

# Олимпиадное программирование

## Занятие 7. Бинарный поиск

Труфанов Павел Николаевич

Онлайн-школа  Фоксфорд

Foxford.ru 2019-2020

# Сыграем в игру

Я загадал число от 1 до 100. Вы можете задавать вопросы, на которые я буду отвечать ДА или НЕТ. Отгадайте мое число. За сколько операций вы его отгадаете?

За сколько операций вы отгадаете число, если я загадал число от 1 до  $10^{100}$ ?

# Бинарный поиск по функции

Имеем монотонную функцию. Решите уравнение  $f(x) = y$  для неизвестного  $x$

# Бинарный поиск по массиву

Хотим решать предыдущее уравнение для массива. Представим массив в виде функции. Граница  $l = 0, r = n$ . Делаем бинарный поиск на полуинтервалах

# Левый и правый бинпоиск

Попробуем поменять границы на  $l = -1, r = n - 1$ . Посмотрим, что будет делать бинпоиск.

# Левый и правый бинапоиск

При границах  $l = 0, r = n$  бинарный поиск находит последний элемент, меньший либо равный данному.

При границах  $l = -1, r = n - 1$  бинарный поиск находит первый элемент, больший либо равный данному.

# Встроенный бинарный поиск

C++ - `lower_bound`, `upper_bound(begin, end, val)`

## Муниципальный этап

В управляющий совет школы входят родители, учителя и учащиеся школы, причём родителей должно быть не менее одной трети от общего числа членов совета. В настоящий момент в совет входит  $N$  человек, из них  $K$  родителей. Определите, сколько родителей нужно дополнительно ввести в совет, чтобы их число стало составлять не менее трети от числа членов совета.

| Входные данные | Выходные данные |
|----------------|-----------------|
| 27<br>7        | 3               |



Как увидеть график функции?

Мы ищем некий ответ, поэтому по оси  $x$  отложим его.

Что будет на оси  $y$ ? Некие данные, которые известны, и такие, чтобы функция была монотонная. Таким образом, мы свели любую задачу на бинпоиск к решению уравнения  $f(x) = y$ .

# Границы бинарного поиска

Имеем две границы -  $l$ ,  $r$ . Правильнее всего делать бинпоиск на полуинтервалах, поэтому одна из границ не должна включаться.

Как определить, где какая граница? Знаем, что граница  $l$  обычно маленькая, а граница  $r$  большая. Посмотрим, может ли маленькое число  $l$  подходить под ответ, хоть и неоптимальный. Если да, то граница  $l$  включается, а граница  $r$  нет. Иначе наоборот.

## Баян на бинпоиск

У нас есть  $N$  дипломов высотой  $h$  и шириной  $w$ . Хотим повесить их на квадратную доску  $a \times a$ . Дипломы не могут перекрываться и выходить за границы доски. Найдите такое минимальное  $a$ .

Даны числа  $w, h, N$

| Входные данные | Выходные данные |
|----------------|-----------------|
| 2 3 10         | 9               |

## Задача с региона

Требуется построить базу из  $n$  модулей. Каждый модуль представляет собой прямоугольник размером  $a \times b$  метров. Вокруг модуля надо добавить защитный слой. Толщина этого слоя должна составлять целое число метров, и все модули должны иметь одинаковую толщину дополнительной защиты. Модуль с защитой толщиной  $d$  будет иметь форму прямоугольника размером  $(a + 2d) \times (b + 2d)$  метров.

Все модули должны быть расположены на заранее подготовленном прямоугольном поле размером  $w \times h$  метров. Модули расположены параллельно сторонам и не перекрываются.

Найдите максимальное  $d$ , что модули влезут на поле.

Вводятся числа  $n, a, b, w, h$

| Входные данные | Выходные данные |
|----------------|-----------------|
| 11 2 3 21 25   | 2               |

# Коровы в стойла

## Просто задача

На прямой расположены стойла, в которые необходимо расставить коров так, чтобы минимальное расстояние между коровами было как можно больше.

Вводятся количество стойл и количество коров.

Далее вводятся координаты стойл.

| Входные данные        | Выходные данные |
|-----------------------|-----------------|
| 6 3<br>2 5 7 11 15 20 | 9               |

## Просто задача

Организаторы детского праздника планируют надуть для него  $M$  воздушных шариков. С этой целью они пригласили  $N$  добровольных помощников,  $i$ -й среди которых надувает шарик за  $T_i$  минут, однако каждый раз после надувания  $Z_i$  шариков устает и отдыхает  $Y_i$  минут. Теперь организаторы праздника хотят узнать, через какое время будут надуты все шарики при наиболее оптимальной работе помощников, и сколько шариков надует каждый из них. Вводятся числа  $M, N$ . На следующих строках вводятся числа  $T_i, Z_i, Y_i$

| Входные данные | Выходные данные |
|----------------|-----------------|
| 3 2            | 4               |
| 2 2 5          | 2 1             |
| 1 1 10         |                 |

## Еще задачка

На прямой в положительных целых точках заданы координаты одуванчиков. В точке 0 живет черепаха. В полночь она вылезает из дома и хочет съесть все одуванчики и вернуться домой. Один одуванчик она съедает за  $t$  секунд. Для каждого одуванчика известна координата и время, когда он вырастет. Одну единицу расстояния черепаха проползет за  $d$  секунд. Плюс черепашка может просто ждать. Найдите минимальное время, через которое она вернется домой, съев все одуванчики.

## Задача

Есть  $N$  касс. В  $i$ -той кассе один продукт пробивается за  $A_i$  времени и с одним покупателем рассчитываются за  $B_i$  времени. У нас есть  $K$  человек и  $M$  тортиков. Для каждой кассы известно, что освободится она через  $T_i$  времени. Так распределите тортики между людьми и людей между кассами, чтобы все освободились как можно раньше.



До встречи!

FOXFORD.RU

Онлайн-школа Фоксфорд



Фоксфорд