

Илья Владислав Яковлев

vshchur@hse.ru

@vshchur - telegram

# Популяционные модели

в геномике, 2025

# Техническое изображение!

1K - 1  
14.01.

- линиями
- сплошными линиями
- тонкие линии
- сплошные / неравномерные
- сплошная линия
- симметрические (одной) стороны  
и их несимметрические

! Понятие видов изображений  
понятийской методика  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  виду изображения

## Техника

- геометрия  $\leftarrow$  поставленная задача
- математика  $\leftarrow$  модели  $\leftarrow$  методология
- техн. науки
- (+) - архитектура
- (+) - астрономия
- (+) - медицина
- (+) - экология
- (+) - промышленность



✓ Симметрия задачи  $\leftarrow$   
из видов  
и симметрии

{A, T, G, C} ЗС

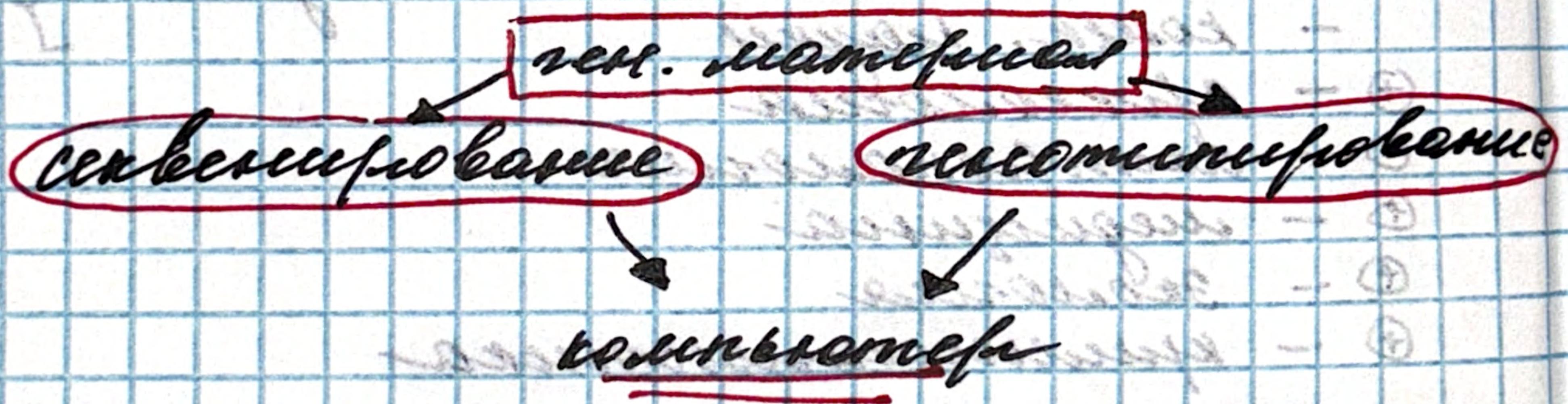
С - симметрия

Jan

- ! Терволи мекобека =  $32 \cdot 10^9$  bp,  
гавернине „Борицор“ и „Лесја“
  - ! д-3 гавернор на 1 гавернине  
Карендер
  - ! Ќ дефектов 1 гавернине на 2-3  
негодине испод усогласе

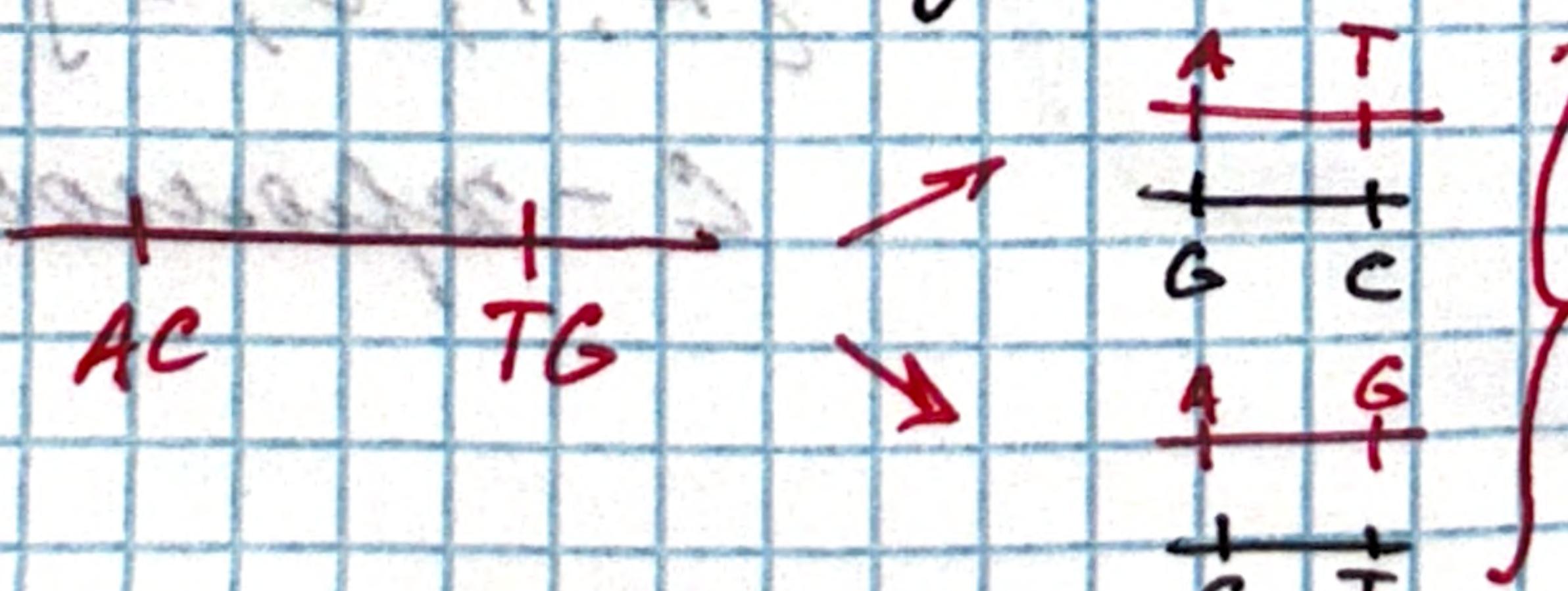
**Tannoman** - madeira remuneradora  
manejada no sacerdócio e comum  
reproduzir-se. (não real-ko gba tannotun)

A stylized illustration of a flowering plant. It features a central vertical stem in shades of red and pink, with several smaller stems branching off at different heights. The flowers are simple, symmetrical shapes with five petals each. There are two large flowers: one at the top right in red with a black center, and one in the lower left in black with a small red center. There are also three smaller flowers: one in the upper left in black, one in the middle right in red, and one in the lower right in black.



- ! Менің мәдениеттегі ресурстар екінші  
таңдаулықтардың 99,96 %.

- ! 30x - vacío fungob  
me negaré a  
explicármelo



Что же это?

Cecilia Safire  
AA P<sub>I</sub> Aa R<sub>I</sub>

*Honyadegut!*

- Dactylocarpe
  - agrostidogna
  - hordeaceae
  - oceania - re

$$P_1 + R_1 + Q_1$$

*Macromomor* re

$$\rho \times$$

$$\textcircled{Aa} \times \textcircled{Aa}$$

Aa x Aa

$$\Rightarrow P_2 = P_1$$

Aa x a

$$(aa) \times (aa)$$

Далее...  
третьи...

Семьи бифасиальных

$AA^{P_1}$   $Aa^{R_1}$   $aa^{Q_1}$  + частоты генотипов

Понятие:

- биомасса
- адекватная
- поколение все пересекаются
- особи - пересекают родители

$$P_1 + R_1 + Q_1 = 1$$

Частоты генотипов в 2-ом поколении:

$$\begin{array}{ccc} P & & F \\ \textcircled{AA} \times \textcircled{AA} & & \textcircled{AA} \\ P_1 \cdot P_1 = P_2^2 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & 2 \cdot P_1 \cdot R_1 & \frac{1}{2} \textcircled{AA} \\ \textcircled{AA} \times \textcircled{Aa} & & \textcircled{Aa} \\ & & \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & Q_1^2 & \frac{1}{4} \textcircled{AA} \\ \textcircled{Aa} \times \textcircled{Aa} & & \frac{1}{2} \textcircled{Aa} \\ & & \frac{1}{4} \textcircled{aa} \end{array}$$

$$\Rightarrow P_2 = P_1^2 + 2P_1 R_1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} R_1^2 = (P_1 + \frac{1}{2} R_1)^2 = P^2$$

$$\begin{array}{ccc} & 2 R_1 \cdot Q_1 & \frac{1}{2} \textcircled{Aa} \\ \textcircled{Aa} \times \textcircled{aa} & & \frac{1}{2} \textcircled{aa} \\ & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & Q_1^2 & \textcircled{aa} \\ \textcircled{aa} \times \textcircled{aa} & & \end{array}$$

$$\Rightarrow R_2 = 2P_1 \cdot R_1 \cdot \frac{1}{2} + P_1^2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot R_1 \cdot Q_1 \cdot \frac{1}{2} = 2 \left( P_1 + \frac{1}{2} R_1 \right)$$

$$\Rightarrow Q_2 = Q_1^2 \cdot \frac{1}{4} + Q_1^2 + 2 \cdot R_1 \cdot Q_1 \cdot \frac{1}{2} = \left( Q_1 + \frac{1}{2} R_1 \right)^2$$

$$\begin{aligned} p^2 + 2pq + q^2 &= 1 \\ (p+q)^2 &= 1 \\ p+q &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_3 &= (P_2 + \frac{1}{2} R_2)^2 \\ &= (p(p+q))^2 \end{aligned}$$

настома  $A$  б  $R_2$ :

$$2p^2 + 2pq = 2p(p+q) = 2p$$

(  
 м.е.  $p$  - настома  
 $q$  - настома      ① б получилось,  
 ② б получилось)

последнее  $\rightarrow \frac{A}{A+a} = \frac{2p}{2p+2q} = \frac{p}{p+q} = p$

0	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$p$	$q = 1-p$

Моне

Что!  
не

$$\frac{1}{2} + R_1^2 \cdot \frac{1}{2} + Q_1^2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot R_1 \cdot Q_1 \cdot \frac{1}{2} = 2 \left( \underbrace{R_1 + \frac{1}{2} R_1}_{\sqrt{P_2}} \right) \left( \underbrace{Q_1 + \frac{1}{2} Q_1}_{\sqrt{Q^2}} \right) = 2 \sqrt{P_2} \cdot \sqrt{Q^2} = 2pq$$

$$= 1$$

$$P_3 = \left( P_2 + \frac{1}{2} R_2 \right)^2 = \left( p^2 + pq \right)^2 = \\ = \left( p(p+q) \right)^2 = p^2$$

но же, это и  $p^2$

(кореcь 3-и Кафедра -  
Бактериология)



По полученным соотношениям  
находим коэффициентов

Ура! Ура! Ура!

A 6 R<sub>2</sub>:  
 $(p+q) = 2p$

- Ⓐ 6 получаем,
- Ⓑ 6 получаем

= p

$$\begin{matrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ p & q=1-p \end{matrix}$$

Мономы

00	$p^2$
01	$pq$
10	$pq$
00	$q^2$

Число членов (2)

0
1
1
2

$X$  = ~~число успешных~~ ~~успехов~~ у ~~для~~ ~~брюк~~

$$x \in \{0, 1, 2\}$$

$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$

b



$$\Omega = f(1)$$

K - recessive genes

*N - rucco* Гросовъ

$$P(X_n = k) = p^k \cdot q^{n-k} \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$= \frac{\binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}}{}$$

Succulentaceae  
poenfregatense

$\Sigma$  ✓ movemento  
accelerem.  
cettim.  
A

w - movemento  
accelerem.  
cettim.

$$P(A) = \sum_{\omega \in A} P(\omega)$$

$$P(B) = P(3) +$$

Объединение  $A \cup B$  = {множество}

*Belarusian*

$A \cap B = \{ \text{remainders} \}$

! Dnk. Codoceras  
megabuccum

b!



$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$P(1) = P(2) = \dots = \frac{1}{6}$$

$$\boxed{P(\Omega) = 1}$$

A = {исходы трех кубиков  
суммой 6} = {2, 4, 6}

$$P(A) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{1}{2}$$

B = {исходы, сумма которых на 3} =  
= {3, 6}

$$P(B) = P(3) + P(6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

Объединение исходов:

A ∪ B = {исходы, сумма которых на 3} =  
= {2, 3, 4, 6}

Пересечение исходов:

A ∩ B = {исходы, на 3} = {6}

! Опк. События A и B могут состоять из  
неделимых исходов, если

$$P(A ∩ B) = P(A) \cdot P(B)$$

нам.  
они гадают

$P(X_N = k)$  из  $N$  бросков к успехов

$$P(X_N = k) = \binom{N}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{N-k}$$

$E$  - expectation, нам. ожидание

$$E(X_N) = \sum_{k=0}^N k \cdot P(X_N = k) = p \cdot N$$

см  
1

## КАЗИНО

вероятность	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
бонусо	риск	выигр.
деньги	-1	1

$$(-1) \cdot \frac{2}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$$

не выигр.

Если бонусы 1,5

$$(-1) \cdot \frac{2}{3} + 1,5 \cdot \frac{1}{3} = -\frac{1}{6}$$

не выигр.

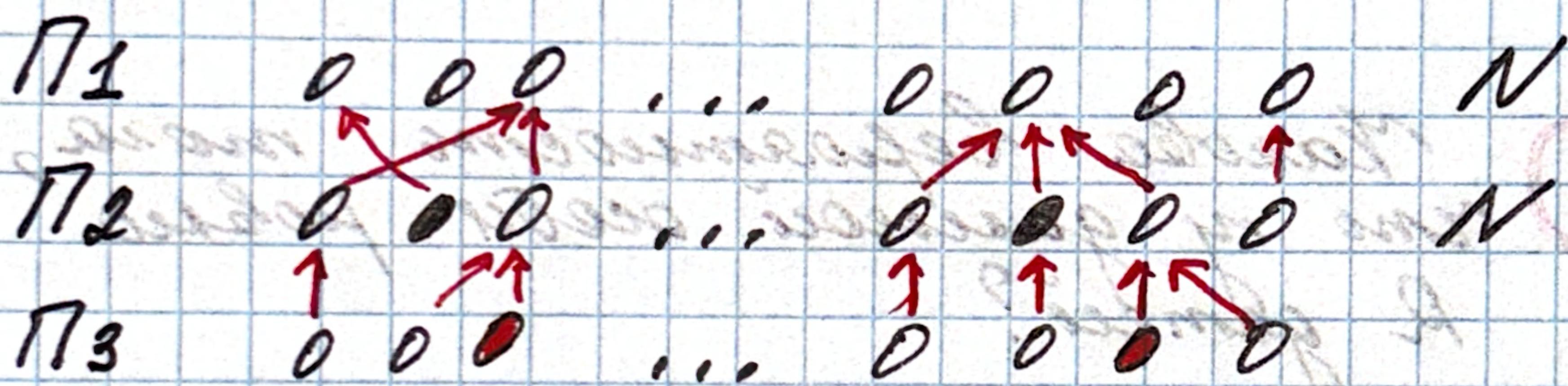
Бесконечный процесс 2 родитеља:

$$(-1) \cdot \frac{2}{3} + 2 \cdot \frac{1}{3} = 0$$
 чије је  
значење, да ће пропадати

Модел Райта - Фишера (~1920)  
(Райтова Јакшница)

- | Числовија – поколење не нафасавајуће  
– у кадару једни 1 родитељ

П – поколење, N – число особа



? Какове јединицествени су особи 0 и 1 икоју родитеља?

Ответ!  $\frac{1}{N}$

Дај! Задаче! В Python создамо

гда поколење, где  $N=100$ ;

много раз (for i in range (100500))

$p_1 = randint (0, 99)$  ← родитељ једни

$p_2 = randint (...)$  ← родитељ једни

“  
если  $p_1 = p_2$ , то  
counter  $t = 1$

print (counter / 100500)

одна из 100

? Какова вероятность того,  
что у **одного** бактерии?  
Что делает правильнее.

Ответ:  $\left(1 - \frac{1}{N}\right) \cdot \frac{1}{N}$

? Какова вероятность того,  
что у **группы** бактерий  
• Р генет?

Ответ: 1)  $p = \frac{1}{N}$  (вероятность  
членка)

2) Код-ло генет и  
каждый член  
протерапевтико не  
исключается из-за

3)  $\binom{N}{A} \cdot \frac{1}{N^A}$

4)  $E(X) = p \cdot N = 1$