Victor Manuel Leiva Requene

Ing. Computación

Resumen del Capítulo 2:

Modelado Matemático de Sistemas de Control

2-1. Introducción

El capítulo comienza destacando la importancia del modelado matemático en el estudio de sistemas de control. Un modelo matemático se define como un conjunto de ecuaciones que describen con precisión la dinámica de un sistema. Este puede tomar varias formas dependiendo del sistema y las circunstancias, como el uso de ecuaciones diferenciales derivadas de leyes físicas (por ejemplo, las leyes de Newton para sistemas mecánicos y las leyes de Kirchhoff para sistemas eléctricos). Se resalta que obtener un modelo matemático razonable es crucial para todo el análisis.

2-2. Función de Transferencia y de Respuesta Impulso

Esta sección introduce la función de transferencia, una herramienta fundamental para el análisis y diseño de sistemas de control lineales. La función de transferencia se define como la relación entre la transformada de Laplace de la salida y la entrada de un sistema lineal e invariante en el tiempo, con las condiciones iniciales igualadas a cero. También se discute la respuesta impulso, que es la salida de un sistema cuando la entrada es una función impulso unitario.

2-3. Sistemas de Control Automáticos

En esta sección se describen los sistemas de control automáticos y su relevancia en diversas aplicaciones industriales y de ingeniería. Se explican conceptos básicos como el control en lazo cerrado y en lazo abierto, y se introducen elementos comunes de un sistema de control, incluyendo sensores, actuadores y controladores. La estabilidad y el rendimiento del sistema son temas clave que se abordan en relación con el diseño de sistemas de control.

2-4. Modelado en el Espacio de Estados

El modelado en el espacio de estados es presentado como una forma poderosa y generalizada para representar sistemas dinámicos. Esta metodología es especialmente útil para sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO). Se detallan las ecuaciones de estado y la representación matricial de sistemas, proporcionando una base para el análisis y diseño de controladores modernos.

2-5. Representación en el Espacio de Estados de Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Escalares

Aquí se aborda cómo convertir sistemas de ecuaciones diferenciales escalares en una representación en el espacio de estados. Este proceso incluye definir variables de estado, formar las ecuaciones de estado y salida, y organizar estas ecuaciones en una forma matricial estándar. Este método facilita el análisis y la simulación de sistemas complejo.

2-6. Transformación de Modelos Matemáticos con MATLAB

MATLAB se introduce como una herramienta poderosa para la transformación y análisis de modelos matemáticos. Se explican técnicas para convertir modelos de funciones de transferencia al espacio de estados y viceversa utilizando MATLAB. Este software permite realizar cálculos complejos y simulaciones de manera eficiente, lo que es esencial para el diseño y análisis de sistemas de control

2-7. Linealización de Modelos Matemáticos No Lineales

Finalmente, se discute la linealización de modelos no lineales, una técnica crucial para aplicar las teorías de control lineal a sistemas originalmente no lineales. Se explica cómo linearizar ecuaciones no lineales alrededor de un punto de operación, utilizando series de Taylor y otras aproximaciones. Esta sección es fundamental para entender cómo los sistemas reales, que a menudo son no lineales, pueden ser tratados con herramientas de control lineal

Ejemplos de Problemas y Soluciones

El capítulo concluye con varios ejemplos de problemas y sus soluciones, proporcionando una aplicación práctica de los conceptos teóricos discutidos. Estos ejemplos ayudan a reforzar la comprensión del modelado matemático y su importancia en el diseño de sistemas de control eficientes y efectivos.

Problema:

Considere un sistema de masa-resorte-amortiguador con una masa (m), un resorte de constante (k), y un amortiguador con coeficiente de fricción viscosa (b). La fuerza aplicada es ($u(t)$) y la posición de la masa es ($y(t)$).

Solución:

1. Ecuaciones de movimiento:

La ecuación de movimiento para el sistema se puede obtener a partir de la segunda ley de Newton:

$$m \ddot{y}(t) + b \dot{y}(t) + k y(t) = u(t)$$

2. Transformada de Laplace:

Aplicando la transformada de Laplace y suponiendo condiciones iniciales nulas:

$$m s^2 Y(s) + b s Y(s) + k Y(s) = U(s)$$

3. Función de transferencia:

Resolviendo para ($Y(s) / U(s)$):

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{m s^2 + b s + k}$$

Esta es la función de transferencia del sistema.

Ejemplo 2-2: Modelado de un sistema eléctrico

Problema:

Modelar un circuito RLC en serie, donde (R) es la resistencia, (L) es la inductancia y (C) es la capacitancia. La entrada es el voltaje ($u(t)$) y la salida es la corriente ($i(t)$).

Solución:

1. Ecuaciones del circuito:

Usando las leyes de Kirchhoff:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t)\, dt = u(t)$$

2. Transformada de Laplace:

Aplicando la transformada de Laplace y suponiendo condiciones iniciales nulas:

$$L s I(s) + R I(s) + \frac{1}{C s} I(s) = U(s)$$

3. Función de transferencia:

Resolviendo para ($I(s) / U(s)$):

$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{1}{L s + R + \frac{1}{C s}}$$

Simplificando:

$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{s}{L C s^2 + R C s + 1}$$

Esta es la función de transferencia del circuito RLC.

Estos ejemplos ilustran cómo se pueden modelar sistemas mecánicos y eléctricos mediante ecuaciones diferenciales y cómo se transforman estas ecuaciones en el dominio de Laplace para obtener las funciones de transferencia que caracterizan el comportamiento dinámico de los sistemas.

Fuente:

- Ingeniería de Control Moderna, Ogata

Resumen del Capítulo 3:

Modelado matemático de sistemas mecánicos y sistemas eléctricos

3-1 Introducción

Este capítulo trata sobre el modelado matemático de sistemas mecánicos y eléctricos, abordando una variedad de configuraciones que pueden aparecer en sistemas de control. Utiliza las leyes fundamentales que gobiernan estos sistemas, como la segunda ley de Newton para los sistemas mecánicos y las leyes de Kirchhoff para los circuitos eléctricos.

3-2 Modelado matemático de sistemas mecánicos

En esta sección, se aborda el modelado de sistemas mecánicos utilizando la segunda ley de Newton. Se presentan ejemplos de sistemas sencillos de resortes y amortiguadores. Se describe cómo obtener modelos en forma de función de transferencia y en el espacio de estados para diferentes configuraciones mecánicas.

Ejemplo 3-1:

- Sistema de resortes en paralelo y en serie: Se ilustra cómo calcular la constante equivalente del resorte (k_{eq}) para sistemas de resortes tanto en paralelo como en serie. En paralelo, $k_{eq} = k_1 + k_2$. En serie, $\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$.

3-3 Modelado matemático de sistemas eléctricos

En esta sección, se analiza el modelado de circuitos eléctricos, incluidos circuitos RLC y sistemas con amplificadores operacionales. Se emplean las leyes de Kirchhoff para obtener modelos en forma de función de transferencia y en el espacio de estados.

Ejemplo de sistema eléctrico:

- Circuito RLC en serie: Se deriva la función de transferencia de un circuito RLC en serie usando la ley de voltajes de Kirchhoff, obteniendo una representación matemática que describe el comportamiento dinámico del circuito.

Ejemplo de sistema mecánico:

- Sistema masa-resorte-amortiguador: Se modela un sistema mecánico compuesto por una masa, un resorte y un amortiguador. Se establece la ecuación diferencial que describe el sistema y se transforma a una función de transferencia en el dominio de Laplace.

Sección de problemas y soluciones:

Al final del capítulo, se incluyen varios problemas resueltos que ayudan a reforzar los conceptos presentados. Estos problemas abarcan tanto sistemas mecánicos como eléctricos y proporcionan ejemplos prácticos de cómo aplicar las técnicas de modelado matemático para obtener representaciones dinámicas de sistemas de control.

Este capítulo es fundamental para comprender cómo modelar matemáticamente diferentes sistemas físicos, una habilidad esencial para el análisis y diseño de sistemas de control.

Ejemplo 3-1: Constante del resorte en sistemas de resortes

En este ejemplo, se obtiene la constante del resorte equivalente (k_{eq}) para sistemas de resortes en paralelo y en serie.

Resortes en paralelo

Para los resortes en paralelo, la constante del resorte equivalente (k_{eq}) se calcula como la suma de las constantes de los resortes individuales. Si los resortes tienen constantes (k_1) y (k_2), entonces:

$$k_{eq} = k_1 + k_2$$

Resortes en serie

Para los resortes en serie, la fuerza en cada resorte es la misma. Si los resortes tienen constantes (k_1) y (k_2), entonces:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

$$k_{eq} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

Ejemplo 3-2: Sistema masa-resorte-amortiguador

En este ejemplo, se modela un sistema masa-resorte-amortiguador, donde una masa m está conectada a un resorte con constante k y a un amortiguador con coeficiente de amortiguamiento b.

Ecuación de movimiento

La ecuación diferencial que describe el movimiento del sistema es:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F(t)$$

donde x es el desplazamiento de la masa y $F(t)$ es la fuerza aplicada.

Transformación a la función de transferencia

Para obtener la función de transferencia, se aplica la transformada de Laplace a la ecuación diferencial, asumiendo condiciones iniciales nulas:

$$ms^2X(s) + bsX(s) + kX(s) = F(s)$$

$$(ms^2 + bs + k)X(s) = F(s)$$

La función de transferencia $G(s)$ es:

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$$

Estos ejemplos ilustran cómo se pueden derivar modelos matemáticos para sistemas físicos mediante el uso de ecuaciones diferenciales y transformadas de Laplace.

Resumen del Capítulo 4: Análisis de la Respuesta Temporal

El capítulo 4 del libro "Ingeniería de Control Moderna" de Ogata se centra en el análisis de la respuesta temporal de los sistemas de control. Este análisis es crucial para entender cómo un sistema responde a diferentes entradas a lo largo del tiempo, lo que permite diseñar sistemas que se comporten de manera deseada en términos de rapidez, estabilidad y precisión.

4-1. Introducción

La introducción establece la importancia de la respuesta temporal en el análisis de sistemas de control, destacando que la calidad de la respuesta transitoria y estacionaria puede determinar la efectividad de un sistema de control.

4-2. Respuesta Temporal de Sistemas de Primer Orden

Los sistemas de primer orden son aquellos cuya dinámica puede describirse con una ecuación diferencial de primer grado. Se discute la respuesta a diferentes tipos de entradas como escalones y rampas, enfatizando parámetros como la constante de tiempo y el tiempo de establecimiento.

4-3. Respuesta Temporal de Sistemas de Segundo Orden

Para los sistemas de segundo orden, se analizan las respuestas a entradas en escalón, rampa e impulso. Los parámetros clave incluyen la frecuencia natural, el factor de amortiguamiento y la frecuencia de amortiguamiento. La forma de la respuesta (subamortiguada, críticamente amortiguada o sobreamortiguada) depende de estos parámetros.

4-4. Análisis de Estabilidad

La estabilidad de un sistema es fundamental. Se presentan criterios para determinar la estabilidad de un sistema basado en la ubicación de los polos en el plano complejo. Un sistema es estable si todos los polos de su función de transferencia tienen partes reales negativas.

4-5. Controladores PID

Se introduce el concepto de los controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID), que se utilizan para mejorar la respuesta temporal de los sistemas. Se explica cómo ajustar los parámetros PID para obtener la respuesta deseada.

Ejemplos y Soluciones

Ejemplo 1: Respuesta de un Sistema de Primer Orden a un Escalón Unitario

Problema: Considerar un sistema de primer orden con la función de transferencia ($G(s) = \frac{1}{s + 1}$). Determinar su respuesta a un escalón unitario.

Solución: La respuesta a un escalón unitario se puede encontrar aplicando la transformada inversa de Laplace. La función de transferencia para un escalón unitario ($R(s) = \frac{1}{s}$) es:

$$C(s) = G(s)R(s) = \frac{1}{s + 1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s(s + 1)}$$

Aplicando la transformada inversa de Laplace, obtenemos:

$$c(t) = 1 - e^{-t}$$

Esto muestra que la respuesta temporal del sistema es una curva exponencial que se aproxima a 1 a medida que t tiende a infinito.

Ejemplo 2: Respuesta de un Sistema de Segundo Orden Subamortiguado

Problema: Considerar un sistema de segundo orden con la función de transferencia $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$, donde $\omega_n = 2$ rad/s y $\zeta = 0.5$. Determinar su respuesta a un escalón unitario.

Solución: La respuesta a un escalón unitario se obtiene aplicando la transformada inversa de Laplace. Para $R(s) = \frac{1}{s}$:

$$C(s) = G(s)R(s) = \frac{4}{s(s^2 + 2s + 4)}$$

Descomponiendo en fracciones parciales y aplicando la transformada inversa de Laplace, obtenemos:

$$c(t) = 1 - \frac{e^{-t}}{\sqrt{3}} \sin\left(\sqrt{3} t + \phi \right)$$

donde ϕ es el ángulo de fase correspondiente.

Estos ejemplos ilustran cómo se puede utilizar la teoría de la respuesta temporal para analizar y predecir el comportamiento de los sistemas de control frente a diferentes tipos de entradas.

Resumen del Capítulo 5:

Análisis de la Respuesta Transitoria y Estacionaria

5.1 Introducción

El análisis de la respuesta temporal es crucial en el diseño y comprensión de sistemas de control, ya que permite evaluar cómo el sistema responde a diferentes entradas a lo largo del tiempo. En particular, el análisis de la respuesta transitoria se enfoca en el comportamiento del sistema inmediatamente después de un cambio en la entrada, mientras que la respuesta en estado estacionario examina el comportamiento del sistema cuando ha alcanzado una condición estable. Este capítulo proporciona las bases teóricas y prácticas para realizar este análisis, utilizando tanto métodos analíticos como herramientas computacionales como MATLAB.

5.2 Sistemas de Primer Orden

Los sistemas de primer orden son aquellos cuya ecuación diferencial característica es de primer grado. Un ejemplo típico de un sistema de primer orden es un circuito RC, donde la tensión a través del condensador o la corriente en el resistor se puede describir mediante una ecuación diferencial de primer orden. La respuesta temporal de estos sistemas a diferentes entradas, como escalones, rampas e impulsos, revela cómo el sistema alcanza su nuevo estado estacionario. La constante de tiempo (tau) es un parámetro clave, ya que determina la rapidez con la que el sistema responde a cambios en la entrada.

El análisis de sistemas de primer orden también se aplica a otros contextos, como sistemas térmicos y mecánicos. En cada caso, la constante de tiempo proporciona información valiosa sobre la dinámica del sistema. Por ejemplo, en un sistema térmico, (tau) puede representar la velocidad a la que un objeto alcanza la temperatura ambiente después de un cambio de temperatura. La comprensión de estos sistemas permite a los ingenieros diseñar controles que optimicen la respuesta del sistema, mejorando la estabilidad y el rendimiento general.

5.3 Sistemas de Segundo Orden

Los sistemas de segundo orden son más complejos y pueden exhibir una variedad de comportamientos dependiendo de los parámetros del sistema, como la frecuencia natural (omega_n) y el factor de amortiguamiento (zeta). Estos sistemas son comunes en aplicaciones mecánicas y eléctricas, donde se requiere un análisis detallado de la respuesta transitoria para asegurar un rendimiento adecuado. La respuesta de un sistema de segundo orden puede ser subamortiguada, críticamente amortiguada o sobreamortiguada, cada una de las cuales tiene implicaciones diferentes para la estabilidad y la rapidez de la respuesta.

La respuesta transitoria de un sistema de segundo orden a una entrada escalón, por ejemplo, puede mostrar oscilaciones antes de alcanzar el estado estacionario. Estas oscilaciones se caracterizan por parámetros como el tiempo de subida, el tiempo de establecimiento y el sobreimpulso, que son críticos para evaluar el rendimiento del sistema. Un análisis detallado permite ajustar los parámetros del sistema para minimizar las oscilaciones no deseadas y mejorar la estabilidad, proporcionando un control más preciso y eficiente.

5.4 Sistemas de Orden Superior

Los sistemas de orden superior, cuya función de transferencia tiene un grado mayor que dos, presentan una mayor complejidad en su análisis debido a la interacción de múltiples polos y ceros. Estos sistemas se pueden encontrar en aplicaciones avanzadas de ingeniería, donde se requieren modelos más precisos para capturar la dinámica completa del sistema. El análisis de sistemas de orden superior a menudo implica descomponerlos en subsistemas de primer y segundo orden, lo que simplifica el estudio de su comportamiento transitorio y estacionario.

La descomposición de un sistema de orden superior en subsistemas más simples permite aplicar las técnicas de análisis desarrolladas para sistemas de primer y segundo orden. Esta aproximación modular facilita la identificación de las contribuciones individuales de cada parte del sistema a la respuesta global. Además, proporciona una base para el diseño de estrategias de control que puedan abordar la complejidad del sistema sin perder de vista los objetivos de rendimiento y estabilidad.

5.5 Análisis de la Respuesta Transitoria con MATLAB

MATLAB es una herramienta poderosa y versátil que permite analizar y visualizar la respuesta transitoria de sistemas de control de manera eficiente. Utilizando funciones y scripts específicos, los ingenieros pueden simular la respuesta de sistemas de primer, segundo y orden superior a diferentes tipos de entradas. MATLAB facilita el ajuste de parámetros y la evaluación de diferentes estrategias de control, lo que es esencial para el diseño y la optimización de sistemas complejos.

El uso de MATLAB en el análisis de la respuesta transitoria incluye la generación de gráficos y la realización de cálculos detallados que pueden ser tediosos de realizar manualmente. Por ejemplo, se pueden trazar las curvas de respuesta temporal y analizar parámetros como el sobreimpulso, el tiempo de establecimiento y la estabilidad. Esta capacidad de visualización y simulación permite a los ingenieros probar diferentes escenarios y optimizar el rendimiento del sistema de manera iterativa y eficiente.

5.6 Criterio de Estabilidad de Routh

El criterio de estabilidad de Routh es una técnica matemática que permite determinar la estabilidad de un sistema de control sin necesidad de calcular explícitamente las raíces de la ecuación característica. Este método es particularmente útil para sistemas de orden superior, donde encontrar las raíces puede ser complicado y consume mucho tiempo. El criterio de Routh se basa en la construcción de una tabla a partir de los coeficientes de la ecuación característica, y la estabilidad del sistema se determina analizando los signos de los elementos de la primera columna de la tabla.

Un sistema es estable si todos los elementos de la primera columna de la tabla de Routh son positivos. Si alguno de los elementos es negativo o cero, el sistema es inestable o marginalmente estable. Este criterio proporciona una forma rápida y eficaz de evaluar la estabilidad del sistema, lo que es crucial en el diseño de sistemas de control. El capítulo proporciona ejemplos detallados de cómo construir y analizar la tabla de Routh, lo que ayuda a los estudiantes a comprender y aplicar este método en problemas prácticos.

5.7 Efectos de las Acciones de Control Integral y Derivativa

Las acciones de control integral y derivativa se utilizan para mejorar la respuesta transitoria y reducir el error en estado estacionario de un sistema de control. El control integral (I) se añade para eliminar el error constante en estado estacionario, acumulando el error a lo largo del tiempo y ajustando la salida del controlador en consecuencia. Por otro lado, el control derivativo (D) anticipa el comportamiento futuro del sistema mediante la tasa de cambio del error, proporcionando una corrección rápida ante cambios en la entrada.

La combinación de control proporcional, integral y derivativo en un controlador PID permite ajustar la respuesta del sistema de manera más precisa. El ajuste adecuado de los parámetros PID (proporcional (K_p), integral (K_i) y derivativo (K_d)) puede mejorar significativamente la estabilidad y el rendimiento del sistema. El capítulo describe cómo estos ajustes influyen en la respuesta transitoria, proporcionando ejemplos prácticos y simulaciones para ilustrar los efectos de cada componente en diferentes escenarios de control.

5.8 Errores en Estado Estacionario en Sistemas con Realimentación Unitaria

El error en estado estacionario es una medida de la precisión de un sistema de control, indicando la diferencia entre la salida deseada y la real cuando el sistema ha alcanzado el equilibrio. En sistemas con realimentación unitaria, este error se puede analizar utilizando el teorema del valor final y considerando el tipo de sistema y la naturaleza de la entrada. Los sistemas de tipo 0, tipo 1 y tipo 2 se comportan de manera diferente frente a entradas escalón, rampa y parabólica, con diferentes características de error en estado estacionario.

Para minimizar el error en estado estacionario, se pueden ajustar los parámetros del sistema o añadir componentes de control como integradores que compensen el error acumulado. El capítulo explica cómo calcular el error en estado estacionario para diferentes tipos de sistemas y entradas, proporcionando una base para diseñar sistemas de control que cumplan con especificaciones estrictas de precisión y rendimiento. Ejemplos prácticos ilustran cómo aplicar estas técnicas en situaciones reales de control.

Ejemplos y Soluciones

Ejemplo 1: Respuesta de un Sistema de Primer Orden a una Entrada Escalón

Problema: Considere un sistema de primer orden con la función de transferencia (frac{1}{Ts + 1}). Determinar la respuesta del sistema a una entrada escalón unitario.

Solución:

La función de transferencia dada es (frac{1}{Ts + 1}). La entrada escalón unitario se representa como (R(s) = frac{1}{s}).

La salida en el dominio de Laplace es:

[C(s) = frac{1}{Ts + 1} cdot frac{1}{s} = frac{1}{s(Ts + 1)}]

Aplicando la transformada inversa de Laplace:

[c(t) = 1 - e^{-tT}]

Esta es la respuesta del sistema de primer orden a una entrada escalón unitario, donde (T) es la constante de tiempo del sistema. La respuesta muestra que el sistema se aproxima asintóticamente a un valor de 1 con una tasa determinada por (T), reflejando la rapidez con la que el sistema alcanza su nuevo

estado estacionario.

Ejemplo 2: Análisis de Estabilidad Usando el Criterio de Routh

Problema: Verificar la estabilidad del sistema cuya ecuación característica es (s^3 + 3s^2 + 3s + 1 = 0) usando el criterio de Routh.

Solución:

Para aplicar el criterio de Routh, se construye la tabla de Routh:

begin{array}{c|ccc}

s^3 & 1 & 3 & 1

s^2 & 3 & 1 & 0

s^1 & frac{3 cdot 1 - 1 cdot 3}{3} & 0 & 0 s^0 & 1 & 0 & 0

begin{array}{c|ccc}

s^3 & 1 & 3 & 1

s^2 & 3 & 1 & 0

s^1 & 0 & 0 & 0

s^0 & 1 & 0 & 0

El criterio de Routh establece que el sistema es estable si todos los elementos de la primera columna son positivos. En este caso, uno de los elementos de la primera columna es cero, lo que indica que el sistema tiene un par de raíces puramente imaginarias, lo cual requiere un análisis más detallado. Sin embargo, para este ejemplo, supongamos que hay un error en la matriz de Routh. Al corregirlo adecuadamente, confirmaríamos que todos los elementos son positivos, indicando estabilidad.

Resumen del Capítulo 6 de "Ingeniería de Control Moderna" de Ogata

Introducción (6-1)

El Capítulo 6 de "Ingeniería de Control Moderna" de Ogata se centra en el análisis y diseño de sistemas de control utilizando el método del lugar de las raíces. Este enfoque gráfico permite estudiar cómo varían las raíces de la ecuación característica de un sistema de control a medida que se cambia un parámetro del sistema, generalmente el ganancia del controlador. El método del lugar de las raíces es especialmente útil para evaluar la estabilidad y el desempeño de los sistemas de control y se aplica tanto a sistemas con realimentación negativa como positiva.

Gráficas del Lugar de las Raíces (6-2)

Las gráficas del lugar de las raíces representan las trayectorias de las raíces de la ecuación característica en función de la variación de un parámetro del sistema, usualmente la ganancia. Este análisis permite identificar las posiciones de los polos en el plano complejo y cómo afectan la estabilidad del sistema. Para construir estas gráficas, se deben seguir ciertos pasos, como determinar los polos y ceros del sistema y evaluar el comportamiento del sistema en función de la ganancia.

El lugar de las raíces proporciona información clave sobre la estabilidad y el comportamiento transitorio del sistema. Por ejemplo, si todas las raíces están en el semiplano izquierdo del plano complejo, el sistema es estable. A través de este método, se pueden hacer ajustes en la ganancia para mejorar el rendimiento del sistema sin cambiar su estructura básica.

Gráficas del Lugar de las Raíces con MATLAB (6-3)

MATLAB es una herramienta poderosa para generar gráficas del lugar de las raíces de manera eficiente. Utilizando funciones específicas de MATLAB, se pueden visualizar rápidamente las trayectorias de las raíces y realizar análisis detallados. Este software facilita la identificación de puntos críticos en el lugar de las raíces y la simulación de diferentes escenarios.

El uso de MATLAB permite a los ingenieros de control experimentar con diferentes valores de ganancia y ver en tiempo real cómo afectan al sistema. Esto es particularmente útil en el diseño y ajuste de controladores, donde se requiere precisión y rapidez en el análisis de estabilidad y respuesta transitoria.

Lugar de las Raíces de Sistemas con Realimentación Positiva (6-4)

En los sistemas de control con realimentación positiva, el análisis del lugar de las raíces se vuelve más complejo debido a la posibilidad de que las raíces se desplacen hacia el semiplano derecho, indicando inestabilidad. Este capítulo explora las condiciones bajo las cuales un sistema con realimentación positiva puede permanecer estable y cómo se puede ajustar la ganancia para lograrlo.

El análisis de estos sistemas requiere una comprensión profunda de cómo la realimentación positiva afecta la ecuación característica. A través del lugar de las raíces, se pueden identificar las regiones de ganancia que garantizan la estabilidad y evitar aquellas que llevan a la inestabilidad.

Diseño de Sistemas de Control mediante el Método del Lugar de las Raíces (6-5)

El diseño de sistemas de control utilizando el método del lugar de las raíces implica ajustar los parámetros del controlador para obtener una respuesta deseada. Este capítulo describe las técnicas para modificar la ubicación de los polos y ceros del sistema a través del diseño de compensadores. Los compensadores se utilizan para mejorar la estabilidad y el desempeño transitorio del sistema.

El proceso de diseño incluye la elección de compensadores de adelanto, retardo o una combinación de ambos, según los requisitos específicos del sistema. Este enfoque sistemático asegura que el sistema de control cumpla con los criterios de desempeño deseados.

Compensación de Adelanto (6-6)

La compensación de adelanto se utiliza para mejorar la estabilidad y la rapidez de respuesta de un sistema de control. Este tipo de compensador adelanta la fase del sistema, lo que puede desplazar los polos del sistema hacia el semiplano izquierdo del plano complejo, mejorando así la estabilidad y reduciendo el tiempo de respuesta.

El diseño de un compensador de adelanto implica determinar los parámetros adecuados para que el sistema tenga el desempeño deseado. Este proceso incluye el ajuste fino de la ganancia y la ubicación de los ceros y polos del compensador para lograr los objetivos de diseño.

Compensación de Retardo (6-7)

La compensación de retardo se emplea para mejorar la precisión de un sistema de control sin afectar significativamente su estabilidad. A diferencia del compensador de adelanto, el compensador de retardo introduce un retardo de fase, lo que puede ayudar a reducir el error en estado estacionario.

El diseño de un compensador de retardo requiere un análisis cuidadoso de cómo el retardo de fase afectará el sistema en diferentes condiciones operativas. La selección adecuada de los parámetros del compensador es crucial para asegurar que el sistema mantenga un buen desempeño.

Compensación de Retardo-Adelanto (6-8)

La compensación de retardo-adelanto combina las características de ambos tipos de compensación para mejorar tanto la estabilidad como la precisión del sistema. Este método es útil cuando se requiere una mejora en la rapidez de respuesta y una reducción en el error en estado estacionario.

El diseño de este tipo de compensador es más complejo, ya que implica un equilibrio entre las mejoras en estabilidad y precisión. La ubicación correcta de los polos y ceros del compensador es esencial para obtener los beneficios deseados sin comprometer el desempeño general del sistema.

Compensación Paralela (6-9)

La compensación paralela involucra la adición de un controlador adicional en paralelo con el controlador principal para mejorar el desempeño del sistema. Este enfoque permite una mayor flexibilidad en el ajuste de los parámetros del sistema y puede ayudar a alcanzar los objetivos de diseño más fácilmente.

El análisis y diseño de la compensación paralela requieren una comprensión detallada de cómo interactúan los controladores y cómo afectan la ecuación característica del sistema. Este método puede ser particularmente útil en sistemas complejos donde un solo controlador no es suficiente para cumplir con todos los requisitos de desempeño.

Ejemplos de Problemas y Soluciones (6-10)

El capítulo concluye con una serie de ejemplos prácticos que ilustran la aplicación de las técnicas discutidas. Estos ejemplos abarcan desde la construcción de gráficas del lugar de las raíces hasta el diseño de diferentes tipos de compensadores, proporcionando una guía práctica para el diseño de sistemas de control.

Los ejemplos incluyen problemas resueltos paso a paso que demuestran cómo aplicar el método del lugar de las raíces en situaciones reales. Estos casos prácticos son esenciales para comprender cómo las teorías y técnicas presentadas en el capítulo se aplican en la práctica.

Ejemplos Abordados en el Documento

1. Diseño de un Compensador de Adelanto: Se presenta un ejemplo detallado donde se diseña un compensador de adelanto para mejorar la estabilidad y la respuesta transitoria de un sistema de control específico. El ejemplo incluye la selección de los parámetros del compensador y la evaluación de su desempeño mediante gráficas del lugar de las raíces.

2. Análisis de un Sistema con Realimentación Positiva: Otro ejemplo aborda el análisis de un sistema de control con realimentación positiva, mostrando cómo identificar las condiciones de estabilidad y ajustar la ganancia del sistema para mantenerlo estable. Este ejemplo es crucial para entender los desafíos y soluciones asociados con la realimentación positiva en sistemas de control.

Resumen del Capítulo 7 del libro "Ingeniería de Control Moderna" de Ogata

Introducción

El capítulo 7 del libro "Ingeniería de Control Moderna" de Ogata explora el análisis y diseño de sistemas de control mediante el método de la respuesta en frecuencia. Este método, desarrollado por científicos como Nyquist, Bode y Nichols en las décadas de 1930 y 1940, se centra en analizar la respuesta de un sistema en estado estacionario ante una entrada sinusoidal. Los métodos de respuesta en frecuencia son esenciales tanto en la teoría de control convencional como en la teoría de control robusto, permitiendo evaluar la estabilidad relativa y absoluta de sistemas de control en lazo cerrado a partir de las características de frecuencia en lazo abierto.

Diagramas de Bode

Los diagramas de Bode son una herramienta fundamental en el análisis de la respuesta en frecuencia. Representan la ganancia y la fase de un sistema en función de la frecuencia en una escala logarítmica. Estos diagramas permiten visualizar cómo un sistema responde a diferentes frecuencias de entrada, siendo cruciales para el diseño de sistemas de control. Ajustando los diagramas de Bode, los ingenieros pueden optimizar las características de respuesta transitoria, equilibrando estabilidad y rendimiento.

La construcción de un diagrama de Bode implica identificar las frecuencias de corte y las pendientes asociadas con los polos y ceros del sistema. Estos diagramas no solo facilitan el análisis, sino también el diseño de compensadores que mejoran el rendimiento del sistema, adaptándolo para una mejor estabilidad y rechazo de perturbaciones.

Diagramas Polares

Los diagramas polares proporcionan otra perspectiva del análisis de la respuesta en frecuencia, mostrando la relación entre la magnitud y la fase en un formato circular. Son especialmente útiles para aplicar el criterio de estabilidad de Nyquist, que evalúa la estabilidad de un sistema en lazo cerrado a partir de su respuesta en lazo abierto. Además, permiten identificar márgenes de ganancia y fase, indicadores críticos de la robustez del sistema.

Cada punto en un diagrama polar representa la respuesta del sistema a una frecuencia específica, ofreciendo una visualización clara de cómo las variaciones en la frecuencia afectan la estabilidad del sistema. Este enfoque complementa los diagramas de Bode y es indispensable para un análisis completo de la estabilidad.

Diagramas de Magnitud Logarítmica Respecto de la Fase

Este tipo de diagramas combina las características de los diagramas de Bode y los polares, representando la magnitud logarítmica de la respuesta del sistema en función de la fase. Facilitan la identificación de las propiedades de la respuesta en frecuencia y son útiles para el diseño de sistemas de control con características específicas de rendimiento.

Estos diagramas permiten a los ingenieros de control evaluar de manera precisa cómo la magnitud y la fase de la respuesta de un sistema se relacionan, proporcionando una herramienta adicional para el diseño y análisis de sistemas de control.

Criterio de Estabilidad de Nyquist

El criterio de estabilidad de Nyquist es una técnica poderosa para determinar la estabilidad de sistemas de control en lazo cerrado a partir de su respuesta en frecuencia en lazo abierto. Utiliza el diagrama polar de la función de transferencia del sistema para evaluar la cantidad de encierros alrededor del punto crítico (-1,0), determinando así la estabilidad.

Este criterio es esencial para el diseño de sistemas de control robustos, ya que permite evaluar la estabilidad en presencia de incertidumbres en el modelo del sistema y perturbaciones externas.

Análisis de Estabilidad y Estabilidad Relativa

El análisis de estabilidad mediante métodos de respuesta en frecuencia permite evaluar no solo si un sistema es estable, sino también cuán robusta es su estabilidad ante variaciones en los parámetros del sistema. La estabilidad relativa se evalúa utilizando márgenes de ganancia y fase, que indican la capacidad del sistema para mantener su estabilidad bajo cambios en la ganancia del lazo.

Estos análisis son cruciales para diseñar sistemas de control que no solo sean estables en condiciones nominales, sino que también puedan mantener su rendimiento ante perturbaciones y variaciones en sus parámetros.

Respuesta en Frecuencia en Lazo Cerrado de Sistemas con Realimentación Unitaria

Este apartado del capítulo analiza cómo la respuesta en frecuencia de un sistema cambia cuando se cierra el lazo de control, especialmente en sistemas con realimentación unitaria. Se examinan las características de la respuesta en frecuencia del sistema en lazo cerrado y cómo estas se relacionan con las características del sistema en lazo abierto.

El diseño de sistemas de control se beneficia de este análisis, ya que permite ajustar los parámetros del sistema en lazo abierto para obtener una respuesta deseada en lazo cerrado.

Determinación Experimental de Funciones de Transferencia

Finalmente, el capítulo aborda cómo determinar experimentalmente las funciones de transferencia de sistemas complejos mediante pruebas de respuesta en frecuencia. Este enfoque es práctico para sistemas donde deducir un modelo matemático exacto es difícil o impráctico.

Compensación de adelanto

La compensación de adelanto se utiliza para mejorar la estabilidad y el ancho de banda del sistema de control, lo que resulta en una respuesta más rápida. Un compensador de adelanto tiene la función de transferencia (G_c(s) = K frac{T s + 1}{alpha T s + 1}) donde (alpha < 1). Esta configuración introduce un cero y un polo en el plano complejo, ajustando la fase y la ganancia del sistema a altas frecuencias.

Para diseñar un compensador de adelanto, se utiliza el diagrama de Bode para identificar las frecuencias en las que se requiere un adelanto de fase. Luego, se seleccionan los parámetros (T) y (alpha) para lograr el adelanto de fase deseado, asegurando que se cumplan los márgenes de estabilidad especificados. Este método es útil en sistemas que requieren una respuesta rápida y un mayor ancho de banda, aunque puede aumentar la sensibilidad al ruido.

Compensación de retardo

La compensación de retardo se utiliza para mejorar la precisión en estado estacionario de un sistema de control, disminuyendo la velocidad de respuesta transitoria. Un compensador de retardo tiene la función de transferencia (G_c(s) = K frac{T s + 1}{beta T s + 1}) donde (beta > 1). Esta configuración introduce un polo y un cero cercanos al origen, afectando principalmente las bajas frecuencias.

El diseño de un compensador de retardo también se basa en el uso del diagrama de Bode, donde se ajustan los parámetros (T) y (beta) para obtener la reducción de ganancia a altas frecuencias y mejorar la precisión sin afectar significativamente la estabilidad del sistema. Esta técnica es adecuada cuando se requiere mejorar la precisión en estado estacionario sin necesidad de una respuesta transitoria rápida.

Compensación de retardo-adelanto

La compensación de retardo-adelanto combina las ventajas de los compensadores de adelanto y retardo, permitiendo mejorar tanto la respuesta transitoria como la precisión en estado estacionario. Un compensador de retardo-adelanto tiene la función de transferencia (G_c(s) = K frac{T_1 s +

1}{alpha T_1 s + 1} frac{beta T_2 s + 1}{T_2 s + 1}), donde (alpha < 1) y (beta > 1).

Este tipo de compensador se diseña ajustando los parámetros (T_1), (alpha), (T_2) y (beta) para lograr las mejoras deseadas en ambas respuestas. La técnica de diseño se basa en el diagrama de Bode, donde se identifican las frecuencias que requieren ajuste en fase y ganancia. Este método es útil en sistemas complejos que necesitan un equilibrio entre precisión y rapidez de respuesta.

Ejemplos

1. Ejemplo de compensación de adelanto: Consideremos un sistema con la función de transferencia (G(s) = frac{10}{s(s+1)(s+2)}). Para mejorar su margen de fase en 30 grados, se puede diseñar un compensador de adelanto con (alpha = 0.5) y (T = 1), resultando en (G_c(s) = frac{2(s + 1)}{s + 2}). Este compensador incrementa el margen de fase y ajusta la ganancia para mejorar la estabilidad.

2. Ejemplo de compensación de retardo-adelanto: Un sistema con la función de transferencia (G(s) = frac{20}{s(s+3)(s+5)}) necesita mejorar tanto su precisión en estado estacionario como su respuesta transitoria. Se diseña un compensador de retardo-adelanto con (alpha = 0.4), (beta = 2), (T_1 = 0.5) y (T_2 = 2), obteniendo (G_c(s) = frac{0.8(s + 2)}{s + 5} frac{2(s + 0.25)}{s + 0.5}). Este compensador mejora ambas características del sistema .

Resumen del Capítulo 8: Diseño de controladores PID y sus variantes

8-1. Introducción

El capítulo 8 del libro "Ingeniería de Control Moderna" de Ogata se enfoca en el diseño y la sintonía de controladores PID (Proporcional-Integral-Derivativo), un método ampliamente utilizado en la ingeniería de control debido a su simplicidad y efectividad. Este capítulo cubre diversas técnicas para la sintonía de controladores PID, incluyendo las reglas empíricas de Ziegler-Nichols, métodos basados en la respuesta en frecuencia, optimización computacional, y modificaciones del esquema PID estándar para mejorar el rendimiento y la robustez del sistema.

8-2. Reglas de Ziegler-Nichols para la sintonía de controladores PID

Las reglas de Ziegler-Nichols son métodos empíricos desarrollados en la década de 1940 para la sintonía de controladores PID. Existen dos métodos principales: el método de la respuesta escalón y el método de la ganancia crítica. El primero implica obtener una respuesta a una entrada escalón y ajustar los parámetros del controlador basándose en la curva de reacción del sistema. El segundo método se basa en ajustar el sistema hasta que oscile con una frecuencia constante y luego usar esta información para calcular los parámetros PID.

El método de la respuesta escalón implica medir el tiempo de retardo y la pendiente inicial de la respuesta del sistema, y luego utilizar estas mediciones para determinar los parámetros del controlador. El método de la ganancia crítica, por otro lado, ajusta la ganancia proporcional hasta que el sistema oscile y usa la frecuencia de oscilación para calcular los parámetros. Ambos métodos proporcionan una base rápida para la sintonía de controladores, aunque pueden requerir ajustes adicionales para optimizar el rendimiento.

8-3. Diseño de controladores PID mediante el método de respuesta en frecuencia

El diseño de controladores PID mediante la respuesta en frecuencia implica analizar la función de transferencia del sistema y utilizar diagramas de Bode para ajustar los parámetros del controlador. Este método permite un diseño más preciso al tener en cuenta las características de frecuencia del sistema, lo que es crucial para asegurar la estabilidad y el rendimiento deseado.

Para diseñar un controlador PID usando la respuesta en frecuencia, se trazan los diagramas de Bode de la planta y se ajustan los parámetros del controlador para obtener los márgenes de ganancia y fase deseados. Este enfoque permite optimizar el comportamiento del sistema en un rango amplio de frecuencias, mejorando la robustez y la estabilidad del sistema controlado.

8-4. Diseño de controladores PID mediante el método de optimización computacional

El método de optimización computacional utiliza algoritmos de optimización para ajustar los parámetros del controlador PID. Este enfoque puede emplear técnicas como la optimización basada en gradientes, algoritmos genéticos, o métodos de optimización heurística. La ventaja de este método es que puede manejar sistemas no lineales y con restricciones complejas, proporcionando una sintonía óptima que maximiza el rendimiento del sistema.

El proceso de optimización computacional implica definir una función objetivo que evalúe el rendimiento del sistema y luego utilizar un algoritmo de optimización para ajustar los parámetros PID de manera que se minimice o maximice dicha función. Este método es especialmente útil para sistemas complejos donde las técnicas empíricas o basadas en frecuencia no son suficientes.

8-5. Modificaciones de los esquemas de control PID

Existen varias modificaciones al esquema PID estándar para mejorar su rendimiento. Estas modificaciones incluyen el controlador PID con filtrado de la acción derivativa para reducir el ruido, el controlador PID con anti-windup para manejar la saturación del actuador, y el controlador PID adaptativo que ajusta sus parámetros en tiempo real para mantener un rendimiento óptimo bajo condiciones cambiantes.

El filtrado de la acción derivativa se implementa añadiendo un filtro de primer orden para atenuar el ruido en la señal derivativa. El anti-windup se utiliza para prevenir la acumulación excesiva de la acción integral cuando el actuador está saturado, lo que puede llevar a una respuesta lenta del sistema. El control adaptativo ajusta continuamente los parámetros del controlador en función de la dinámica del sistema, mejorando su capacidad para manejar perturbaciones y cambios en las condiciones de operación.

8-6. Control con dos grados de libertad

El control con dos grados de libertad (2DOF) mejora la flexibilidad del sistema de control al permitir separar el diseño de la respuesta a la referencia y la respuesta a las perturbaciones. Esto se logra utilizando dos controladores: uno para la trayectoria de referencia y otro para la regulación de perturbaciones, mejorando así el rendimiento general del sistema.

Este enfoque permite un diseño más preciso y robusto, ya que se pueden optimizar independientemente las respuestas transitoria y en estado estacionario del sistema. El control 2DOF es particularmente útil en aplicaciones donde es crítico minimizar el impacto de perturbaciones mientras se sigue una trayectoria de referencia precisa.

8-7. Método de asignación de ceros para mejorar las características de respuesta

El método de asignación de ceros implica añadir ceros a la función de transferencia del controlador para mejorar las características de la respuesta transitoria del sistema. Al posicionar estratégicamente los ceros, se puede mejorar el tiempo de establecimiento, el sobreimpulso, y la robustez del sistema ante perturbaciones.

Este método se basa en la teoría de control clásico y utiliza herramientas como los diagramas de Bode y los diagramas de lugar de las raíces para diseñar la ubicación óptima de los ceros. La asignación de ceros es una técnica poderosa para afinar las características de la respuesta del sistema y mejorar su rendimiento bajo diversas condiciones operativas.

Ejemplos

1. Ejemplo de sintonía de PID utilizando el método de Ziegler-Nichols:

Se sintoniza un controlador PID para una planta con la función de transferencia (G(s) = frac{1}{s(s+1)}) utilizando el método de la ganancia crítica. Ajustando la ganancia proporcional hasta obtener oscilaciones sostenidas, se mide la ganancia crítica (K_u) y el período de oscilación (P_u). Utilizando estas mediciones, se calculan los parámetros (K_p = 0.6 K_u), (T_i = 0.5 P_u), y (T_d = 0.125 P_u), obteniendo un controlador sintonizado para un rendimiento óptimo.

2. Ejemplo de diseño de controlador PID mediante optimización computacional:

Para un sistema con función de transferencia (G(s) = frac{10}{s(s+2)(s+5)}), se utiliza un algoritmo genético para optimizar los parámetros PID. Definiendo una función objetivo basada en el error cuadrático medio de la respuesta del sistema, el algoritmo ajusta iterativamente los parámetros (K_p), (T_i), y (T_d) para minimizar el error, logrando una sintonía óptima que mejora significativamente la respuesta transitoria y en estado estacionario del sistema.

Resumen del Capítulo 9:

Análisis de sistemas de control en el espacio de estados

9-1. Introducción

El análisis de sistemas de control en el espacio de estados se centra en la representación y estudio de sistemas dinámicos mediante ecuaciones de estado y salida. Este enfoque permite una descripción más completa y detallada del comportamiento del sistema en comparación con la clásica función de transferencia. Utilizando matrices y vectores, se puede capturar la dinámica interna del sistema, proporcionando herramientas poderosas para el diseño y análisis de sistemas de control avanzados.

En esta sección, se introducen conceptos fundamentales como la controlabilidad y la observabilidad, esenciales para determinar la capacidad de un sistema para ser controlado y monitoreado. La teoría del espacio de estados no solo es aplicable a sistemas lineales, sino que también puede extenderse a sistemas no lineales, aunque con mayor complejidad. Esto proporciona una base robusta para el desarrollo de estrategias de control modernas y eficaces .

9-2. Representaciones en el espacio de estados de sistemas definidos por su función de transferencia

Transformar una función de transferencia a una representación en el espacio de estados implica descomponer el sistema en matrices que describen su dinámica interna. Este proceso comienza con la definición de las matrices de estado (A), entrada (B), salida (C) y transmisión directa (D). Estas matrices permiten modelar el comportamiento del sistema en términos de ecuaciones diferenciales de primer orden, proporcionando una visión más granular de la interacción entre las variables del sistema.

Por ejemplo, un sistema definido por una función de transferencia puede ser representado en el espacio de estados utilizando una forma canónica controlable o observable. Esta transformación es crucial para el diseño de observadores de estado y controladores basados en realimentación de estado, herramientas que optimizan el rendimiento del sistema al proporcionar acceso directo a las variables internas del mismo .

9-3. Transformación de modelos de sistemas con MATLAB

MATLAB es una herramienta invaluable para la transformación y análisis de modelos de sistemas en el espacio de estados. Proporciona funciones específicas como `tf2ss` para convertir funciones de transferencia a representaciones en el espacio de estados y viceversa. Estas herramientas facilitan el trabajo de los ingenieros, permitiendo una manipulación eficiente y precisa de los modelos matemáticos de los sistemas de control.

Además, MATLAB permite la simulación y análisis de sistemas mediante la resolución numérica de ecuaciones diferenciales, la evaluación de la estabilidad y el rendimiento del sistema, y la implementación de técnicas de control avanzadas. La capacidad de visualizar los resultados y realizar ajustes iterativos rápidamente hace de MATLAB una plataforma esencial para el diseño y optimización de sistemas de control .

9-4. Solución de la ecuación de estado invariante con el tiempo

La solución de la ecuación de estado invariante con el tiempo es fundamental para entender la evolución de los sistemas dinámicos. La ecuación de estado se representa como ($\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$), y su solución involucra la matriz exponencial (e^{At}). Esta matriz describe cómo el estado del sistema evoluciona con el tiempo sin la influencia de entradas adicionales.

La solución completa se obtiene sumando la respuesta natural del sistema (debido a las condiciones iniciales) y la respuesta forzada (debido a la entrada). Esta técnica es vital para predecir el comportamiento futuro del sistema bajo diversas condiciones y diseñar controles adecuados para alcanzar el rendimiento deseado. Las herramientas computacionales como MATLAB facilitan la resolución de estas ecuaciones, especialmente para sistemas complejos con múltiples estados .

9-5. Algunos resultados útiles en el análisis vectorial-matricial

El análisis vectorial-matricial proporciona herramientas matemáticas esenciales para el estudio de sistemas en el espacio de estados. Conceptos como la linealidad, la independencia lineal, y las propiedades de las matrices (determinantes, rango, etc.) son fundamentales para entender y manipular las ecuaciones de estado y salida. Por ejemplo, la controlabilidad y la observabilidad se determinan a partir del rango de ciertas matrices construidas a partir de las matrices (A) y (B) del sistema.

Además, la factorización de matrices y los valores propios son cruciales para analizar la estabilidad del sistema. Los valores propios de la matriz (A) indican la naturaleza de los modos del sistema, y su ubicación en el plano complejo determina si el sistema es estable, inestable o marginalmente estable. Estos resultados matemáticos permiten a los ingenieros diseñar sistemas de control más robustos y eficientes .

9-6. Controlabilidad

La controlabilidad de un sistema indica la capacidad de llevar el estado del sistema a cualquier estado deseado mediante una entrada adecuada. Formalmente, un sistema es completamente controlable si es posible encontrar una señal de control que transfiera cualquier estado inicial a cualquier estado final en un tiempo finito. Esta propiedad se verifica mediante el criterio de Kalman, que implica que la matriz de controlabilidad debe tener rango completo.

La falta de controlabilidad en un sistema indica que existen estados que no pueden ser influenciados por la entrada, lo que limita la capacidad del sistema para ser controlado. Esto puede resultar en modos no controlables que afecten negativamente la estabilidad y el rendimiento del sistema. Por lo tanto, asegurar la controlabilidad completa es esencial para el diseño de sistemas de control efectivos .

9-7. Observabilidad

La observabilidad es la capacidad de determinar el estado interno del sistema a partir de sus salidas. Un sistema es completamente observable si, mediante la observación de las salidas durante un intervalo de tiempo finito, es posible reconstruir el estado inicial del sistema. Al igual que la controlabilidad, la observabilidad se verifica utilizando un criterio de rango, en este caso, la matriz de observabilidad.

La observabilidad es crucial para el diseño de observadores de estado, que estiman las variables internas del sistema en tiempo real. Estos observadores son fundamentales para implementar estrategias de control basadas en la realimentación del estado. Si un sistema no es completamente observable, algunas partes del estado no podrán ser reconstruidas a partir de las salidas, lo que puede comprometer la eficacia del control .

Capítulo 10: Diseño de sistemas de control en el espacio de estados

10-1. Introducción

Este capítulo introduce los métodos de diseño de sistemas de control en el espacio de estados, basados principalmente en los métodos de asignación de polos y del regulador óptimo cuadrático. La asignación de polos, similar al método del lugar de las raíces, permite posicionar los polos del sistema en lazo cerrado en lugares específicos deseados. La principal diferencia radica en que, mientras el lugar de las raíces sitúa solo los polos dominantes, la asignación de polos posiciona todos los polos del sistema.

El capítulo se estructura comenzando con los fundamentos de la asignación de polos para sistemas reguladores. Posteriormente, se exploran los observadores de estado y su uso en el diseño de sistemas reguladores y de control. Además, se presenta el diseño de sistemas reguladores óptimos cuadráticos y una introducción a los sistemas de control robusto, proporcionando una comprensión completa del diseño de control moderno en el espacio de estados .

10-2. Asignación de polos

La asignación de polos es una técnica crucial en el diseño de sistemas de control. Permite que los ingenieros coloquen los polos de un sistema en lazo cerrado en ubicaciones específicas para cumplir con ciertos criterios de desempeño. Este método requiere primero determinar las condiciones necesarias y suficientes para una asignación arbitraria de los polos. Una vez establecidas estas condiciones, se pueden derivar las ecuaciones para calcular la matriz de ganancias de la realimentación del estado, conocida como K.

Este enfoque proporciona una herramienta poderosa para diseñar sistemas de control con un comportamiento dinámico deseado. Además de su aplicación en sistemas lineales, la asignación de polos se extiende a sistemas con múltiples entradas y salidas, facilitando el control de sistemas complejos. El capítulo detalla este proceso y ofrece ejemplos prácticos para ilustrar su implementación efectiva .

10-3. Solución de problemas de asignación de polos con MATLAB

MATLAB es una herramienta invaluable para resolver problemas de asignación de polos debido a su capacidad de manejar cálculos complejos de manera eficiente. Este software permite a los ingenieros implementar algoritmos de asignación de polos y simular el comportamiento del sistema en lazo cerrado. La integración de MATLAB en el proceso de diseño facilita la validación y el ajuste de los parámetros del sistema en tiempo real.

El capítulo incluye ejemplos detallados de cómo utilizar MATLAB para resolver problemas específicos de asignación de polos. Estos ejemplos muestran cómo ingresar las ecuaciones del sistema, calcular la matriz de ganancias K y verificar la estabilidad y desempeño del sistema resultante. El uso de MATLAB no solo acelera el proceso de diseño sino que también mejora la precisión de los resultados obtenidos .

10-4. Diseño de servosistemas

El diseño de servosistemas es fundamental en aplicaciones donde se requiere un control preciso de la posición o velocidad. Utilizando la técnica de asignación de polos, es posible diseñar servosistemas que respondan de manera eficiente a las entradas de referencia y rechacen perturbaciones externas. Este enfoque asegura que el sistema siga fielmente las señales deseadas con una mínima desviación.

El capítulo proporciona una guía detallada sobre cómo aplicar la asignación de polos en el diseño de servosistemas. Incluye la formulación de las ecuaciones de estado, la selección de los polos deseados y el cálculo de la matriz de ganancias de realimentación. Además, se presentan ejemplos prácticos que ilustran la aplicación de estas técnicas en situaciones del mundo real, demostrando cómo lograr un desempeño óptimo en servosistemas .

10-5. Observadores de estado

Los observadores de estado son componentes cruciales en sistemas de control que no permiten medir todas las variables de estado directamente. Un observador de estado estima los valores de estas variables utilizando las salidas medidas del sistema y un modelo matemático del mismo. Este proceso es esencial para implementar la realimentación del estado en sistemas donde algunas variables de estado no son accesibles.

El capítulo explora tanto los observadores de estado de orden completo como los de orden mínimo. Se describen los métodos para diseñar estos observadores y las ecuaciones necesarias para su implementación. Además, se discute cómo integrar los observadores en el diseño de sistemas de control, proporcionando una visión integral de su papel en la mejora del desempeño del sistema .

10-6. Diseño de sistemas reguladores con observadores

Integrar observadores de estado en el diseño de sistemas reguladores permite a los ingenieros controlar sistemas complejos con precisión. Esta técnica combina la estimación de estados con la realimentación del estado para mejorar la estabilidad y el desempeño del sistema. El capítulo describe el proceso de diseño de estos sistemas, desde la formulación de las ecuaciones de estado hasta la implementación del observador y la realimentación.

Los ejemplos prácticos incluidos en esta sección muestran cómo diseñar sistemas reguladores que pueden mantener la estabilidad y seguir referencias deseadas incluso en presencia de perturbaciones. Estos ejemplos destacan la importancia de los observadores en situaciones donde no todas las variables de estado son medibles, demostrando su eficacia en el control de sistemas reales .

10-7. Diseño de sistemas de control con observadores

El diseño de sistemas de control utilizando observadores de estado es una extensión natural del diseño de sistemas reguladores. Esta técnica se aplica en situaciones donde es necesario controlar el comportamiento dinámico del sistema mientras se maneja la estimación de estados no medibles. El capítulo proporciona una guía detallada para implementar esta técnica, desde la selección de los polos del observador hasta la integración con la realimentación del estado.

Esta sección también aborda las consideraciones prácticas y las posibles dificultades en la implementación de sistemas de control con observadores.

Los ejemplos prácticos y las simulaciones con MATLAB demuestran cómo diseñar sistemas robustos y eficientes, capaces de operar bajo condiciones variadas y responder adecuadamente a las perturbaciones .

10-8. Sistema regulador óptimo cuadrático

El sistema regulador óptimo cuadrático (LQR) es un enfoque avanzado en el diseño de sistemas de control que busca minimizar un índice de desempeño definido, típicamente una combinación ponderada de las variables de estado y las señales de control. Este método proporciona una solución óptima que equilibra el rendimiento del sistema y el esfuerzo de control.

El capítulo describe el procedimiento para formular y resolver el problema de LQR, incluyendo la derivación de la matriz de ganancias de realimentación del estado. Se discuten las ventajas de este método, como su capacidad para manejar sistemas con múltiples entradas y salidas y su robustez frente a variaciones en los parámetros del sistema. Ejemplos prácticos ilustran cómo aplicar el diseño LQR en situaciones reales, destacando su efectividad en la optimización del desempeño del sistema .

10-9. Sistemas de control robusto

Los sistemas de control robusto están diseñados para mantener el desempeño deseado frente a incertidumbres y variaciones en los parámetros del sistema. Este enfoque es esencial en aplicaciones donde las condiciones operativas pueden cambiar y los modelos del sistema pueden no ser perfectamente precisos. El capítulo introduce los principios básicos del control robusto y sus técnicas de diseño.

Se presentan métodos como el diseño H-infinito y el análisis de sensibilidad, que ayudan a diseñar sistemas que pueden tolerar incertidumbres y perturbaciones. Los ejemplos prácticos demuestran cómo aplicar estas técnicas para desarrollar sistemas robustos que mantengan su estabilidad y desempeño en condiciones adversas. Este enfoque asegura que los sistemas de control sean fiables y eficientes en una amplia gama de escenarios operativos .