Мельникова Дана

№1.

$U(x) = e^{-2x} - 2e^{-x}$

$m\ddot{x} = F = -U'(x)$

$m\ddot{x} + e^{-2x}\cdot(-2) - 2e^{-x}\cdot(-1) = 0$

$\frac{m\dot{x}^2}{2} + e^{-2x} - 2e^{-x} = E$

$-2e^{-2x} + 2e^{-x} = 0$

$2e^{-x}(-e^{-x} + 1) = 0$

$e^{-x} = 1$

$x = 0$

т. максимума на
⇓
нет сепаратрисы

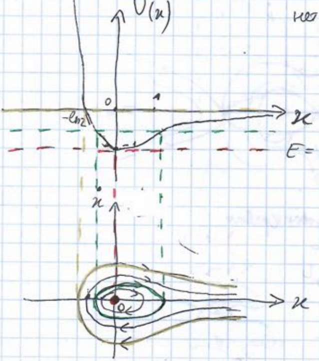
т. минимума
(0,0) особая точка (центр)

$f(x)$ — + → x
$f'(x)$ ↘ 0 ↗

$x = 0$
$y = -1$

$x \to +\infty$ | $x \to -\infty$
$y \to 0$ | $y \to +\infty$

$e^{-2x} - 2e^{-x} = 0$
$e^{-x}(e^{-x} - 2) = 0$
$e^{-x} = 2$
$-x = \ln 2$



$E = 0: \frac{m\dot{x}^2}{2} + e^{-2x} - 2e^{-x} = 0$

$\dot{x}^2 = \frac{2\cdot(2e^{-x} - e^{-2x})}{m}$

$\dot{x} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}\cdot(2e^{-x} - e^{-2x})}$

$(0, \pm\sqrt{\frac{2}{m}})$

$E = -\frac{1}{2}: \dot{x}^2 = \frac{2}{m}(-\frac{1}{2} + 2e^{-x} - e^{-2x})$

$\dot{x} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(-\frac{1}{2} + 2e^{-x} - e^{-2x})}$

$(0, \pm\sqrt{\frac{1}{m}})$

$E = -1:$

$\dot{x} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(-1 + 2e^{-x} - e^{-2x})}$

$(0, 0)$

$E = 1: \dot{x} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(1 + 2e^{-x} - e^{-2x})}$

$(0, \pm\frac{2}{\sqrt{m}})$

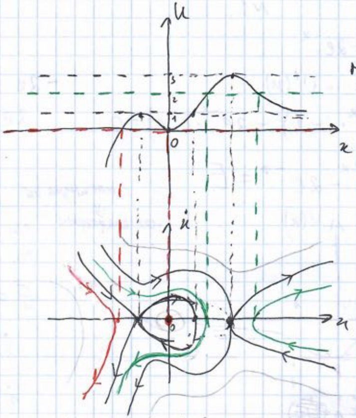
$E = -2 \quad \dot{x} = \pm\sqrt{\underbrace{\frac{2}{m}(-2 + 2e^{-x} - e^{-2x})}_{<0}}$

$E = -1$: 1 фазовая кривая (точка)

$E \in (-1, 0)$: 1 фазовая кривая (эллипс для $\forall E \in (-1, 0)$)

$E \geq 0$: 1 фазовая кривая для каждого $E \geq 0$

№2.



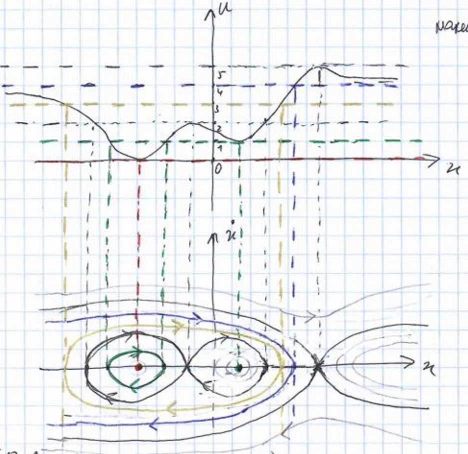
максим. означает сепаратр.

минимум
(0,0) особ.т. центр

	число фазовых кривых	
$E=0$	2	
$E=1$:	4	
$E=2$:	2	
$E=3$:	5	

N3.

максимум – сепаратр.



$E=0$: 1 • (изоб. минимум)

$E=1$: 2 + • эллипс вокруг точки •

$E=2$: 3 (3 комп. связн сепаратрис)

$E=3$: 1

$E=4$: 1

$E=5$: 5

№4.

$$E=\frac{m}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+U(x)=const$$

$$\frac{dx}{dt}=\pm\sqrt{\frac{2}{m}(E-U(x))}$$

Пусть x_0 – т. максимума $U(x)$

Разложим в ряд Тейлора в окр-ти x_0:

$$U(x)=U(x_0)+U'(x_0)(x-x_0)+\frac{U''(x_0)}{2!}\cdot(x-x_0)^2+o((x-x_0)^2)=$$

$$=\underset{U(x_0)}{\underset{\parallel}{E}}+\underset{\text{т.к. } U'(x_0)=0 \quad x_0 \text{ – т. макс}}{\underset{\uparrow}{0}}+\frac{U''(x_0)}{2}\cdot(x-x_0)^2+o((x-x_0)^2)$$

сепаратриса

$$t(x,x_0)=\int_0^t dt=\pm\int_{x_0}^{x_1}\frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m}(E-U(x))}}=\pm\int_{x_0}^{x_1}\frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m}\cdot\left(-\frac{U''(x_0)}{2}\cdot(x-x_0)^2+o((x-x_0)^2)\right)}}$$

$$=\pm\sqrt{\frac{m}{2}}\int_{x_1}^{x_0}\frac{dx}{\sqrt{\frac{U''(x_0)}{2}\cdot(x-x_0)^2+o((x-x_0)^2)}}$$

$$\int_{x_1}^{x_0}\frac{dx}{\sqrt{\frac{U''(x_0)}{2}\cdot(x-x_0)^2+o((x-x_0)^2)}} \text{ и } \int_{x_1}^{x_0}\frac{dx}{\sqrt{\frac{U''(x_0)}{2}(x-x_0)^2}}$$ одновременно сходятся или расходятся

т.к. $$\lim_{x\to x_0+0}\frac{\sqrt{\frac{U''(x_0)}{2}(x-x_0)^2}}{\sqrt{\frac{U''(x_0)}{2}(x-x_0)^2+o((x-x_0)^2)}}=1$$

$$\int_{x_1}^{x_0}\frac{dx}{\sqrt{\frac{U''(x_0)}{2}\cdot(x-x_0)^2}}=\pm\frac{1}{\sqrt{\frac{U''(x_0)}{2}}}\cdot\int_{x_1}^{x_0}\frac{dx}{x-x_0}=\pm\sqrt{\frac{2}{U''(x_0)}}\cdot\int_{x_1}^{x_0}\frac{dx}{x-x_0}=$$

$$=\pm\sqrt{\frac{2}{U''(x_0)}}\ln(x-x_0)\Big|_{x_1}^{x_0}=\pm\infty \Rightarrow \text{расходится}$$

$\Rightarrow$ двигаясь по сепаратрисе, частица никогда не достигнет положения неустойчивого равновесия.

№5.

II з. Н. $m\ddot{x} = F(x) = -\frac{\partial U}{\partial x}$ $\quad \ddot{x} = -\frac{\partial U}{\partial x \cdot m}$

ЗСЭ $\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E$

$$\dot{x}^2 = \frac{2(E-U(x))}{m}$$

По ф-ле Грина: $S = \int_{D} dx \wedge d\dot{x} = \int_{\partial D} \frac{1}{2}(x d\dot{x} - \dot{x} dx) =$

$$= \frac{1}{2}\int_0^T (x\cdot\ddot{x} - \dot{x}\cdot\dot{x})dt =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\int_0^T \left(x\cdot\left(-\frac{\partial U}{\partial x\cdot m}\right) - \dot{x}^2\right)dt =$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^T \left(x\cdot\left(-\frac{\partial U}{\partial x\cdot m}\right) - \frac{2(E-U(x))}{m}\right)dt$$

$$dS(E) = \frac{1}{2}\int_0^T -\left(\frac{2}{m}dE\right)dt = -\frac{1}{m}dE\cdot T$$

(Но т.к. ф-ла Грина применима когда путь против часовой стрелки, но фазовая кривая идёт по часовой стрелке,)

т.е. получаем

$$\Rightarrow T = \frac{m\cdot dS}{dE}$$

№6.

$F_x = yz - x \qquad F_y = xz - \alpha y \qquad F_z = \alpha xy + z$

необх. усл. потенциальности силы F

а) ① $\partial_x F_y = \partial_y F_x$ ② $\partial_y F_z = \partial_z F_y$ ③ $\partial_x F_z = \partial_z F_x$

По лемме Пуанкаре $\forall$ замкн. 1-форма в односвязном пр-ве ($\mathbb{R}^3_{одн}$) точна.

① $\partial_x F_y = z \qquad \partial_y F_x = z \qquad z = z$

② $\partial_y F_z = \alpha x \qquad \partial_z F_y = x \qquad \alpha x = x$

③ $\partial_x F_z = \alpha y \qquad \partial_z F_x = y \qquad \alpha y = y$

Получаем: $\alpha = 1$.

При $\alpha = 1$ сила $\vec{F}$ потенциальна

$\exists U(x,y) \quad \partial_x U = -F_x = x - yz \qquad (\alpha = 1)$

$\partial_y U = -F_y = y - xz$

$\partial_z U = -F_z = -xy - z$

$$U(x,y,z) = -\int (xy + z)\,dz = -xyz - \frac{z^2}{2} + c(x,y)$$

$$\partial_x U = -yz + \frac{\partial c(x,y)}{\partial x} = x - yz$$

$$\Rightarrow \frac{\partial c(x,y)}{\partial x} = x \Rightarrow c(x,y) = \frac{x^2}{2} + \tilde{c}(y)$$

$$U(x,y,z) = -xyz - \frac{z^2}{2} + \frac{x^2}{2} + \tilde{c}(y)$$

$$\partial_y U = -xz + \tilde{c}'(y) = y - xz$$

$$\Rightarrow \tilde{c}'(y) = y \Rightarrow \tilde{c}(y) = \frac{y^2}{2} + \tilde{\tilde{c}}$$

$$U(x,y,z) = -xyz - \frac{z^2}{2} + \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \tilde{\tilde{c}}$$

б) (*) $x^2 + y^2 = 1, \quad z = 0 \qquad M_1(1,0,0) \qquad M_2(0,1,0)$

$\vec{r}_1 = (\cos\varphi, \sin\varphi, 0) \qquad \varphi \in [0, \frac{\pi}{2}]$

$d\vec{r}_1 = (-\sin\varphi\, d\varphi, \cos\varphi\, d\varphi, 0)$

$$A_{\gamma_1} = \int_{\gamma_1} (\vec{F}, d\vec{r}_1) = \int_0^{\pi/2} \left((yz - x)\cdot(-\sin\varphi\, d\varphi) + (xz - \alpha y)(\cos\varphi\, d\varphi) + 0\right) =$$

$$= \int_0^{\pi/2} \left((0-\cos\varphi)(-\sin\varphi\, d\varphi) + (0-\alpha\sin\varphi)\cos\varphi\, d\varphi\right) =$$

$$= \int_0^{\pi/2} \left(\cos\varphi\sin\varphi\, d\varphi - \alpha\sin\varphi\cos\varphi\, d\varphi\right) = \int_0^{\pi/2} \cos\varphi\sin\varphi(1-\alpha)\, d\varphi =$$

$$= \frac{1-\alpha}{2}\int_0^{\pi/2} \sin 2\varphi\, d\varphi = \frac{1}{2}\cdot\frac{1-\alpha}{2}\cdot\left((-\cos 2\varphi)\right)\Big|_0^{\pi/2} = \frac{1-\alpha}{4}(-\cos\pi+\cos 0) =$$

$$= \frac{1-\alpha}{4}\cdot 2 = \boxed{\frac{1-\alpha}{2}}$$

(**) $x^2+y^2=1$ $\quad z = 2\varphi/\pi$ $\quad tg\,\varphi = y/x$ $\quad M_1(1,0,0)$ $\quad M_2(0,1,1)$

$\vec{r}_2 = (\cos\varphi, \sin\varphi, \frac{2\varphi}{\pi})$ $\quad \varphi\in[0, \frac{\pi}{2}]$

$d\vec{r}_2 = (-\sin\varphi\, d\varphi, \cos\varphi\, d\varphi, \frac{2}{\pi}d\varphi)$

$$A_{\gamma_2} = \int_{\gamma_2}(F, d\vec{r}_2) = \int_0^{\pi/2}\left((yz-x)(-\sin\varphi\, d\varphi) + (xz-\alpha y)(\cos\varphi\, d\varphi) +\right.$$

$$\left. + (\alpha xy + z)\frac{2}{\pi}d\varphi\right) = \int_0^{\pi/2}\left((\frac{2\varphi}{\pi}\sin\varphi - \cos\varphi)\cdot(-\sin\varphi\, d\varphi) +\right.$$

$$\left. + (\frac{2\varphi}{\pi}\cdot\cos\varphi - \alpha\sin\varphi)\cos\varphi\, d\varphi + (\alpha\sin\varphi\cos\varphi + \frac{2\varphi}{\pi})\cdot\frac{2}{\pi}d\varphi\right) =$$

$$= -\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}\varphi\sin^2\varphi\, d\varphi + \int_0^{\pi/2}\cos\varphi\sin\varphi\, d\varphi + \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}\varphi\cos^2\varphi\, d\varphi - \alpha\int_0^{\pi/2}\sin\varphi\cos\varphi\, d\varphi +$$

$$+ \frac{2\alpha}{\pi}\int_0^{\pi/2}\sin\varphi\cos\varphi\, d\varphi + \frac{4}{\pi^2}\int_0^{\pi/2}\varphi\, d\varphi = ⊛$$

Посчитаем отдельно: $\int_0^{\pi/2}\varphi\sin^2\varphi\, d\varphi =$

$$= \int_0^{\pi/2}\varphi\,\frac{1-\cos 2\varphi}{2}\, d\varphi = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}\varphi\, d\varphi - \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}\varphi\cos 2\varphi\, d\varphi =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{\varphi^2}{2}\Big|_0^{\pi/2} - \frac{1}{4}\int_0^{\pi/2} \varphi\, d\sin 2\varphi = \frac{1}{4}\cdot\frac{\pi^2}{4} - \frac{1}{8}\sin 2\varphi\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4}$$

$$\int_0^{\pi/2}\varphi\cos^2\varphi = \int_0^{\pi/2}\varphi(1-\sin^2\varphi)\, d\varphi = \int_0^{\pi/2}\varphi\, d\varphi - \int_0^{\pi/2}\varphi\sin^2\varphi\, d\varphi = \frac{\varphi^2}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{\pi^2}{16} = \frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{4}$$

$$\int_0^{\pi/2}\sin\varphi\cos\varphi\, d\varphi = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}\sin 2\varphi\, d\varphi = \frac{1}{4}\cdot(-\cos 2\varphi)\Big|_0^{\pi/2} = \frac{1}{4}(1+1) = \frac{1}{2}$$

$$\int_0^{\pi/2}\varphi\, d\varphi = \frac{\varphi^2}{2} = \frac{\pi^2}{8}$$

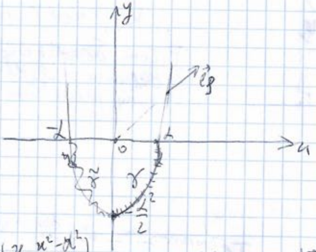
$$⊛ = -\frac{2}{\pi}\cdot\frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\cdot\frac{\pi^2}{16} - \alpha\cdot\frac{1}{2} + \frac{2\alpha}{\pi}\cdot\frac{1}{2} + \frac{4}{\pi^2}\cdot\frac{\pi^2}{8} = \boxed{1 - \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{\pi}}$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad +(-\frac{1}{2\pi})$ $\quad \frac{1}{2\pi}$

N 7.

$$y = \frac{x^2 - \alpha^2}{2}$$

$$F = -k\rho\,\vec{e}_\rho \qquad \rho = \sqrt{x^2+y^2}$$



$\vec{r} = \left(x, \frac{x^2-\alpha^2}{2}\right) \qquad x \in [0, \alpha] \qquad d\vec{r} = (1, x)$

$e_\rho = \left(\frac{x}{\rho}, \frac{y}{\rho}\right) \Rightarrow \vec{F}_{упр} = -k\rho\left(\frac{x}{\rho}, \frac{y}{\rho}\right) = -k(x, y)$

$$A_\gamma = \int_\gamma (\vec{F}_{упр}, d\vec{r}) = -k\int_0^\alpha (x + xy)\,dx =$$

$$= -k\int_0^\alpha \left(x\left(1 + \frac{x^2-\alpha^2}{2}\right)\right)dx = -k\left(\frac{x^2}{2}\Big|_0^\alpha + \frac{x^4}{4\cdot 2}\Big|_0^\alpha - \frac{\alpha^2}{2}\cdot\frac{x^2}{2}\Big|_0^\alpha\right) =$$

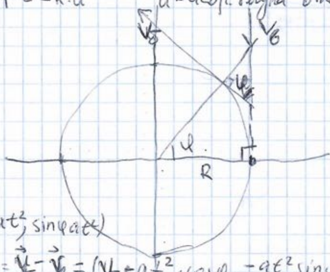
$$= -k\cdot\left(\frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^4}{8} - \frac{\alpha^4}{4}\right) = -k\cdot\frac{4\alpha^2 + \alpha^4 - 2\alpha^4}{8} = -k\cdot\left(\frac{\alpha^2}{2} - \frac{\alpha^4}{8}\right)$$

для $\tilde{\gamma}$ аналог.

№8.

$R \quad v \quad V_в = at^2$

$\vec{F} = -K\cdot\vec{u}$ $\quad u$ - скор. бегуна относ. воздуха



Пусть $V_б$ - скор. бегуна

$V_в$ - скор. ветра

Работа бегуна равна по величине и противоп. по знаку работе силе сопр.

$\vec{\tau} = (v_б, 0)$

$\vec{v}_в = (\cos\varphi \cdot at^2, \sin\varphi\, at^2)$

$\vec{u} = \vec{v}_{отн} = \vec{v}_б - \vec{v}_в = (v_б + at^2\cdot\cos\varphi, \ -at^2\sin\varphi)$

$d\vec{z} = (v_б dt, 0)$

T ← сколько бегал по времени

$A = \int\limits_0 (\vec{F}_{сопр}, d\vec{z}) = -K\int\limits_0 (v_б^2 + v_б\, at^2\cos\varphi)\,dt$

работа силы на окр-ти

$\varphi R = V_б\cdot t \qquad t = \frac{\varphi R}{v_б} \qquad dt = \frac{R}{v_б}d\varphi$

длина дуги

$A = -K\int\limits_0^{2\pi}\left(v_б^2 + \frac{a\varphi^2R^2\cdot v_б}{v_б^2}\cos\varphi\right)\frac{R}{v_б}d\varphi =$

$= -K\cdot\frac{a\cdot R^3}{v_б^2}\int\limits_0^{2\pi}\varphi^2\cos\varphi\, d\varphi - K\cdot R\cdot v_б\int\limits_0^{2\pi}d\varphi =$

$= -K\frac{aR^3}{v_б^2}\int\limits_0^{2\pi}\varphi^2 d\sin\varphi - KRv_б\cdot\varphi\Big|_0^{2\pi} =$

$= -K\cdot\frac{aR^3}{v_б^2}\left(\varphi^2\sin\varphi\Big|_0^{2\pi} - \int\limits_0^{2\pi}\sin\varphi\, d\varphi^2\right) - KRv_б\cdot 2\pi =$

$= -K\frac{aR^3}{v_б^2}\cdot\left(-2\int\limits_0^{2\pi}\varphi\sin\varphi\, d\varphi\right) - 2\pi KRv_б =$

$= -\frac{2KaR^3}{v_б^2}\cdot\int\limits_0^{2\pi}\varphi\, d\cos\varphi - 2\pi KRv_б =$

$= \frac{-2KaR^3}{v_б^2}\cdot\left(\varphi\cos\varphi\Big|_0^{2\pi} - \int\limits_0^{2\pi}\cos\varphi\, d\varphi\right) - 2\pi KRv_б =$

$= \frac{-2KaR^3}{v_б^2}\cdot\left(2\pi - \sin\varphi\Big|_0^{2\pi}\right) - 2\pi KRv_б = -\frac{4\pi KaR^3}{v_б^2} - 2\pi KRv_б$

$A_б = \frac{4\pi KaR^3}{v_б^2} + 2\pi KRv_б$

экстремум

$\frac{\partial A_{бегуна}}{\partial v_б} = 2\pi KR - \frac{8\pi KaR^3}{v_б^3} = 0 \qquad 1 - \frac{4aR^2}{v_б^3} = 0 \Rightarrow \boxed{v_б = \sqrt[3]{4aR^2}}$

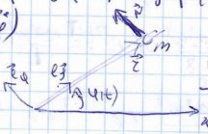
№9.

$$\vec{r} = \rho \cdot \vec{e}_\rho$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{\rho}\vec{e}_\rho + \rho\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi$$

$$\ddot{\vec{r}} = \ddot{\rho}\vec{e}_\rho + \dot{\rho}\cdot\dot{\varphi}\cdot\vec{e}_\varphi + \dot{\rho}\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi + \rho\ddot{\varphi}\vec{e}_\varphi + \rho\dot{\varphi}\cdot(-e_\rho\cdot\dot{\varphi}) =$$

$$= \vec{e}_\rho(\ddot{\rho} - \rho\cdot\dot{\varphi}^2) + \vec{e}_\varphi(2\dot{\rho}\dot{\varphi} + \rho\ddot{\varphi})$$



$m\ddot{\vec{r}} = \vec{N}$

углов.скор $\dot{\varphi} = \omega$

равном $\ddot{\varphi} = 0$

$$\vec{e}_\rho : \quad m(\ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2) = 0$$

$$\vec{e}_\varphi : \quad m(2\dot{\rho}\dot{\varphi} + \rho\ddot{\varphi}) = N$$

$$\Rightarrow \ddot{\rho} = \rho\dot{\varphi}^2 \qquad \rho_{(t)} = C_1\cdot e^{\omega t} + C_2\cdot e^{-\omega t}$$

$\rho(0) = a$ $\quad \dot{\rho}(0) = 0$

$\Rightarrow C_1 + C_2 = a$ $\quad \omega C_1 e^{0} - \omega C_2 e^{0} = 0$

$\Rightarrow C_1 = C_2$

$$\underline{C_1 = C_2 = \frac{a}{2}}$$

$$\rho(t) = \frac{a}{2}e^{\omega t} + \frac{a}{2}\cdot e^{-\omega t}$$

$$\dot{\rho}(t) = \frac{a\omega}{2}e^{\omega t} - \frac{a\omega}{2}e^{-\omega t}$$

$$\underline{\vec{N}} = \left(0,\ m\left(2\cdot\left(\frac{a\omega}{2}\cdot e^{\omega t} - \frac{a\omega}{2}\cdot e^{-\omega t}\right)\cdot\omega + 0\right)\right) =$$

$$= (0,\ m(a\omega\cdot e^{\omega t} - a\omega\cdot e^{-\omega t})\cdot\omega) = (0, \boxed{ma\omega^2(e^{\omega t} - e^{-\omega t})})$$

$$d\vec{r} = (\dot{\rho}dt,\ \rho\omega dt)$$

$$A_N = \int_0^T ma\omega^2(e^{\omega t} - e^{-\omega t})\cdot\rho_{(t)}\omega dt =$$

$$= \int_0^T ma\omega^3(e^{\omega t} - e^{-\omega t})\cdot\left(\frac{a}{2}e^{\omega t} + \frac{a}{2}\cdot e^{-\omega t}\right)dt =$$

$$= \int_0^T \frac{ma^2\omega^3}{2}(e^{\omega t} - e^{-\omega t})(e^{\omega t} + e^{-\omega t})dt = \frac{ma^2\omega^3}{2}\int_0^T (e^{2\omega t} - e^{-2\omega t})dt =$$

$$= \frac{ma^2\omega^3}{2}\cdot\left(\frac{1}{2\omega}\cdot e^{2\omega t}\Big|_0^T + \frac{1}{2\omega}e^{-2\omega t}\Big|_0^T\right) =$$

$$= \frac{ma^2\omega^3}{2}\cdot\frac{1}{2\omega}(e^{2\omega T} - 1 + e^{-2\omega T} - 1) = \boxed{\frac{ma^2\omega^2}{4}(e^{2\omega T} + e^{-2\omega T} - 2)}$$

б) $T_{кин} = \frac{m\dot{\vec r}^2}{2} = \frac{m}{2}\cdot(\dot\rho^2+\rho^2\dot\varphi^2) = \frac{m}{2}(\dot\rho^2+\rho^2\omega^2)$

$\underline{\underline{\Delta T}} = T_{кин}(T) - T_{кин}(0) =$

$= \frac{m}{2}\left(\frac{a^2\cdot\omega^2}{4}(e^{2\omega T} - 2 + e^{-2\omega T}) + \frac{\omega^2 a^2}{4}(e^{2\omega T}+2+e^{-2\omega T})\right)$

$\ominus \frac{m}{2}(\underbrace{\cancel{\dot\rho^2(0)}}_{0} + \rho^2(0)\cdot\omega^2) = \frac{ma^2\omega^2}{4}(e^{2\omega T} - e^{-2\omega T}) - \frac{ma^2\omega^2}{2} =$

$= \frac{ma^2\omega^2}{4}(e^{2\omega T}+e^{-2\omega T}-2) = \underline{\underline{A_{\vec N}}}$