Victor Manuel Leiva Requene

Ing. Computación

Resumen del Capítulo 9:

Análisis de sistemas de control en el espacio de estados

9-1. Introducción

El análisis de sistemas de control en el espacio de estados se centra en la representación y estudio de sistemas dinámicos mediante ecuaciones de estado y salida. Este enfoque permite una descripción más completa y detallada del comportamiento del sistema en comparación con la clásica función de transferencia. Utilizando matrices y vectores, se puede capturar la dinámica interna del sistema, proporcionando herramientas poderosas para el diseño y análisis de sistemas de control avanzados.

En esta sección, se introducen conceptos fundamentales como la controlabilidad y la observabilidad, esenciales para determinar la capacidad de un sistema para ser controlado y monitoreado. La teoría del espacio de estados no solo es aplicable a sistemas lineales, sino que también puede extenderse a sistemas no lineales, aunque con mayor complejidad. Esto proporciona una base robusta para el desarrollo de estrategias de control modernas y eficaces .

9-2. Representaciones en el espacio de estados de sistemas definidos por su función de transferencia

Transformar una función de transferencia a una representación en el espacio de estados implica descomponer el sistema en matrices que describen su dinámica interna. Este proceso comienza con la definición de las matrices de estado (A), entrada (B), salida (C) y transmisión directa (D). Estas matrices permiten modelar el comportamiento del sistema en términos de ecuaciones diferenciales de primer orden, proporcionando una visión más granular de la interacción entre las variables del sistema.

Por ejemplo, un sistema definido por una función de transferencia puede ser representado en el espacio de estados utilizando una forma canónica controlable o observable. Esta transformación es crucial para el diseño de observadores de estado y controladores basados en realimentación de estado, herramientas que optimizan el rendimiento del sistema al proporcionar acceso directo a las variables internas del mismo .

9-3. Transformación de modelos de sistemas con MATLAB

MATLAB es una herramienta invaluable para la transformación y análisis de modelos de sistemas en el espacio de estados. Proporciona funciones específicas como `tf2ss` para convertir funciones de transferencia a representaciones en el espacio de estados y viceversa. Estas herramientas facilitan el trabajo de los ingenieros, permitiendo una manipulación eficiente y precisa de los modelos matemáticos de los sistemas de control.

Además, MATLAB permite la simulación y análisis de sistemas mediante la resolución numérica de ecuaciones diferenciales, la evaluación de la estabilidad y el rendimiento del sistema, y la implementación de técnicas de control avanzadas. La capacidad de visualizar los resultados y realizar ajustes iterativos rápidamente hace de MATLAB una plataforma esencial para el diseño y optimización de sistemas de control .

9-4. Solución de la ecuación de estado invariante con el tiempo

La solución de la ecuación de estado invariante con el tiempo es fundamental para entender la evolución de los sistemas dinámicos. La ecuación de estado se representa como (dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)), y su solución involucra la matriz exponencial (e^{At}). Esta matriz describe cómo el estado del sistema evoluciona con el tiempo sin la influencia de entradas adicionales.

La solución completa se obtiene sumando la respuesta natural del sistema (debido a las condiciones iniciales) y la respuesta forzada (debido a la entrada). Esta técnica es vital para predecir el comportamiento futuro del sistema bajo diversas condiciones y diseñar controles adecuados para alcanzar el rendimiento deseado. Las herramientas computacionales como MATLAB facilitan la resolución de estas ecuaciones, especialmente para sistemas complejos con múltiples estados .

9-5. Algunos resultados útiles en el análisis vectorial-matricial

El análisis vectorial-matricial proporciona herramientas matemáticas esenciales para el estudio de sistemas en el espacio de estados. Conceptos como la linealidad, la independencia lineal, y las propiedades de las matrices (determinantes, rango, etc.) son fundamentales para entender y manipular las ecuaciones de estado y salida. Por ejemplo, la controlabilidad y la observabilidad se determinan a partir del rango de ciertas matrices construidas a partir de las matrices (A) y (B) del sistema.

Además, la factorización de matrices y los valores propios son cruciales para analizar la estabilidad del sistema. Los valores propios de la matriz (A) indican la naturaleza de los modos del sistema, y su ubicación en el plano complejo determina si el sistema es estable, inestable o marginalmente estable. Estos resultados matemáticos permiten a los ingenieros diseñar sistemas de control más robustos y eficientes .

9-6. Controlabilidad

La controlabilidad de un sistema indica la capacidad de llevar el estado del sistema a cualquier estado deseado mediante una entrada adecuada. Formalmente, un sistema es completamente controlable si es posible encontrar una señal de control que transfiera cualquier estado inicial a cualquier estado final en un tiempo finito. Esta propiedad se verifica mediante el criterio de Kalman, que implica que la matriz de controlabilidad debe tener rango completo.

La falta de controlabilidad en un sistema indica que existen estados que no pueden ser influenciados por la entrada, lo que limita la capacidad del sistema para ser controlado. Esto puede resultar en modos no controlables que afecten negativamente la estabilidad y el rendimiento del sistema. Por lo tanto, asegurar la controlabilidad completa es esencial para el diseño de sistemas de control efectivos .

9-7. Observabilidad

La observabilidad es la capacidad de determinar el estado interno del sistema a partir de sus salidas. Un sistema es completamente observable si, mediante la observación de las salidas durante un intervalo de tiempo finito, es posible reconstruir el estado inicial del sistema. Al igual que la controlabilidad, la observabilidad se verifica utilizando un criterio de rango, en este caso, la matriz de observabilidad.

La observabilidad es crucial para el diseño de observadores de estado, que estiman las variables internas del sistema en tiempo real. Estos observadores son fundamentales para implementar estrategias de control basadas en la realimentación del estado. Si un sistema no es completamente observable, algunas partes del estado no podrán ser reconstruidas a partir de las salidas, lo que puede comprometer la eficacia del control .