

Олимпиадное программирование

Занятие 19. Минимальное остовное дерево

Труфанов Павел Николаевич

Онлайн-школа  Фоксфорд

Foxford.ru 2019-2020

Остовное дерево связного графа из N вершин - его связный подграф из N вершин и $N - 1$ ребра. Если граф взвешенный, то минимальное остовное дерево - остовное дерево с минимальной суммой входящих ребер.

Давайте строить остовное дерево итеративно. Для начала возьмем подграф из одной вершины. Далее в каждом шаге будем добавлять вершину, которая находится ближе всего к компоненте. Такой алгоритм назовем алгоритмом Прима

Данный алгоритм будет отличаться от алгоритма Дейкстры в одной строчке!

Воспользуемся жадной идеей. Давайте отсортируем все ребра в порядке возрастания весов и будем добавлять очередное ребро, если его концы еще не связаны. Как нам это реализовать?

Система непересекающихся множеств

Хотим сделать структуру, которая сможет хранить элементы, каждый из которых отнесен к ровно одному множеству, и которая научится соединять два множества в одно?

Идея леса деревьев

Давайте хранить каждое множество как дерево. Корень – вершина, характеризующая множество, у остальных вершин указан предок в этом дереве. Чтобы проверить, что две вершины находятся в одном множестве, пойдем по предкам, пока не дойдем до корня. Чтобы соединить два различных множества – подвесим корень одного к корню другого.

Наивная реализация – $O(n)$ на запрос

Ранговая эвристика – $O(\log n)$ на запрос

Эвристика сжатия путей – $O(\log n)$ на запрос в среднем

Две эвристики вместе – $O(\alpha(n))$ на запрос в среднем

Воспользуемся СНМ-ом для поддержки компонент связности в графе. Такой алгоритм назовем алгоритмом Краскала.

Задача динамической связности

Дан граф. Требуется отвечать на такие запросы: добавить ребро, удалить ребро, проверить связны ли две вершины. Все запросы даны заранее.

До встречи!

FOXFORD.RU

Онлайн-школа Фоксфорд



Фоксфорд