

Вводный курс статистики. Экзамен 24.12.2021

1. Независимость компонент и корреляции. Всего 3 балла

По первым трем указателям кода выбрать файл данных `Data_?.txt` и номера колонок в нем m_i, m_j . Пример кода: В 5 6 d f Ответы пояснить.

- (2 балла) Методом χ^2 проверить гипотезу независимости компонент двумерного случайного вектора. Использовать для этого двумерную гистограмму, выбирая количество k сегментов бинирования по каждой оси в соответствии с «Правилом большого пальца»: $k = \frac{\sqrt[3]{n}}{2}$. Ответ дать вместе с p -value.
- (1 балл) Проверить гипотезы о том, что коэффициенты корреляции (Спирмена и Пирсона) между компонентами значимо отличаются от нуля. Записать ответы вместе с p -values.

2. Непараметрическая статистика. Всего 3 балла

По первым трем указателям кода выбрать файл данных `Data_?.txt` и номера колонок в нем m_i, m_j . Пример кода: В 5 6 d f Ответы пояснить.

- (1 балл) Проверить КС-методом гипотезу о том, что законы распределения компонент двумерного случайного вектора совпадают. Записать ответ вместе с p -value.
- (2 балла) Сформулировать (без проверки) гипотезу о явном законе распределения модулей чисел в колонке m_j (указав приблизительные значения необходимых параметров).

3. Оценки MLE по выборке значений x_1, x_2, \dots, x_n . 2 балла

Согласно четвертому указателю кода варианта выбрать свою задачу из списка. Пример кода: В 5 6 d f

- (a) Вывести MLE-формулу оценки параметра t по выборке для семейства равномерных распределений на $[t, b]$, $t < b$, сопроводив свой вывод короткими пояснениями.
- (b) Вывести MLE-формулу оценки параметра t по выборке для семейства показательных распределений с параметром $t > 0$, сопроводив свой вывод короткими пояснениями.
- (c) Исследовать MLE-формулу оценки параметров r, b по выборке для семейства гамма распределений с параметром r и масштабным параметром b :

$$f_{[b,r]}(x) = \frac{1}{\Gamma(r)} b^r x^{r-1} e^{-bx}$$

Параметр b известен, тогда параметр r находится из MLE-формулы оценки, которая неявно задана уравнением на логарифмическое правдоподобие. Найти это уравнение, но разрешать его относительно r не требуется. Ответ пояснить.

- (d) Исследовать уравнения для MLE-формулы оценки параметров r, b по выборке для семейства гамма распределений с параметром r и масштабным параметром b :

$$f_{[b,r]}(x) = \frac{1}{\Gamma(r)} b^r x^{r-1} e^{-bx}$$

Параметр r известен, найти MLE-формулу оценки параметра b . Ответ пояснить.

4. Смеси. 2 балла

По пятому указателю кода варианта выбрать задачу из списка. Пример кода: В 5 6 d f

Найти аналитическое выражение плотности $w(x)$ смеси, распределенных на $(0, \theta)$ случайных величин α , где θ и α распределены как указано.

- (a) α – равномерно распределена на $[0, \theta]$, θ равномерная на $(0, 1)$
- (b) α^2 – равномерно распределена на $[0, \theta]$, θ равномерная на $(0, 1)$
- (c) α – равномерно распределена на $[0, \theta]$, θ^2 равномерная на $(0, 1)$
- (d) α^2 – равномерно распределена на $[0, \theta]$, θ^2 равномерная на $(0, 1)$
- (e) α^2 – равномерно распределена на $[0, \theta]$, $(1 - \theta)^2$ равномерная на $(0, 1)$
- (f) $(1 - \alpha)^2$ равномерно распределена на $[0, \theta]$, θ равномерная на $(0, 1)$