1

Проверка на простоту

2

Разложение на простые

3

МегаНОД

4

Шестеренки

5

Сложить две дроби

6

Отрезок

7

Расширенный алгоритм Евклида

8

Бинарное возведение в степень

9

Решето Эратосфена

10

Полярные единички

Задача 1.

Вводная

**Проверка на простоту**

Проверьте, является ли число простым.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Вводится одно натуральное число n не превышающее 2000000000 и не равное 1.

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Необходимо вывести строку prime, если число простое, или composite, если число составное.

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 5 | prime |

Решение задачи

Пробежимся циклом до корня из n. Если найдем делитель - число составное, иначе простое.

Задача 2.

Вводная

**Разложение на простые**

Напишите программу, которая по данному натуральному числу n выводит все его простые натуральные делители с учетом кратности. Время работы программы должно быть пропорционально корню из n.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Программа получает на вход одно число n<231.

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Программа должна вывести все простые натуральные делители числа n с учетом кратности в порядке неубывания.

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 6 | 2 3 |

Решение задачи

Перебираем делители до корня из n и делим пока делится. Если после цикла в n осталась не единица, то это последний простой множитель.

Задача 3.

Лёгкая

**МегаНОД**

Дано N чисел. Найти самое большое число, на которое делятся все N чисел.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

В первой строке дано число N. Во второй строке даны через пробел N чисел (1≤N≤1000).

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Выведите искомое число

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 1  3 | 3 |
| 3  3 6 12 | 3 |

Решение задачи

Возьмем первые два числа, посчитаем их НОД, положим в первое число. Далее возьмем первое и третье число, посчитаем их НОД, положим в первое. Повторяем так до конца. В конце результат будет лежать в первом числе.

Задача 4.

Лёгкая

**Шестеренки**

Даны две сцепленные шестеренки. У одной шестеренки N зубцов, у другой – K. Требуется найти, какое минимальное число поворотов на один зубчик требуется сделать, чтобы шестеренки вернулись в исходное состояние.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

В единственной строке -— два натуральных числа N и K, не превосходящих 107.

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Выведите искомое количество зубчиков.

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 2 3 | 6 |
| 6 21 | 42 |

Решение задачи

Как мы знаем - НОК(a, b) = a \* b / НОД(a, b).

Задача 5.

Средняя

**Сложить две дроби**

Даны две рациональные дроби: ab и cd. Сложите их и результат представьте в виде несократимой дроби mn.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Программа получает на вход 4 натуральных числа a,b,c,d, не превосходящих 100.

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Программа должна вывести 2 натуральных числа m и n такие, что mn=ab+cd и дробь mn – несократима.

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 1 3 1 2 | 5 6 |

Решение задачи

Приведем дроби к общему знаменателю, сложим, а затем найдем НОД числителя и знаменателя.

Задача 6.

Сложная

**Отрезок**

На клетчатой бумаге Петя нарисовал отрезок из точки с координатами (a,b) в точку с координатами (c,d). Через сколько клеток проходит этот отрезок (считается, что отрезок проходит через клетку, если он проходит через ее внутренность, если же он проходит только через вершину или по границе клетки, считается, что он не проходит через клетку).

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Вводятся целые числа a,b,c,d. Числа по модулю не превышают 109.

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Выведите одно число — количество клеток, через которые проходит отрезок.

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 0 0 6 4 | 8 |
| 3 3 -3 3 | 0 |

Задача 7.

Сложная

**Расширенный алгоритм Евклида**

Даны натуральные числа a,b,c. Если уравнение ax+by=c имеет решения в целых числах, то выведите через пробел НОДНОД(a,b),x и y (какое-нибудь решение). Если решения не существует, то выведите слово Impossible.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Входные данные - натуральные числа a,b,c, которые не превышают по модулю 10000.

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Выведите ответ на задачу.

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 1 2 3 | 1 1 1 |
| 10 6 8 | 2 2 -2 |

Задача 8.

Лёгкая

**Бинарное возведение в степень**

На вход программе подаются 3 целых неотрицательных числа x, N и P,  не превосходящих 2 ∗ 109. Кроме того P > 0. Требуется вычислить значение x в степени N по модулю P.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Вводятся три числа - x,N,P

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Выведите результат работы программы

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 2 10 1000 | 24 |

Задача 9.

Средняя

**Решето Эратосфена**

Напишите программу, которая выводит все простые числа в диапазоне от 2 до N включительно (2≤N≤ 100000).

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Входная строка содержит целое число  N (2≤N≤100000).

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Программа должна вывести все простые числа в диапазоне от 2 до N в одну строку, разделив их пробелами.

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 20 | 2 3 5 7 11 13 17 19 |

Задача 10.

Лёгкая

**Полярные единички**

**Ограничение по времени работы: 1 секунда**

Программист на Северном полюсе работал за компьютером в варежках и поэтому мог набирать только 0 и 1, а клавиша 0 запала. Сможет ли он набрать число, состоящее только из единиц и при этом кратное заданному числу N?

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Программа получает на вход натуральное число N, не превосходящее 106.

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Программа должна вывести минимальное число, удовлетворяющее требованию или "NO", если такого числа не существует.

ПРИМЕР

|  |  |
| --- | --- |
| **ввод** | **вывод** |
| 3 | 111 |
| 100 | NO |

**Подсказка**

Число делится на N, значит, оно равно 0 в кольце вычетов по модулю N.

Необходимо построить последовательность остатков от деления на N чисел 1, 11, 111, 1111 и т.д. до тех пор, пока не встретится в этой последовательности значение, равное 0.