

Механика КР В2.

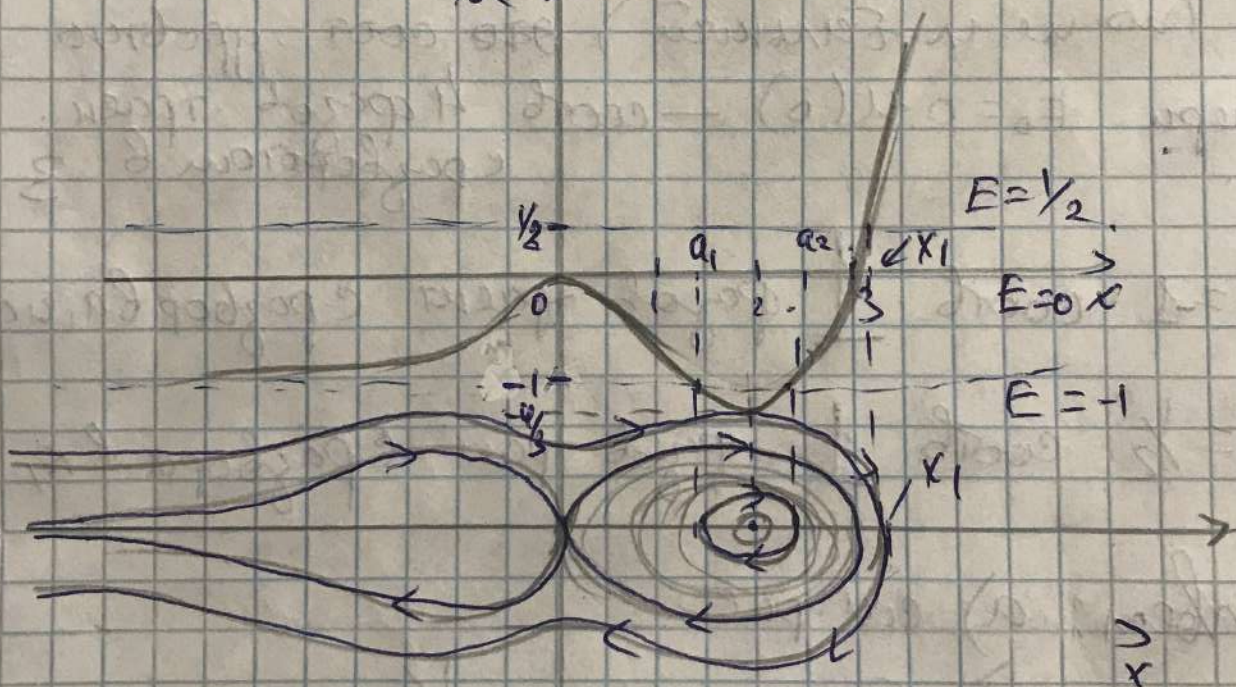
а) см Задача 1.
кр В1.

б) $m = M$ $\ddot{x}_2 = \ddot{x}_1$

$$\begin{cases} m\ddot{x}_2 = mg - N - T \\ m\ddot{x}_1 = mg + N - 3T \end{cases} \Rightarrow -2N + 2T \Rightarrow \boxed{N = T}$$

Задача 2

$$U(x) = \begin{cases} e^{-x^2} - 1 & x \leq 0 \\ \frac{1}{3}x^2(x-3) & x > 0. \end{cases}$$



$$U'(x) = \begin{cases} 2xe^{-x^2} & x \leq 0 \\ x^2 - 2x & x > 0 \end{cases} \leftarrow U'(x) = 0 \text{ при } x = 0$$

$$U(2) = \frac{2^3}{3} - 2^2 = \frac{8}{3} - 4 = \frac{8-12}{3} = -\frac{4}{3}$$

Комментарии

1) $U(x)$ имеет локальный минимум (но не глобальный) в z . Это соответствует уровню ~~$E = -1$~~ $E = -1$ $\in U(z)$. \nearrow Это положение устойчивого равновесия

~~$E = -1/3$~~ $E = -1/3 = -1/3 = U(z)$

Этому уровню энергии соответствует 1 фазовая кривая-траектория — точка устойчивого равновесия.

2) $U(x)$ имеет локальный максимум в $\tau = 0$. (но не глобальный) это соответствует уровню энергии $E_0 = 0 = U(0)$ — соответ. 4 фазовых траект. с разворотом в z .

$E = -1$ соответствует 1 фазовая траект. с разворотом в z .

$E = 1/2$ соответствует 1 фазовая траект. с разворотом в x .

Ответ: а) см. рис.

б) $E = -1 \quad 1/2 \quad 0$
 $\# \text{ фаз} = 1 \quad 1 \quad 4$

2. Aufgabe 3

$$F_x = yz - y^2 + \alpha z$$

$$F_y = xz + 2\alpha xy$$

$$F_z = xy + \alpha x + z$$

a) $(t^2, t, t) \quad t \in [0, 1]$

$$d\vec{r} = (2t dt, dt, dt)$$

$$\begin{aligned} A_{\vec{r}} &= \int_0^1 \left\{ (t^2 - t^2 + \alpha t) 2t dt + (t^3 t - 2\alpha t^2 t) dt + \right. \\ &\quad \left. + (t^2 t + \alpha t^2 + t) dt \right\} = \int_0^1 (3\alpha t^2 + 2(1-\alpha)t^3 + t) dt = \\ &= \left(t^3 + \frac{(1-\alpha)t^4}{2} + \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = 1 + \frac{1-\alpha}{2} = \frac{2+\alpha}{2} \end{aligned}$$

$$8) \partial_x F_y = \partial_y F_x$$

$$\partial_x F_z = \partial_z F_x$$

$$\partial_y F_z = \partial_z F_y$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = 1}$$

$$z - 2xy = z - 2y \Rightarrow \alpha = 1$$

$$y + \alpha = y + \alpha \Rightarrow \alpha \text{ correct}$$

$$x = x \Rightarrow \alpha \text{ correct}$$

$$dU = -(\vec{F}, d\vec{r}) = -(yz - y^2 + z)dx -$$

$$-(xz - 2xy)dy - (xy + x + z)dz =$$

$$= -d(yzx - y^2x + zx + \frac{z^2}{2}) \Rightarrow U = -xyz + y^2x - zx + C - \frac{z^2}{2}$$

Задача 4.

$$a) F_p = p(p+1)f(\varphi) \quad F_\varphi = g(p) \cos \varphi \sin^3 \varphi$$

$$\partial_\varphi F_p = \partial_p (\varphi F_\varphi)$$

$$p(p+1)f'(\varphi) \quad \cos \varphi \sin^3 \varphi (g(p) + p g'(p)) \quad | \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f'(\varphi) = A \cos \varphi \sin^3 \varphi$$

$$p(p+1) = B (g(p) + p g'(p))$$

$$A \cdot B = 1 \Rightarrow A = 1/B$$

$$f(\varphi) = A \left(\frac{\sin^4 \varphi}{4} + c_1 \right)$$

$$g(\rho) = \frac{\rho_2}{\rho} + \frac{\rho^2}{3 \cdot B} + \frac{\rho}{2B}$$

$$F_\rho = A \rho (\rho + 1) \left(\frac{\sin^4 \varphi}{4} + c_1 \right)$$

$$A \rho \left(\frac{\rho}{3} + \frac{1}{2} \right) \cos \varphi \sin^3 \varphi$$

$$F_\varphi = \left(\frac{\rho_2}{\rho} + \frac{\rho^2 A}{3B} + \frac{\rho A}{2} \right) \cos \varphi \sin^3 \varphi$$

$c_2 = 0$ при $\rho = 0$ тогда было меньше.

$$\delta) -\partial_\rho u = F_\rho = A \rho (\rho + 1) \left(\frac{\sin^4 \varphi}{4} + c_1 \right)$$

$$-u = A \left(\frac{\rho^3}{3} + \frac{\rho^2}{2} \right) \left(\frac{\sin^4 \varphi}{4} + c_1 \right) + f(\varphi)$$

$$-\partial_\varphi u = \rho F_\varphi = A \rho^2 \left(\frac{\rho}{3} + \frac{1}{2} \right) \cos \varphi \sin^3 \varphi$$

$$A \left(\frac{\rho^3}{3} + \frac{\rho^2}{2} \right) \sin^3 \varphi \cos \varphi \Rightarrow f'(\varphi) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u = -A \rho^2 \left(\frac{\rho}{3} + \frac{1}{2} \right) \left(\frac{\sin^4 \varphi}{4} + c_1 \right) + c_2$$

A, ρ_1, c_2 - конст.
 $A \neq 0$