

MATEMATIKA DISKRIT 2: LATIHAN UAS

AYU LATIFAH, ST., MT.



FUNGSI: SETIAP HIMPUNAN $f(n)$ BERNILAI TUNGGAL, f SEBUAH FUNGSI

- $\text{Dom}(R) = A$ dan $\text{Ran}(R) = B$.
- komposisi dari f dan g , $g \circ f$, adalah sebuah relasi.
- Ambil f sebuah fungsi dari A ke B .
 - f disebut **everywhere defined** jika $\text{Dom}(f) = A$.
 - f disebut **onto** jika $\text{Ran}(f) = B$.
 - f disebut **one to one** jika tidak dapat diperoleh $f(a) = f(a')$ untuk dua elemen a dan a' yang berbeda pada A .
- *everywhere defined* dan *onto*: seringkali disebut sebagai **one-to-one correspondence** atau **bijection**
- Sebuah fungsi $f: A \rightarrow B$ dikatakan sebagai *invertible* jika relasi inversnya, f^{-1} , juga sebuah fungsi.

PERMUTASI: SEBUAH BIJEKSI DARI SEBUAH HIMPUNAN A KE DIRINYA SENDIRI DISEBUT SEBUAH PERMUTASI DARI A

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ p(a_1) & p(a_2) & \dots & p(a_n) \end{pmatrix}$$

- Jadi jika p adalah sebuah permutasi dari sebuah himpunan hingga $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, maka sekuen $p(a_1), p(a_2), \dots, p(a_n)$ adalah hanya penyusunan kembali dari elemen-elemen A .
- Amati, jika $p = (b_1, b_2, \dots, b_r)$ sebuah siklus dengan panjang r , maka p dapat juga dituliskan mulai dengan sembarang b_i , $1 \leq i \leq r$, dan bergerak ke kanan. Jadi,
- Dua siklus dari himpunan A dikatakan sebagai **saling lepas (*disjoint*)** jika tidak ada elemen A yang muncul di kedua siklus tersebut sekaligus.
- Permutasi genap dan ganjil.

PERMUTASI DAN KOMBINASI

$$1 \leq r \leq n$$

- $P(n, n) = P(n, n - 1) = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = n!$, jika $n \geq 1$.
- $n \cdot n \cdot \dots \cdot n = n^r$ (Bila ada pengulangan)

$$\begin{aligned} P(n, r) &= n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot (n - r + 1) \\ &= \frac{n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot (n - r + 1) \cdot (n - r) \cdot (n - r - 1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1}{(n - r) \cdot (n - r - 1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1} \\ &= \frac{n!}{(n - r)!} \end{aligned}$$

$$C = \frac{n!}{r!(n - r)!}$$

PARTIALLY ORDER SET (POSET)

- Himpunan A bersama dengan partial order R disebut sebuah ***partially ordered set***, atau ***poset***, dan dituliskan dengan (A, R) .
- Dalam sebuah *partially ordered set* setiap pasang elemen tidak perlu comparable.
- Digraph dari sebuah pengurutan parsial dapat direpresentasikan dengan cara yang lebih sederhana daripada digraph dari relasi pada umumnya (Diagram Hasse)
- Elemen Ekstremum: Maksimal, Minimal, Terbesar dan Terkecil
- Upper Bound (Batas atas), Lower Bound (Batas bawah), Least Upper Bound (Batas atas terkecil) dan Greatest Lower Bound (Batas bawah terbesar).

LATTICES

- Lattice adalah sebuah poset (L, \leq) di mana setiap himpunan bagian $\{a, b\}$ yang terdiri dari dua elemen mempunyai sebuah LUB dan sebuah GLB.
- Ambil n adalah sebuah bilangan bulat positif dan ambil D_n adalah himpunan dari seluruh pembagi positif dari n .

LATIHAN FUNGSI

1. Diketahui $S = \{-1, 0, 2, 4, 7\}$. Temukan $f(S)$ jika:

a. $f(x) = 1$

b. $f(x) = \lceil x/5 \rceil$

c. $f(x) = 2x + 1$

d. $f(x) = \lfloor (x^2 + 1)/3 \rfloor$

2. Diketahui $f(x) = \lfloor x^2/3 \rfloor$. Temukan $f(S)$ jika:

a. $S = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

b. $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

c. $S = \{1, 5, 7, 11\}$

d. $S = \{2, 6, 10, 14\}$

3. Tentukan termasuk jenis fungsi apa saja dari no. 1 dan 2

LATIHAN PERMUTASI

1. Posisikan permutasi dari urutan $\{1,2,3,4,5,6\}$ dengan aturan sebagai berikut: 234561, 231456, 165432, 156423, 543216
2. Posisikan permutasi dari urutan $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ dengan aturan sebagai berikut: 31528764, 23587416, 1623547
3. Tuliskan invers dari permutasi yang dibentuk dari no. 1 dan 2
4. Tentukan dari permutasi no. 1 dan 2 apakah merupakan permutasi genap atau ganjil?

LATIHAN PERMUTASI DAN KOMBINASI

1. Suatu peubah (variable) di dalam Bahasa pemrograman harus berupa sebuah huruf atau sebuah huruf diikuti dengan sebuah angka. Berapa banyak nama peubah yang dapat dibuat (tinjau dua buah kasus: huruf capital dan huruf kecil dibedakan, serta huruf kapital dan huruf kecil tidak dibedakan)?
2. Misalkan pengulangan dibolehkan, berapa banyak bilangan empat-angka dapat dibentuk dari angka-angka 1,2,3,5,7,8?
3. Didalam sebuah kelas terdapat 100 mahasiswa, 40 orang diantaranya laki-laki.
 - a. Berapa banyak) jika panitia itu harus cara dapat dibentuk sebuah panitia 10-orang?
 - b. Ulangi pertanyaan (a) jika banyak laki-laki harus sama dengan banyak perempuan?
 - c. Ulangi pertanyaan (a) terdiri dari enam laki-laki dan empat perempuan?

LATIHAN POSET

1. Gambarkan diagram Hasse dari himpunan berikut:

a. $(\{1,2,3,4,6,8,12\}, |)$

c. $(\{2,4,6,9,12,18,27,36,48,60,72\}, |)$

b. $(\{2,4,5,10,12,20,25\}, |)$

d. $(\{2,3,5,10,11,15,25\}, |)$

2. Dari diagram hasse di samping, temukan:

a. Elemen maksimum

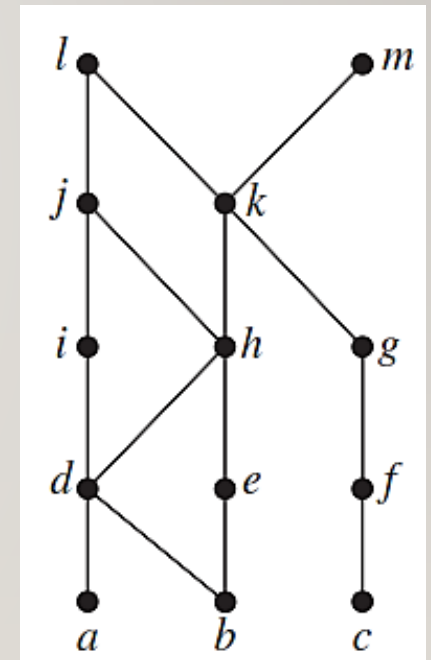
b. Elemen minimum

c. Elemen terbesar

d. Elemen terkecil

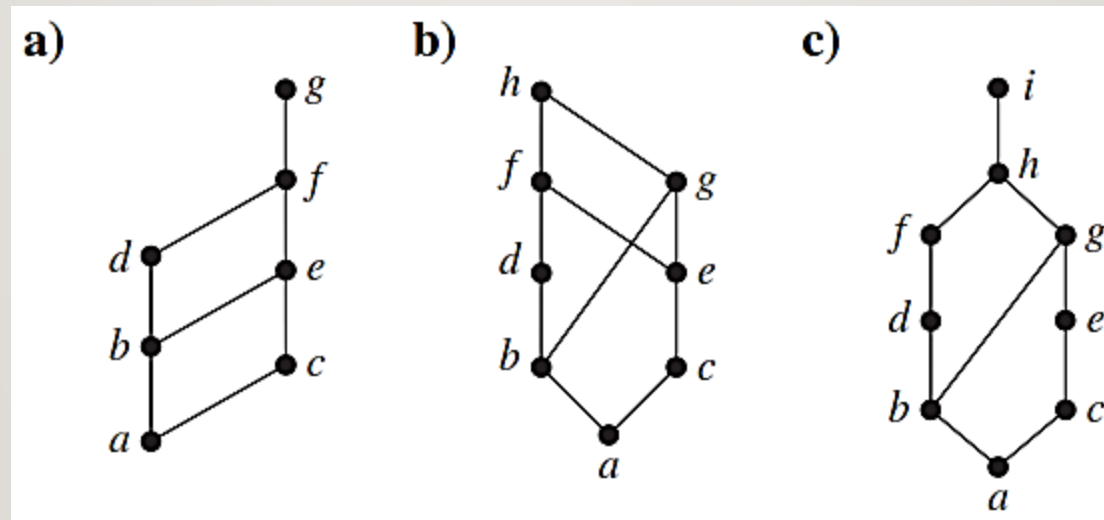
e. Temuksn UB, LUB. LB dan GLB pada $\{a,b,c\}$

f. Temuksn UB, LUB. LB dan GLB pada $\{f,g,h\}$



LATIHAN LATTICES

- Tentukan apakah diagram hasse berikut merupakan Lattices?



SEKIAN DAN TERIMA KASIH

