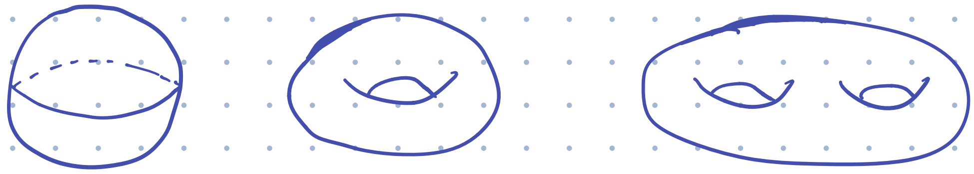
Лекция 6

Числа Гурвица

Геометрическое определение чисел Гурвица

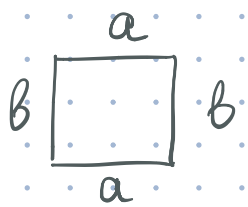
Двумерная пов-ть — ориентированная, связная, компактная поверхность



Пов-ть можно триангулировать $\Longleftrightarrow$

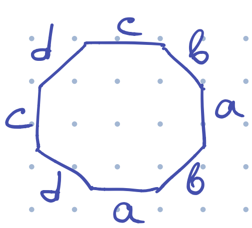
$\Longleftrightarrow$ склеивать из треугольников $\Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow$ представлять как склейку многоуг-ка



Теорема о классификации

$\forall$ 2-мерная ориент. связная компактная пов-ть это стандартная склейка $4g$-угольника $ababcdcd\ldots$ и она представляет сферу с g ручками



В=1
С=1
Р=2g

$В-Р+Г=2-2g$

род пов-ти

Опр. $В-Р+Г$ наз. эйлеровой характеристикой $\chi(X)$

Фундаментальная группа — это классы гомотопич. эквив-ти петель с началом и концов в x_0

$$\pi_1(S, x_0) = \mathbb{Z}$$

Накрытие (неразветвленное) $M \xrightarrow{p} N$, если $\forall x \in N$ $\exists$ окрестность $V \subset N$, т.ч.

$$p^{-1}(V) = \bigsqcup_i U_i, \quad p|_{U_i} \text{ — гомеоморфизм на } V$$

Пример $N \times \Delta \to N$

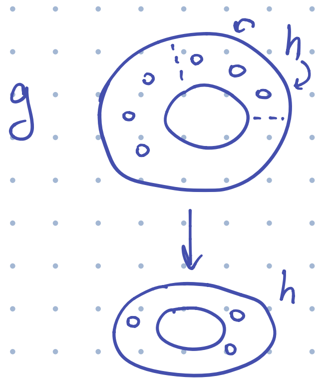
Δ — дискретное

Степень накрытия — число i

Теорема $M \xrightarrow{p} N$ $\quad \chi(M) = n \cdot \chi(N)$, если p — n-листное неразветв. накрытие

Рассм. триангуляцию N (маленькую), то у него будет n прообразов и в M получается триангуляция

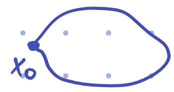
$$\chi(M) = n\text{В} - n\text{Р} + n\Gamma = n\,\chi(N)$$



путем наматывания берём h точек и накрываем бублик с h точками

Монодромия

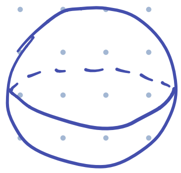
$M \xrightarrow{p} N$ γ – петля в N – определяет перестановку прообразов точки x_0



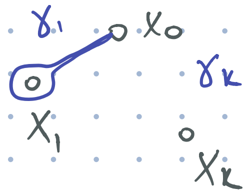
Гомоморфизм из $\pi_1(N, x_0)$ в подгруппу перестановок точек $p^{-1}(x_0)$

Разветвленное накрытие

Неразв. накрытие над сферой с проколами



$M \xrightarrow{p} S^2$



– вырезаем k точек

$\pi_1(S^2 \setminus \{x_1, \dots, x_k\}, x_0)$

отмеченная точка

$\gamma_i \mapsto \sigma_i$

- $\sigma_k \circ \sigma_{k-1} \circ \dots \circ \sigma_1 = id$ т.к. петли $\gamma_1, \dots \gamma_k$ будут большой петлёй в S^2 и всё стянется
- $\langle \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k \rangle$ действует транзитивно (если M связно)

Было неразветвлённое накрытие $M \to S^2$, у точек $x_1, \dots, x_k$ конечное (n) число прообразов

Конструкция работает в обратном напр.
(от подгруппы к накрытию)

Добавим в M столько точек, сколько циклов в перестановках σ_i

Что-то сумбурное