

## 1 Лист 1

Задача 1.1.  $N = \Phi \cdot \text{И} \cdot \text{О}$ . Указать элемент максимального порядка в группе обратимых элементов  $\mathbb{Z}_N^*$  кольца  $\mathbb{Z}_N$ . Доказать, что его порядок, действительно, максимален. Компьютерные решения с перебором вариантов не принимаются.

Доказательство.  $\Phi = 8$  (Мозговой),  $\text{И} = 9$  (Владислав),  $\text{О} = 9$  (Романович),  $N = 8 \cdot 9 \cdot 9 = 2^3 \cdot 3^4$ .  $\varphi(N) = \varphi(648) = \varphi(2^3)\varphi(3^4) = 2^2(2-1)3^3(3-1) = 216$ . Порядок элемента максимального порядка будет обладать свойством  $216 : a$  (по т.Лагранжа).

Порядок равен НОК порядков элементов из  $\mathbb{Z}_8, \mathbb{Z}_{81}$ , то есть  $\varphi(8) = 4, \varphi(81) = 54, \text{lcm}(4, 54) = 54$ , то есть максимальный возможный порядок это 54. Рассмотрев образующие элементы  $\mathbb{Z}_8, \mathbb{Z}_{81}$ , можно заметить что 5 является искомым.  $\square$