

Алгебра, семинар №5

ВШЭ, осень, первый курс

1. Найдите все неприводимые многочлены степени не выше 5 с коэффициентами в поле \mathbb{F}_2 .
2. Найдите все неприводимые многочлены степени не выше 3 с коэффициентами в поле \mathbb{F}_3 .
3. Постройте какое-нибудь поле \mathbb{F} из 9 элементов. Для такого поля найдите элемент $x \in \mathbb{F}$, такой, что любой ненулевой $y \in \mathbb{F}$ представим в виде x^k .
4. Постройте какое-нибудь поле из 4 элементов и опишите все его автоморфизмы (гомоморфизмы в себя).
5. Докажите, что а). над любым (в том числе конечным) полем имеется бесконечно много неприводимых многочленов. б). над полем \mathbb{F}_p имеется неприводимый многочлен любой степени.
6. Докажите, что любой гомоморфизм из поля в произвольное кольцо является вложением.
7. Докажите, что натуральное число p просто тогда и только тогда, когда $(p-1)! + 1$ делится на p .
8. Какие значения в \mathbb{F}_p принимают многочлены $x^p - x$, x^{p-1} и $x^{\frac{p-1}{2}}$?