Himpunan

oleh Aldy Rialdy Atmadja, MT.

Himpunan

- Set atau Himpunan adalah bentuk dasar matematika yang paling banyak digunakan di dalam dunia informatika
- Himpunan (set) dalah kumpulan objek-objek yang berbeda
- Objek yang terdapat dalam himpunan disebut **elemen, unsur, atau anggota**

Notasi Himpunan

- Himpunan dinyatakan dg huruf capital,

  misalnya : A, B, G
- Sedangkan elemennya dg huruf kecil

  mislanya: a, b, c..,1,2,..

Penyajian Himpunan

1. **Enumerasi**

   menyebutkan semua anggota dari himpunan tersebut.

   contoh : Himpunan tiga bilangan ganjil pertama: $A = \{1,3,5\}$.

Keanggotaan Himpuan

$x \in A$: x merupakan anggota himpunan A;
$x \notin A$: x bukan merupakan anggota himpunan A.

Contoh 2.

Misalkan: $A = \{1,3,5,8\}$, $R = \{ a, b, \{a, b, c\}, \{a, c\} \}$, $K = \{\{\}\}$

maka

$1 \in A$,

$\{a, b, c\} \in R$, *sedangkan* $c \notin R$,

$\{\} \in K$, *sedangkan* $\{\} \notin A$

Simbol-Simbol Baku

Beberapa simbol baku pada himpunan

N = himpunan bilangan alami (asli) = { 0,1, 2, 3,... }

Z = himpunan bilangan bulat = { ..., -2, -1, 0, 1, 2, ... }

Q = himpunan bilangan rasional

R = himpunan bilangan riil

C = himpunan bilangan kompleks

sedangkan U menyatakan himpunan **semesta**.

Contoh: Misalkan U = {a, b, c, d, e} dan *A* adalah himpunan bagian dari U, dengan *A* = {a, d, e}.

Notasi Pembentuk Himpunan

Notasi : { x| syarat yang harus dipenuhi oleh x }

- Bagian dikiri tanda '|' melambangkan elemen himpunan
- Tanda '|' dibaca dimana atau sedemikian sehingga
- Bagian dikanan tanda '|' menunjukkan syarat keanggotaan himpunan
- Setiap tanda ',' didalam keanggotaan dibaca sebagai dan
- Contoh :

A adalah himpunan bilangan asli yang kecil dari 10

$A = \{ x \mid x \leq 10 \text{ dan } x \in N \}$ *atau* $A = \{ x \in N \mid x \leq 10 \}$

yang ekivalen dengan $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

Notasi Pembentuk Himpunan

- $A = \{ x \mid x \in P, x < 5 \}$
- $B = \{ x \mid x/2 \in P, 2 \le x \le 8\}$
- $C = \{ a/b \mid a,b \in Z, b \neq 0\}$

Diagram Venn

- Untuk menyajikan himpunan secara grafis
- Diperkenalkan oleh Venn tahun 1881
- Himpunan semesta (U) digambarkan sebagai segi empat, sedangkan himpunan lainnya digambarkan sebagai lingkaran didalam segi empat

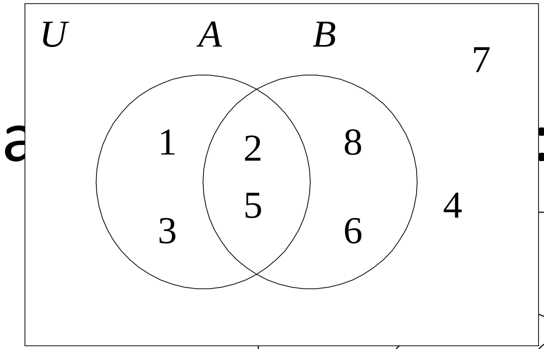
Diagram Venn

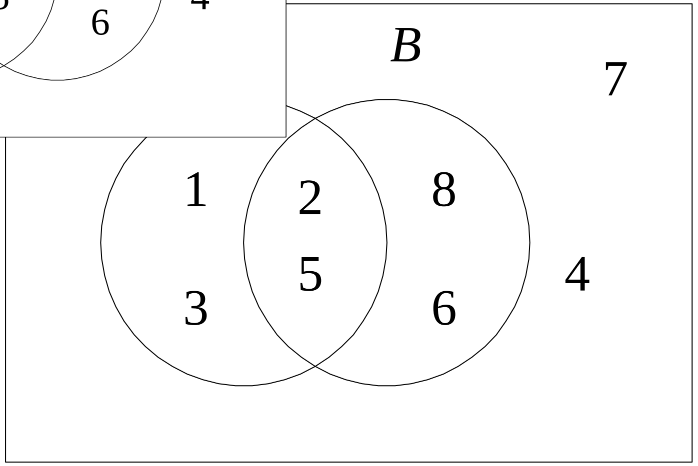
untuk menyatakan relasi antar himpunan

Misal U = {1, 2, …, 7, 8}, *A* = {1, 2, 3, 5} dan

B = {2, 5, 6, 8}.

maka notasi dala :





Himpunan Berhingga (Finite Set)

- Himpunan yang mempunyai anggota berhingga disebut himpunan berhingga (*finite set*)
- Sembarang himpunann yang anggotanya tak berhingga disebut himpunan tak berhingga(*infinite set*)
- contoh A={a,b,c,d,e,f} adalah *finite set*, sedangkan Z adalah *infinite set*.

Kardinalitas

- Misalkan A disebut sebagai himpunan berhingga, maka jumlah didlaam elemen tersebut disebut kardinal dari himpunan A
- Notasi : $n(A)$ atau $|A|$

Contoh Kardinalitas

- A = { *x* | *x* merupakan bilangan prima lebih kecil dari 10}, atau A = {2, 3, 5, 7} maka |A|= 4
- B = {kucing, a, Amir, 10, paku}, maka |A| = ?
- C = {a, {a}, {{a}}}, maka |C| = ?
- D = {x|x adalah faktor dari 12}, maka |D| = ?
- E = {x|x adalah bilangan positif kurang dari 1}, maka |E|=?
- F = {x|x adalah mahasiswa menggunakan kerudung di UIN}, maka |F| = ?

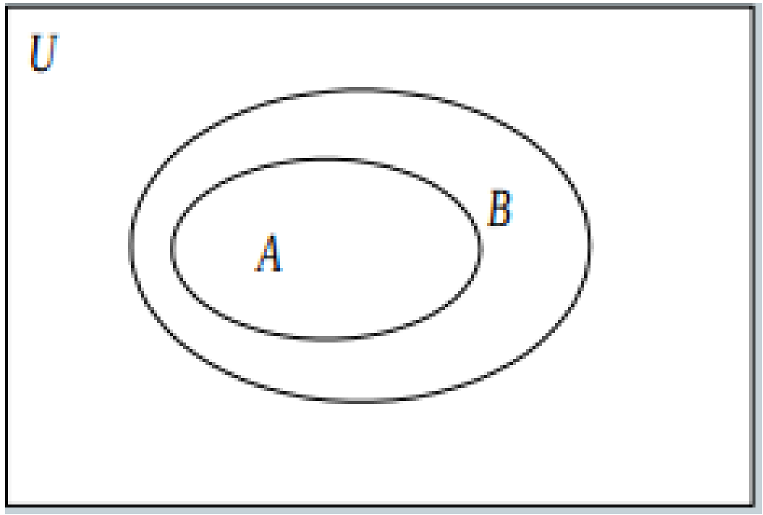
Himpunan Kosong

- Himpunan yang tidak mempunyai anggota atau kardinalitasnya = 0
- Contoh A ={x|x bilangan bulat $x^2 + 1 = 0$}

  maka n(A)= 0
- Notasi himpunan kosong {} atau Ø
- Himpunan {{ }} dapat juga ditulis sebagai {Ø}
- Perhatikan : {Ø} -> bukan himpunan kosong, karena memuat satu elemen Ø

Himpunan Bagian (Subset)

- Himpunan A dikatakan himpunan bagian (subset) dari himpunan B jika dan hanya jika setiap elemen A merupakan elemen dari B. Dalam hal ini, B dikatakan superset dari A
- Notasi : $A \subseteq B$



Contoh Himpunan Bagian

- $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$
- $N \subseteq Z \subseteq R \subseteq C$

Himpunan yang Sama

- Himpunan A dikatakan sama dengan himpunan B jika dan hanya jika keduanya mempunyai elemen yang sama. Dengan kata lain, A sama dengan B jika A adalah himpunan bagian dari B dan B adalah himpunan bagian dari A. Jika tidak, maka kita katakan A tidak sama dengan B
- Contoh :
  - Jika $A = \{0, 1\}$ dan $B = \{x|x(x-1)=0\}$, maka $A=B$
  - Jika $A = \{3,5,8,5\}$ dan $B = \{5,3,8\}$, maka $A=B$
  - Jika $A = \{3,5,8,5\}$ dan $B = \{5,8\}$, maka $A \neq B$

Himpunan yang Ekivalen

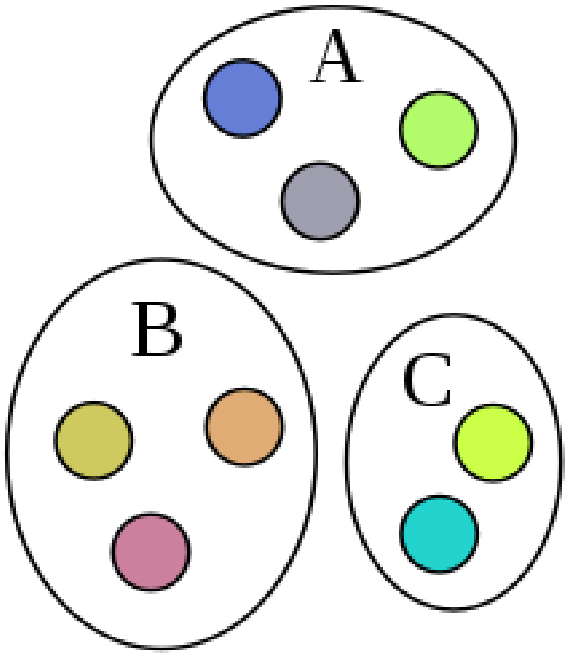
- Himpunan A disebut ekivalen dengan himpunan B jika dan hanya jika kardinal dari kedua himpunan tersebut sama.

- Notasi : A~B <-> |A| = |B|

A = { 1,2,3,4} dan B = { *ali*, *budi*, *joko*,*tuti* }, maka
$A \sim B$ sebab |A| = |B| = 4

Himpunan Saling Lepas

- Dua himpunan A dan B dikatakan saling lepa, jika keduanya tidak memiliki elemen yang sama
- Notasi A // B



Himpunan Kuasa

- Himpunan kuasa (*power set*) dari himpunan A adalah suatu himpunan yang anggotanya merupakan semua himpunan bagian dari A, termasuk himpunan kosong dan himpunan A sendiri.

- Notasi : $P(A)$ atau 2^A

- Jika $|A| = m$, maka $|P(A)| = 2^m$.

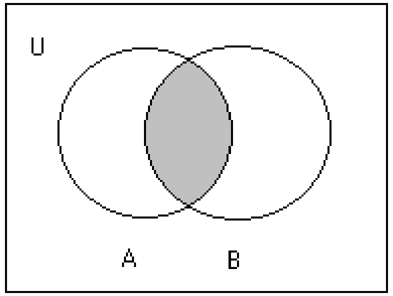
Contoh 12.
Jika $A = \{ 1, 2 \}$, maka $P(A) = \{ \varnothing, \{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 1, 2 \}\}$

Contoh 13.
Himpunan kuasa dari himpunan kosong adalah $P(\varnothing) = \{\varnothing\}$, dan himpunan kuasa dari himpunan $\{\varnothing\}$ adalah $P(\{\varnothing\}) = \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$.

Operasi Terhadap Himpunan

1. Irisan (*intersection*)

- Notasi : $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$



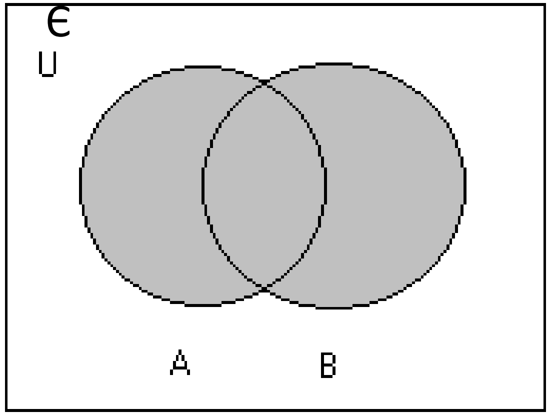
Contoh

(i) Jika A = {a,b,c,d,e} dan B = {c,e,f,g}, maka $A \cap B$ = {c,e}

(ii) Jika A = { 1,2,3} dan B = { 4,5}, maka $A \cap B = \varnothing$. Artinya: A // B

2. Gabungan (*union*)

- Notasi : $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \}$



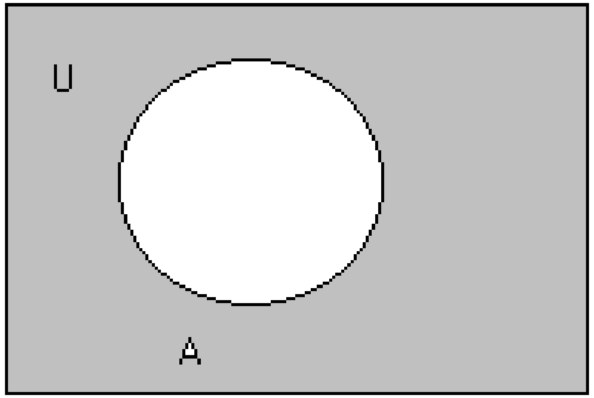
Contoh:

(i) Jika A = { a, b, c} dan B = { b,c,d,e }, maka $A \cup B$ = { a,b,c,d,e }

(ii) $A \cup B = A$

3. Komplemen (*complement*)

- Notasi : $\overline{A} = \{ x \mid x \in \text{U}, x \notin A \}$



Contoh

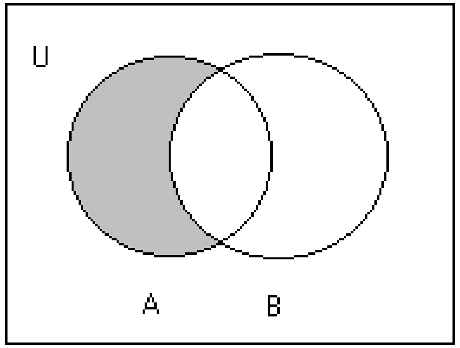
Misalkan U = { 1, 2, 3, ..., 7 },

(i) jika $A = \{1, 3, 4, 6\}$, maka $\overline{A} = \{2, 5, 7\}$

(ii) jika $A = \{ x \mid x/2 \in P, x < 7 \}$, maka $\overline{A} = \{ 1, 3, 5, 7, \}$

4. Selisih (*difference*)

- Notasi : $A - B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B \} = A \cap \overline{B}$



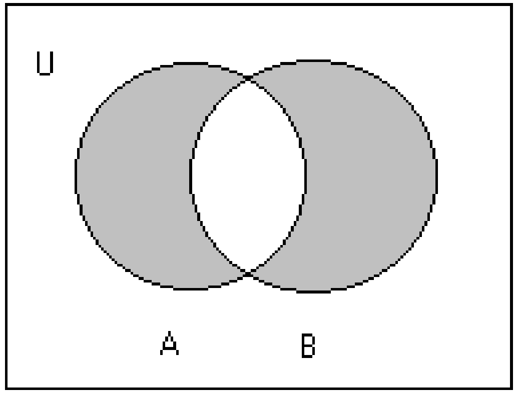
Contoh.

(i) Jika A = { a, b, c,d,e,f} dan B = { c,d,f}, maka $A - B$ = { a,b,e} dan $B - A = \varnothing$

(ii) {1, 3, 5} – {1, 2, 3} = {5}, tetapi {1, 2, 3} – {1, 3, 5} = {2}

5. Beda Setangkup (*Symmetric Difference*)

- Notasi: $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$



Contoh 19.
Jika $A = \{ 2, 4, 6 \}$ dan $B = \{ 2, 3, 5 \}$, maka $A \oplus B = \{ 3, 4, 5, 6 \}$

TEOREMA 2. Beda setangkup memenuhi sifat-sifat berikut:

(a) $A \oplus B = B \oplus A$ (hukum komutatif)

(b) $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$ (hukum asosiatif)

t-sifat berikut:

(a) $A \oplus B = B \oplus A$ (hukum komutatif)

(b) $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$ (hukum asosiatif)

Contoh 20. Misalkan

U = himpunan mahasiswa
P = himpunan mahasiswa yang nilai ujian UTS di atas 80
Q = himpunan mahasiswa yang nilain ujian UAS di atas 80

Seorang mahasiswa mendapat nilai A jika nilai UTS dan nilai UAS keduanya di atas 80, mendapat nilai B jika salah satu ujian di atas 80, dan mendapat nilai C jika kedua ujian di bawah 80.

(i) "Semua mahasiswa yang mendapat nilai A" : $P \cap Q$

(ii) "Semua mahasiswa yang mendapat nilai B" : $P \oplus Q$

(iii) "Ssemua mahasiswa yang mendapat nilai C" : U – ($P \cup Q$)

6. Perkalian Kartesian (*cartesian product*)

- Notasi: $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ dan } b \in B\}$

Contoh.

(i) Misalkan $C = \{ 1, 2, 3 \}$, dan $D = \{ a, b \}$, maka

$$C \times D = \{ (1, a), (1, b), (2, \mathrm{a}), (2, b), (3, a), (3, b) \}$$

(ii) Misalkan $A = B$ = himpunan semua bilangan riil, maka

$$A \times B = \text{himpunan semua titik di bidang datar}$$

Catatan:

1. Jika A dan B merupakan himpunan berhingga, maka:
   $|A \times B| = |A| \cdot |B|$.
2. $(a, b) \neq (b, a)$.
3. $A \times B \neq B \times A$ dengan syarat A atau B tidak kosong.

   Pada Contoh 20(i) di atas, $C = \{ 1, 2, 3 \}$, dan $D = \{ a, b \}$,
   $D \times C = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3) \}$
   $C \times D = \{ (1, a), (1, b), (2, \mathrm{a}), (2, b), (3, a), (3, b) \}$
   $D \times C \neq C \times D$.

4. Jika $A = \varnothing$ atau $B = \varnothing$, maka $A \times B = B \times A = \varnothing$

Contoh. Misalkan

A = himpunan makanan = { s = soto, b = bakso, n = nasi goreng, m = mie ayam}

B = himpunan minuman = { c = coca-cola, t = teh, d = es jeruk}

Berapa banyak kombinasi makanan dan minuman yang dapat disusun dari kedua himpunan di atas?

<u>Jawab</u>:

$|A \times B| = |A| \cdot |B| = 4 \cdot 3 = 12$ kombinasi dan minuman, yaitu {(s, c), (s, t), (s, d), (b, c), (b, t), (b, d), (n, c), (n, t), (n, d), (m, c), (m, t), (m, d)}.