Семинар 10.

- **Задача 1.** Даны три различные точки A, B, C на невырожденной конике X. Рассмотрим треугольник A'B'C', образованный касательными в точках A, B, C. Пусть $\{A, A_1\} = (AA') \cap X$, $\{B, B_1\} = (BB') \cap X$, $\{C, C_1\} = (CC') \cap X$. Итак, по тройке точек A, B, C построена новая тройка точек A_1, B_1, C_1 на X. Покажите, что соответствие $\{A, B, C\} \leadsto \{A_1, B_1, C_1\}$ взаимно.
- **Задача 2.** В условиях предыдущей задачи докажите, что вершины треугольников, образованных касательными к X в точках A, B, C и A_1 , B_1 , C_1 соответственно, лежат на конике.
- **Задача 3.** Пусть $\mathcal C$ невырожденная коника в $\mathbb P^2$, и x точка на $\mathcal C$. С помощью линейки постройте касательную $\mathbb T_x\mathcal C$ к конике $\mathcal C$ в точке x.
- **Задача 4.** Дана невырожденная коника \mathcal{C} . Инволюцией на \mathcal{C} назовем такое биективное отображение $f:\mathcal{C}\xrightarrow{\sim}\mathcal{C}$ такое, что $f\neq \mathrm{id},\ f^2=\mathrm{id}$ и f сохраняет двойное отношение четверок точек на конике \mathcal{C} . Возьмем точку $S\in\mathbb{P}^2\smallsetminus\mathcal{C}$ и рассмотрим отображение $f:\mathcal{C}\xrightarrow{\sim}\mathcal{C}:\ X\mapsto (SX)\cap\mathcal{C}\smallsetminus\{X\}.$
- (1) Докажите, что f есть инволюция на C.
- (2) Докажите, что любая инволюция на ${\cal C}$ получается вышеуказанным способом.

