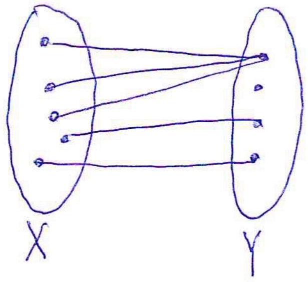
1] Понятие функции.

Пусть X и Y – произвольные мн-ва. И каждому эл-ту $x \in X$ поставлен в соответствие единственный элемент $y \in Y$

На мн-ве X задана ф-ия со значениями в Y $\overset{\Delta}{\Longleftrightarrow}$

$f: X \to Y$, где за $f(x_0)$ обозначает элемент $y_0 \in Y$, который сопоставлен в соответствие элементу x_0: $y_0 = f(x_0)$



$x \in X$ – аргумент; $y = f(x) \in Y$ – значение ф-ии

Наблюдение: Одному элементу из $x \in X$ не может быть сопоставлено в соответствие несколько y.

] Множество определения ф-ии $D(f)$ – мн-во X, на котором определено правило сопоставления $x \to Y$.

Пример: $y = \sqrt{x}$ $\quad D(f) = [0; +\infty)$

] Множество значений ф-ии $E(f)$ – мн-во Y_2:

- $\forall x \in D(f)$ $\quad f(x) \in Y$
- $\forall y \in Y \; \exists x : f(x) = y$

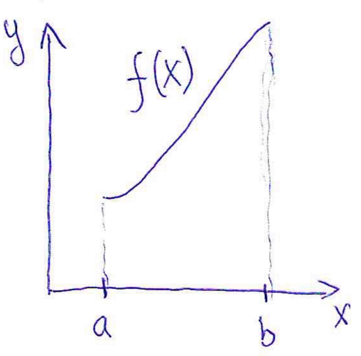
] Обратная функция:

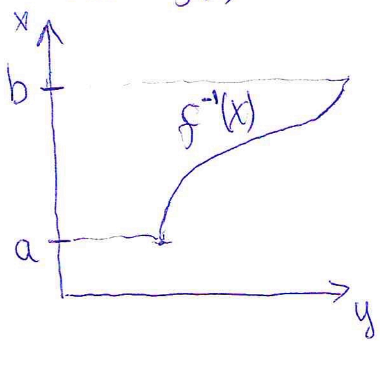
Рассмотрим $y = f(x)$. Зададимся вопросом $\exists$ ли $f^{-1}: Y \to X$ и $x = f^{-1}(y)$ где f^{-1} – ф-ия.

Наблюдение: Если $\exists x_1; x_2 \in X : y_0 = f(x_1) = f(x_2)$; то f^{-1} не определена на Y, т.к. для y_0 правило сопоставляет x_1 и x_2 $\Rightarrow$ f^{-1} не функция.

Достаточные условия существ. обратной ф-ии:

Если на отрезке $[a, b]$ $f(x)$ ~~со~~ строго монотонна, непрерывна; тогда $\exists f^{-1}$ на области значений $f(x)$





Наблюдение: график обратной функции $f^{-1}(y)$ можно построить путем отражения графика $f(x)$ отн-но оси $y = x$

Логарифмическая функция

$=\log_a b$ - логарифм числа b по основанию a $\overset{\Delta}{\Leftrightarrow}$ показатель степени c, в которую надо возвести число a, чтобы получить число b ($a>0$; $b>0$; $a\neq 1$)

$\ln a$ - логарифм по основанию e

$\lg a$ - по основанию 10

Свойства логарифмов

1. $a^{\log_a b} = b$ - основное тождество
2. $\log_a a = 1$; $\log_a 1 = 0$
3. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$

$\exists\ a^{q_1} = bc \quad a^{q_2} = b$; $a^{q_3} = c \Rightarrow a^{q_1} = a^{q_2+q_3} \Rightarrow q_1 = q_2 + q_3$ ▨

4. $\log_a b/c = \log_a b - \log_a c$
5. $\log_a b^p = p \log_a b$
6. $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
7. $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ □ $\boxed{a^{q_1} = b}$; $\boxed{c^{q_2} = b}$; $c^{q_3} = a \Rightarrow a^{1/q_3} = c \Rightarrow \boxed{a^{q_2/q_3} = b} \Rightarrow q_1 = q_2/q_3$

Понятие предела

$\lim\limits_{x\to 1} \frac{2x^2-3x-5}{x+1}$; Если числитель и знаменатель $\not\to \pm\infty$ при $x \to 1$, то $\lim\limits_{x\to 1} \frac{2x^2-3x-5}{x+1} = \frac{2-3-5}{2} = -3$

Если $\frac{\infty}{0} = \infty$ $\frac{0}{\infty} = 0$ $\frac{a}{0} = \infty$ $\frac{0}{a} = 0$

Если же получается неопределенность $\frac{\infty}{\infty}$ или $\frac{0}{0}$

В случае при $x\to\infty$ смотри на степень в числителе и знаменателе.

Пример: $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2-x+5}{-3x^2+8x} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2}{-3x^2} = -\frac{1}{3}$

Если случай неопред и $x \to a$, то нужно вынести общий делитель.

Пример: $\lim\limits_{x\to -1} \frac{2x^2-3x-5}{x+1} = \lim\limits_{x\to -1} \frac{(2x-5)(x+1)}{x+1} = \lim\limits_{x\to -1} 2x-5 = \boxed{-7}$

*Иногда полезно домножить на сопряженное