

# Олимпиадное программирование

## Занятие 12. Структуры данных. Начало

Труфанов Павел Николаевич

Онлайн-школа  Фоксфорд

Foxford.ru 2019-2020

# Префиксные суммы

Задача - отвечать на запросы формата "Сумма на отрезке".

Заметим, что если мы подсчитаем суммы на всех префиксах, то сумма на любом отрезке это разница сумм на каких-то префиксах.

Время работы -  $O(n)/O(1)$

# Многомерные префиксные суммы

Теперь мы хотим считать запросы формата  
"Сумма на подпрямоугольнике". Сделаем то же  
самое, только на плоскости.

Время работы -  $O(n)/O(1)$

# Префиксные максимумы

Похожим образом мы можем считать любые функции на префиксе, но отвечать тогда мы сможем только на префиксе. Аналогично можно подсчитать суффиксные максимумы.

Требуется отвечать на запрос "Минимум на отрезке". Изменений нет.

Давайте подсчитаем минимум на всех отрезках длиной 1, всех отрезках длиной 2, всех отрезках длиной 4 и так далее.

Такое можно подсчитать за  $O(n \log n)$ . Как отвечать на вопрос? Для конкретного запроса выберем максимальную степень двойки, которая не превосходит длину этого запроса. Тогда на данный запрос можно ответить, взяв минимум из двух отрезков такой длины.

Время работы -  $O(n \log n)/O(1)$

## Разные идеи

- ▶ Минимум на отрезке с точечными изменениями
- ▶ Присвоить на отрезке, сумма на отрезке
- ▶ Сколько чисел на отрезке в заданном диапазоне с изменениями
- ▶ Вставить число, удалить число, сколько чисел больших  $x$
- ▶ Развернуть отрезок, прибавить на отрезке, минимум на отрезке

Задача: требуется отвечать на вопрос - сумма таких чисел на отрезке, которые встречаются хотя бы 3 раза.

Пусть мы умеем писать структуру данных, которая умеет отвечать на такой вопрос, если ровно все числа отрезка лежат в ней. Плюс она должна уметь добавлять элементы слева и справа, и удалять. Теперь отсортируем запросы таким образом  $\langle \langle l/K, r \rangle \rangle$ , где  $l, r$  - границы запроса, а  $K$  выбранная константа, примерно равная  $\sqrt{N}$ . Тогда покажем, что время работы будет маленькое.

До встречи!

FOXFORD.RU

Онлайн-школа Фоксфорд



Фоксфорд