Victor Manuel Leiva Requene

Ing. Computación

Resumen del Capítulo 3:

Modelado matemático de sistemas mecánicos y sistemas eléctricos

3-1 Introducción

Este capítulo trata sobre el modelado matemático de sistemas mecánicos y eléctricos, abordando una variedad de configuraciones que pueden aparecer en sistemas de control. Utiliza las leyes fundamentales que gobiernan estos sistemas, como la segunda ley de Newton para los sistemas mecánicos y las leyes de Kirchhoff para los circuitos eléctricos.

3-2 Modelado matemático de sistemas mecánicos

En esta sección, se aborda el modelado de sistemas mecánicos utilizando la segunda ley de Newton. Se presentan ejemplos de sistemas sencillos de resortes y amortiguadores. Se describe cómo obtener modelos en forma de función de transferencia y en el espacio de estados para diferentes configuraciones mecánicas.

Ejemplo 3-1:

- Sistema de resortes en paralelo y en serie: Se ilustra cómo calcular la constante equivalente del resorte ((k_{eq})) para sistemas de resortes tanto en paralelo como en serie. En paralelo, ($k_{eq} = k_1 + k_2$). En serie, ($\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$).

3-3 Modelado matemático de sistemas eléctricos

En esta sección, se analiza el modelado de circuitos eléctricos, incluidos circuitos RLC y sistemas con amplificadores operacionales. Se emplean las leyes de Kirchhoff para obtener modelos en forma de función de transferencia y en el espacio de estados.

Ejemplo de sistema eléctrico:

- Circuito RLC en serie: Se deriva la función de transferencia de un circuito RLC en serie usando la ley de voltajes de Kirchhoff, obteniendo una representación matemática que describe el comportamiento dinámico del circuito.

Ejemplo de sistema mecánico:

- Sistema masa-resorte-amortiguador: Se modela un sistema mecánico compuesto por una masa, un resorte y un amortiguador. Se establece la ecuación diferencial que describe el sistema y se transforma a una función de transferencia en el dominio de Laplace.

Sección de problemas y soluciones:

Al final del capítulo, se incluyen varios problemas resueltos que ayudan a reforzar los conceptos presentados. Estos problemas abarcan tanto sistemas mecánicos como eléctricos y proporcionan ejemplos prácticos de cómo aplicar las técnicas de modelado matemático para obtener representaciones dinámicas de sistemas de control.

Este capítulo es fundamental para comprender cómo modelar matemáticamente diferentes sistemas físicos, una habilidad esencial para el análisis y diseño de sistemas de control.

Ejemplo 3-1: Constante del resorte en sistemas de resortes

En este ejemplo, se obtiene la constante del resorte equivalente (k_{eq}) para sistemas de resortes en paralelo y en serie.

Resortes en paralelo

Para los resortes en paralelo, la constante del resorte equivalente k_{eq} se calcula como la suma de las constantes de los resortes individuales. Si los resortes tienen constantes k_1 y k_2, entonces:

$$k_{eq} = k_1 + k_2$$

Resortes en serie

Para los resortes en serie, la fuerza en cada resorte es la misma. Si los resortes tienen constantes k_1 y k_2, entonces:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

$$k_{eq} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

Ejemplo 3-2: Sistema masa-resorte-amortiguador

En este ejemplo, se modela un sistema masa-resorte-amortiguador, donde una masa m está conectada a un resorte con constante k y a un amortiguador con coeficiente de amortiguamiento b.

Ecuación de movimiento

La ecuación diferencial que describe el movimiento del sistema es:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F(t)$$

donde x es el desplazamiento de la masa y $F(t)$ es la fuerza aplicada.

Transformación a la función de transferencia

Para obtener la función de transferencia, se aplica la transformada de Laplace a la ecuación diferencial, asumiendo condiciones iniciales nulas:

$$ms^2X(s) + bsX(s) + kX(s) = F(s)$$

$$(ms^2 + bs + k)X(s) = F(s)$$

La función de transferencia $G(s)$ es:

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$$

Estos ejemplos ilustran cómo se pueden derivar modelos matemáticos para sistemas físicos mediante el uso de ecuaciones diferenciales y transformadas de Laplace.