Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ Информатика и системы управления (ИУ)

КАФЕДРА Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии (ИУ7)

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №3

по дисциплине «Моделирование»

«Построение и исследование функций распределения и функций плотности вероятностных распределений»

Группа ИУ7-71Б

Студент ________________ Лукьяненко В.А.
подпись, дата *фамилия, и.о.*

Преподаватель ________________ Рудаков И. В.
подпись, дата *фамилия, и.о.*

Оценка ________________________________

2025г

1. Равномерное распределение

Случайная величина $X \sim U(a, b)$ имеет равномерное распределение на интервале $[a, b]$, если её плотность вероятности постоянна:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Функция распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a, \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b, \\ 1, & x > b. \end{cases}$$

Параметры: $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$.

2. Экспоненциальное распределение

Плотность вероятности экспоненциального распределения с параметром $\lambda > 0$:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Функция распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Математическое ожидание: $\mathbb{E}[X] = \dfrac{1}{\lambda}$, дисперсия: $\mathrm{Var}[X] = \dfrac{1}{\lambda^2}$.

3. Нормальное распределение

Плотность нормального распределения $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right),$$

где $\mu \in \mathbb{R}$ — математическое ожидание, $\sigma > 0$ — среднеквадратичное отклонение.

Функция распределения выражается через функцию ошибок:

$$F(x) = \frac{1}{2}\left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right],$$

где

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2}\,dt.$$

4. Распределение Эрланга

Плотность распределения Эрланга с параметрами $k \in \mathbb{N}$, $\lambda > 0$ имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\lambda^k x^{k-1} e^{-\lambda x}}{(k-1)!}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Функция распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1 - e^{-\lambda x} \displaystyle\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\lambda x)^n}{n!}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Математическое ожидание: $\mathbb{E}[X] = \dfrac{k}{\lambda}$, дисперсия: $\operatorname{Var}[X] = \dfrac{k}{\lambda^2}$.

5. Пуассоновское распределение

Пуассоновское распределение описывает дискретную случайную величину X, принимающую значения $k = 0, 1, 2, \dots$ с вероятностями:

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}, \quad \lambda > 0.$$

Функция распределения:

$$F(k) = \sum_{i=0}^{k} \frac{e^{-\lambda}\lambda^i}{i!}.$$

Математическое ожидание: $\mathbb{E}[X] = \lambda$, дисперсия: $\mathrm{Var}[X] = \lambda$.

Вывод:

Приведённые распределения являются базовыми законами вероятности. Они описывают различные типы случайных процессов: равномерное — равновероятное распределение значений, экспоненциальное и Эрланга — интервалы между событиями, нормальное — совокупность независимых воздействий, пуассоновское — количество событий за фиксированный интервал.