

ПРОГРАММА КОЛЛОКВИУМА ПО КУРСУ
«ГЛАДКИЕ МНОГООБРАЗИЯ»
1 модуль, октябрь 2020

1. Регулярные кривые, замена параметризации, длина кривой и натуральный параметр. ([3], §1.1)
2. Теорема о неявно заданном отображении (формулировка). Производная неявной функции. Определение подмногообразия \mathbb{R}^n и примеры подмногообразий.
3. Теорема об обратной функции. Подмногообразия \mathbb{R}^n : эквивалентность трёх определений. Примеры подмногообразий. ([1], гл. XII, §1; [3], гл. 2 §1.4, §2.1)
4. Гладкие многообразия (топологическое многообразие, карта, атлас, эквивалентность атласов, гладкая структура). ([1], гл. XV, §2.1, §2.2)
5. Ориентация на многообразии, ориентирующие атласы. Эквивалентность ориентирующих атласов. Примеры ориентирующего и неориентирующего атласов одного многообразия. ([1], гл. XV, §2.3)
6. Существование на ориентируемом многообразии ровно двух различных ориентаций. ([1], гл. XV, §2.3)
7. Критерий ориентируемости многообразия с помощью цепочки карт. Пример неориентируемого многообразия. ([1], гл. XV, §2.3)
8. Многообразия с краем: определение. Край многообразия с краем является многообразием без края той же гладкости и на единицу меньшей размерности, чем само многообразие. Пример многообразия с непустым краем с обоснованием. ([1], гл. XII, §3.2)
9. Ориентация края, согласованная с ориентацией многообразия. Пример для поверхности в \mathbb{R}^n . ([1], гл. XII, §3.2)
10. Касательные векторы, касательное пространство к многообразию в точке. Формула преобразования при переходе из одной карты в другую. ([4], гл. 1)
11. Различные определения касательного вектора (класс эквивалентности кривых, дифференцирование) и их эквивалентность. ([4], гл. 1)
12. Дифференциал и сопряженное отображение. ([4], гл. 1)
13. Определение векторного расслоения. Координатное описание векторного расслоения. ([4], гл. 1, §25)
14. Касательное расслоение к многообразию. Устройство атласа тотального пространства. ([4], гл. 1, §25)

Список литературы

- [1] В.А. Зорич, *Математический анализ II* // МЦНМО, 2012.
- [2] Р. НАРАСИМХАН, *Анализ на вещественных и комплексных многообразиях* // МИР, 1971.
- [3] И.А. ТАЙМАНОВ, *Лекции по дифференциальной геометрии* // R&C Dynamics, 2006, Москва-Ижевск.
- [4] Ф. УОРНЕР, *Основы теории гладких многообразий и групп Ли* // Бибфизмат, 1987.