Физика 10 класс

Занятие 1. Поступательное движение

1 Введение

Динамика - раздел физики, изучающий законы движения тел в зависимости от действующих на них сил. Ключевыми законами здесь являются Законы Ньютона, которые выступают в роли аксиом. Из них следуют законы сохранения энергии и импульса, про которые пойдет речь дальше.

Определение *материальная точка (**МТ**) — обладающее массой тело, размерами и формой которого можно пренебречь.*

В основном, в данном разделе физики мы имеем дело с **МТ**.

2 Основные законы динамики

Инерциальная системв отсчета. Рассмотрим систему и любое тело в этой системе, на которое не действуют силы или действие сил на котором скомпенсировано. Если такие тела движутся равномерно и прямолинейно, либо покоятся, то система называется инерциальной системой отсчета (ИСО).

Принцип относительности Галилея — во всех ИСО законы механики имеют одинаковый вид.

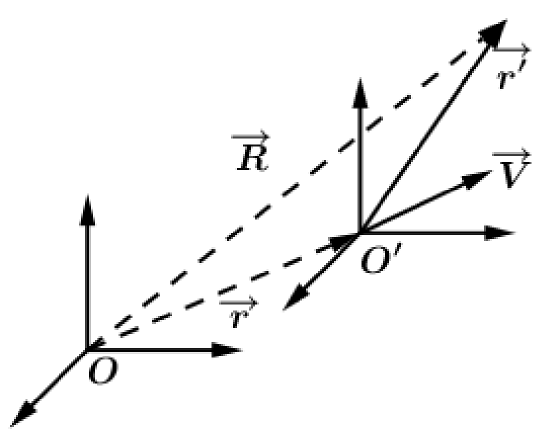

Рис. 1

Можно получить следующие известные выражения, где $\vec{V} = \text{const}$ — скорость движения одной системы относительно другой:

$$\vec{r} = \vec{r'} + \vec{V}t \qquad \vec{v} = \vec{v'} + \vec{V}$$

3 Законы Ньютона

3.1 Первый закон

Всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние.

3.2 Второй закон

Импульсом тела называется величина $\vec{p} = m\vec{v}$, тогда первый закон можно переформулировать следующим образом: в *отсутствие внешних сил*, либо под действием скомпенсированных внешних сил, импульс тела сохраняется.

Силой называется всякая причина изменения импульса

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{m\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = a = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Ускорение, приобретаемое телом, прямо пропорционально приложенной силе, обратно пропорционально массе тела и направлено по той прямой, по которой эта сила действует.

3.3 Третий закон и закон сохранения импульса

Фундаментальным законом природы является закон сохранения импульса *замкнутой системы* (т.е. в отсутствие внешних сил):

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \cdots + \vec{p}_n = m_1\vec{v}_1 + \cdots + m_n\vec{v}_n = \text{const}.$$

Силы взаимодействия двух материальных точек равны по величине, противоположны по направлению и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки.

4 Неинерциальные системы отсчета

Законы Ньютона выполняются только в инерциальных системах отсчета. Системы отсчета, которые движутся относительно инерциальной системы с ускорением, называются неинерциальными (НИСО). В них законы Ньютона в обычном виде применять нельзя, требуется введение специальных поправок — сил инерции.

Возьмем две системы отсчета: неподвижную систему S' с началом отсчета координат в точке O_1 и движущуюся систему S с началом координат в точке O. Положение материальной точки M в неподвижной системе определяется вектором $\vec{R}$, а в движущейся вектором $\vec{r}$. Векторы $\vec{R}$, $\vec{R}_0$, $\vec{r}$ в каждый момент времени связаны соотношением

$$\vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{r}.$$

Отсюда можно получить, что при поступательном движении выполняется следующее:

$$\vec{v}_{\text{абс}} = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{v}_{\text{пер}},$$

$$\vec{a}_{\text{абс}} = \vec{a}_{\text{отн}} + \vec{a}_{\text{пер}},$$

где $\vec{v}_{\text{абс}}$ и $\vec{a}_{\text{абс}}$ — абсолютные скорость и ускорение точки M в неподвижной системе отсчета, точно также $\vec{v}_{\text{отн}}$ и $\vec{a}_{\text{отн}}$ — значения скорости и ускорения в движущейся системе отсчета. Тогда $\vec{v}_{\text{пер}} = \vec{v}_0$, $\vec{a}_{\text{пер}} = \vec{a}_0$ — скорость и ускорение движущейся системы отсчета относительно неподвижной.

Так как в привычном понимании второй закон Ньютона записывается следующим образом

$$m\vec{a}_{\text{абс}} = \vec{F},$$

то, подставив в него значение абсолютного ускорения, получим:

$$m\vec{a}_{\text{отн}} = \vec{F} - m\vec{a}_0.$$

Это и будет уравнение относительного движения материальной точки.

5 Второй Закон Ньютона (2 ЗН)

При решении задач важно понимать, что *2 ЗН* записывается для *МТ*, в некоторых случаях для системы тел, если система ведет себя, как одно тело (например, система автомобиль + *пристегнутый* человек).

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i \tag{1}$$

Важно закон имеет векторный вид, при решении задач мы должны перейти от векторных величин к скалярным, то есть спроецировать *2 ЗН* на оси.

Таким образом, при решении задач пользуемся алгоритмом :

1. Сделать рисунок, нарисовать все силы, действующие на тело (при необходимости воспользоваться *3 ЗН*)
2. Записать для тела *2 ЗН* в векторном виде
3. Выбрать систему координат — начало отсчета + оси Ox; Oy
4. Спроецировать *2 ЗН* на каждую из осей
5. Решить полученную систему уравнений

6 Закон сохранения импульса

Этот закон напрямую вытекает из *2 ЗН*:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i \rightarrow m\Delta\vec{v} = \left(\sum_i \vec{F}_i\right)\Delta t \tag{2}$$

Получив (2) для MT, можем просуммировать получившийся закон для всех тел, образующих систему. Тогда получим тождество следующего вида :

$$\sum_{\text{всем МТ}} m_i \Delta\vec{v_i} = \sum_{\text{всем МТ}} \left(\sum_i \vec{F_i}\right) \Delta t \rightarrow \sum_{\text{всем МТ}} m_i \Delta\vec{v_i} = M\Delta\vec{V_c} = \sum_{\text{внешние силы}} \vec{F_i}\Delta t \tag{3}$$

Таким образом, получаем закон изменения импульса *системы* :

$$\sum_{\text{всем МТ}} m_i \Delta\vec{v_i} = M\Delta\vec{V_c} = \sum_{\text{внешние силы}} \vec{F_i}\Delta t$$

1. M — суммарная масса системы, $\vec{V_c}$ - скорость центра масс
2. $M\vec{V_c} = \sum m_i\vec{v_i} =$ импульс системы
3. Суммирование в правой части ведется по **внешним** силам
4. Если $\sum \vec{F_i} = \vec{0}$ то получаем закон сохранения импульса

$$\sum_{\text{всем МТ}} m_i\vec{v_i} = const$$

7 Центр масс

Рассмотрим систему, состоящую из какого-то числа MT. Пусть зафиксирована система координат $Oxyz$.

Определение: центром масс системы называется точка, координаты которой высчитываются по формуле:

$$\vec{r_c} = \frac{\sum_i m_i\vec{r_i}}{\sum_i m_i} \tag{4}$$

Запись $\vec{r}$ содержит 3 формулы: отдельно для x, y, z.

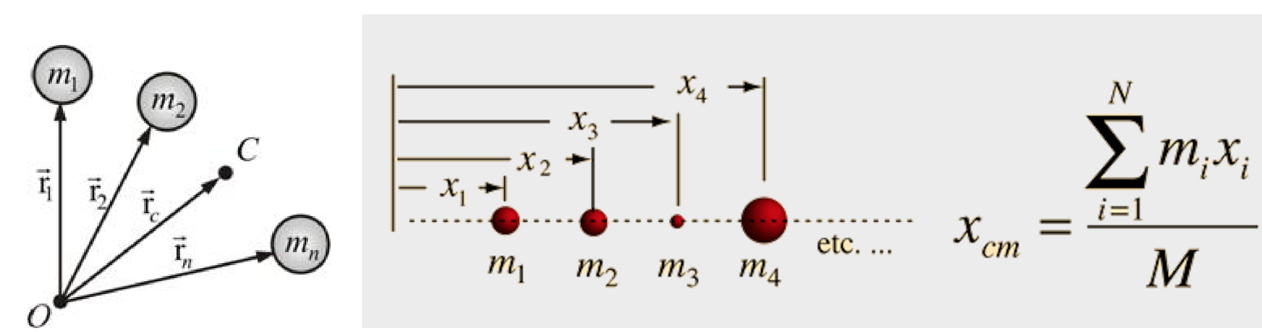

Рис. 2. Центр масс системы из МТ

Заметим, что если сумма сил, действующих на систему, равна нулю, то из закона сохранения импульса (3) немедленно следует то, что центр масс системы либо сохраняет свое положение, либо движется с постоянной скоростью.
Упражнение на 1 балл — доказать этот факт

P.S. задача с паучком как раз про это :)

8 Законы сохранения и изменения энергии

Определение. Работа силы A есть

$$A = \int (\vec{F}, \vec{dr}) \text{ или } A = F\Delta x \text{ в одномерном случае при постоянной } F$$

Классификация сил. Силы делятся на два вида: консервативные и неконсервативные. Консервативные силы — те силы, работа которых не зависит от траекториии между двумя точками, а зависит только от расположения этих точек в пространстве (например, сила тяжести, электростатические силы, сила упругости). В случае неконсервативных сил работа зависит не только от положения точек, но и от траектории (например, силы трения).

Достоинство консервативных сил в том, что работу этих сил при перемещении тела из одного положения в другое можно представить в простом виде:

$$A_{12} = U_1 - U_2$$

Закон изменения кинетической энергии

Изменение кинетической энергии системы равно работе всех внутренних и внешних сил, действующих на тела системы.

$$T_2 - T_1 = A_{\sum}$$

- $A_{\sum}$ — работа всех сил представляется в виде суммы работ консервативных и неконсервативных сил
- Если внутренние силы системы являются консервативными, то вводят **полную механическую энергию системы** — сумму кинетической и потенциальной энергий
$$W = U + T$$
- **Упражнение на 1 балл** — из сказанного получить закон изменения полной механической энергии системы:
$$W_2 - W_1 = A_{\text{внешн}}$$

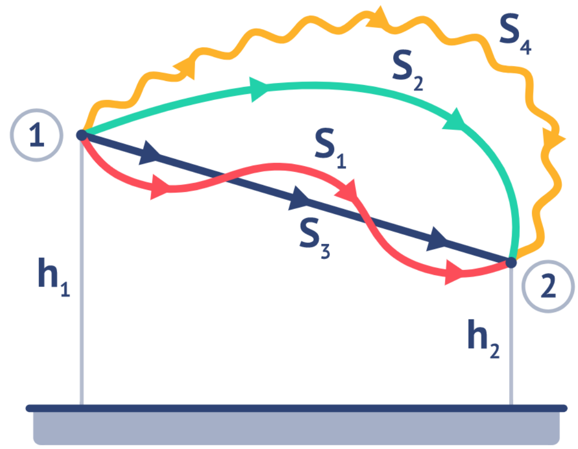

Рис. 3. Консервативные и неконсервативные силы. Работа не зависит от траектории.

Важно понимать следующие моменты :

1. Перед тем, как записать закон сохранения/изменения энергии, **нужно выбрать систему** для которой вы хотите записать этот закон
2. В законе сохранения полной механической энергии считается работа только внешних сил, тогда как в законе об изменении кинетической энергии учитываются работы всех сил

9 Метод виртуальных перемещений

Определение. Механические связи — связи, накладываемые на систему. Например, кубик, стоящий на столе, не может провалиться под него, поэтому имеем механическую связь $y > 0$. Когда хотим вдавить кубик в стол — возникают силы, препятствующие этому. Такие силы называются *силами реакции*.

Во многих случаях механические связи обладают тем свойством, что полная работа всех сил реакции, возникающих в связях системы при любых достаточно малых отклонениях ее от положения равновесия, равна нулю. Такие связи называются идеальными. В силу *2 ЗН*, при рассмотрении положения равновесия, каждая приложенная к системе внешняя сила должна находиться в равновесии с силами реакции, вызванными ею, поэтому полная работа, совершаемая внешними силами и силами реакции связей при малом перемещении, равна нулю. Но мы рассматриваем систему, в которой силы реакции работы не совершают. Следовательно, при любом виртуальном перемещении полная работа внешних сил также должна быть равна нулю.

Принцип виртуальных перемещений: для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма работ всех действующих на систему сил (помимо сил реакции) при любых виртуальных перемещениях системы была равна нулю.

Давайте разбираться на примерах :

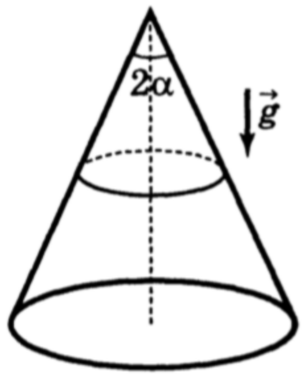

Рис. 4. Задача на метод виртуальных перемещений

Задача рассмотрим эластичный шнур массой m, коэффициентом упругости k и длинной в нерастянутом состоянии l_0. Положим его на конус, под действием силы тяжести шнур опустится вниз и растянется. Нужно найти новую длину шнура в положении равновесия.

Достаточно сложная задача, если не знать про метод виртуальных перемещений. Для начала поймем, почему все механические связи идеальны — то есть работа сил реакции равна 0. В данной задаче есть только одна механическая связь — шнур не может пройти сквозь конус, в результате возникает сила реакции $\vec{N}$, которая направлена перпендикулярно перемещению шнура. Таким образом, работа этой силы нулевая.

Применим метод виртуальных перемещений: рассмотрим шнур вблизи положения равновесия. В силу принципа виртуальных перемещений, сумма работ всех сил (кроме сил реакции) равна нулю. На шнур действует две силы (помимо силы реакции) — сила тяжести и сила упругости. Допустим, шнур опустился вниз на Δh, тогда :

$$A_{\text{упр}} = k(l - l_0)\Delta l$$
$$A_{\text{тяж}} = -mg\Delta h$$

Связь между $\Delta h, \Delta l$ находится из геометрических соображений :

$$\Delta R = \Delta h \tan\alpha \to \Delta l = 2\pi\Delta R = 2\pi\Delta h \tan\alpha$$

Таким образом, получаем :

$$A_{\text{упр}} + A_{\text{тяж}} = k(l - l_0)\Delta l - mg\Delta h = \Delta h\left(2\pi k(l - l_0)\tan\alpha - mg\right) = 0$$

$$\boxed{2\pi k(l - l_0)\tan\alpha = mg \to (l - l_0) = \frac{mg}{2\pi k \tan\alpha}}$$

В листочке есть задача на применение этого метода.

10 Применение производной при решении задач

В ряде задач нужно найти что-то наилучшее, наибыстрое, оптимальное. Часто такие задачи решаются с помощью применения производной.

Утверждение: если $f(x)$ — функция от x достаточно гладкая (в наших задачах она всегда такая), то если в точке x_0 она достигает максимума или минимума, ее производная обращается в 0 ($f'(x_0) = 0$).
Алгоритм решения задач :

1. Выразить величину, которую нужно найти через неизвестный параметр, который можно варьировать
2. Взять производную, приравнять к нулю, тем самым найти значение параметра в минимуме/максимуме f
3. Исследовать поведение $f'(x)$ при переходе через x_0. Если знак производной меняется с «+» на «-», то минимум. Если знак производной меняется с «-» на «+», то максимум.

Нужно понимать, что $f'(x)$ обращается в 0 и в минимумах функции, и в максимумах. Если в задаче просят найти максимальное расстояние, то приравняв производную к нулю, вы рискуете найти не максимум, а минимум. Третий пункт алгоритма важен, нужно проверить, нашли вы максимум (что вас просили) или минимум (минус задача).

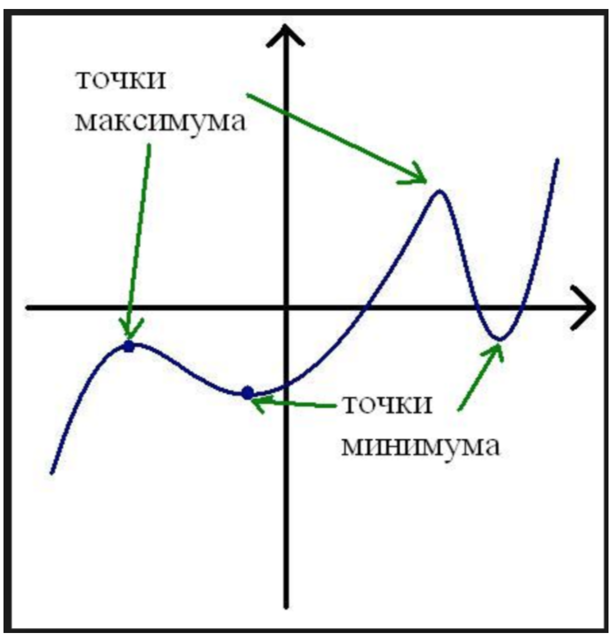

Рис. 5. Применение производной