

Гладкие многообразия
2 курса
Зачет

23 декабря 2020 г.

1. Теоремы о неявном и обратном отображении (формулировки). Регулярные поверхности в \mathbb{R}^n , примеры и эквивалентность трех определений. ([2], гл. XII, §1;)
2. Гладкие многообразия (топологическое многообразие, карта, атлас, эквивалентность атласов, гладкая структура, примеры гл. структур) ([2], гл. XV, §2.1)
3. Ориентация на многообразии. Ориентирующие атласы и их эквивалентность. Примеры ориентирующего и неориентирующего атласов одного многообразия ([2], гл. XV, §2.3)
4. Существование на ориентируемом многообразии ровно двух различных ориентаций. ([2], гл. XV, §2.3)
5. Формулировка критерия ориентируемости многообразия с помощью цепочки карт. Пример неориентируемого многообразия ([2], гл. XV, §2.3)
6. Многообразия с краем: определение. Край многообразия с краем является многообразием без края той же гладкости и на единицу меньшей размерности, чем само многообразие ([2], гл. XII, § 3.2)
7. Ориентация края, согласованная с ориентацией многообразия. Пример для поверхности в \mathbb{R}^n ([2], гл. XII, §3.2)
8. Гладкие функции на многообразии и гладкие отображения многообразий. Индуцированные ими гомоморфизмы алгебр гладких функций на многообразиях. ([], гл. §)
9. Различные определения касательного вектора (класс эквивалентности кривых, дифференцирование) и их эквивалентность. ([4], гл. 1)
10. Касательное пространство к многообразию в точке. Формула преобразования при переходе из одной карты в другую. Дифференциал и отображение f^* ([4], гл. 1)
11. Касательное расслоение к многообразию в точке. Устройство атласа тотального пространства. ([4], гл. 1, § 25)
12. Кокасательное пространство в точке, кокасательное расслоение как многообразие. ([4], гл. 1, §25 (стр. 29)) ([], гл. §)
13. Определение векторного расслоения. Эквивалентные и тривиальные расслоения. Касательное расслоение. Векторное поле как сечение касательного расслоения. ([4], гл. 1, §25)
14. Гладкое разбиение единицы, подчиненное покрытию. ([2], гл. XV, §2.4; [5], § 1.2)
15. Вложение, погружение и подмногообразие. Вложение произвольного компактного многообразия в \mathbb{R}^N при достаточно большом N . ([2], гл. XV, §2.4)
16. Векторные поля на многообразии. Скобка Ли (коммутатор). Основные свойства коммутатора. ([], гл. §)
17. Отображение потока векторного поля. Множество D_t , на котором определен поток векторного поля, свойства множества D_t . Поток векторного поля на компактном многообразии. ([], гл. §)
18. Производная Ли векторного поля и её основные свойства (Свойство $L_X Y = [X, Y]$ без доказательства) ([], гл. §)
19. Тензоры и внешние формы: выражение через базис и их интерпретация как полилинейных функций. ([], гл. §)
20. Дифференциальные формы на многообразии. Определение через расслоения или в координатах. Отображения перехода в координатах. Структура алгебры $\Omega(M)$. Внешний дифференциал формы. ([], гл. §)
21. Отображение f^* : действие на дифференциальных формах. Коммутирование отображения f^* на формах внешнего дифференциала ([], гл. §)
22. Интегрирование дифференциальных форм в области \mathbb{R}^n и на многообразии. Формула Стокса. Формулировки формул Грина, Граусса-Остроградского, трехмерной формулы Стокса и их физический смысл. ([], гл. §)
23. Когомологии де Рама: определение, примеры ([], гл. §)
24. Теорема Пуанкаре. Отображение f^* : действие на пространстве когомологий (f^* на когомологиях де Рама совпадают для гомотопных отображений, пространства когомологий де Рама гомотопически эквивалентных многообразий изоморфны) ([], гл. §)