17:40.

мат. т. в $\mathbb{R}^2$ движ под действ F: $\vec{F} = (F_x, F_y)$

$\forall x, y \in \mathbb{R}$: $\begin{cases} F_x = -2xy - \dfrac{(1+x)^2}{1+x^2} \\ F_y = -x^2 + \dfrac{2y}{1+y^2} \end{cases}$

а) Показать: $\vec{F}$ - потенциальна $\Rightarrow$ найти $U(x,y) = ?$

б) Работа $\vec{F}$ при движ. по дуге окр

$x^2 + y^2 = 1$ от $P(1,0)$ до $Q(0,1)$ $= ?$

а) $\dfrac{\partial F_y}{\partial x} = \dfrac{\partial F_x}{\partial y}$ (*)

$\dfrac{\partial F_y}{\partial x} = -2x$

$\Rightarrow$ (*) выполнено

$\dfrac{\partial F_x}{\partial y} = -2x$

пр-во $\mathbb{R}^2$ односвязно $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ по лемме Пуанкаре (*) явл-ся достаточным условием $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ сила $\vec{F}$ потенциальна.

$\exists U(x,y)$: $\dfrac{\partial U}{\partial x} = -F_x = 2xy + \dfrac{(1+x)^2}{1+x^2}$

$\dfrac{\partial U}{\partial y} = -F_y = x^2 - \dfrac{2y}{1+y^2}$

$\int \left(1 + \dfrac{2x}{1+x^2}\right) dx = x + \int \dfrac{dx^2}{1+x^2}$

$U(x,y) = + \int dx \left(2xy + \dfrac{(1+x)^2}{1+x^2}\right) = \cancel{2} y \dfrac{x^2}{\cancel{2}} + \int \dfrac{(1+x)^2}{1+x^2} dx =$

$= x^2 y + \ln(x^2+1) + x + C(y)$

$$\cancel{x^2} + C'(y) = \cancel{x^2} - \frac{2y}{1+y^2}$$

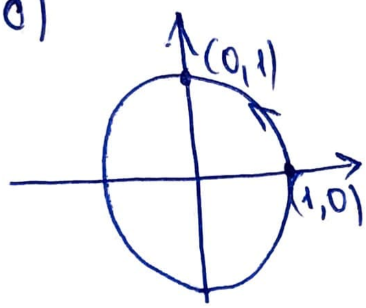
$$C'(y) = -\frac{2y}{1+y^2}$$

$$-\int \frac{dy^2}{1+y^2}$$

$$C(y) = -2\int \frac{y}{1+y^2}\,dy = -\ln(y^2+1) + C$$

$$\boxed{U(x,y) = x^2 y + \ln(x^2+1) + x - \ln(y^2+1) + C}$$

б)



Т.к. сила потенциальна

$$A = U_н - U_к =$$

$$= U(1,0) - U(0,1) = \ln 2 + 1 - \ln 2 = 1.$$