *n*.

Алгоритм сортировки выбором (2)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	15	4	7	19	6	2	17	21	5

$i = 1$, $\mathbf{min}(a[k], k = i \ldots n) = 2$

inv = 22

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	15	4	7	19	6	10	17	21	5

$i = 2$, $\mathbf{min}(a[k], k = i \ldots n) = 4$

inv = 15

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	15	7	19	6	10	17	21	5

$i = 3$, $\mathbf{min}(a[k], k = i \ldots n) = 5$

inv = 14

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	5	7	19	6	10	17	21	15

$i = 4$, $\mathbf{min}(a[k], k = i \ldots n) = 6$

inv = 6

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	5	6	19	7	10	17	21	15

$i = 5$, $\mathbf{min}(a[k], k = i \ldots n) = 7$

inv = 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	5	6	7	19	10	17	21	15

$i = 6$, $\mathbf{min}(a[k], k = i \ldots n) = 10$

inv = 4

Алгоритм сортировки выбором (3)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	5	6	7	19	10	17	21	15

i = 6, **min**($a[k]$, $k = i \ldots n$) = 10

inv = 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	5	6	7	10	19	17	21	15

i = 7, **min**($a[k]$, $k = i \ldots n$) = 15

inv = 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	5	6	7	10	15	17	21	19

i = 8, **min**($a[k]$, $k = i \ldots n$) = 17

inv = 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	5	6	7	10	15	17	21	19

i = 9, **min**($a[k]$, $k = i \ldots n$) = 19

inv = 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	5	6	7	10	15	17	19	21

Проход алгоритма сортировки выбором

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	**4**	**15**	**7**	**19**	**6**	**10**	**17**	**21**	**5**

$i = 3$, $\mathbf{min}(a[k],\ k = i \ldots n) = 5$

Основной подзадачей, возникающей в процессе сортировки, является поиск **индекса** минимального элемента в диапазоне с i по n (в примере на рис. диапазон – с 3 по 10).

Для решения этой задачи можно воспользоваться уже известным алгоритмом поиска минимального элемента:

$$
\begin{array}{l}
m \leftarrow i,\ k \leftarrow i + 1 \\
\textbf{while } k \leq n \textbf{ do} \\
\quad \textbf{if } a[k] < a[m] \textbf{ then} \\
\qquad m \leftarrow k \\
\quad k \leftarrow k + 1 \\
t \leftarrow a[i],\ a[i] \leftarrow a[m],\ a[m] \leftarrow t
\end{array}
$$

Приведенный фрагмент называется "проходом" данного алгоритма.

Алгоритм сортировки выбором (4)

После каждого прохода алгоритма сортировки выбором размер отсортированной части увеличивается на 1 элемент:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	15	4	7	19	6	2	17	21	5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	15	4	7	19	6	10	17	21	5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	15	7	19	6	10	17	21	5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	5	7	19	6	10	17	21	15

. . .

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	5	6	7	10	15	17	21	19

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	5	6	7	10	15	17	19	21

Поэтому, учитывая, что на последнем проходе рассматривается один элемент, количество проходов составляет $n - 1$.

Алгоритм сортировки выбором (псевдокод)

Учитывая, что на последнем проходе рассматривается один элемент, количество проходов для получения полностью отсортированной последовательности составляет $n - 1$.

$i \leftarrow 1$
while $i < n$ **do**
    $m \leftarrow i$, $k \leftarrow i + 1$
    while $k \le n$ **do**
        if $a[k] < a[m]$ **then**
            $m \leftarrow k$
        $k \leftarrow k + 1$
    $t \leftarrow a[i]$, $a[i] \leftarrow a[m]$, $a[m] \leftarrow t$
    $i \leftarrow i + 1$

Алгоритм сортировки вставками

Суть данного алгоритма (аналогично предыдущему) заключается в последовательном формировании упорядоченной последовательности слева направо. Однако, в отличие от сортировки вставками, основная работа осуществляется в отсортированной части массива.

На каждом шаге имеется отсортированная часть последовательности с 1 по $(i-1)$ и не отсортированная – с i по n элементы. Для первого не отсортированного элемента с номером i в отсортированной части ищется подходящая позиция, как показано на рисунке:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	15	21	7	19	6	10	17	21	5

Алгоритм сортировки вставками (2)

inv = 22

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	15	4	7	19	6	2	17	21	5

inv = 20

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	10	15	7	19	6	2	17	21	5

inv = 18

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	7	10	15	19	6	2	17	21	5

inv = 8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	7	10	15	19	17	21	5

inv = 7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	7	10	15	17	19	21	5

inv = 22

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	15	4	7	19	6	2	17	21	5

inv = 18

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	7	10	15	19	6	2	17	21	5

inv = 14

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	6	7	10	15	19	2	17	21	5

inv = 7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	7	10	15	19	17	21	5

inv = 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	5	6	7	10	15	17	19	21

Проход алгоритма сортировки вставками

Основной подзадачей, возникающей в процессе сортировки, является поиск для очередного элемента правильного места в уже отсортированной части массива и вставка его на эту позицию.

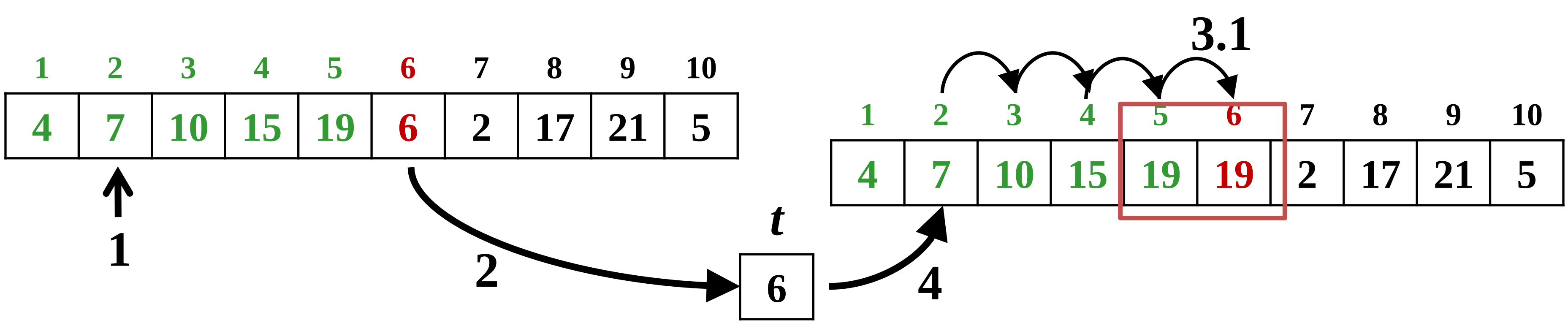
Решение этой задачи можно разбить на следующие шаги:

1. Поиск индекса подходящей позиции k для элемента $a[i]$.

2. Запоминание элемента $a[i]$ во временной ячейке t: $t = a[i]$.

3. Сдвиг элементов $a[k]$, $a[k+1]$, …, $a[i–1]$ на один элемент вправо, т.е. в ячейки $a[k+1]$, $a[k+2]$, …, $a[i]$ соответственно.

4. Поместить значение из ячейки t в $a[k]$: $a[k] = t$.



Проход алгоритма сортировки вставками (2)

1. Поиск индекса подходящей позиции *k* для элемента *a*[*i*].
2. Запоминание элемента *a*[*i*] во временной ячейке *t*: *t* = *a*[*i*].
3. Сдвиг элементов *a*[*k*], *a*[*k*+1], …, *a*[*i*–1] на один элемент вправо, т.е. в ячейки *a*[*k*+1], *a*[*k*+2], …, *a*[*i*] соответственно.
4. Поместить значение из ячейки t в *a*[*k*]: a[*k*] = *t*.

На практике поиск элемента часто объединяют со сдвигом элементов:

1	2	3	4	5	
4	7	10	15	19	…

- *a*[5] > *a*[4] => сдвиг не нужен

1	2	3	4	5	
4	7	10	15	9	…

t

9

t = *a*[5]

1) *t* < *a*[4], сдвиг: *a*[5] = *a*[4];

2) *t* < *a*[3], сдвиг: *a*[3] = *a*[4];

3) *t* > *a*[2], стоп: *a*[3] = *t*;

Проход алгоритма сортировки вставками (3)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	7	10	15	19	6	2	17	21	5

Псевдокод одного прохода алгоритма сортировки вставками выглядит следующим образом:

$t \leftarrow \mathrm{a}[i]$, $k \leftarrow i - 1$

while $k \geq 1$ **и** $a[k] > t$ **do**

$\quad a[k+1] \leftarrow a[k]$

$\quad k \leftarrow k - 1$

$a[k+1] \leftarrow t$

1	2	3	4	5	6	
4	7	10	15	19	19	. . .

$k = 5$ $a[6] = a[5]$

1	2	3	4	5	6	
4	7	10	15	15	19	. . .

$k = 4$ $a[5] = a[4]$

1	2	3	4	5	6	
4	7	10	10	15	19	. . .

$k = 3$ $a[4] = a[3]$

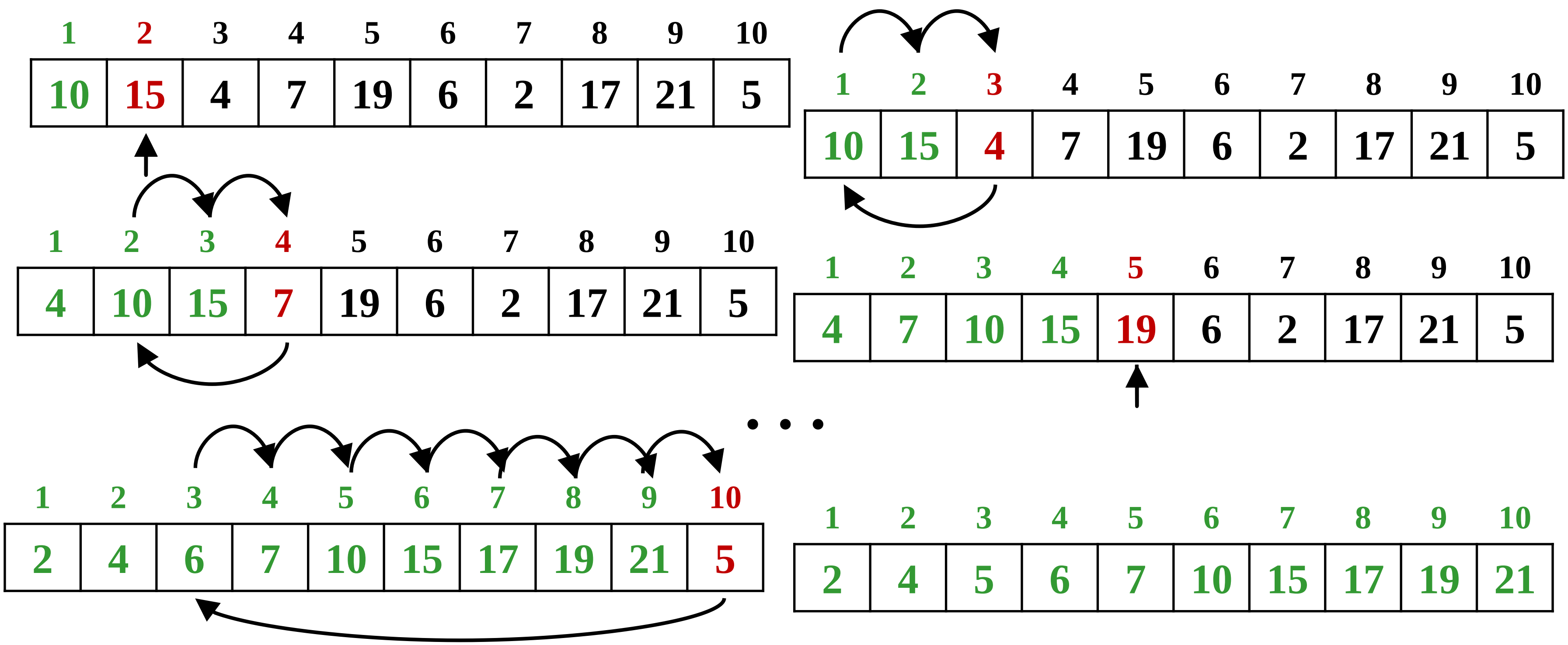
1	2	3	4	5	6	
4	7	9	10	15	19	. . .

$k = 2$ $a[3] = t$

Приведенный фрагмент называется "проходом" данного алгоритма.

Алгоритм сортировки вставками (3)

После каждого прохода алгоритма сортировки выбором размер отсортированной части увеличивается на 1 элемент:



Таким образом для сортировки всей последовательности требуется n – 1 проход.

Алгоритм сортировки вставками (псевдокод)

Таким образом для сортировки всей последовательности требуется n – 1 проход.

$t \leftarrow$ a[i], $k \leftarrow i - 1$

while $k \geq 1$ **и** $a[k] > t$ **do**

  $a[k+1] \leftarrow a[k]$

  $k \leftarrow k - 1$

$a[k+1] \leftarrow t$

$i \leftarrow 2$

while $i < n$ **do**

  $t \leftarrow$ a[i], $k \leftarrow i - 1$

  while $k \geq 1$ **и** $a[k] > t$ **do**

    $a[k+1] \leftarrow a[k]$

    $k \leftarrow k - 1$

  $a[k+1] \leftarrow t$

  $i \leftarrow i + 1$

Алгоритм сортировки методом пузырька

Суть данного заключается в том, что на каждом проходе определяется наибольший элемент, который выводится на последнее место рассматриваемой подпоследовательности и исключается из дальнейшего рассмотрения. Важным отличием данного алгоритма от ранее рассмотренных является то, что в процессе выведения наибольшего элемента участвуют все элементы и количество инверсий сокращается более, чем на вклад наибольшего элемента.

Проход алгоритма заключается в попарном сравнении соседних элементов и устранении "локальных" инверсий. В результате такого прохода наибольший элемент (пузырек наибольшего размера) выдвигается в крайнюю правую позицию.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	**15**	**4**	**7**	**19**	**6**	**2**	**17**	**21**	**5**

Проход алгоритма сортировки методом пузырька

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	15	4	7	19	6	2	17	21	5

inv = 22

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	4	15	7	19	6	2	17	21	5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	4	7	15	19	6	2	17	21	5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	4	7	15	6	19	2	17	21	5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	4	7	15	6	2	19	17	21	5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	4	7	15	6	2	17	19	21	5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	4	7	15	6	2	19	17	5	21

inv = 17

Алгоритм сортировки методом пузырька (3)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	15	4	7	19	6	2	17	21	5

inv = 22

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	4	7	15	6	2	19	17	5	21

inv = 17

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	7	10	6	2	15	17	5	19	21

inv = 11

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	7	6	2	10	15	5	17	19	21

inv = 8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	6	2	7	10	5	15	17	19	21

inv = 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	2	6	7	5	10	15	17	19	21

inv = 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	5	7	10	15	17	19	21

inv = 1

Алгоритм сортировки методом пузырька (4)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
4	2	6	7	5	10	15	17	19	21	inv = 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2	4	6	5	7	10	15	17	19	21	inv = 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2	4	5	6	7	10	15	17	19	21	inv = 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2	4	5	6	7	10	15	17	19	21	inv = 0

Особенностью алгоритма сортировки методом пузырька является то, что существует возможность *досрочного прекращения* сортировки при условии, что на очередном проходе не было выполнено ни одного обмена.

Проход алгоритма сортировки методом пузырька (2)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	15	4	7	19	6	2	17	21	5

$j \leftarrow 1$

while $j \le (n - i)$ **do**

  if $a[j+1] < a[j]$ **then**

    $t \leftarrow a[j+1]$

    $a[j+1] \leftarrow a[j]$

    $a[j] \leftarrow t$

  $j \leftarrow j + 1$

Алгоритм сортировки методом пузырька (5)

После каждого прохода алгоритма сортировки методом пузырька наибольший размер отсортированной правой части увеличивается на 1 элемент:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
10	**15**	**4**	**7**	**19**	**6**	**2**	**17**	**21**	**5**	**inv = 22**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
10	**4**	**7**	**15**	**6**	**2**	**19**	**17**	**5**	**21**	**inv = 17**

• • •

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2	**4**	**5**	**6**	**7**	**10**	**15**	**17**	**19**	**21**	**inv = 0**

Таким образом для сортировки всей последовательности требуется $n - 1$ проход.

Алгоритм сортировки методом пузырька (псевдокод)

Таким образом для сортировки всей последовательности требуется $n - 1$ проход.

$j \leftarrow 1$

while $j \le (n - i)$ **do**

  if $a[j+1] < a[j]$ **then**

    $t \leftarrow a[j+1]$

    $a[j+1] \leftarrow a[j]$

    $a[j] \leftarrow t$

  $j \leftarrow j + 1$

$i = 1$

while $i < n - 1$ **do**

  $j \leftarrow 1$

  while $j \le (n - i)$ **do**

    if $a[j+1] < a[j]$ **then**

      $t \leftarrow a[j+1]$

      $a[j+1] \leftarrow a[j]$

      $a[j] \leftarrow t$

    $j \leftarrow j + 1$

  $i \leftarrow i + 1$

Алгоритм сортировки методом пузырька с досрочным выходом (псевдокод)

Таким образом для сортировки всей последовательности требуется $n - 1$ проход.

$i = 1$, $\boldsymbol{f} \leftarrow \mathbf{1}$

while $i < n - 1$ и $\boldsymbol{f} > \mathbf{0}$ **do**

$j \leftarrow 1$, $\boldsymbol{f} \leftarrow \mathbf{0}$

while $j \leq (n - i)$ **do**

if $a[j+1] < a[j]$ **then**

$t \leftarrow a[j+1]$

$a[j+1] \leftarrow a[j]$

$a[j] \leftarrow t$

$\boldsymbol{f} \leftarrow \mathbf{1}$

$j \leftarrow j + 1$

$i \leftarrow i + 1$

Задача поиска простых чисел в заданном диапазоне

Простые числа

Простое число – это натуральное число, имеющее ровно два различных натуральных делителя: единицу и само себя.

Примеры простых чисел:

2, 13, 59, 101, 431, 733, 1153, 2069 и др.

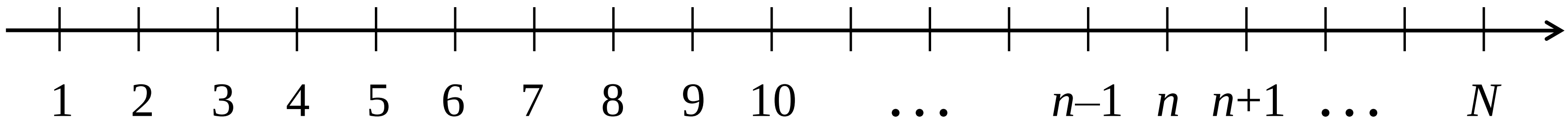
Все остальные натуральные числа, кроме единицы, называются *составными*.

Все натуральные числа больше единицы разбиваются на простые и составные.

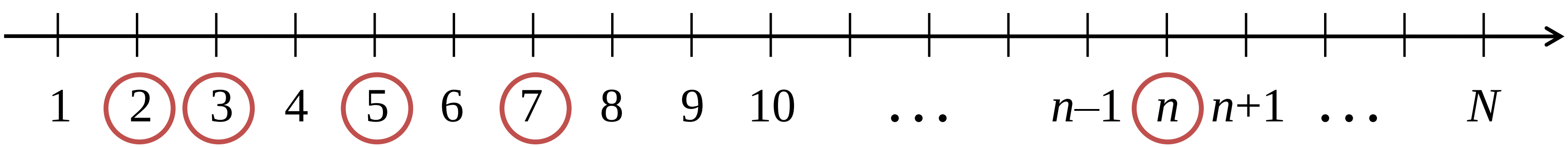
Изучением свойств простых чисел занимается теория чисел.

Список первых 500 простых чисел:
http://ru.wikipedia.org/wiki/Список_простых_чисел.

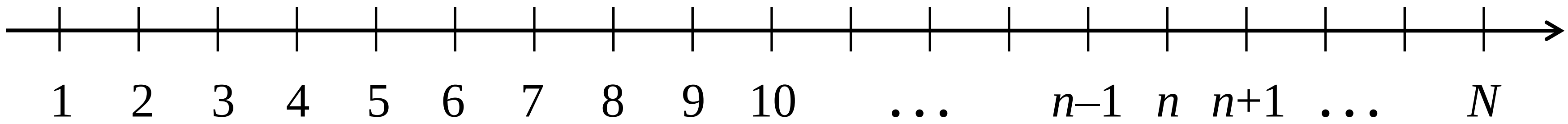
Задача поиска простых чисел в заданном диапазоне



Дан диапазон натуральных чисел [2, N]. Требуется выбрать из него только те числа, которые являются простыми:



Линейный алгоритм поиска простых чисел в заданном диапазоне



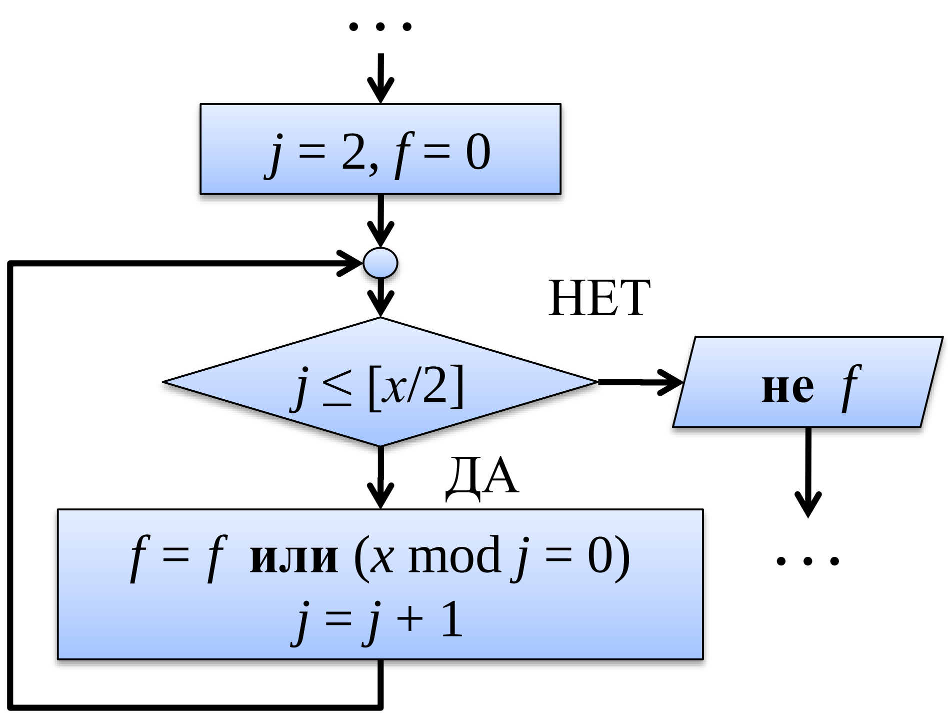
Наиболее простым алгоритмом решения задачи является перебор всех чисел диапазона [2, N] и проверка каждого из них на простоту линейным алгоритмом.

Для того, чтобы проверить, является ли число x простым достаточно проверить, делится ли оно на одно из чисел диапазона [2, x/2]. Упрощенный вариант этого алгоритма уже рассматривался при *изучении циклов*.

Числа, прошедшие проверку на простоту могут быть помещены в специально отведенный для этого массив, размерность которого совпадает с исходным (пессимистическое выделение памяти).

Проверка на простоту

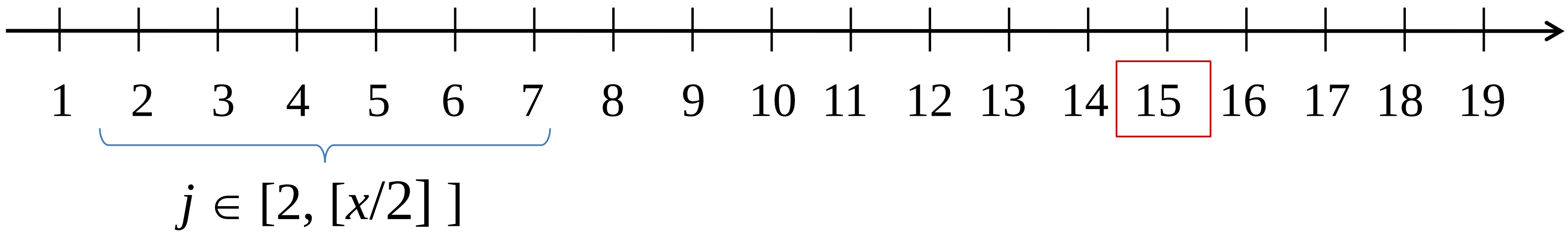
x – целое число, которое проверяется на простоту.
На каждой итерации проверяется потенциальный делитель
$j \in [2, [x/2]\,]$.
Если x **mod** j = 0 (делится нацело), то *переменная-флаг* f = 1.

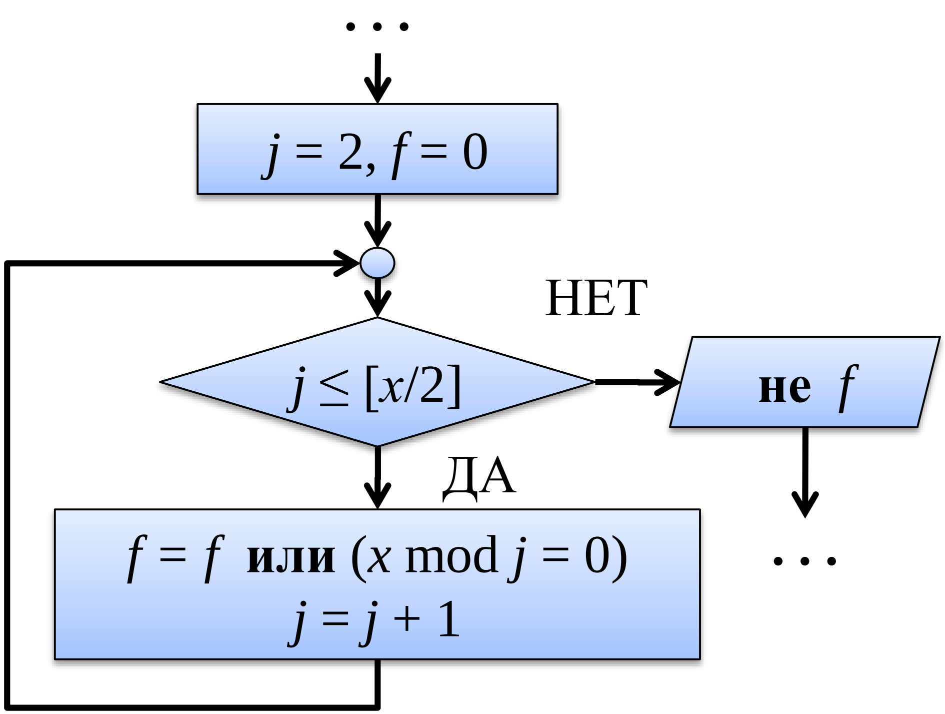


На выходе значение флага f определяет результат:

- если f = 0 ((**не** f) = 1), то среди чисел диапазона [2, [x/2]] не нашлось ни одного делителя – число простое.
- иначе f = 1 ((**не** f)= 0) – число составное.

Проверка на простоту (2)





На выходе значение флага f определяет результат:

- если $f = 0$ ((**не** f) = 1), то среди чисел диапазона [2, [x/2]] не нашлось ни одного делителя – число простое.
- иначе $f = 1$ ((**не** f)= 0) – число составное.

Линейный алгоритм поиска простых чисел в заданном диапазоне

$x \leftarrow 2$, $n \leftarrow 0$ // x – проверяемые числа, n – счетчик простых чисел

while $x \le N$ **do**

  // j – потенциальные делители, f – флаг, 0 => простое число

  $j \leftarrow 2$, $f \leftarrow 0$

  while $j \le (x$ **div** $2)$ **do**

    if (x **mod** $j = 0$) **then** // если x делится на j – x не простое!

      $f \leftarrow 1$

    $j \leftarrow j + 1$ // перейти к следующему делителю

  if $f = 0$ **then** // если флаг $f = 0$, то x – простое число

    $n \leftarrow n + 1$ // счетчик n – первый свободный элемент

    $primes[n] \leftarrow x$

  $x \leftarrow x + 1$

Как исключить ненужные операции?

Пути оптимизации

1. Если обнаружен хотя бы один делитель, число уже не является простым и дальнейшую проверку проводить не требуется.

2. Чтобы проверяемое число было простым достаточно, чтобы оно не делилось ни на одно из ранее найденных простых чисел.

Линейный алгоритм поиска простых чисел в заданном диапазоне (версия 2)

$x \leftarrow 2$, $n \leftarrow 0$ // x – проверяемые числа, n – счетчик простых чисел

while $x \le N$ **do**

  // j – потенциальные делители, f – флаг, 0 => простое число

  $j \leftarrow 2$, $f \leftarrow 0$

  while $j \le$ (x **div** 2) **и** $f \neq 1$ **do**

    if (x **mod** $j = 0$) **then** // если x делится на j – x не простое!

      $f \leftarrow 1$

    $j \leftarrow j + 1$ // перейти к следующему делителю

  if $f = 0$ **then** // если флаг $f = 0$, то x – простое число

    $n \leftarrow n + 1$ // счетчик n – первый свободный элемент

    $primes[n] \leftarrow x$

  $x \leftarrow x + 1$

Линейный алгоритм поиска простых чисел в заданном диапазоне (версия 3)

$x \leftarrow 2$, $n \leftarrow 0$ // x – проверяемые числа, n – счетчик простых чисел

while $x \le N$ **do**

  // j – потенциальные делители, f – флаг, 0 => простое число

  $j \leftarrow 1$, $f \leftarrow 0$

  while $j \le n$ **и** $f \ne 1$ **do**

    if (x **mod** $primes[j] = 0$) **then**

      $f \leftarrow 1$

    $j \leftarrow j + 1$ // перейти к следующему делителю

  if $f = 0$ **then** // если флаг $f = 0$, то x – простое число

    $n \leftarrow n + 1$ // счетчик n – первый свободный элемент

    $primes[n] \leftarrow x$

  $x \leftarrow x + 1$

Решето Эратосфена

W http://ru.wikipedia.org/wiki/Решето_Эратосфена.

Решето Эратосфена — алгоритм нахождения всех простых чисел до некоторого целого числа N, который приписывают древнегреческому математику Эратосфену Киренскому.

1. Выписать подряд все целые числа от двух до N (2, 3, 4, …, N).

2. Пусть переменная p изначально равна двум – первому простому числу.

3. Считая от p шагами по p, зачеркнуть в списке все числа от $2p$ до n кратные p (то есть числа $2p$, $3p$, $4p$, …).

4. Найти первое незачеркнутое число в списке, большее чем p, и присвоить значению переменной p это число.

5. Повторять шаги 3 и 4, пока незачеркнутое число есть.

Решето Эратосфена. Алгоритм

1. Выписать подряд все целые числа от двух до N (2, 3, 4, …, N).

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 … *N*

2. Пусть переменная p = 2 (первому простому числу).

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 … *N*

step=2

3. Считая от p шагами по p, зачеркнуть в списке все числа от 2p до n кратные p (то есть числа 2p, 3p, 4p, …).

2 3 ~~4~~ 5 ~~6~~ 7 ~~8~~ 9 ~~10~~ 11 ~~12~~ 13 ~~14~~ 15 … *N*

2*step 3*step 4*step 5*step 6*step 7*step

4. Найти первое незачеркнутое число в списке, большее чем p, и присвоить значению переменной p это число: p = 3.

5. Повторять шаги 3 и 4, пока незачеркнутое число есть.

Решето Эратосфена. Алгоритм

1. Выписать подряд все целые числа от двух до *N* (2, 3, 4, …, *N*).

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 … *N*

2. $p = 3$

2 3 ~~4~~ 5 ~~6~~ 7 ~~8~~ 9 ~~10~~ 11 ~~12~~ 13 ~~14~~ 15 … *N*

step=3

3. Считая от *p* шагами по *p*, зачеркнуть в списке все числа от 2*p* до *n* кратные *p* (то есть числа 2*p*, 3*p*, 4*p*, …).

2 3 ~~4~~ 5 ~~6~~ 7 ~~8~~ ~~9~~ ~~10~~ 11 ~~12~~ 13 ~~14~~ ~~15~~ … *N*

2*step 3*step 4*step 5*step

4. Найти первое незачеркнутое число в списке, большее чем *p*, и присвоить значению переменной *p* это число: $p = 5$.

5. Повторять шаги 3 и 4, пока незачеркнутое число есть.

Иллюстрация алгоритма Эратосфена

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120

Prime numbers

http://ru.wikipedia.org/wiki/Решето_Эратосфена.

Псевдокод алгоритма Эратосфена

for $i \leftarrow 1$ **to** $(N - 1)$ **do** // Заполнить массив числами диапазона

$\quad primes[i] \leftarrow i + 1$

$i \leftarrow 1$

while $i < N$ **do** // основной цикл

$\quad s \leftarrow primes[i]$

$\quad p \leftarrow i + s$

$\quad$ **while** $p < N$ **do** // Вычеркивание (обнуление) не простых чисел

$\quad\quad primes[p] \leftarrow 0$

$\quad\quad p \leftarrow p + s$

$\quad i \leftarrow i + 1$

$\quad$ **while** $i < N$ и $primes[i] = 0$ **do** // Первое невычеркнутое

$\quad\quad i \leftarrow i + 1$

Псевдокод алгоритма Эратосфена (оптимизир.)

for $i \leftarrow 1$ **to** $(N - 1)$ **do** // Заполнить массив числами диапазона

$\quad primes[i] \leftarrow i + 1$

$i \leftarrow 1$

while $i^2 < N$ **do** // основной цикл

$\quad s \leftarrow primes[i]$

$\quad p \leftarrow i + s$

$\quad$ **while** $p < N$ **do** // Вычеркивание (обнуление) не простых чисел

$\quad\quad primes[p] \leftarrow 0$

$\quad\quad p \leftarrow p + s$

$\quad i \leftarrow i + 1$

$\quad$ **while** $i < N$ и $primes[i] = 0$ **do** // Первое невычеркнутое

$\quad\quad i \leftarrow i + 1$

Другие алгоритмы поиска простых чисел

W http://ru.wikipedia.org/wiki/Решето_Сундарама

В математике решето Сундарама — детерминированный алгоритм нахождения всех простых чисел до некоторого целого числа *N*. Разработан индийским студентом С. П. Сундарамом в 1934 году.

Из ряда натуральных чисел исключаются числа вида $i + j + 2ij$, где $i < j$.

W http://ru.wikipedia.org/wiki/Решето_Аткина

В математике решето Аткина — быстрый современный алгоритм нахождения всех простых чисел до заданного целого числа *N*. Основная идея алгоритма состоит в использовании неприводимых квадратичных форм (представление чисел в виде $ax^2 + by^2$).