Задача 1.

Вводная

**Уравнение прямой**

**Ограничение по времени работы программы: 1 секунда**

Прямая задана двумя точками. Выведите коэффициенты A, B, C нормального уравнения прямой.

Программа получает на вход координаты двух точек, записанные в двух строках. проходящей через эти точки.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Программа должна вывести три числа — коэффициенты A, B, C какого-нибудь уравнения прямой.

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

ПРИМЕР

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 1 2 3 1 | -1 -2 5 |

Задача 2.

Сложная

**Пересечение двух прямых**

**Ограничение по времени работы программы: 1 секунда**

На плоскости даны две прямые. Каждая прямая задается парой точек, через которые она проходит. Требуется установить, пересекаются ли эти прямые, и найти координаты точки пересечения.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Вводятся сначала координаты двух различных точек, через которые проходит первая прямая, а затем — координаты еще двух различных (но, быть может, совпадающих с первыми двумя) точек, через которые проходит вторая прямая.

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Если прямые не пересекаются, выведите одно число 0. Если прямые совпадают, выведите 2. Если прямые пересекаются ровно в одной точке, то выведите сначала число 1, а затем два вещественных числа — координаты точки пересечения.

ПРИМЕР

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 1 1 2 2 1 10 2 11 | 0 |
| 0 0 1 1 1 0 -1 2 | 1 0.5 0.5 |

Задача 3.

Лёгкая

**Пересечение прямой и окружности**

**Ограничение по времени работы программы: 1 секунда**

Дана прямая и окружность. Найдите их точки пересечения.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Программа получает на вход шесть чисел: координаты центра окружности, ее радиус (в первой строке), коэффициенты нормального уравнения прямой (во второй строке).

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

В первой строке одно число K, равное количеству точек пересечения прямой с окружностью (0, 1 или 2). Далее в K строках координаты самих точек (по два числа в строке).

ПРИМЕР

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 1 1 1 1 -1 0 | 2 0.29289321881345254 0.29289321881345254 1.7071067811865475 1.7071067811865475 |

Задача 4.

Сложная

**Пересечение окружностей**

**Ограничение по времени работы программы: 1 секунда**

Найдите все точки пересечения двух данных окружностей.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Программа получает на вход шесть чисел – координаты центров и радиусы двух окружностей окружности (по три числа в двух строках).

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

В случае если количество общих точек окружностей конечно, в первой строке выведите одно число K, равное этому количеству, далее в K строках координаты самих точек. Если указанных точек бесконечно много, выведите единственное число "3".

ПРИМЕР

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 2 3 1 3 2 1 | 2 3.0 3.0 2.0 2.0 |

Задача 5.

Средняя

**Точки касания**

**Ограничение по времени работы программы: 1 секунда**

Дана окружность и точка. Постройте все возможные касательные к данной окружности, проходящих через данную точку. Касательная задается точкой окружности, через которую она проходит.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Программа получает на вход пять чисел: координаты центра окружности, ее радиус (в первой строке), координаты точки (во второй строке).

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Выведите одно число K, равное числу касательных, которые можно провести через данную точку к окружности (0, 1 или 2). Далее в K строках выведите координаты точек окружности, через которые можно провести касательные, проходящие через данную точку.

ПРИМЕР

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 1 1 1 2 2 | 1.0 2.0 2.0 1.0 |

Задача 6.

Лёгкая

**Выпуклость многоугольника**

**Ограничение по времени работы программы: 3 секунды**

На плоскости задан многоугольник координатами вершин в порядке их обхода. Проверьте, является ли он выпуклым.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

В первой строке входных данных записано количество вершин многоугольника N (3⩽N⩽100000). В следующих N строчках записаны координаты вершин многоугольника (по два целых числа в одной строке). Возможно, что три и более соседних вершин в порядке обхода лежат на одной прямой (то есть одна сторона многоугольника является продолжением другой стороны).

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Программа должна вывести слово YES, если многоугольник является выпуклыми и слово NO, в противном случае.

ПРИМЕР

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 3 0 0 0 1 1 0 | YES |

Задача 7.

Вводная

**Площадь многоугольника**

**Ограничение по времени работы программы: 1 секунда**

На плоскости задан многоугольник координатами вершин в порядке их обхода. Многоугольник не обязательно выпуклый. Найдите площадь данного многоугольника.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

В первой строке входных данных записано количество вершин многоугольника N (3⩽N⩽100). В следующих N строчках записаны координаты вершин многоугольника (по два вещественных числа в одной строке).

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Программа должна вывести одно вещественное число -— площадь многоугольника.

ПРИМЕР

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 4 0 0 0 2 4 3.5 4 0 | 11.0 |

Задача 8.

Средняя

**Принадлежность точки многоугольнику**

**Ограничение по времени работы программы: 3 секунды**

На плоскости задан многоугольник координатами вершин в порядке их обхода (необязательно выпуклый) и точка. Проверьте, лежит ли эта точка внутри многоугольника (включая его границу).

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

В первой строке входных данных записано три числа: количество вершин многоугольника N (3⩽N⩽100000) и координаты точки X и Y. В следующих N строчках записаны координаты вершин многоугольника (по два целых числа в одной строке).

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Программа должна вывести слово YES, если точка (X,Y) лежит внутри данного многоугольника или на его границе, и слово NO, в противном случае.

ПРИМЕР

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 3 0 0 1 0 0 1 1 1 | NO |

Задача 9.

Сложная

**Выпуклая оболочка**

**Ограничение по времени работы программы: 1 секунда**

На плоскости даны N точек. Постройте их выпуклую оболочку.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

В первой строке входных данных записано три числа: количество точек N (3⩽N⩽20000). В следующих N строчках записаны координаты точек (по два целых числа в одной строке).

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Программа должна вывести два вещественных числа: периметр и площадь многоугольника, являющегося выпуклой оболочкой данных точек.

ПРИМЕР

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 4 0 0 3 4 3 1 6 0 | 16.0 12.0 |

Задача 10.

Сложная

**Армейская история**

Военные захотели усилить охрану космодрома.  
Было решено, что он должен быть огорожен как можно большим числом заборов,  
а вдоль каждого из них вокруг космодрома должна ходить вооруженная охрана. Издали приказ, и начали готовить проект. Желая выслужиться, прапорщик Дуров направил роту солдат вкапывать столбы для забора, не дожидаясь проекта. Солдаты, не долго думая, наставили столбов куда попало. Помогите прапорщику решить, как на этих столбах сделать побольше заборов из колючей проволоки.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

В первой строке содержится целое число 3≤N≤4000 — количество вкопанных столбов.  
В каждой из последующих N строк содержатся два целых числа 0≤x,y≤10000 — координаты столба. Естественно, все столбы вкопаны в разных точках.

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Выведите максимально возможное количество заборов, которые можно построить. Заборы должны являться многоугольниками без самопересечений, с углами в точках столбов. Заборы не должны касаться или пересекаться, и должны быть вложенными один в другой, чтобы вдоль каждого забора патруль мог обойти космодром и снаружи, и изнутри.

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 4 100 100 200 100 100 200 300 300 | 1 |

Задача 11.

Сложная

**Внутренняя точка**

Дан строго выпуклый N-угольник и K точек.  
Для каждой точки нужно определить, где она находится "-— внутри, на границе, или снаружи.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

N (3≤N≤105). Далее N точек "-— вершины многоугольника. K (0≤K≤105). Далее K точек "-— запросы. Все координаты "-— целые числа по модулю не превосходящие 107.

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Для каждого запроса одна строка "-— \texttt{INSIDE}, \texttt{BORDER} или \texttt{OUTSIDE}.

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 4 0 0 2 0 2 2 0 2 4 1 1 0 0 0 1 0 3 | INSIDE BORDER BORDER OUTSIDE |

Задача 12.

Олимпиадная

**Накрыть многоугольник кругом**

**Ограничение по времени работы программы: 1 секунда**

Даны N точек. Требуется построить круг минимального радиуса такой, чтобы этот круг целиком покрывал все точки (каждая точка должна лежать на границе или внутри круга).

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Первая строка входных данных содержит количество точек N, 3⩽N⩽25. В следующих N строках записаны координаты данных точек (действительные числа).

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Программа должна вывести три числа — координаты центра круга и его радиус.

ПРИМЕР

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 4 0.0 0.0 6.0 0.0 6.0 8.0 0.0 8.0 | 3.0 4.0 5.0 |