Домашнее задание № 2

Уравнения, неразрешенные относительно производной, параметр, фазовые портреты

Дата сдачи задания: 17.11.2020

Рекомендация. В задачнике А.Ф. Филиппова "Сборник задач по дифференциальным уравнениям" имеется краткое изложение основных методов интегрирования предложенных ниже задач. Теория и полезные приемы представлены в начале каждого тематического раздела задачника.

Найдите семейство решений приведенных ниже уравнений, получите вид дискриминантной кривой и найдите особые решения, если они есть.

$$1. \qquad x\frac{dy}{dx} - y = \ln\frac{dy}{dx}$$

$$2. \qquad x \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 2y \frac{dy}{dx} + x = 0$$

$$3. \qquad \frac{dy}{dx}\left(x - \ln\frac{dy}{dx}\right) = 1$$

Найдите разложение решений приведенных ниже уравнений в ряд по параметру μ до слагаемых второго порядка (то есть, найдите слагаемые нулевого и первого порядка).

4.
$$\frac{dy}{dx} = y^2 + \frac{2\mu}{x}, \quad y(1) = \mu - 1$$

5.
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4ty^2 \\ \frac{dy}{dt} = 1 + 5\mu x \end{cases} x(0) = 0, \ y(0) = 0$$

Исследуйте фазовый портрет приведенных ниже линейных систем вблизи особой точки: определите тип особой точки и приведите чертеж фазовых кривых в ее окрестности.

6.
$$\frac{dx}{dt} = x + 3y \qquad \frac{dy}{dt} = x - y$$

7.
$$\frac{dx}{dt} = 6y - 9x \qquad \frac{dy}{dt} = 4x - 11y$$

8.
$$\frac{dx}{dt} = 2y - x \qquad \frac{dy}{dt} = 5y - 5x$$

9.
$$2\frac{dx}{dt} = x - 2y$$
 $2\frac{dy}{dt} = 2x - 3y$

10.
$$\frac{dx}{dt} = 13x - 20y$$
 $\frac{dy}{dt} = 10x - 15y$

11.
$$\frac{dx}{dt} = 2y - x \qquad \frac{dy}{dt} = y - x$$

12.
$$\frac{dx}{dt} = x + 4y \qquad \frac{dy}{dt} = 5y - x$$