ISSD Instituto Superior SANTO DOMINGO	**UNIDAD Nº 2:** **Teoría del Muestreo**	**TEMAS:** **Distribución por muestreo. Distribución por muestreo de la Proporción Muestral (Muestreo con reposición)**	*Clase 3*

Objetivos:

- Identificar las características del modelo
- Identificar los diferentes casos.
- Plantear y resolver los diferentes casos

Introducción

Distribución por muestreo de la Proporción Muestral: Indica los diferentes valores que puede asumir la proporción muestral y sus respectivas probabilidades.

Actividades:

Actividad Nº 1:

Durante el mes pasado la cantidad de inasistencias de 4 empleados de un comercio fue la siguiente:

Empleados	A	B	C	D
Cantidad de inasistencias	1	2	3	5

Se pide:

a) ¿Qué proporción de empleados tuvieron más de 3 inasistencias?
b) Obtener la distribución por muestreo del estimador correspondiente al parámetro
c) calculado en a) a partir de todas las muestras de tamaño 2 que surjan por enumeración de todos los arreglos posibles.
d) Calcular la Esperanza Matemática de la variable
e) Calcular la Varianza de la variable
f) Calcular la Desviación de la variable
g) Comprobar las relaciones entre las medidas calculadas y los parámetros

Respuesta:

a)

Proporción poblacional:

Es la proporción de éxitos que hay en la población

P = proporción poblacional

a) La población está dividida en dos conjuntos, uno formado por los empleados que tuvieron más de 3 inasistencias y el otro conjunto formado por los empleados que tuvieron 3 o menos inasistencias

X = cantidad de empleados que tuvieron más de 3 inasistencias

N = tamaño de la población

$$\text{Proporción Poblacional} = P = \frac{X}{N} = \frac{1}{4}$$

$$P = 0{,}25$$

b) Paso 1- **Calcular la cantidad de muestras posibles**

En primer lugar, calculamos la cantidad de muestras que obtendremos, para ello debemos identificar en qué condiciones son seleccionados los elementos para constituir la muestra, de la siguiente manera:

Si las muestras se obtienen por enumeración de todos los arreglos posibles, significa que los elementos a incluir en cada muestra son seleccionados con reposición, entonces la cantidad total de muestras de tamaño n que podemos obtener a partir de una población de tamaño N surge de la siguiente fórmula: N^n

$$N^n = 4^2 = 16$$

Significado:

Podemos obtener 16 muestras de tamaño 2 seleccionando los elementos con reposición (cada elemento no se devuelve o repone a la población antes de extraer el siguiente) a partir de una población de tamaño 4

Paso 2- **Obtener todas las muestras posibles**

Indicamos cómo están formadas las 16 muestras de dos empleados cada una.

x_1 \ x_2	A	B	C	D
A	A A	A B	A C	A D
B	B A	B B	B C	B D
C	C A	C B	C C	C D
D	D A	D B	D C	D D

Paso 3- **Calcular en cada muestra el valor del estimador** (Proporción muestral)

$$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{\text{cantidad de empleados que tuvieron más de 3 inasistencias en la muestra}}{\text{tamaño de la muestra}}$$

Ejemplo:

Si la muestra está formada por un empleado A (1inasistencia) y otro B (2 inasistencias), por lo tanto en esta muestra hay 0 empleados con más de 3 inasistencias, entonces en esta muestra la proporción se obtiene mediante el cociente 0/2 = 0

$\hat{p}$	A	B	C	D
A	0/2 = 0	0/2 = 0	0/2 = 0	1/2= 0,5
B	0/2 = 0	0/2 = 0	0/2 = 0	1/2= 0,5
C	0/2 = 0	0/2 = 0	0/2 = 0	1/2= 0,5
D	1/2= 0,5	1/2= 0,5	1/2= 0,5	2/2_ = 1

Una vez cumplidos estos dos pasos, estamos en condiciones de formar la **Distribución por muestreo**, para ello:

- En la primera columna de la tabla indicamos una vez cada uno de los diferentes valores que puede asumir el estimador $\hat{p}$
- En la segunda columna indicamos las probabilidades asociadas a cada valor, las cuales se obtienen mediante el cociente entre la cantidad de veces que se repite cada valor (que obtenemos contando en la tabla obtenida en el punto b.2) dividido el total de muestras

$$P(\hat{p}) = \frac{\text{cantidad de veces que se repite cada valor de } \hat{p}}{\text{total de muestras}}$$

Distribución por muestreo de la Proporción Muestral (Distribución por muestreo de $\hat{p}$)

$\hat{p}$	$P(\hat{p})$
0	9/16
0,5	6/16
1	1/16

d) **Esperanza matemática de la proporción muestral (Esperanza matemática de $\hat{p}$)**

$E(\hat{p}) = \sum \hat{p} * P(\hat{p})$

Para calcular la esperanza matemática, obtenemos el producto de cada valor de la variable por su respectiva probabilidad y luego sumamos los productos obtenidos

$\hat{p}$	$P(\hat{p})$	$\hat{p} * P(\hat{p})$
0	9/16	0 * (9/16) = 0
0,5	6/16	0,5 * (6/16) = 3/16
1	1/16	1 * (1/16) = 1/16
		$E(\hat{p})$ = 4/16 = **0,25**

$E(\hat{p}) = \sum \hat{p} * P(\hat{p}) = \mathbf{0{,}25}$

e) **Varianza de la proporción muestral (Varianza de $\hat{p}$)**

$\sigma^2(\hat{p}) = \sum p^{2} * P(p) - [E(p)]^2$

Para calcular la varianza, obtenemos el producto del cuadrado del valor de la variable por su respectiva probabilidad y a continuación sumamos los productos obtenidos. A la sumatoria resultante (0,45) le restamos el cuadrado de la esperanza matemática ~~(0,36)~~

$\hat{p}$	$P(\hat{p})$	$p^2 * P(p)$
0	9/16	$(0)^2 * (9/16) = 0$
0,5	6/16	$(0,5)^2 * (6/16) = 1,5/16$
1	1/16	$(1)^2 * (1/16) = 1/16$
		$\sum p^2 * P(p) = 2,5/16 = 0,15625$

$$\sigma^2(\hat{p}) = \sum p^{2} * P(p) - [E(p)]^2$$

$$= 0,15625 - (0,25)^2 = 0,15625 - 0,0625$$

$$\sigma^2(p) = 0,09375$$

f) **Desviación Estándar de p**

$$\sigma(p) = \sqrt{\sigma^2(p)} = \sqrt{p^{2} * P(p) - [E(p)]^2}$$

$$= \sqrt{0,15625 - 0,0625}$$

$$= \sqrt{0,09375}$$

$$\sigma(p) = 0,3062$$

a) En la distribución por muestreo de p para el muestreo sin reposición se verifican las siguientes relaciones:

$$E(p) = P$$

$$0,25 = 0,25$$

$$\sigma^2(p) = \frac{P(1-P)}{n}$$

$$= \frac{0,25(1-0,25)}{2}$$

$$0,09375 = 0,09375$$

$$\sigma(p) = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{0,25(1-0,25)}{2}}$$

$$= \sqrt{0,09375}$$

= 0,3062

Actividad Nº 2:

Una población está compuesta por cuatro empleados, los cuales tienen la siguiente antigüedad:

Empleado	A	B	C	D
Antigüedad en años	2	4	7	9

Sea x la antigüedad que tiene cada empleado, se pide:

a) Calcular la proporción de empleados en la población que tienen una antigüedad superior a 3 años.
b) Encontrar la distribución por muestreo de la proporción muestral en base a todas las muestras de magnitud 2 que surjan por enumeración de todos los **arreglos** posibles (muestreo con reposición)
c) Calcular la esperanza matemática de la proporción muestral.
d) Calcular la varianza de la proporción muestral.
e) Calcular la desviación estándar de la proporción muestral.
f) Comprobar la relación de la esperanza matemática y de la desviación estándar con los parámetros de la población.