

Избранные главы дискретной математики. Весна 2024г

Решения этой задачи будет обсуждаться на следующем занятии. Внятно записанные (а лучше затеханные) решения нужно присылать на почту georgmikhneenkov@gmail.com , до 24:00 четверга перед следующим занятием.

Задание с первого занятия.

На первом занятии мы выяснили, что диофантово уравнение

$$ax - by = 1$$

имеет целые решения тогда и только тогда, когда $(a, b) = 1$, причем решение можно найти подбором, перебрав не более чем b значений x (или a значений y) подряд. Намного более быстрый способ нахождения решения основан на алгоритме Евклида, и на занятии был продемонстрирован один из вариантов реализации этого алгоритма на языке цепных дробей, и дома было предложено доказать его корректность. А именно, требуется доказать следующее утверждение.

Пусть a/b и y/x две несократимые дроби, имеющие следующие разложения в цепные дроби:

$$\begin{aligned} a/b &= s_0 + \frac{1}{s_1 + \frac{1}{s_2 + \frac{1}{\ddots + \frac{1}{s_{n-1} + \frac{1}{s_n}}}}} & x/y &= s_0 + \frac{1}{s_1 + \frac{1}{s_2 + \frac{1}{\ddots + \frac{1}{s_{n-1}}}}} \end{aligned}$$

Тогда

$$ax - by = \pm 1.$$