

## Алгебра, семинар №2

### ВШЭ, осень, первый курс

1. Зафиксируем целые числа  $a, b$ . Опишите все числа, представимые в виде  $ax + by$ ,  $x, y \in \mathbb{Z}$ .
2. Вычислите наибольший общий делитель 10203 и 4687 и запишите его линейное представление.
3. Вычислите наибольшие общие делители  $(8888888, 8888)$  и  $(2^n - 1, 2^m - 1)$ .
4. Найдите вещественную и мнимую части, модуль и аргумент следующих комплексных чисел

$$\frac{(4-i)(7+6i)}{3-i}, \quad \frac{(1-i)^3}{(1+i)^5}, \quad \left( \frac{\sqrt{3}+i}{1-i} \right)^{25}.$$

5. Вычислите  $z^m + z^{-m}$ , если  $z + z^{-1} = 2 \cos \varphi$ .
6. Решите уравнения  
 $z^4 = i, \quad (z+1)^n + (z-1)^n = 0, \quad (z+i)^n + (z-i)^n = 0, \quad \bar{z} = z^3.$
7. Докажите, что три различных комплексных числа  $z_1, z_2, z_3$  тогда и только тогда лежат на одной прямой, когда  $(z_1 - z_3)/(z_2 - z_3) \in \mathbb{R}$ .