Задача № 1

$p = 0,8$ – вероятность попадания в цель

$n = 100$ – число выстрелов

$k = 85$ – к-во попаданий

Найти: $P_n(k)$ – вероятность того, что стрелок попадает в цель ровно 85 раз

Решение: по формуле Бернулли

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k (1-p)^{n-k} = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

$$P_n(k) = C_{100}^{85} \cdot 0,8^{85} \cdot 0,2^{15} = \frac{100!}{85!\,15!} \cdot 0,8^{85} \cdot 0,2^{15} =$$

$= 0,0481$

Задача № 2

$p = 0,0004$ – вероятность перегорания лампочки

$n = 5000$ – кол-во лампочек

Найти: 1) в первый день перегорят 0 лампочек

2) Перегорят 2 лампочки

Решение: Согласно распределению Пуассона

$\lambda = p \cdot n = 0,0004 \cdot 5000 = 2$

1) $P_0 \approx \frac{2^0}{0!} e^{-2} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{e^2} = \frac{1}{7,3984} \approx 0,14$

2) $P_2 \approx \frac{2^2}{2!} e^{-2} = \frac{4}{2e^2} = \frac{2}{e^2} = \frac{2}{7,3984} \approx 0,27$

Задача №3

$n = 144$

$k = 70$

Найти: $P_{144}(70)$

Решение: Согласно формуле Бернулли $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$

$$P_{144}(70) = C_{144}^{70} \left(\frac{1}{2}\right)^{70} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{74} = \frac{144!}{70!\,74!} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{144} \approx$$

$\approx 0,628$

Задача №4

$n_1 = 10$ $k_1 = 7$		$n_2 = 11$ $k_2 = 9$	Вытаскивают по 2 мяча

а) Какова вероятность, что все мячи белые

Решение: Вероятность, что 2 мяча, вытащ. из 1-ой коробки белые: $P_{б1} = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9}$

Вероятность, что 2 мяча, вытащ. из 2-ой коробки белые:

$$P_{б2} = \frac{9}{11} \cdot \frac{8}{10}$$

$\Rightarrow$ Вероятность, что все мячи белые

$$P = P_{б1} \cdot P_{б2} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 11} \approx 0,31$$

Задача №4 (продолжение)

б) Эту задачу можно перефразировать так:
Если мы смешаем шары из двух коробок (переложим все шары в отдельную коробку), тогда задача будет такой.
В одной коробке, в которой 21 мяч, 16 из которых белые вынимают 4 мяча. Какова вероятность, что 2 из них белые?

$N=21, \quad K=16, \quad n=4, \quad k=2$

$$P = \frac{C_K^k \cdot C_{N-K}^{n-k}}{C_N^n} = \frac{C_{16}^2 \cdot C_5^2}{C_{21}^4} = \frac{120 \cdot 10}{5985} \approx 0{,}2$$

в) Найдём вероятность того, что мы вытащим не белый шар:

$P_{нб1} = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9}$; $P_{нб2} = \frac{2}{11} \cdot \frac{1}{10}$

$$\Rightarrow P_{нб} = P_{нб1} \cdot P_{нб2} = \frac{1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}}{\underset{3}{\cancel{9}} \cdot \underset{5}{\cancel{10}} \cdot \underset{5}{\cancel{10}} \cdot 11} = \frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11} = \frac{1}{825}$$

Значит вероятность того, что будет хотя бы 1 шар белый:

$$P = 1 - \frac{1}{825} = \frac{824}{825} \approx 0{,}999$$