

ВОПРОСЫ БИЛЕТОВ К КОЛЛОКВИУМУ ПО КУРСУ  
«ГЛАДКИЕ МНОГООБРАЗИЯ»  
*1 модуль, октябрь 2020*

1. Регулярные кривые, замена параметризации, длина кривой.
2. Формулировка теоремы о неявной функции (одномерный вариант). Определение подмногообразия  $\mathbb{R}^2$  и различие этого понятия с общим понятием подмногообразия. Примеры подмногообразий.
3. Формулировка теоремы о неявно заданном отображении. Теорема об обратной функции. Производная неявной функции. Определение подмногообразия  $\mathbb{R}^n$  и примеры подмногообразий.
4. Теорема об обратной функции. Подмногообразия  $\mathbb{R}^n$ : эквивалентность трёх определений. Примеры подмногообразий.
5. Топологическое многообразие, понятия карты и атласа.
6. Гладкое многообразие, гладкий атлас, гладкая структура.
7. Ориентация на многообразии, ориентирующие атласы. Эквивалентность ориентирующих атласов. Примеры ориентирующего и неориентирующего атласов одного многообразия.
8. Существование на ориентируемом многообразии ровно двух различных ориентаций.
9. Формулировка критерия ориентируемости многообразия с помощью цепочки карт. Пример неориентируемого многообразия.
10. Критерий ориентируемости многообразия с помощью цепочки карт с доказательством достаточности.
11. Критерий ориентируемости многообразия с помощью цепочки карт с доказательством необходимости.
12. Многообразие с краем (определение, корректность). Пример многообразия с непустым краем с обоснованием.
13. Край многообразия с краем является многообразием без края той же гладкости и на единицу меньшей размерности, чем само многообразие. Пример.
14. Ориентация края, согласованная с ориентацией многообразия. Пример для поверхности в  $\mathbb{R}^n$ .
15. Касательные векторы к многообразию как классы эквивалентности путей (определение, корректность, структура векторного пространства).
16. Гладкие функции на многообразии и гладкие отображения многообразий, диффеоморфизм (определения). Индуцированные ими гомоморфизмы и изоморфизмы алгебр гладких функций на многообразиях.
17. Касательный вектор как дифференцирование (определение и корректность).
18. Дифференциал отображения (определение, выражение в координатах). Пример.
19. Индуцированное отображение  $F^*$  кокасательных пространств. Выражение в координатах.
20. Касательное расслоение к многообразию как многообразие (описание атласа).

## Список литературы

- [1] С.М. НАТАНЗОН, *Введение в теорию гладких многообразий* // МЦНМО, 2020.
- [2] В.А. ЗОРИЧ, *Математический анализ II* // МЦНМО, 2012.
- [3] И.А. ТАЙМАНОВ, *Лекции по дифференциальной геометрии* // R&C Dynamics, 2006, Москва-Ижевск.
- [4] Ф. УОРНЕР, *Основы теории гладких многообразий и групп Ли* // Бибфизмат, 1987.
- [5] Р. НАРАСИМХАН, *Анализ на вещественных и комплексных многообразиях* // МИР, 1971.