Физика 10 класс

Занятие 1. Поступательное движение

1 Введение

Динамика - раздел физики, изучающий законы движения тел в зависимости от действующих на них сил. Ключевыми законами здесь являются Законы Ньютона, которые выступают в роли аксиом. Из них следуют законы сохранения энергии и импульса, про которые пойдет речь дальше.

Определение *материальная точка (**МТ**) - обладающее массой тело, размерами и формой которого можно пренебречь в контексте данной задачи.*

В основном, в данном разделе физики размер и форма тела не имеют значения, то есть мы имеем дело с **МТ**.

2 Второй Закон Ньютона (2 ЗН)

При решении задач важно понимать, что *2 ЗН* записывается для *МТ*, в некоторых случаях для системы тел, если сисиема ведет себя, как одно тело (например, система автомобиль + *пристегнутый* человек).

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i \tag{1}$$

Важно закон имеет векторный вид, при решении задач мы должны перейти от векторных величин к скалярным, то есть спроецировать *2 ЗН* на оси.

Таким образом, при решении задач пользуемся алгоритмом :

1. Сделать рисунок, нарисовать все силы, действующие на тело
2. Записать для тела *2 ЗН* в векторном виде
3. Выбрать систему координат - начало отсчета + оси Ox; Oy
4. Спроецировать *2 ЗН* на каждую из осей
5. Решить полученную систему уравнений

3 Закон сохранения импульса

Этот закон напрямую вытекает из *2 ЗН*:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \sum_i \vec{F_i} \rightarrow m\Delta\vec{v} = \left(\sum_i \vec{F_i}\right)\Delta t \tag{2}$$

Получив (2) для MT, можем просуммировать получившийся закон для всех тел, образующих систему. Тогда получим тождество следующиго вида :

$$\sum_{\text{всем МТ}} m_i\Delta\vec{v_i} = \sum_{\text{всем МТ}}\left(\sum_i \vec{F_i}\right)\Delta t \rightarrow \sum_{\text{всем МТ}} m_i\Delta\vec{v_i} = M\Delta\vec{V_c} = \sum_{\text{внешние силы}} \vec{F_i} \tag{3}$$

Таким образом, получаем закон изменения импульса *системы* :

$$\sum_{\text{всем МТ}} m_i\Delta\vec{v_i} = M\Delta\vec{V_c} = \sum_{\text{внешние силы}} \vec{F_i}$$

1. M - суммарная масса системы, $\vec{V_c}$ - скорость центра масс
2. $M\vec{V_c} = \sum m_i\vec{v_i} =$ импульс системы
3. Суммирование в правой части ведется по **внешним** силам
4. Если $\sum \vec{F_i} = \vec{0}$ то получаем закон сохранения импульса

4 Центр масс

Рассмотрим систему,состоящую из какого-то числа MT. Пусть зафиксирована система координат $Oxyz$.

Определение центром масс системы называется точка, координаты которой высчитываются по формуле :

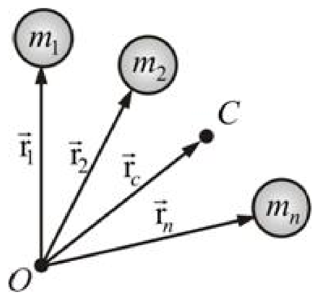
$$\{x, y, z\} = \frac{\sum_i m_i\{x_i, y_i, z_i\}}{\sum_i m_i} \tag{4}$$

$$\vec{r_c} = \frac{\sum_i m_i\vec{r_i}}{\sum_i m_i} \tag{5}$$

Запись $\{x, y, z\}$ кодирует 3 формулы: отдельно для x, y, z.

Заметим, что если сумма сил, действующих на систему, равна нулю, то из закона сохранения импульса (3) немедленно следует то, что центр масс системы либо сохраняет свое положение, либо движется с постоянной скоростью.
Упражнение на 1 балл - доказать этот факт

P.S. задача с черепашкой как раз про это :)



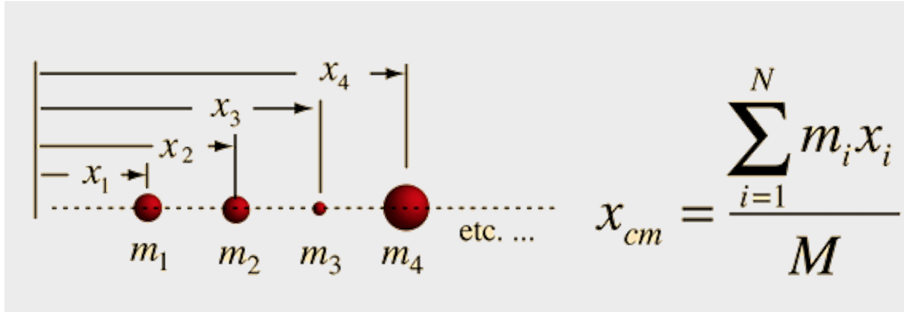


Рис. 1. Центр масс системы из МТ

5 Законы сохранения и изменения энергии

Определение работа силы A есть

$$A = \int (\vec{F}, \vec{dr}) \text{ или } A = F\Delta x \text{ в одномерном случае}$$

Классификация сил силы делятся на два вида : консервативные и неконсервативные. Консервативные силы - те силы, работа которых не зависит от траекториии между двумя точками, а зависит только от расположения этих точек в пространстве (например, сила тяжести, электростатические силы, сила упругости). В случае неконсервативных сил работа зависит не только от положения точек, но и от траектории (например, силы трения).

Достоинство консервативных сил в том, что работу этих сил при перемещении тела из одного положения в другое можно представить в простом виде :

$$A_{12} = U_1 - U_2$$

Закон изменения кинетической энергии

Изменение кинетической энергии системы равно работе всех внутренних и внешних сил, действующих на тела системы.

$$T_2 - T_1 = A_{\sum}$$

- $A_{\sum}$ - работа всех сил представляется в виде суммы работ консервативных и неконсервативных сил
- Если внутренние силы системы являются консервативными, то вводят **полную механическую энергию системы** - сумму кинетической и потенциальной энергий
- **Упражнение на 1 балл** - из сказанного получить закон изменения полной механической энергии системы:

$$W_2 - W_1 = A_{\text{внешн}}$$

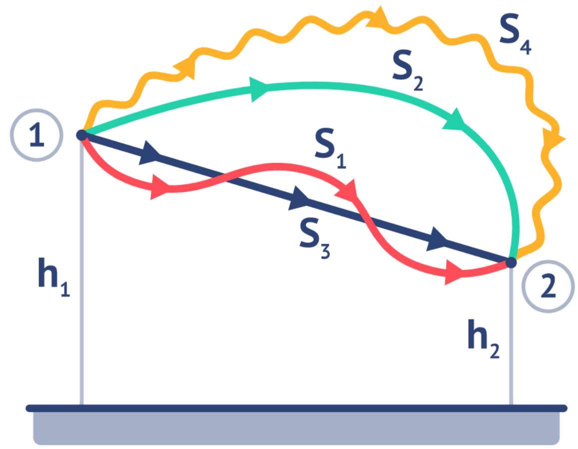


Рис. 2. Консервативные и неконсервативные силы

Важно понимать следующие моменты :

1. Перед тем, как записать закон сохранения/изменения энергии, **нужно выбрать систему** для которой вы хотите записать этот закон
2. В законе сохранения полной механической энергии считается работа только внешних сил, тогда как в законе об изменении кинетической энергии учитываются работы всех сил

6 Метод виртуальных перемещений

Определение механические связи - связи, накладываемые на систему. Например, кубик, стоящий на столе, не может провалится под него, поэтому имеем механическую связь $y > 0$. Когда хотим вдавить кубик в стол - возникают силы, препятствующие этому. Такие силы называются *силами реакции*.

Во многих случаях механические связи обладают тем свойством, что полная работа всех сил реакции, возникающих в связях системы при любых достаточно малых отклонениях ее от положения равновесия, равна нулю. Такие связи называются идеальными. В силу *2 ЗН*, при рассмотрении положения равновесия, каждая приложенная к системе внешняя сила должна находиться в равновесии с силами реакции, вызванными ею, поэтому полная работа, совершаемая внешними силами и силами реакции связей при малом перемещении, равна нулю. Но мы рассматриваем систему, в которой силы реакции работы не совершают. Следовательно, при любом виртуальном перемещении полная работа внешних сил также должна быть равна нулю.

Принцип виртуальных перемещений: для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма работ всех действующих на систему сил (помимо сил реакции) при любых виртуальных перемещениях системы была равна нулю.

Давайте разбираться на примерах :

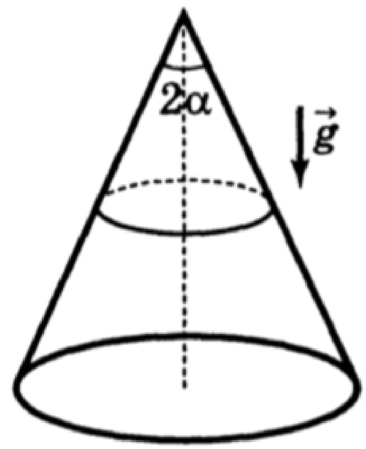


Рис. 3. Задача на метод виртуальных перемещений

Задача рассмотрим эластичный шнур массой m, коэффициентом упругости k и длинной в нерастянутом состоянии l_0. Положим его на конус, под действием силы тяжести шнур опустится вниз и растянется. Нужно найти новую длину шнура в положении равновесия.

Достаточно сложная задача, если не знать про метод виртуальных перемещений. Для начала поймем, почему все механические связи идеальны - то есть работа сил реакции равна 0. В данной задаче есть только одна механическая связь - шнур не может пройти сквозь конус, в результате возникает сила реакции $\vec{N}$, которая направлена перпендикулярно перемещению шнура. Таким образом, работа этой силы нулевая.

Применим метод виртуальных перемещений: рассмотрим шнур вблизи положения равновесия. В силу принципа виртуальных перемещений, сумма работ всех сил (кроме сил реакции) равна нулю. На шнур действует две силы (помимо силы реакции) - сила тяжести и сила упругости. Допустим, шнур опустился вниз на Δh, тогда :

$$A_{\text{упр}} = k(l - l_0)\Delta l$$
$$A_{\text{тяж}} = -mg\Delta h$$

Связь между $\Delta h, \Delta l$ находится из геометрических соображений :

$$\Delta R = \Delta h \tan\alpha \to \Delta l = 2\pi\Delta R = 2\pi\Delta h \tan\alpha$$

Таким образом, получаем :

$$A_{\text{упр}} + A_{\text{тяж}} = k(l - l_0)\Delta l - mg\Delta h = \Delta h\left(2\pi k(l - l_0)\tan\alpha - mg\right) = 0$$

$$\boxed{2\pi k(l - l_0)\tan\alpha = mg \to (l - l_0) = \frac{mg}{2\pi k \tan\alpha}}$$

В листочке есть задача на применение этого метода.

7 Применение производной при решении задач

В ряде задач нужно найти что-то наилучшее, наибыстрое, оптимальное. Часто такие задачи решаются с помощью применения производной.

Утверждение если $f(x)$ - функция от x достаточно гладкая (в наших задачах она всегда такая), то если в точке x_0 она достигает максимума или минимума, ее производная обращается в 0 ($f'(x_0) = 0$).
Алгоритм решения задач :

1. Выразить величину, которую нужно найти через неизвестный параметр, который можно варьировать
2. Взять производную, приравнять к нулю, тем самым найти значение параметра в минимуме/максимуме f
3. Подставить это значение в фомулу из пункта 1, убедиться в том, что мы нашли, что нас просили

Нужно понимать, что $f'(x)$ образается в 0 и в минимумах функции, и в максимумах. Если в задаче проят найти максимальное расстояние, то приравняв производную к нулю, вы рискуете найти не максимум, а минимум. Третий пункт алгоритма важен, нужно проверить, нашли вы максимум (что вас просили) или минимум (минус задача).

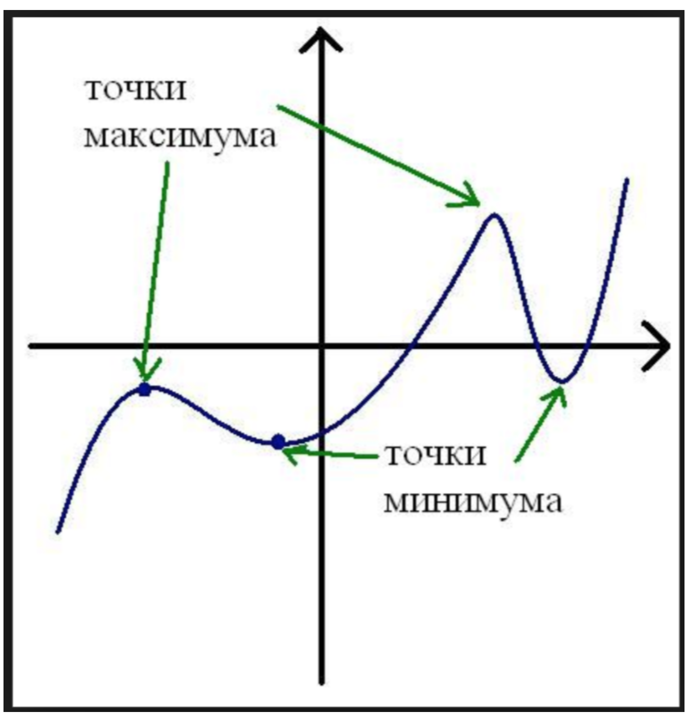


Рис. 4. Применение производной