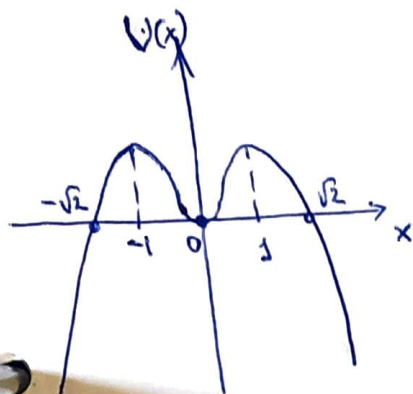


$$U(x) = 2x^2 - x^4, \quad m=2$$

Фазовый портрет - зависимость $\dot{x}(x)$

$$(1) \quad \ddot{x} + 2x - 2x^3 = 0 \leftarrow m\ddot{x} = F = -U'(x)$$



$$\ddot{x} + 2x - 2x^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -2x + 2x^3 \end{cases} \quad (1')$$

$$(0,0), (1,0), (-1,0)$$

↑
точки покоя

⇓
стационарные реш-ия
 $x=0, x=1, x=-1$

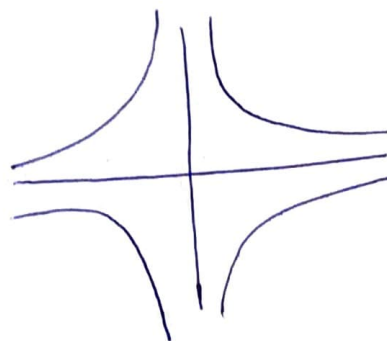
линеаризуем в окр-ти особых точек

$$(\pm 1, 0) \quad \begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -2(x \mp 1) + 2(x \mp 1)^3 = 4x + 2x^3 \mp 6x^2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = A_{\pm 1} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad A_{\pm 1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\chi_{\pm} = \lambda^2 - 4 \Rightarrow \lambda_{1,2} = \pm 2 \quad \text{седло}$$

неуст.



$$(0,0) \quad \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = A_0 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

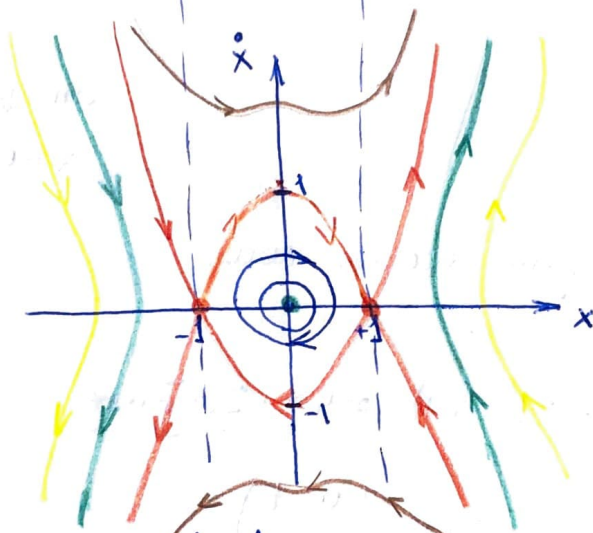
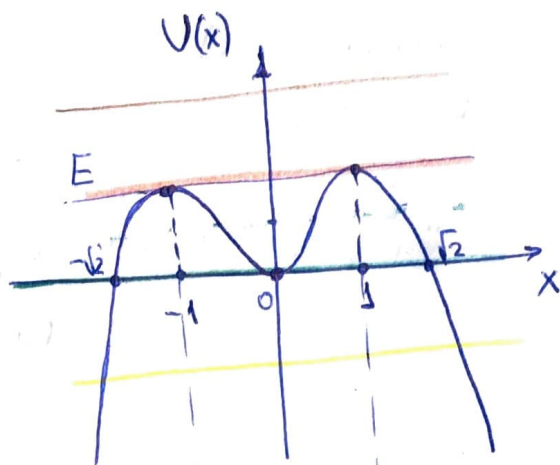
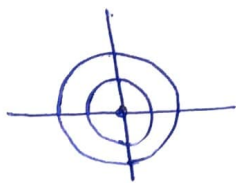
$$\chi_0 = \lambda^2 + 2 \Rightarrow \lambda_{1,2} = \pm \sqrt{2}i$$

$\text{Real } \lambda_{1,2} = 0 \Rightarrow$ лин. приближ. недостаточно, чтобы ответить на вопрос об устойчивости.

$$\ddot{x} + 2x - 2x^3 = 0 \quad | \cdot \dot{x}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{x}^2}{2} + x^2 - \frac{x^4}{2} \right) = 0 \Rightarrow E(x, \dot{x}) = \dot{x}^2 + 2x^2 - x^4 - \text{инвариант эволюции}$$

$$E|_{(0,0)} \approx \dot{x}^2 + 2$$



• $E=1 \Leftrightarrow x = \pm 1, -1$

• $E=0$

$$V'(x) = 4(x-x^3) = 0$$

$$x=0, x=\pm 1$$

$$V(x_0) = E = 1$$

$$\dot{x}^2 + 2x^2 - x^4 = 1$$

$$\dot{x}^2 = x^4 - 2x^2 + 1 = (x^2 - 1)^2$$

$$\dot{x} = x^2 - 1$$

$$\dot{x} = -x^2 + 1$$

$$\dot{x}^2 + 2x^2 - x^4 = 0$$

$E=0 \Rightarrow 3$ фазовые кр.

$E=-1 \Rightarrow 2$ фазовые кр

$E=1/2 \Rightarrow 3$ фазовые кр.

$E=1 \Rightarrow 8$ фазовых кр.

$E=2 \Rightarrow 2$ фазовые кр.