

## Вступительное тестирование школьников. ПГУ 2023.

- а. Посчитайте без калькулятора:  $\sqrt[5]{\frac{0 \cdot (835) + 0 \cdot (005) - 0.01 \cdot |5 \cdot (5^2 - 5 \cdot 6)|}{\frac{787}{1332}}}$ .
- б. Упростите выражение:  $\sqrt[3]{1 - 3\sqrt[3]{18} + 3\sqrt[3]{12}}$ .
- в. Сравните числа:  $2^{3^{100}}$  и  $3^{2^{150}}$ .
- г. Вычислите до 3 знака после запятой выражения:  $\sqrt[3]{-3}$  и  $(-3)^{\frac{1}{3}}$ .
- д. Найдите  $f(x)$ , если  $2f(x+2) + f(4-x) = 2x+5$ .
- е. Докажите неравенство:  $\log_{2021}(2023) > \frac{\log_{2021}(1) + \log_{2021}(2) + \dots + \log_{2021}(2022)}{2022}$ .
- ж. Упростите выражение:  $\operatorname{tg}(\arcsin(x)) - \operatorname{ctg}(\arccos(x))$ .
- з. Найдите все такие пары квадратных трёхчленов  $x^2 + ax + b$ ,  $x^2 + cx + d$ , что  $a$  и  $b$  – корни второго трёхчлена,  $c$  и  $d$  – корни первого.
- и. Существует ли треугольник, у которого сумма косинусов внутренних углов равна 1?
- й. Выведите формулу длины эллипса с любой удовлетворяющей точностью.
- к. Выведите период гармонических колебаний для математического маятника без учёта малости угла отклонения, то есть без приближения  $\sin \alpha \approx \alpha$ .
- л. Вычислите следующие неопределённые интегралы:
- $$\int \frac{(1+x^2) \cdot \arcsin(x)}{x^2 \cdot \sqrt{1-x^2}} dx, \quad \int \frac{2x^2-3x}{\sqrt{x^2-2x+5}} dx, \quad \int \frac{x^4+2x^2+4}{(x^2+1)^3} dx.$$