

# Олимпиадное программирование

## Занятие 22. Продолжение геометрии

Труфанов Павел Николаевич

Онлайн-школа  Фоксфорд

Foxford.ru 2019-2020

Каждую прямую можно задать в виде уравнения  $Ax + By + C = 0$ , где  $A, B, C$  некоторые коэффициенты. Прямую можно построить по двум точкам  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  используя следующее уравнение  $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$ .

Если подставить в уравнение прямой координаты точки  $(x_0, y_0)$ , то результатом подстановки будет ориентированное расстояние от этой точки до прямой.

Если имеем прямую  $Ax + By + C = 0$ , то вектор  $(A, B)$  будет перпендикулярен этой прямой, а вектор  $(-B, A)$  будет параллелен ей.

Даны две прямые, требуется найти точку их пересечения. Это можно сделать просто используя систему уравнений.

Окружность можно задать координатой ее центра и радиусом. Уравнение окружности имеет вид  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$ .

# Пересечение окружности и прямой

Для начала перенесем центр окружности в центр координат. Также придется поменять коэффициент  $C$  для прямой. Далее находим расстояние от центра окружности до прямой. Если расстояние больше  $r$ , то точек пересечения нет. Если расстояние равно  $r$ , то прямая касается окружности. Иначе есть 2 точки пересечения.

# Пересечение двух окружностей

Вычтем из второго уравнения окружности первое. Теперь легко заметить, что второе уравнение стало уравнением прямой. Значит, требуется найти пересечение окружности и прямой, что мы уже имеем.

Многоугольник - набор из точек, где каждые соседние соединены отрезком. Точки даны в порядке обхода по или против часовой стрелки.



# Выпуклость многоугольника

По определению – выпуклый многоугольник это такой многоугольник, что если провести прямую через любую его сторону, то все вершины будут лежать по одну сторону от прямой или на самой прямой. Проверка на выпуклость, используя это определение, займет  $O(n^2)$  времени. Мы хотим быстрее.

Заметим, что в выпуклом многоугольнике все повороты имеют одинаковые знаки. Давайте это проверим. Проверить один поворот мы сможем за  $O(1)$ , а всего поворотов  $n$ .

- ▶ Периметр многоугольника
- ▶ Площадь многоугольника
- ▶ Проверить лежит ли точка внутри многоугольника
- ▶ Проверить за  $O(\log n)$  лежит ли точка внутри выпуклого многоугольника

# Выпуклая оболочка

Выпуклой оболочкой множества точек называется многоугольник с минимальной площадью такой, что все точки из множества лежат либо в нем, либо на границе. Данный многоугольник будет выпуклым.

Разберем два алгоритма построения выпуклой оболочки.

- ▶ Алгоритм Джарвиса "Заворачивание подарка"
- ▶ Алгоритм Грэхема.

До встречи!

FOXFORD.RU

Онлайн-школа Фоксфорд



Фоксфорд