

# Олимпиадное программирование

## Занятие 9. Динамическое программирование.

### Базовые задачи

Труфанов Павел Николаевич

Онлайн-школа  Фоксфорд

Foxford.ru 2019-2020

# Числа Фибоначчи

Дано число  $n$ . Требуется найти  $n$ -тое число Фибоначчи.

Первая идея - напомним рекурсивную функцию.

Рекурсия - слишком долго. Давайте не будем считать  $f(x)$  более одного раза для каждого  $x$ .  
Наша идея - запоминать такие значения в массив.

## Пример кода

```
vector<int> rem(N, -1);  
rem[0] = rem[1] = 1;
```

```
int f(int x) {  
    if (rem[x] != -1) {  
        return rem[x];  
    }  
    rem[x] = f(x - 1) + f(x - 2);  
    return rem[x];  
}
```

Теперь давайте избавимся от рекурсии. Будем хранить массив  $dp[N]$ , где  $dp[x]$  - число Фибоначчи под номером  $x$ .

Код на следующем слайде - наш первый пример динамики.

## Пример кода

```
vector<int> dp(N);  
dp[0] = dp[1] = 1;  
for (int i = 2; i < N; ++i) {  
    dp[i] = dp[i - 1] + dp[i - 2];  
}
```

# Задача

Есть лестница в  $N$  ступенек. Мы стоим на первой и можем ходить вперед на одну, две или три ступеньки. Сколько есть способов попасть на последнюю ступеньку?

Та же самая задача, только теперь за нахождение на каждой ступеньке мы получаем некоторое количество штрафа. Для каждой ступеньки штраф свой. Какое минимальное количество штрафа надо заплатить, чтобы попасть на последнюю ступеньку.



## Пять китов динамики

- ▶ Параметры
- ▶ Переход
- ▶ База
- ▶ Порядок пересчета
- ▶ Где ответ

Если вы в задаче на динамику сможете ответить на все эти пять пунктов, то вы решили задачу.

# Калькулятор и динамика вперед

Имеется калькулятор, на котором есть всего 3 кнопки -  $+1$ ,  $*2$ ,  $*3$ . Изначально на калькуляторе написано число 1. Надо за минимальное количество действий получить число  $N$ .

Динамика назад - берем еще непосчитанные значения, смотрим назад на посчитанные, считаем наше.

Динамика вперед - берем уже посчитанное значение, смотрим вперед на непосчитанные, обновляем их через нас.

В предыдущей задаче кроме минимального количества действий выведите и сам порядок действий.

Идея - для каждого посчитанного состояния динамики запоминать через какое состояние было выгоднее посчитать наше. Иными словами - запоминаем предка.

Тогда в конце мы можем идти назад по этим предкам, пока не придем в стартовое состояние.

Есть прямоугольное поле  $n \times m$ . Черепашка стоит в левой верхней клетке. Она умеет ходить только вниз и вправо. В каждой клеточке лежит некоторое количество яблок. Мы хотим попасть в правую нижнюю клетку, собрав как можно больше яблок.

То же самое, только надо восстановить ответ.

# Сложная задача

То же самое, только дополнительно есть несколько выделенных клеток. Я хочу собрать максимальное количество яблок, при этом посетив ровно  $k$  выделенных клеток.

# Последовательность из нулей и единиц

Требуется найти количество последовательностей из нулей и единиц длиной  $N$ , где не могут стоять подряд два нуля.

# Последовательность из нулей и единиц

Не могут стоять подряд  $k$  нулей.



В доску вбиты гвоздики. У каждого гвоздика есть своя  $x$  координата. На гвоздики требуется натянуть несколько ниточек так, чтобы каждый гвоздик был концом хотя бы одной ниточки. Суммарная длина ниток должна быть минимальна.

В очереди за шаурмой стоят  $N$  человек.  $i$ -тый человек может купить одну шаурму за  $A_i$  секунд, две шаурмы за  $B_i$  секунд и три шаурмы за  $C_i$  секунд. Каждый человек может предложить стоящим за ним людям купить шаурму за них, чтобы сэкономить время. Требуется, чтобы последний человек получил свою шаурму как можно раньше.

Мальчик Вася написал в строку несколько чисел, каждое из которых не превышает  $k$ . Но о пробелах между числами он забыл, поэтому все числа были написаны слитно. Петя увидел эту строку из цифр, и ему стало интересно - сколько разных последовательностей чисел Вася мог написать.

На столе лежат  $N$  шаурм. Петя и Вася играют в увлекательную игру. Петя может за свой ход взять со стола от 1 до  $x$  шаурм и съесть. Ход Васи выглядит также. Проигрывает тот, перед чьим ходом на столе не оказывается шаурм. Игра начинается ходом Пети. Кто выиграет при оптимальной игре обоих?

На столе лежат  $N$  шаурм. Петя и Вася играют в увлекательную игру. Петя может за свой ход взять со стола от 1 до  $x$  шаурм и съесть, а Вася может за свой ход взять от 1 до  $y$  шаурм и съесть.

Проигрывает тот, перед чьим ходом на столе не оказывается шаурм. Игра начинается ходом Пети. Кто выиграет при оптимальной игре обоих?

# Сложная задача

Условие берем из задачи про черепашку. Кроме этого, на поле есть несколько выделенных клеток. Я хочу собрать максимальное количество яблок, при этом посетив ровно  $k$  выделенных клеток.

До встречи!

FOXFORD.RU

Онлайн-школа Фоксфорд



Фоксфорд