

Задача 2.3

Рассмотрим функцию $f(x)$, определенную как

$$f(x) = \int_0^x g(t) dt$$

Этот интеграл не всегда представим в виде аналитической функции, и в общем случае его приходится вычислять численно. Численное интегрирование - вычислительно затратная операция. Альтернативный подход - построение интерполяционной функции по конечному набору значений функции $f(x)$.

Для двух вариантов функции $g(t)$:

a) $g(t) = \sinh 2t \cdot (x^2 + 1)$

b) $g(t) = -\frac{5t \cdot \cos(t)}{(1+2t^2)^3}$

проведите следующее исследование:

1. Вычислите значения $f(x)$ для x в диапазоне от -2 до 2 с шагом 0.5 , используя численное интегрирование.
2. Используйте эти вычисленные значения для построения интерполяционного полинома Лагранжа.
3. Сравните приближенные значения функции $f(x)$ с полученными значениями на сетке с шагом 0.1 в том же диапазоне. Оцените абсолютную и относительную ошибку.

Подберите более эффективный численный метод приближения функции $f(x)$ по значениям из пункта (1) для второй задачи.