Физика 10 класс

Занятие 6. Магнитные явления.

Магнитным полем *называется поле, которое действует на* ***движущиеся*** *заряды.* Источником магнитного поля могут являться также **движущиеся** заряды. Неизменные во времени токи порождают постоянное магнитное поле. Далее мы рассмотрим только такие поля. По аналогии с электростатикой, вводится величина $\vec{B}$ магнитной индукции, которая характеризует величину магнитного поля.

1 Сила Лоренца и сила Ампера

Сила Лоренца *— сила, действующая на заряд, который движется со скоростью* $\vec{v}$ *в постоянном магнитном поле* $\vec{B}$*:*

$$\vec{F}_{\text{л}} = q[\vec{v}, \vec{B}] \tag{1}$$

Сила Ампера *— сила, действующая на проводник с током длины* dl*, через который протекает ток* I*, в постоянном магнитном поле* $\vec{B}$*:*

$$\vec{F}_{\text{а}} = I[\vec{dl}, \vec{B}] \tag{2}$$

На самом деле формула (2) для силы Ампера может быть легко получена из (1). Достаточно вспомнить, что ток — направленное движение заряженных частиц, в нашем случае:

$$I = env_{\text{др}}S$$

Рассмотрим движение положительных частиц в проводнике с током по отдельности. Двигаются они с дрейфовой скоростью $\vec{v_{\text{др}}}$. На каждую частицу действует сила $\vec{F}_{\text{л}}$. Просуммировав силы, действующие на все электроны в проводнике, получим силу ампера $\vec{F}_{\text{а}}$

Упражнение на 1 балл — провести вывод силы Ампера.

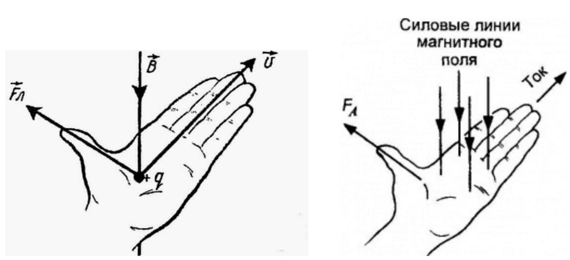


Рис. 1. Направления сил определяются по правилу буравчика

2 Закон Био-Савара

Этот закон был установлен экспериментально в начале 19 века и определяет поле, создаваемое маленьким элементом тока:

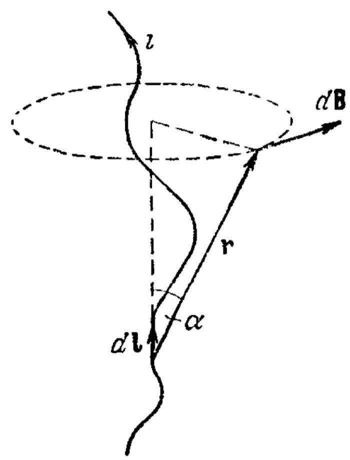


Рис. 2. Закон Био-Савара

Рассмотрим проводник с током i, выделим элементарный кусочек этого проводника $\vec{dl}$ и зададимся вопросом, какое поле порождает этот элементарный кусочек в точке, определяемой вектором $\vec{r}$.

Закон Био-Савара дает ответ на поставленный вопрос:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i[\vec{dl}, \vec{r}]}{r^3} \tag{3}$$

- Обратите внимание на то, что $\vec{r}$ — вектор, проведенный *от элемента с током к точке наблюдения*. Если перепутать направление, вы получите ошибку в знаке.
- В скалярном виде закон записывается следующим образом:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{idl\sin\alpha}{r^2}$$

- В задачах при поиске вектора $\vec{B}$ магнитной индукции с помощью (3) нужно просуммировать поля от всех элементов тока. Для этого необходимо правильно выбрать систему координат и спроецировать вектор $d\vec{B}$ от каждого элемента с током на оси, а затем проинтегрировать по всем элементам уже проекции dB_x, dB_y, dB_z.

Пример: поиск вектора $\vec{B}$, создаваемого кругового витка с током I радиуса R на его оси.

Для начала найдем поле в центре такого витка.

1. Выделим элементарный элемент с током и найдем поле $d\vec{B}$, создаваемое им в центре. По правилу буравчика получаем, что $d\vec{B}$ направлен вправо, перпендикулярно плоскости витка для любого элемента с током (смотри Рис. 3).

2. Теперь нужно просуммировать все **векторы** $d\vec{B}$, создаваемые элементарными кусками. *В нашем случае, выбирая ось Ox перпендикулярно поверхности витка (Oyz лежат в плоскости витка), получим, что $dB_y = dB_z = 0$ и для поиска*

В нужно проинтегрировать лишь dB_x:

$$\int dB_x = \int dB = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{idl}{R^2} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\overbrace{Rd\varphi}^{dl}}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi iR}{R^2} = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

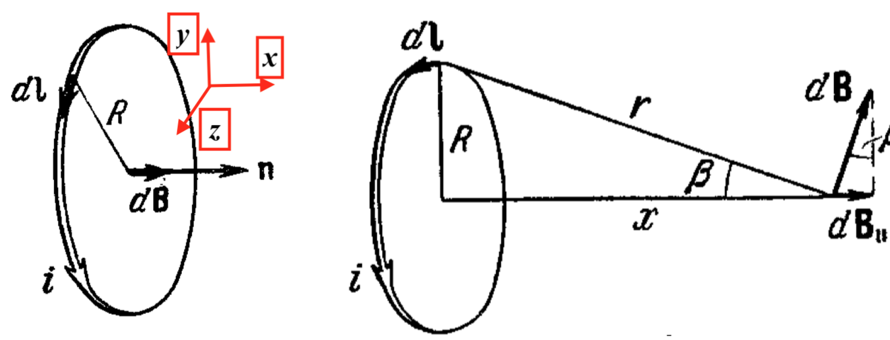


Рис. 3. Направление $d\vec{B}$ определяется по правилу буравчика

Упражение на 1 балл — получить выражение для $\vec{B}$ в точке, расположенной на оси витка на расстоянии x.

> **Замечание** при рассмотрении симметричных контуров с током, некоторые из проекций поля $d\vec{B}$ (интересно, какие) в сумме дают ноль, то есть взаимоуничтожаются. Поэтому иногда на этапе интегрирования dB_x, dB_y, dB_z задуматься о том, а не обращается ли в ноль какая-то из проекций.

Упражение на 1 балл — получить выражение для $\vec{B}$, создаваемого бесконечным проводником с током в точке, расположенной на расстоянии R от провода (с помощью закона Био-Савара).

3 Теорема Гаусса и теорема о циркуляции для магнитного поля в вакууме

. Изучая электростатику, мы рассматривали теорему Гаусса.

$$\oint (\vec{E}, d\vec{S}) = 4\pi \sum q$$

На самом деле, когда речь идет об электростатическом поле, можно ввести еще и так называемую ***теорему о циркуляции*** вектора напряженности электрического поля:

$$\oint_{1\to 1} (\vec{E}, d\vec{l}) = \varphi_1 - \varphi_1 = 0 \tag{4}$$

где интегрирование ведется по замкнутому контуру. С этой теоремой вы знакомы, она есть не что иное, как утверждение о том, что электростатическое поле потенциально.

Оказывается, для случая магнитного поля в вакууме существуют аналогичные теоремы:

$$\oint (\vec{B}, d\vec{S}) = 4\pi q_{\text{магн}} = 0 \tag{5}$$

$$\oint (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 \sum_i I_i \tag{6}$$

Интеграл в первом случае берется по замкнутой поверхности, эта теорема говорит о том, что **магнитных зарядов в природе нет**. В теореме о циркуляции по замкнутому контуру. Сумма ведется по токам, **пронизывающим** контур:

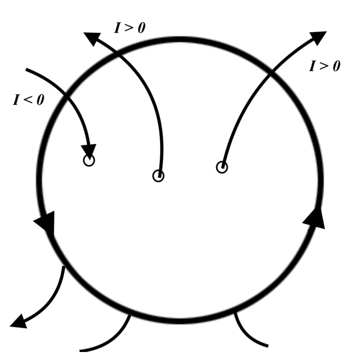


Рис. 4. Теорема о циркуляции.

Положительными токами считаются те, что *согласованы с направлением* обхода замкнутого контура. То есть ток направлен в соответствии с правилом буравчика при вращении, задаваемым направлением обхода контура.

Как и в случае электростатики, теоремы (5), (6) существенно упрощают жизнь.

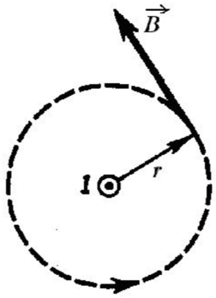
Проведем альтернативное решение упражнения (см. выше): получить выражение для $\vec{B}$, создаваемого бесконечным проводником с током в точке, расположенной на расстоянии r от провода. Оказывается, можно на халяву получить ответ с помощью теоремы о циркуляции.

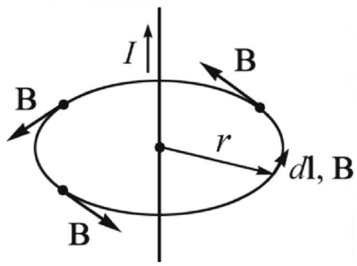
1. Выбираем **замкнутый контур и направление обхода** так, чтобы $\oint(\vec{B}, d\vec{l})$ вычислялся как можно легче. В нашем случае, выбрав контур так, как показано на рисунке (направление обхода выбрано против часовой, чтобы направление тока было согласовано с направлением обхода), получаем, что $\vec{B}$ и $d\vec{l}$ всегда сонаправлены:

$$\oint (\vec{B}, d\vec{l}) = 2\pi r B$$

2. Записываем теорему о циркуляции:

$$\oint (\vec{B}, d\vec{l}) = 2\pi r B = \mu_0 \sum I = \mu_0 I \to B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$





Задание С помощью закона Савара-Лапласа убедитесь в том, что результирующее поле в точке, задаваемой $\vec{r}$, направлено в плоскость рисунка (поле от каждого элементарного кусочка направлено в плоскость рисунка).

Из сказанного выше получаем, что в случае длинного проводника с током, поле $\vec{B}$, создаваемое им, находится по правилу буравчика.

Таким образом, приходим к следующему алгоритму действий:

Алгоритм использования теоремы о циркуляции

1. Нарисовать рисунок, в том числе и направление $\vec{B}$.
2. Выбрать **замкнутый контур и направление обхода контура** так, чтобы легко вычислить $\oint(\vec{B}, \vec{dl})$
3. Записываем теорему о циркуляции, получаем ответ

4 Электромагнитная индукция

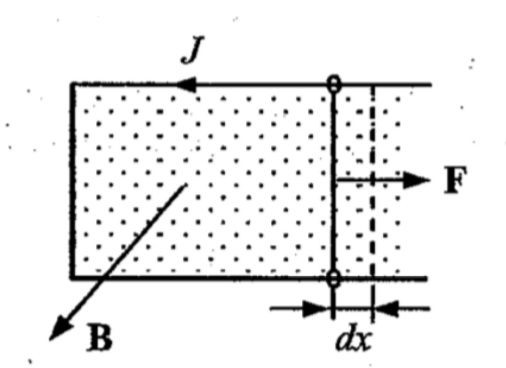


Рис. 5. Постановка задачи

Рассмотрим рамку в виде рельс, по которой может свободно скользить проводящая перемычка. Поместим эту систему в магнитное поле. Для начала будем считать, что магнитное поле $\vec{B}$ направлено перпендикулярно плоскости рамки.

Пусть по рамке течет ток J, тогда такой ток протекает и через перемычку, и на нее действует сила Ампера F:

$$F = JlB$$

Сила F направлена вправо при данном направлении тока. При смещении перемычки на dx сила F совершит работу:

$$dA = Fdx = JBldx$$

Определение. Величину $\Phi = \int(\vec{B}, d\vec{S})$ называют потоком вектора $\vec{B}$ магнитной индукции через контур. В простых случаях, когда $\vec{B}$ не изменяется по всей поверхности контура, формула принимает вид:

$$\Phi = (\vec{B}, \vec{S}) \tag{7}$$

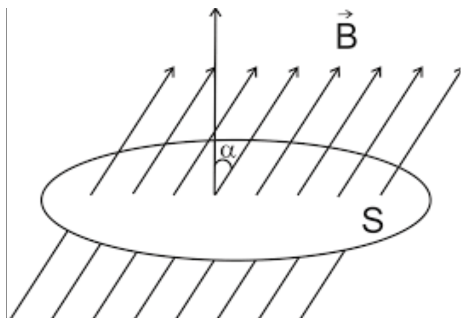


Рис. 6. Поток вектора $\vec{B}$

Важно понимать, что поток вектора $\vec{B}$ через контур может изменяться в трех случаях:

1. Меняется величина $\vec{B}$
2. Меняется площадь контура S
3. Меняется угол α

Вернемся к работе, совершаемой силой F:

$$dA = Fdx = JBldx = Jd\Phi$$

А совершает эту работу сторонние ЭДС, которые должны быть включены в систему, чтобы ток J не менялся:

$$dA = \xi_{\text{стор}}dQ = \xi_{\text{стор}}Jdt = Jd\Phi \rightarrow \xi_{\text{стор}} = \frac{d\Phi}{dt}$$

Запишем закон Кирхгофа для рамки:

$$\sum \xi = 0 (\text{т.к. } R = 0)$$

Если бы в контуре была только одна ЭДС - $\xi_{\text{стор}}$, то уравнение Кирхгофа бы не выполнялось. Значит, при движении перегородки в системе создается еще одна ЭДС — $\xi_{\text{инд}}$, которая должна быть противоположна $\xi_{\text{стор}}$:

$$\xi_{\text{стор}} + \xi_{\text{инд}} = 0$$

Явление возникновения $\xi_{\text{инд}}$ называется электромагнитной индукцией. Справедлива формула:

$$\xi_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{8}$$

Замечание (правило Ленца). Знак «-» в формуле означает то, что возникающая ЭДС направлена так, чтобы возникщий в результате индуцированный ток породил магнитное поле, которое **препятствует изменению потока** Φ.

- Если поток Φ уменьшается, индуцированный ток должен быть направлен так, чтобы поток увеличивался. Таким образом, в этом случае индуцированный ток должен порождать магнитное поле, сонаправленное с изначальным.
- Если же поток Φ увеличивается, индуцированный ток должен быть направлен так, чтобы поток уменьшался. Таким образом, в этом случае индуцированный ток должен порождать магнитное поле, противонаправленное изначальному.

P.S. не забывайте, что направление индукционного тока и порождаемого им магнитного поля связаны правилом буравчика.

Приходим к следующему алгоритму решения задач:

Алгоритм решения задач на электромагнитную индукцию

1. Определить направление внешнего поля $\vec{B}$, вычислить поток Φ
2. Определить, как меняется поток (увеличивается или уменьшается)
3. Если поток уменьшается, то направляем $\vec{B}_{\text{инд}} \uparrow\uparrow \vec{B}$, иначе направим $\vec{B}_{\text{инд}} \downarrow\uparrow \vec{B}$
4. Зная, куда направлен вектор индуцированного поля, находим направление индуцированного тока по правилу буравчика.

5 Понятие заметаемой площади

Бывают задачи на электромагнитную индукцию, в которых нет замкнутого контура и с ходу непонятно, как применить формулу (8). Рассмотрим пример такой задачи.

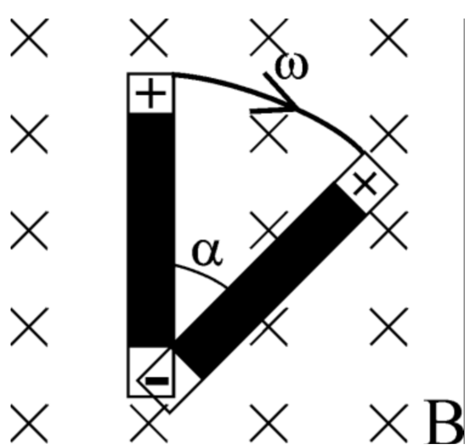


Рис. 7. Стержень заметает площадь

Проводящий стержень вращается с частотой ω, поле $\vec{B}$ направлено от нас, перпендикулярно плоскости вращения. Нужно найти разность потенциалов между краями стержня.

В данной задаче нет никакого контура, поэтому говорить о потоке бессмысленно. Но закон электромагнитной индукции обобщается на ситуации такого вида.

Рассмотрим проводящий стержень, который двигается в магнитном поле. Обозначим за $d\vec{S}_{\text{зам}}$ заметенную за время dt площадь. Тогда разность потенциалов, возникающую между концами стержня можно найти по формуле:

$$\Delta\varphi = \frac{(\vec{B}, d\vec{S}_{\text{зам}})}{dt} \tag{9}$$

Причем потенциал больше на том конце стержня, куда направлена сила Лоренца, действующая на свободные заряды в стержне.

Решение заметаемая стержнем площадь за время dt равна (l - длина стержня):

$$dS_{\text{зам}} = \frac{1}{2} l^2 \omega dt$$

Тогда разность потенциалов $\Delta\varphi$ равна:

$$\Delta\varphi = \frac{(\vec{B}, d\vec{S}_{\text{зам}})}{dt} = \frac{1}{2} B\omega l^2$$

Осталось выяснить, где на каком конце стержня потенциал больше. Для этого посмотрим на направление силы Лоренца (свободные заряды движутся вместе со стержнем).

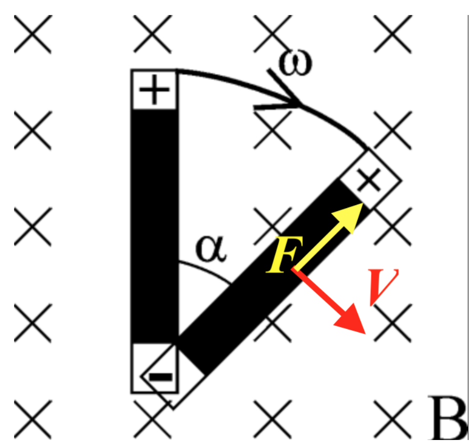


Рис. 8. Направление силы Лоренца

Упражнение на 3 балла — вывести (9). Для этого нужно рассмотреть силы Лоренца, действующие на свободные заряды в проводнике.