

Олимпиадное программирование

Занятие 28. LCA. Запросы на поддеревьях и путях

Труфанов Павел Николаевич

Онлайн-школа  Фоксфорд

Foxford.ru 2019-2020

Отношение предка в корневом дереве: вершина u является предком вершины v в корневом дереве если u лежит на пути от корня до v . Понятно, что у вершины может быть много предков.

Отношение LCA: вершина l является LCA вершин u и v , если она является самым глубоким предком обеих вершин.

Проверка отношения предка

Воспользуемся временами входа-выхода. u предок v тогда и только тогда, когда $tin[u] \leq tin[v]$ и $tout[v] \leq tout[u]$. Такое можно посчитать в dfs-e

Решаем задачу LCA

Для начала предположим, что мы знаем как высоко находится $lca(u, v)$ над вершиной u . Тогда нам нужно научиться подниматься из вершины на сколько-нибудь вверх. Мы получили задачу LA.

Решаем задачу LA

Такую задачу можно решить с использованием двоичных подъемов. Мы будем для каждой вершины запоминать, куда мы поднимемся из нее, если пойдем на какую-то степень двойки вверх. Теперь можно за $O(\log n)$ подняться на любую высоту.

Теперь можно бинарным поиском по высоте подъема найти куда нужно подняться. А можно бинарный поиск соединить с двоичными подъемами и получить решение за $O(\log n)$

Двоичные подъемы можно применять в многих задачах. Например, чтобы узнавать значение функции на подотрезках в массиве. Также решим задачу с регионального этапа.

Эйлеров обход

Существует три вида эйлерова обхода. Первый - выписываем вершину, когда входим в нее в dfs. Второй - выписываем вершину когда входим и выходим из нее. Третий - выписываем вершину каждый раз, когда приходим в нее в dfs.

Давайте рассмотрим третий обход. Посмотрим на отрезок обхода между первыми вхождениями вершин u, v . Вершина $lca(u, v)$ встречается на этом отрезке и она имеет минимальную глубину. Значит, мы свели задачу к нахождению минимума на отрезке.

Эйлеров обход

Существует три вида эйлерова обхода. Первый - выписываем вершину, когда входим в нее в dfs. Второй - выписываем вершину когда входим и выходим из нее. Третий - выписываем вершину каждый раз, когда приходим в нее в dfs.

Давайте рассмотрим третий обход. Посмотрим на отрезок обхода между первыми вхождениями вершин u, v . Вершина $lca(u, v)$ встречается на этом отрезке и она имеет минимальную глубину. Значит, мы свели задачу к нахождению минимума на отрезке.

Запросы на поддеревьях и путях

Используем разные обходы чтобы делать запросы на поддеревьях, путях из вершин и путях из ребер

До встречи!

FOXFORD.RU

Онлайн-школа Фоксфорд



Фоксфорд