Физика 10 класс

Занятие 5. Электромагнетизм.

1 Природа явления

В начале 18 века было проведено много опытов, в которых рассматривалось взаимодействие заряженных и намагниченных тел. Именно это и послужило толчком к развитию данного раздела физики. Главным достижением стали уравнения Максвелла, которые обобщили все факты, полученные в опытах.
Это означает, что уравнения Максвела могут быть взяты в качестве аксиом, из которых можно будет получить всевозможные свойства, связанные с электромагнитными явлениями.
Но такой формальный подход не дает понимания и чувства происходящего, возникают вопросы следующего плана: зачем вводить напряженность поля $\vec{E}$? Почему нельзя придерживаться теории дальнодействия?
Для ответа на эти вопросы необходимо рассмотреть историю развития этой науки.

2 Хронология событий

1. Изначально была разработана **теория действия на расстоянии**, основная идея которой была взята из закона всемирного тяготения. Основной задачей было установить **законы, определяющие силы взаимодействия между электрическими зарядами, магнитными полюсами и элементами тока**. Но в этой теории возникал диссонанс: непонятно как тело могло действовать на другое, которое отделено от него абсолютно пустым пространством.
2. Результатом сомнений стала теория, в которой были введены понятия напряженности.

3 Электростатика

3.1 Закон Кулона

Рассмотрим два точечных заряда q_1 и q_2. Тогда правило, по которому определяется сила действия первого заряда на второй называется **законом Кулона**:

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12} \tag{1}$$

где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}$, $\vec{r}_{12}$- радиус вектор от **первого ко второму** (рис.1)

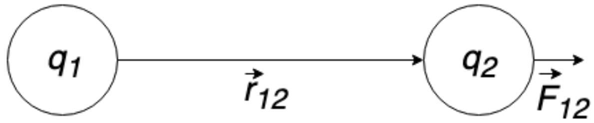

Рис. 1. Закон Кулона

3.2 Напряженность

Напряженностью электрического поля $\vec{E}$ называется сила, которая действует на единичный заряд.

Наблюдения:

- Рассмотрим точечный заряд q, который создает вокруг себя электрическое поле. Тогда напряженность в точке, определяемой радиус-вектором $\vec{r}$ будет равна:
$$\vec{E} = k\frac{q}{r^3}\vec{r}$$
- Из определения напряженности следует **принцип суперпозиции**: **Напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, который создавал бы каждый из зарядов в отдельности**
$$\vec{E}_{\text{рез}} = \sum_i \vec{E}_i$$

На данный момент у нас уже есть инструмент, с помощью которого можно решать задачи с точечными источниками. Тогда, чтобы найти поле в произвольной точке от равномерно заряженной сферы или нити, потребуется разбить фигуру на множество мелких кусочков, найти от каждого напряженность и просуммировать напряженности от всех кусочков. Такая задача является непосильной, но во многих случаях применение **теоремы Гаусса** позволяет решить задачи такого плана в одну строчку!

3.3 Теорема Гаусса

Введем необходимые понятия, которые будут использоваться в формулировке теоремы Гаусса.
Замкнутой поверхностью называется поверхность, в которой заключен некоторый объем.
Пример замкнутых поверхностей: цилиндр, сфера; **незамкнутых:** круг, полусфера.

Поверхностный интеграл 2 рода— число, равное потоку вектора $\vec{a}$ через **замкнутую поверхность** S.
Для того, чтобы вычислить поверхностный интеграл (найти поток вектора $\vec{a}$ через поверхность S):

$$\oint_S (\vec{a}, d\vec{S})$$

необходимо:

1. разделить поверхность S на множество мелких кусочков площадью dS_i
2. Для каждой поверхности посчитать $(\vec{a}, d\vec{S}_i) = a_n dS_i$, где вектор $d\vec{S}_i$ сонаправлен с вектром нормали к поверхности $\vec{n}$ и численно равен площади, a_n— проекция вектора $\vec{a}$ на нормаль $\vec{n}$ (рис.2).

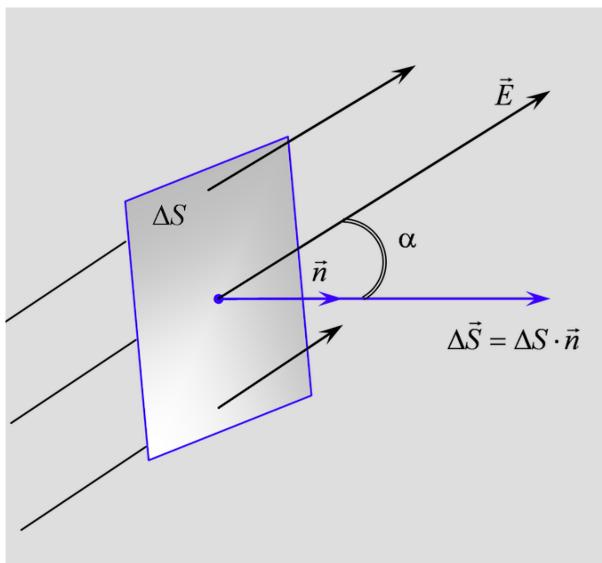

Рис. 2. Поверхностный интеграл

Теперь, когда мы ввели необходимые понятия, можно сформулировать **теорему Гаусса**:
Поток вектора напряженности электростатического поля через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ε_0:

$$\oint_S (\vec{E}, d\vec{S}) = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i \tag{2}$$

Замечания:

- Теорема верна для любых **замкнутых** поверхностей, сумма в правой части ведется по **зарядам, заключенным внутри этой поверхности**
- Для решения задач нужно научиться выбирать **хорошие замкнутые поверхности**. Что же значит термин «хорошая»? В общем случае мы **не умеем считать поток через замкнутую поверхность**, но, оказывается, что можно выбрать поверхность таким образом, что нам **не придется считать интеграл**. Для этого достаточно заметить, что если:

  1. **на поверхности модуль вектора $\vec{E}$ является постоянным**
  2. **в любой точке поверхности вектора $\vec{E}$ и $\vec{n}$ составляют один и тот же угол α**

     То интеграл может быть посчитан как:

$$\oint_S (\vec{E}, d\vec{S}) = ES\cos\alpha$$

- Основной сложностью задач, в которых применяется теорема Гаусса, является **выбор замкнутой поверхности**. Поэтому очень важно научиться выбирать «хорошие поверхности»

В разделе электричество есть большой набор задач на теорему Гаусса, ниже приводится алгоритм их решения

Алгоритм решения с помощью теоремы Гаусса:
Процесс решения многих задач из этой темы делится на две части. Первая — найти напряженность поля в какой-то точке пространства. Вторая часть зависит от постановки задачи. Больше всего трудностей возникает при решении первой части.

- Найти напряженность поля в заданной точке пространства:
  Нам нужно выбрать «хорошую» поверхность, то есть поверхность, которая удовлетворяет условиям:

  1. **в каждой точке поверхности модуль вектора $\vec{E}$ постоянен и равен искомому**. Понять данный факт можно из соображений симметрии. Допустим, что картинка обладает симметрией относительно оси, тогда на окружности, которая получается вращением точки относительно этой оси будут одинаковые напяженности. Если учесть еще тот факт, что при повороте оси на 180 градусов картинка переходит в себя, то получаем, что **поле напряженности сонаправленно с радиусом** (рис.3). Эта идея очень важна для понимания, еще раз она будет описана в примере.
  2. **в любой точке поверхности вектора $\vec{E}$ и $\vec{n}$ составляют один и тот же угол** α или **для какой-то части поверхности вектора $\vec{E}$ и $\vec{n}$ перепендекулярны** (тогда поток через данную часть поверхности будет равен 0)

- После этого, применяя формулу Гаусса и замечание для подсчета интеграла в случае «хорошей» поверхности, находим вектор $\vec{E}$
- Далее идет вторая часть задачи, для которой нет общего алгоритма. Задачи с листка являются учебными, поэтому в большинстве из них присутствует только первая часть.

Сейчас будет приведен пример решения задачи с применением вышеописанного ал-

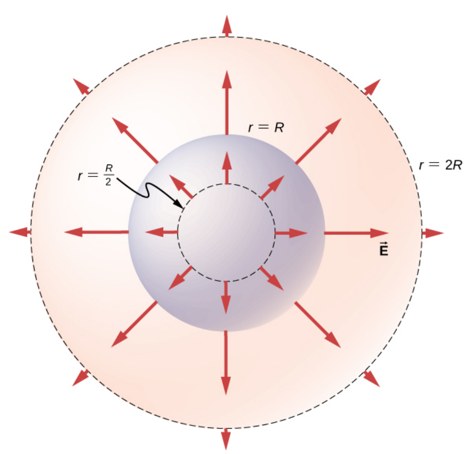

Рис. 3. Случай симметрии относительно оси

горитма.

Задача: найти напряженность поля $\vec{E}$, создаваемого точечным источником на расстоянии r.

Решение:
Согласно алгоритму мы должны найти «хорошую поверхность». Заметим, что картинка симметрична относительно произвольной оси, проходящей через точечный источник. Поэтому поле напряженности сонаправленно с радиус-вектором. Заметим, что в силу симметрии на сфере радиуса r модуль вектора напряженности равен const. Поэтому сферическая поверхность радиуса r с центром в точечном источнике является «хорошей». Тогда можем записать формулу Гаусса:

$$\oint_S (\vec{E}, d\vec{S}) = 4\pi r^2 E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Из этого равенство получаем ответ.
Во многих задачах в листочке используется соображение симметрии.

3.4 Энергетический способ решения задач

3.4.1 Случай точечных зарядов

Электрическое поле является центральным, поэтому можно ввести понятие потенциала. Если мы рассматриваем единичный заряд в поле точечного заряда q, то **потенциалом в точке A φ_A называется работа, которую нужно совершить по перемещению единичного заряда с бесконечности в точку A**.

Замечания:

- В случае потенциального поля работа не зависит от траектории, поэтому введенное определение корректно.
- Если поле создается точечным источником q, то:

$$\varphi_A = k\frac{q}{r}$$

- Раньше в задачах была только одна потенциальная энергия, создаваемая полем тяжести $\vec{g}$, теперь нам нужно дополнительно учитывать взаимодействие зарядов. Энергия взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 находящихся на расстоянии r равна:

$$W_{\text{взаим}} = k\frac{q_1 q_2}{r}$$

- Закон сохранения энергии будет иметь вид:

$$W_{\text{пот}} + W_{\text{кин}} + W_{\text{взаим}} = \text{const}$$

- Напряженность и потенциал связаны следующим образом:

$$\vec{E} = -\text{grad}(\varphi) \Leftrightarrow E_x = \frac{d\varphi}{dx}; E_y = \frac{d\varphi}{dy}; E_z = \frac{d\varphi}{dz}$$

На данный момент мы научились решать задачи энергетическим способом при условии, что речь идет о точечных источниках. Но опять же возникают трудности в случае задач про равномерно заряженные сферы, цилиндры. Для того, чтобы найти энергию взаимодействия в этом случае нужно будет разбить предмет на мелкие части и для каждой пары посчитать энергию взаимодействия. Задача оказывается сложной. Но понятие плотности энергии электрического поля поможет нам при решении таких задач.

3.4.2 Плотность энергии электрического поля

Рассмотрим пространство, в котором присутствует электрическое поле (оно может задаваться точечным источником или более сложной системой).
Рассмотрим участок маленького объема dV, в этом объеме вектор напряженности равен $\vec{E}$. Тогда энергия, сконцентрированная на этом участке равна:

$$dW = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} dV \tag{3}$$

Плотностью энергии электрического поля w называется:

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$$

Замечания:

- Введенные понятия означают, что каждая точка пространства с ненулевым полем $\vec{E}$ обладает энергией (3)
- Введем обозначение $W_{\text{поля}}$— полная энергия электрического поля:

$$W_{\text{поля}} = \int_{\mathbb{R}^3} w dV$$

- Тогда закон сохранения энергии можно записать в следующем виде:

$$W_{\text{пот}} + W_{\text{кин}} + W_{\text{поля}} = \text{const}$$

- По аналогии можно записать закон изменения энергии

$$A^{\swarrow} = \left(W_{\text{пот}^{(2)}} + W^{(2)}_{\text{кин}} + W^{(2)}_{\text{поля}}\right) - \left(W^{(1)}_{\text{пот}} + W^{(1)}_{\text{кин}} + W^{(1)}_{\text{поля}}\right)$$

  где $A^{\swarrow}$-подведенная к системе энергия.

3.5 Ликбез по материалам

Данный раздел очень важен в прикладном смысле: в электричестве нужно обращать внимание на каждое слово из условия задачи. Непонимание значения хотя бы одного из них может привести к неправильному решению, либо к недостатку данных. Дальше речь пойдет о **типе материала**: проводящий (металл), непроводящий (диэлектрик).

3.5.1 Проводящие материалы

Силовыми линиями называются кривые в пространстве, касательная к которым в любой точке пространства совпадает с направлением вектора $\vec{E}$. Чем гуще линии, тем сильнее поле.
Важно уметь извлекать информацию из условия задачи. Например, словосочетания **металлическая сфера** дает информацию следующего типа:

1. **Металл является проводником**, поэтому **потенциал внутри проводника не изменяется** (в проводнике есть свободные электроны, если бы потенциал в двух точках проводника различался, то было движение электронов в область

меньшего потенциала, но мы рассматриваем статику и электроны не должны иметь направленное движение).
Если в задаче говорится, что две сферы соединены проводником, то это означает, что они имеют одинаковый потенциал.

2. Если потенциал сохраняется, то из формулы $\vec{E} = -grad\varphi$ следует, что **поле $\vec{E}$ внутри проводника равно 0**

3. В общем случае электроны в проводнике распределены неравномерно и меняют свое положение в зависимости от внешнего поля

4. Так как поле в проводнике равно 0, то **силовые линии могут входить в проводник только перпендикулярно**, так как касательная составляющая вектора $\vec{E}$ сохраняется (факт является следствием уравнений Максвелла) (рис.4).

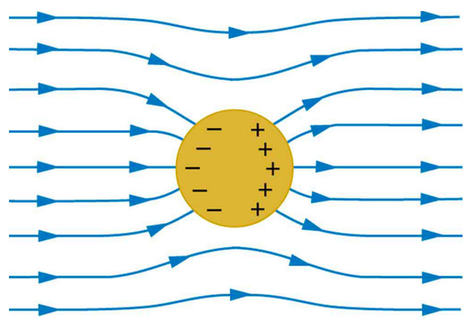

Рис. 4. Проводник в электрическом поле

Пример:
Пусть точечный заряд q_0 находится на расстоянии l от бесконечной металлической пластины. Найти силу, которая действует на заряд.
Решение:
Под действием электрического поля от заряда q_0 электроны пластины придут в движение и начнут скапливаться под точечным источником, создавая отрицательный индуцированный заряд. В результате плотность распределения заряда на пластине будет **неоднородной.** (рис.5)

Принцип единственности: Если дана задача с граничными условимями, то она имеет единственное решение. Пример граничного условия: потенциал на поверхности проводника.
В нашей задаче рассмотрим вспомогательный точечный источник $-q_0$ (рис.5), заметим, что при этом потенциал пластины будет постоянным(в силу симметрии силовые линии входят перпендекулярно плоскости), поэтому линии поля, порождаемые двумя зарядами, будут единственным решением задачи в силу принципа единственности. Тогда сила, действующая на заряд, равна силе взаимодействия двух точечных источников.

$$F = k\frac{q^2}{(2l)^2}$$

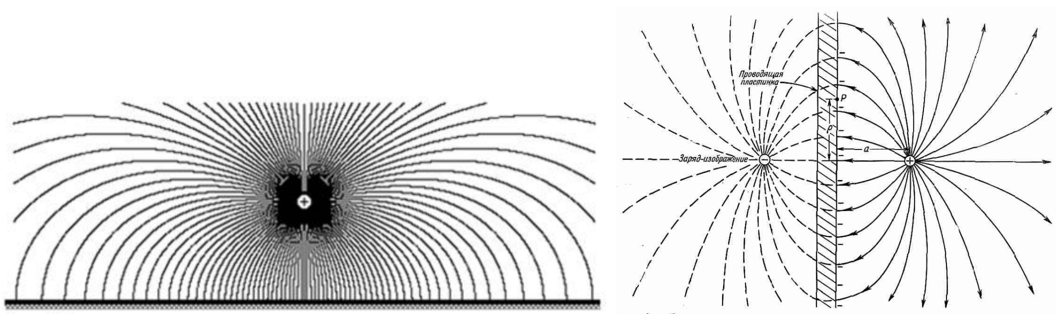

Рис. 5. Проводник в электрическом поле

3.5.2 Непроводящие материалы

Если в условии задачи говорится про равномерно заряженный предмет, то это означает, что предмет состоит из непроводящего материала (если бы материал был проводящим, то электроны смещались бы так, чтобы поле внутри было равно 0)
Если в задаче говорится про диэлектрик, то нужно понимать, что речь идет о непроводящем веществе.

3.6 Конденсаторы

Конденсатор — система состоящая из двух проводников с зарядами q и $-q$, между которыми сосредоточена вся энергия. Этим условия удовлетворяют плоские, цилиндрические и сферические конденсаторы. Чаще всего в задачах встречаются плоские (рис.6) Емкостью конденсатора C назовем коэффициент пропорциональности между зарядом и разностью потенциалов на пластинках U:

$$q = CU$$

Из теоремы Гаусса можно найти поле внутри конденсатора (это упражнение будет проделано на занятии). Зная поле найдем $U = Ed$, где d-тощина конденсатора. Из

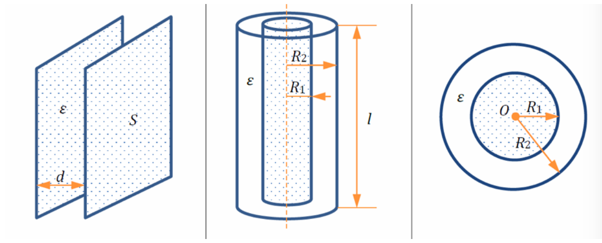

Рис. 6. Плоский, сферический и цилиндрический конденсаторы

этих соотношений получим формулу для емкости C:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

где ε-коэффициент диэлектрической проницаемости.
Зная формулу плотности энергии (уравнение (3)), найдем энергию, запасенную в конденсаторе. Это упражнение можно проделать самостоятельно. В результате получим формулу:

$$W_{\text{конд}} = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QU}{2}$$

Замечания:

- При решении задач с конденсаторами иногда возникает недостаток уравнений (нужно найти 3 неизвестных, а количество записанных законов равно 2). В этом случае может быть полезен **закон сохранения заряда** (рис.7). Так как есть разрыв в цепи, то выполнено равенство:

$$q_3 + q_2 + q_4 = 0$$

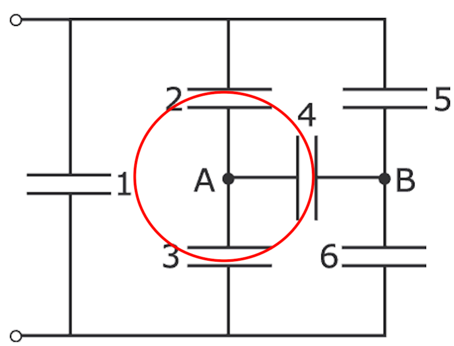

Рис. 7. Закон сохранения заряда