

# Введение в алгебраическую топологию

Контрольная работа (вариант 2)

29.10.2020

1.[10] Докажите, что следующая последовательность групп и гомоморфизмов

$$0 \longleftarrow C_0 = \mathbb{Z}_{20} \xleftarrow{10} C_1 = \mathbb{Z}_{20} \xleftarrow{10} C_2 = \mathbb{Z}_{20} \longleftarrow 0,$$

в которой два средних гомоморфизма задаются умножением на 10, является цепным комплексом. Вычислите его гомологии.

2. Вычислите целочисленные гомологии следующих пространств:

а)[15]  $\mathbb{R}^3$  без пары (стандартно вложенных) незаузленных незацепленных окружностей;

б)[15] симметрический квадрат окружности, т.е. пространство неупорядоченных пар (возможно, совпадающих) точек на ней;

в)[15] объединение единичной двумерной сферы в  $\mathbb{R}^3$  и трех дисков, образованных пересечением координатных плоскостей с единичным шаром.

3.[15] Существует ли непрерывное отображение ленты Мёбиуса на свою границу, тождественное на этой границе?

4.[30] Докажите, что отображение проективной плоскости  $\mathbb{R}P^2$  в себя, задаваемое в однородных координатах формулой

$$(x : y : z) \mapsto (2xz : 2yz : z^2 - x^2 - y^2),$$

корректно определено (и непрерывно). Гомотопно ли оно тождественному?