

Задача N1

$$\sigma = 16$$

$$\mu = 80$$

$$n = 256$$

Решение: найдем доверительный интервал для математического ожидания σ с надежностью 0,95:

$$\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

из таблицы находим: $z_{\frac{\alpha}{2}} \approx 1,96$

$$\Rightarrow 80 - 1,96 \frac{16}{\sqrt{256}} < a < 80 + 1,96 \frac{16}{\sqrt{256}}$$

$$80 - 1,96 < a < 80 + 1,96$$

$$78,04 < a < 81,96$$

Ответ: $78,04 < a < 81,96$

Задача N2

$$\bar{x} - t_{кр} \frac{s}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + t_{кр} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Найти \bar{x} :

$$\bar{x} = \frac{6,9 + 6,1 + 6,2 + 6,8 + 7,5 + 6,3 + 6,4 + 6,9 + 6,7 + 6,1}{10} = 6,59$$

Найти несмещенную оценку дисперсии:

$$\begin{aligned} D(x) &= \frac{1}{n} [(6,9 - 6,59)^2 + (6,1 - 6,59)^2 + (6,2 - 6,59)^2 + (6,8 - 6,59)^2 + (7,5 - 6,59)^2 + \\ &+ (6,3 - 6,59)^2 + (6,4 - 6,59)^2 + (6,9 - 6,59)^2 + (6,7 - 6,59)^2 + (6,1 - 6,59)^2] = \\ &= \underline{1,829} \end{aligned}$$

$$s = \sqrt{1,829} \approx \underline{1,352}$$

По таблице распределения Стюдента
найти $t_{кр} = t(k, \alpha)$, где $k = n - 1 = 10 - 1 = 9$,

$$\alpha = 1 - \gamma = 1 - 0,95 = 0,05$$

$$\Rightarrow \underline{t_{кр} = 2,26}$$

$$6,59 - 2,26 \frac{1,352}{\sqrt{10}} < a < 6,59 + 2,26 \cdot \frac{1,352}{\sqrt{10}}$$

$$\underline{5,63 < a < 7,55}$$

Задача №3

$$\bar{x} = 17 \text{ мм}$$

$$\alpha = 0,05$$

$$n = 100$$

$$D(x) = 4 \text{ мм}^2$$

$$\delta = 2 \text{ мм}$$

Решение:

Сформулируем гипотезы:

$$H_0: D = 17 \text{ мм}, \mu = \mu_0$$

$$H_1: D = 17,5 \text{ мм}, \mu > \mu_0$$

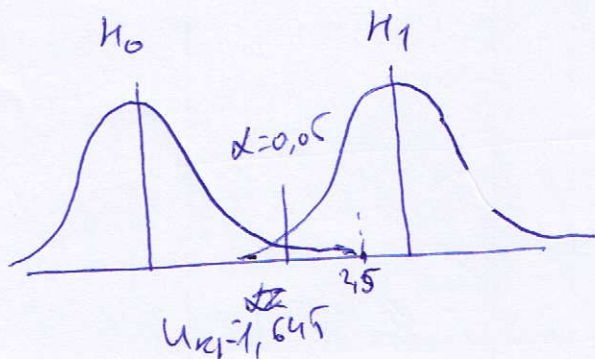
Вычислим наблюдаемое значение критерия:

$$U_{\text{набл}} = \frac{17,5 - 17}{2} \cdot \sqrt{100} = 2,5$$

По таблице найдем критическую точку для односторонней критической области (при альтернативе $H_1: \mu > 17$) на уровне значимости $\alpha = 0,05$:

$$U_{\text{кр}} \approx 1,645$$

$$\text{т.к. } U_{\text{набл.}} = 2,5 > 1,645$$



\Rightarrow при $\alpha = 0,05$
 H_1 верна

Задача №4

Найдем среднее значение:

$$\bar{x} = 198,5$$

Управляемая выборочная генеральная:

$$D(x)^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 \approx 19,83$$

$$s = \sqrt{19,83} \approx 4,45$$

Введем нулевую гипотезу:

$$H_0: a = 2002$$

При $H_1: a \neq 2002$.

Вычисляем наблюдаемое значение

критерия:

$$U_{\text{набл.}} = \frac{198,5 - 200}{4,45} \cdot \sqrt{n} \approx -0,75 \cdot 3,16 =$$

$$= -2,37$$

По таблице критических точек распределения
Стьюдента найдем критическую точку для $\alpha = 0,01$

$$\text{и } k = 9, \quad t_{\text{кр}} \approx 3,25$$

$$\text{Т.к. } |U_{\text{набл.}}| = 2,37 < 3,25 = t_{\text{кр}} = 7$$

при $\alpha = 0,01$ H_0 - верна, т.е.

нулевая гипотеза верна при $\alpha = 0,01$
