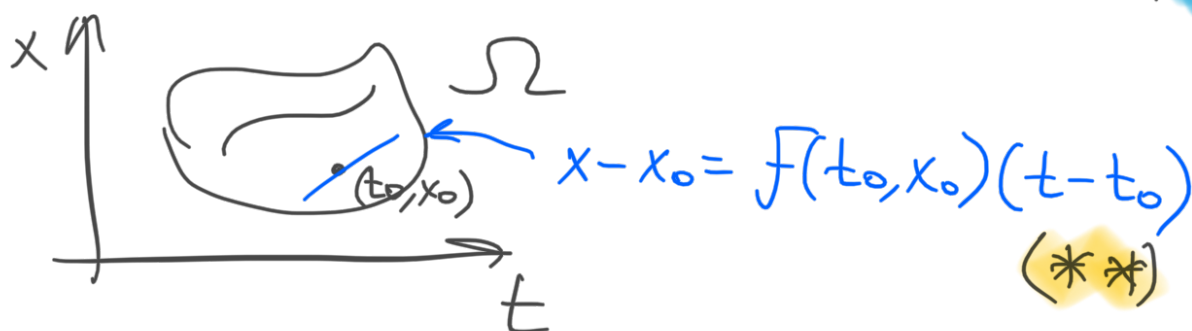


8 БУНЕТ

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ ВЗГЛЯД НА ДУ

$$\dot{x} = f(t, x)$$

$$f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n \quad (*)$$



Ω -РАСШИРЕННОЕ ФАЗОВОЕ

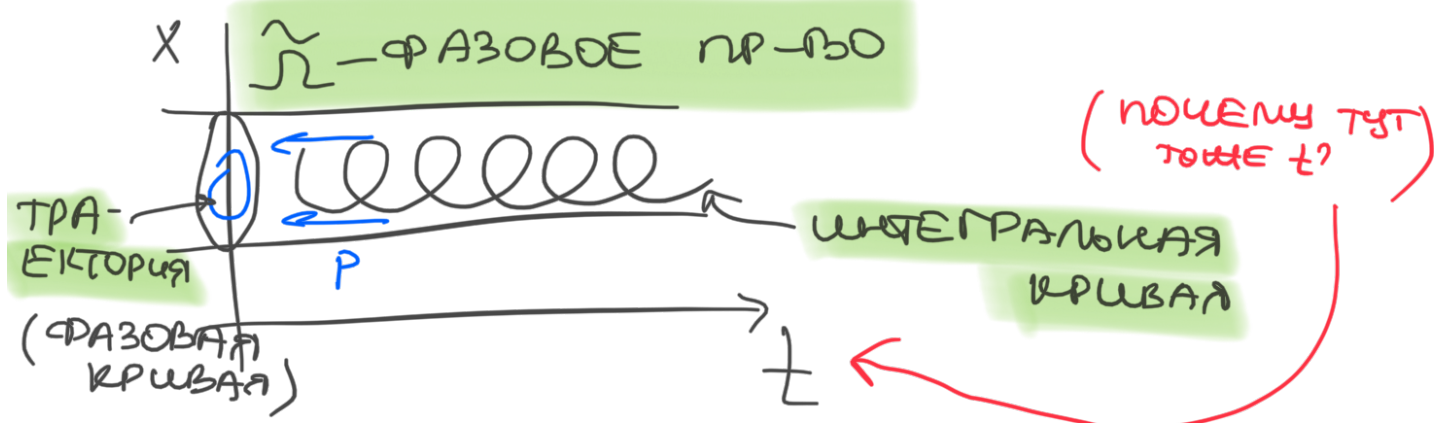
ПРОСТРАНСТВО (= ФАЗОВОЕ ПР-ВО, ДОПОЛ-
НЕННОЕ КООРДИНАТОЙ t)

$x(t)$ — РЕШ-ЩЕ

КРИВАЯ $\{(t, x(t))\}$ — ИНТЕГРАЛЬНАЯ
КРИВАЯ

ДЛЯ АВТОНОМНЫХ ДУ:

$$\dot{x} = f(x) \quad f: \tilde{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}^n$$



$$\Omega = \mathbb{R} \times \tilde{\Omega}$$

Опр. (интернет) ФАЗОВОЕ ПР-ВО — это ПР-ВО, ТОЧКА В КОТОРОМ ОПИСЫВАЕТ СОСТОЯНИЕ ВСЕЙ СИСТЕМЫ В ФИКСИРОВАННОМ МОМЕНТ ВРЕМЕНИ

ПРЕДЛОЖЕНИЕ: ИНТЕГРАЛЬНЫЕ КРИВЫЕ (*) = КРИВЫЕ, КАСАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫХ (**) В КАЖДОЙ СВОЕЙ ТОЧКЕ (t_0, x_0)

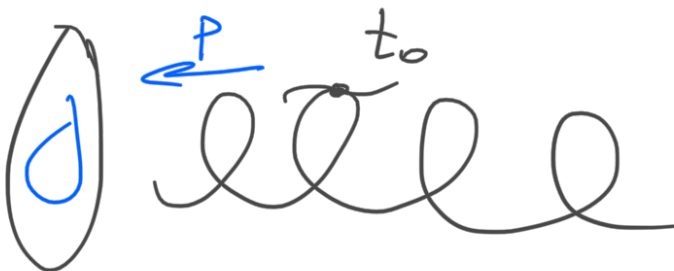
Л-ВО: КАС. ВЕКТОР К ИНТЕГ. КРИВОЙ;

$$(1, \dot{x}_1(t_0), \dots, \dot{x}_n(t_0)) = (1, f_1(t_0, x_0), \dots, f_n(t_0, x_0))$$

ЛЕММА. Пусть $f \in C^1(\tilde{\Omega})$. ТОГДА

ТРАЕКТОРИИ $\dot{x} = f(x)$ НЕ ПЕРЕСЕКАЮТСЯ И ЗАПОЛНЯЮТ ВСЕ ФАЗОВОЕ ПР-ВО $\tilde{\Omega}$

Л-ВО:

• ЗАПОЛНЯЮТ: 

(ПРОЕЦИЯ КАСАТ. И ЕСТЬ ТРАЕКТОРИЯ)

- НЕ ПЕРЕСЕК.: Пусть x, \tilde{x} — РЕШЕНИЯ
 $\dot{x} = f(x) \quad x(t_0) = \tilde{x}(\tilde{t}_0) = x_0$

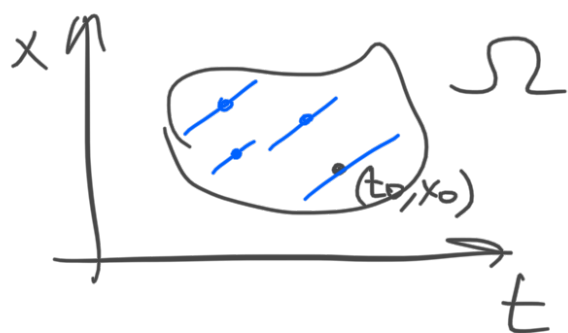
ТОГДА $\bar{x}(t) = \tilde{x}(t - t_0 + \tilde{t}_0)$

\bar{x} — ТОЖЕ РЕШЕНИЕ

$$\bar{x}(t_0) = \tilde{x}(\tilde{t}_0) = x_0$$

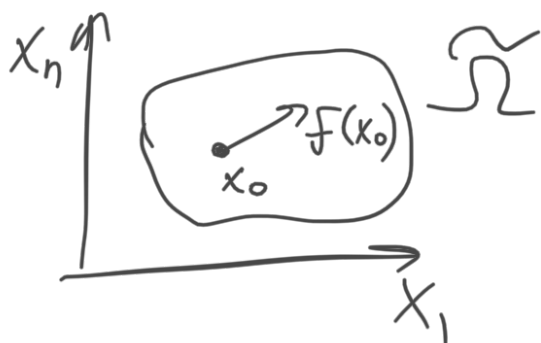
Т. Е. x, \bar{x} — РЕШЕНИЯ ОДНОГО З. КОШИ

$\Rightarrow x \equiv \bar{x} \Rightarrow$ ТРАЕКТОРИИ x, \bar{x} СОВПАДАЮТ
 ПО ТРАЕКТОРИИ \bar{x}, \tilde{x} СОВП. ПО ПОСТРОЕНИЮ



ПОЛЕ НАПРАВЛЕНИЙ;
 ДЛЯ КАЖДОЙ ТОЧКИ
 Ω ЗАДАНА ПРЯМАЯ,
 ПРОХОДЯЩАЯ ЧЕРЕЗ
 НЕЁ.

АВТОНОМНЫЙ СЛУЧАЙ:



ВЕКТОРНОЕ ПОЛЕ; В
 КАЖДОЙ ТОЧКЕ
 ЗАДАН ВЕКТОР