

Функциональное пространство $\mathcal{A} \subset C^2[0, \pi]$ состоит из вещественных функций, дважды непрерывно дифференцируемых на отрезке $[0, \pi]$ вещественной оси, с фиксированным значением в точке $x = \pi$:

$$y(\pi) = -\frac{\pi^2}{2}, \quad \forall y(x) \in \mathcal{A}.$$

Значение $y(0)$ может быть любым.

Функционал Φ задан на пространстве \mathcal{A} выражением:

$$\Phi[y(x)] = \int_0^\pi \left((y')^2 - y^2 + \frac{x^3}{3} y' \right) dx.$$

Найдите экстремаль этого функционала на пространстве \mathcal{A} .