Victor Manuel Leiva Requene

Ing. Computación

Resumen del Capítulo 4: Análisis de la Respuesta Temporal

El capítulo 4 del libro "Ingeniería de Control Moderna" de Ogata se centra en el análisis de la respuesta temporal de los sistemas de control. Este análisis es crucial para entender cómo un sistema responde a diferentes entradas a lo largo del tiempo, lo que permite diseñar sistemas que se comporten de manera deseada en términos de rapidez, estabilidad y precisión.

4-1. Introducción

La introducción establece la importancia de la respuesta temporal en el análisis de sistemas de control, destacando que la calidad de la respuesta transitoria y estacionaria puede determinar la efectividad de un sistema de control.

4-2. Respuesta Temporal de Sistemas de Primer Orden

Los sistemas de primer orden son aquellos cuya dinámica puede describirse con una ecuación diferencial de primer grado. Se discute la respuesta a diferentes tipos de entradas como escalones y rampas, enfatizando parámetros como la constante de tiempo y el tiempo de establecimiento.

4-3. Respuesta Temporal de Sistemas de Segundo Orden

Para los sistemas de segundo orden, se analizan las respuestas a entradas en escalón, rampa e impulso. Los parámetros clave incluyen la frecuencia natural, el factor de amortiguamiento y la frecuencia de amortiguamiento. La forma de la respuesta (subamortiguada, críticamente amortiguada o sobreamortiguada) depende de estos parámetros.

4-4. Análisis de Estabilidad

La estabilidad de un sistema es fundamental. Se presentan criterios para determinar la estabilidad de un sistema basado en la ubicación de los polos en el plano complejo. Un sistema es estable si todos los polos de su función de transferencia tienen partes reales negativas.

4-5. Controladores PID

Se introduce el concepto de los controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID), que se utilizan para mejorar la respuesta temporal de los sistemas. Se explica cómo ajustar los parámetros PID para obtener la respuesta deseada.

Ejemplos y Soluciones

Ejemplo 1: Respuesta de un Sistema de Primer Orden a un Escalón Unitario

Problema: Considerar un sistema de primer orden con la función de transferencia ($G(s) = \frac{1}{s + 1}$). Determinar su respuesta a un escalón unitario.

Solución: La respuesta a un escalón unitario se puede encontrar aplicando la transformada inversa de Laplace. La función de transferencia para un escalón unitario ($R(s) = \frac{1}{s}$) es:

$$C(s) = G(s)R(s) = \frac{1}{s + 1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s(s + 1)}$$

Aplicando la transformada inversa de Laplace, obtenemos:

$$c(t) = 1 - e^{-t}$$

Esto muestra que la respuesta temporal del sistema es una curva exponencial que se aproxima a 1 a medida que (t) tiende a infinito.

Ejemplo 2: Respuesta de un Sistema de Segundo Orden Subamortiguado

Problema: Considerar un sistema de segundo orden con la función de transferencia ($G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$), donde ($\omega_n = 2$) rad/s y ($\zeta = 0.5$). Determinar su respuesta a un escalón unitario.

Solución: La respuesta a un escalón unitario se obtiene aplicando la transformada inversa de Laplace. Para ($R(s) = \frac{1}{s}$):

$$C(s) = G(s)R(s) = \frac{4}{s(s^2 + 2s + 4)}$$

Descomponiendo en fracciones parciales y aplicando la transformada inversa de Laplace, obtenemos:

$$c(t) = 1 - \frac{e^{-t}}{\sqrt{3}} \sin\left(\sqrt{3} t + \phi \right)$$

donde (ϕ) es el ángulo de fase correspondiente.

Estos ejemplos ilustran cómo se puede utilizar la teoría de la respuesta temporal para analizar y predecir el comportamiento de los sistemas de control frente a diferentes tipos de entradas.