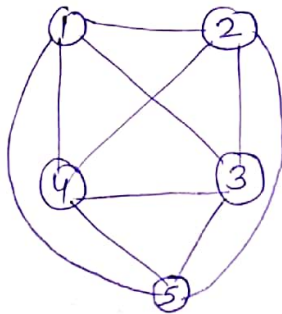


★ Travelling Salesman Problem using Branch & Bound:-



	1	2	3	4	5
1	∞	20	30	10	11
2	15	∞	16	4	2
3	3	5	∞	2	4
4	19	6	18	∞	3
5	16	4	7	16	∞

Sol.ⁿ ⇒

1)

	1	2	3	4	5	Min of Each Row
1	∞	20	30	10	11	10
2	15	∞	16	4	2	2
3	3	5	∞	2	4	2
4	19	6	18	∞	3	3
5	16	4	7	16	∞	4
						$\Rightarrow 21$

Total Cost for reduction row wise

→ Now Reduced Matrix :- (Subtract Min value of corresponding row to its respective row)

	1	2	3	4	5
1	∞	10	20	0	1
2	13	∞	14	2	0
3	1	3	∞	0	2
4	16	3	15	∞	0
5	12	0	3	12	∞

\Rightarrow

4

\swarrow Total cost for reduction Column wise.

Min value of each Column

→ Now Reduced Matrix :- (Subtract Min value to its respective Column wise)

	1	2	3	4	5	
1	∞	10	17	0	1	10
2	12	∞	11	2	0	2
3	0	3	∞	0	2	2
4	15	3	12	∞	0	3
5	11	0	0	12	∞	4
	1	0	3	0	0	

(column wise)

Total reduction's
Cost (Row + Column
reduction)

$\Rightarrow 21 + 4 = 25$

* Total Reduced Cost = 25 \Rightarrow at least the min. cost of this problem is 25 or more than 25.

2)

Reduced \Rightarrow
Matrix

	1	2	3	4	5
1	∞	10	17	0	1
2	12	∞	11	2	0
3	0	3	∞	0	2
4	15	3	12	∞	0
5	11	0	0	12	∞

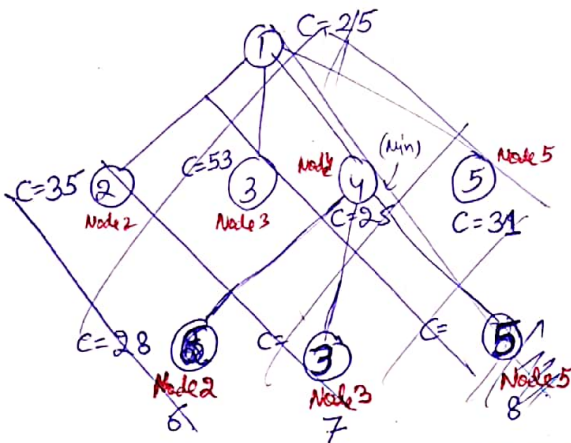
(A)

(r) Reduced Cost = 25 — (i)

Now solve it using
of state space tree.

Branch & Bound, with the help
(Least Cost - Branch & Bound)

Upper = ∞



(i) Node 1 to Node 2:-

Then make first row &
2nd column = ∞ in (A)

	1	2	3	4	5	Min Cost Rowwise
1	∞	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	11	2	0	0
3	0	∞	∞	0	2	0
4	15	∞	12	∞	0	0
5	11	∞	0	12	0	0
	0	-	0	0	0	$\frac{+}{=0}$

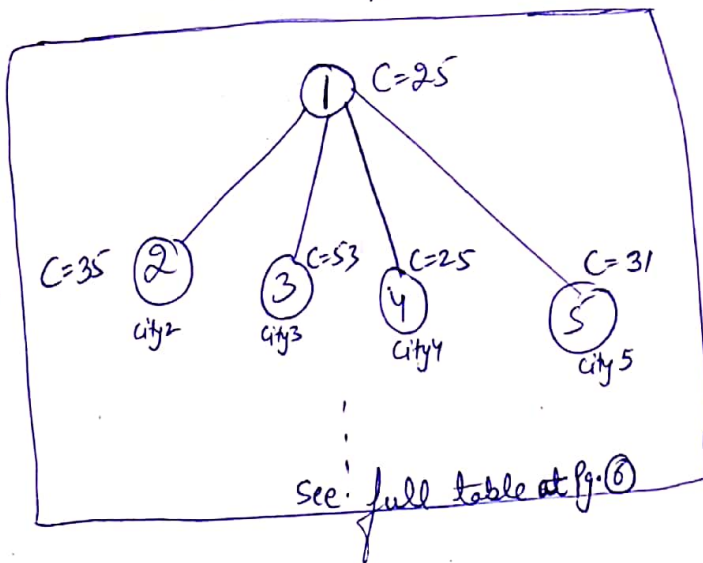
also make
Cost 2 \rightarrow 1
Node = ∞

$$\Rightarrow C[1, 2] + \sigma + \delta \leftarrow \text{new reduction (if any)}$$

Take value
from (A) Matrix

$$\Rightarrow 10 + 25 + 0$$

$$= \boxed{35}$$



NOTE:- If Explore first (2) then (3) then (4) - (5) \Rightarrow Known as FIFO Branch & Bound.
But In this we use Least Cost Branch & Bound.

(ii) Node 1 to Node 3:- Make first row & 3rd column = ∞ in (A) matrix. & (3 Node to 1 Node = ∞).

	1	2	3	4	5	Minvalue
1	∞	∞	∞	∞	∞	-
2	12	∞	∞	2	0	0
3	∞	3	∞	0	2	0
4	15	3	∞	∞	0	0
5	11	0	∞	12	∞	0
Min value.	11	0	-	0	0	<u>= 11</u>

Reduced Matrix \Rightarrow

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	1	∞	∞	2	0
3	∞	3	∞	0	2
4	4	3	∞	∞	0
5	0	0	∞	12	∞

reducost Cost ($\hat{\delta}$) = 11

$$\Rightarrow C(1,3) + \hat{\delta} + \hat{\delta}$$

$$\Rightarrow 17 + 25 + 11$$

$$\Rightarrow 53$$

(iii) Node 1 to Node 4:- Make 1st row & 4th column = ∞ in (A) & $C[4,1] = \infty$

	1	2	3	4	5	Minvalue
1	∞	∞	∞	∞	∞	0
2	12	∞	11	∞	0	0
3	0	3	∞	∞	2	0
4	∞	3	12	∞	0	0
5	11	0	0	∞	∞	0
Min value.	0	0	0	-	0	<u>= 0</u>

(B)

$$\Rightarrow C(1,4) + \hat{\delta} + \hat{\delta}$$

$$\Rightarrow 0 + 25 + 0$$

$$\Rightarrow 25$$

(iv) Node 1 to Node 5:- Make first row & 5th column = ∞
 $\& C[5,1] = \infty$

	1	2	3	4	5	Min
1	∞	∞	∞	∞	∞	-
2	12	∞	11	2	∞	2
3	0	3	∞	0	∞	0
4	15	3	12	∞	∞	3
5	∞	0	0	12	∞	0
						$\frac{+5}{5}$

Reduced
Matrix
(Sub. min
to esp.
row)

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	10	∞	9	0	∞
3	0	3	∞	0	∞
4	12	0	9	∞	∞
5	∞	0	0	12	∞

$$\hat{\delta}(\text{reduced cost}) = 5$$

$$\Rightarrow C(1,5) + \delta + \delta$$

$$\Rightarrow 1 + 25 + 5 = 31$$

3) Now Consider Min. Cost Node. i.e. here Node 4 having Cost 25.

So, Consider Reduced matrix of Node 1 to Node 5:-

i.e.

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	12	∞	11	∞	0
3	0	3	∞	∞	2
4	∞	3	12	∞	0
5	11	0	0	∞	∞

Ⓑ

Now this Matrix is used for further calculation i.e.

- Ⓐ Node 4 to Node 2
- Ⓑ " to Node 3
- Ⓒ " to Node 5

(i) Node 4 to Node 2 :- Make 4th row & 2nd column = ∞
 If also $C[2,1] = \infty$ i.e. we cannot go from Node 2 to Node 1.

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	-
2	∞	∞	11	∞	0	0
3	0	∞	∞	∞	2	0
4	∞	∞	∞	∞	∞	-
5	11	∞	0	∞	∞	0
	0	-	0	-	0	$\frac{+}{0}$

already reduced form.

$$\Rightarrow C(4,2) + C(4) + \hat{\delta}$$

$$\Rightarrow 3 + 25 + 0$$

$$\Rightarrow 28$$

(ii) ply for Node 7 & 8 :-

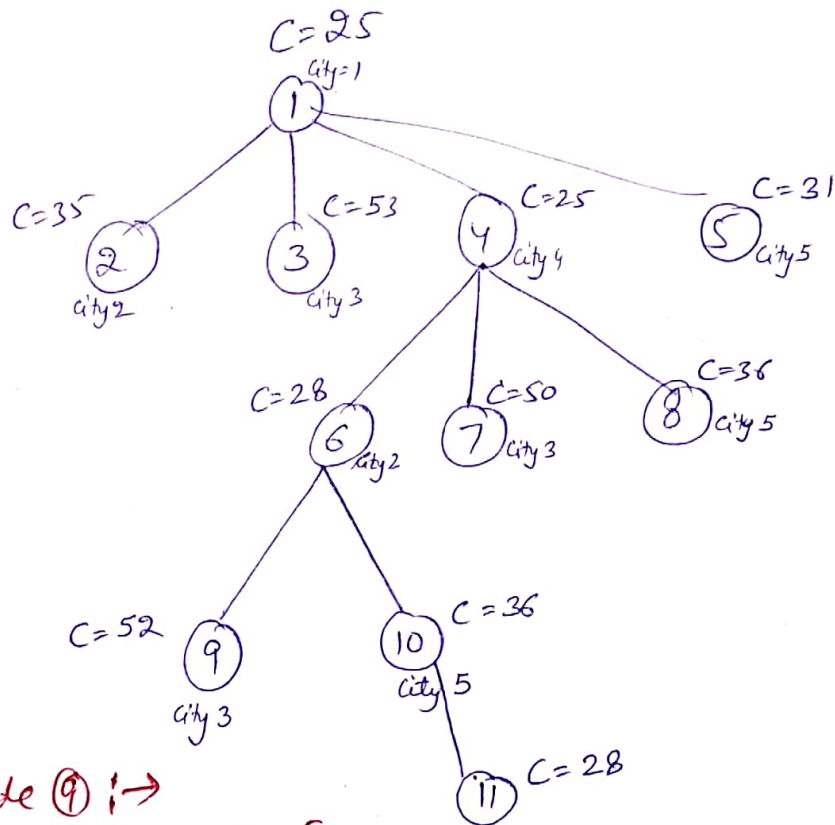
	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	1	∞	∞	∞	0
3	∞	1	∞	∞	0
4	∞	∞	∞	∞	∞
5	0	0	∞	∞	∞

Node (7)

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	1	∞	0	∞	∞
3	0	3	∞	∞	∞
4	∞	∞	∞	∞	∞
5	∞	0	0	∞	∞

Node (8)

4) out of $C=35, 53, 31, 28, 50, 36 \rightarrow$ Take min.
 Cost Node & proceed further:-
 So, Min Cost $C=28$. (i.e. Node 4 to Node 6)
 upper = ∞



// by For Node 9 \rightarrow

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	-
2	∞	∞	∞	∞	∞	-
3	∞	∞	∞	∞	0	2
4	∞	∞	∞	∞	∞	-
5	∞	∞	∞	∞	∞	11
						$\hat{\delta} = 13$

9

$$\Rightarrow C(2,3) + C(6) + \hat{\delta}$$

$$\Rightarrow 11 + 28 + 13$$

$$= 52$$

//ly for Node 10:-

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	∞	∞	∞
3	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	∞	∞	∞
5	∞	∞	0	∞	∞

$$C = 36$$

10

5)

Now consider Min Cost Node:-

i.e. Node 10

$$\text{upper} = \cancel{28}$$

Now Make matrix for Node 11

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	∞	∞	∞
3	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	∞	∞	∞
5	∞	∞	∞	∞	∞

$$C(5,3) + C(10) + r$$

$$\Rightarrow 0 + 28 + 0$$

$$= \underline{\underline{28}}$$

Now every Node get Killed.

' ' Now every Node > 28 (upper)

1-4-2-5-3-1

Min Cost
Tree

$$\underline{10+6} + 2 + \underline{7+3}$$

$$\Rightarrow 28 \text{ Cost}$$