

# GIẢI ĐỀ 4 – THPT VIỆT NAM BA LAN

## BẢNG ĐÁP ÁN

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.D  | 2.D  | 3.C  | 4.A  | 5.D  | 6.C  | 7.C  | 8.C  | 9.D  | 10.A |
| 11.C | 12.C | 13.D | 14.A | 15.C | 16.A | 17.C | 18.B | 19.D | 20.B |
| 21.B | 22.B | 23.B | 24.C | 25.B | 26.D | 27.C | 28.B | 29.B | 30.D |
| 31.A | 32.A | 33.A | 34.D | 35.A | 36.A | 37.B | 38.B | 39.D | 40.A |
| 41.A | 42.A | 43.B | 44.A | 45.D | 46.B | 47.C | 48.C | 49.D | 50.C |

**Câu 1:** + Ta có:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( u_n + \frac{n+1}{n^2+2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} u_n + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n^2+2} = 2 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}{\frac{2}{1 + \frac{1}{n^2}}} = 2 + \frac{0}{1} = 2$ . **Chọn D.**

**Câu 2:** + Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{2x-3} = \sqrt{2 \cdot 2 - 3} = 1$ . **Chọn D.**

**Câu 3:** +  $y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$

+  $x - 2y - 18 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x - 9$

+ Gọi  $x_0$  là tiếp điểm của đồ thị hàm số  $(C)$  và tiếp tuyến  $\Delta$ .

+ Do tiếp tuyến  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng nên ta có:

$f'(x_0) \cdot \frac{1}{2} = -1 \Leftrightarrow f'(x_0) = -2 \Leftrightarrow \frac{-2}{(x_0-1)^2} = -2 \Leftrightarrow (x_0-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = 0 \end{cases}$ . **Chọn C.**

**Câu 4:** + Ta có:  $\begin{cases} f(0) = 4 \cdot 0^2 + 5b = 5b \\ \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{x(\sqrt{ax+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{\sqrt{ax+1}+1} = \frac{a}{2} \end{cases}$

+ Để hàm số đã cho liên tục tại  $x = 0$  thì:

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \frac{a}{2} = 5b \Leftrightarrow a = 10b$ . **Chọn A.**

**Câu 5:** + Ta có:  $y' = (x^3 - 2x + 3)' = 3x^2 - 2 \Rightarrow y'(1) = 1$ .

+ Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  $M(1;2)$  là:

$(d): y = y'(1)(x-1) + y(1) = 1(x-1) + 2 \Leftrightarrow (d): y = x+1$ . **Chọn D.**

**Câu 6:**

+ Ta có:  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SAB) \perp (ABCD)$ .

Mệnh đề A đúng.

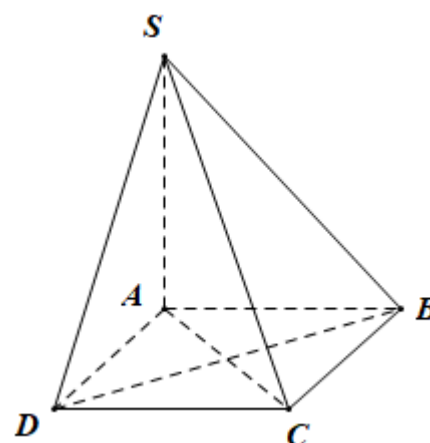
+ Ta có:  $\begin{cases} DC \perp SA \\ DC \perp DA \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SAD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$ .

Mệnh đề B đúng.

+ Ta có:  $\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow (SAB) \perp (SAD)$ .

Mệnh đề D đúng.

Vậy mệnh đề C sai. **Chọn C.**



**Câu 7:** +  $y' = ((1+x)\sqrt{1-x})' = (1+x)' \cdot \sqrt{1-x} + (\sqrt{1-x})'(1+x) = \sqrt{1-x} - \frac{x+1}{2\sqrt{1-x}} = \frac{1-3x}{2\sqrt{1-x}}$ .

Mà  $y' = \frac{ax+b}{2\sqrt{1-x}} \Rightarrow a = -3; b = 1 \Rightarrow a+b = -3+1 = -2$ . **Chọn C.**

**Câu 8:** + Phương trình vận tốc theo thời gian là:  $v(t) = s'(t) = 2t - 2$ .

+ Vận tốc của vật tại thời điểm  $t = 3s$  là:  $v(3) = 2 \cdot 3 - 2 = 4 (m/s)$ . **Chọn C.**

**Câu 9:** +  $y' = (\sin 3x)' = (3x)' \cdot \cos 3x = 3 \cos 3x$ . **Chọn D.**

**Câu 10:** + Theo định nghĩa đạo hàm ta có:  $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ . **Chọn A.**

**Câu 11:** +  $y' = (-2x^5 + 4\sqrt{x})' = -2(x^5)' + 4(\sqrt{x})' = -10x^4 + \frac{2}{\sqrt{x}}$ . **Chọn C.**

**Câu 12:** + Ta có:  $y' = (\cos(5-3x))' = (5-3x)' \cdot -\sin(5-3x) = 3 \sin(5-3x)$ .

+ Vi phân của hàm số  $y = \cos(5-3x)$  là:  $dy = 3 \sin(5-3x) dx$ . **Chọn C.**

**Câu 13:** + Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x - m\sqrt{x^2 + 2}}{x + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{\frac{x - m\sqrt{x^2 + 2}}{|x|}}{\frac{x + 2}{|x|}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{-1 - m\sqrt{1 + \frac{2}{x^2}}}{-1 - \frac{2}{x}} \right) = \frac{-m-1}{-1} = m+1$ .

$\Rightarrow m+1 = 2 \Rightarrow m = 1$ . **Chọn D.**

**Câu 14:** + Tập xác định của hàm số:  $y = \frac{1}{x+2}$  là:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$  nên hàm số gián đoạn tại  $x = -2$ . **Chọn A.**

**Câu 15:** + Hàm số  $y = -x^5 + x^3 - 2x - 1$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $y(-1) \cdot y(0) = 1 \cdot -1 < 0$  nên ta suy ra:

Phương trình  $-x^5 + x^3 - 2x - 1 = 0$  có một nghiệm  $x_0$  thuộc khoảng  $(-1; 0)$ . **Chọn C.**

**Câu 16:** + Ta có:  $y' = \left( \frac{1}{4}x^4 - 3x^2 + 5 \right)' = x^3 - 6x$ .

+ Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  $x_0 = 3$  là:  $y'(3) = 3^3 - 6 \cdot 3 = 9$ . **Chọn A.**

**Câu 17:** +  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-3}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1 - (x-3)}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3}} = 0$ . **Chọn C.**

**Câu 18:**

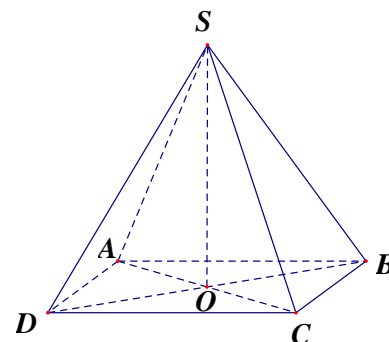
+ Gọi chóp tứ giác đều là:  $S.ABCD$ .

+  $O$  là giao hai đường chéo của hình vuông đáy  $ABCD$ .

+ Khi đó góc  $\alpha$  giữa cạnh bên và mặt đáy sẽ là góc  $SAO$ .

$$\Rightarrow \cos SAO = \frac{AO}{SA} = \frac{\frac{AC}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}.$$

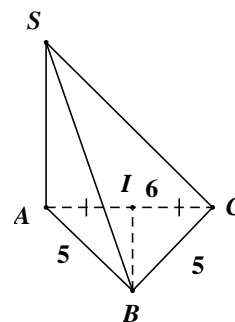
**Chọn B.**



**Câu 19:**+ Gọi  $I$  là trung điểm của  $AC$ .+ Tam giác  $ABC$  cân ở  $B$  nên:  $BI \perp AC$ .Lại có:  $SA \perp BI$  (do  $SA$  vuông với  $(ABC)$ ) nên:

$$\Rightarrow BI \perp (SAC).$$

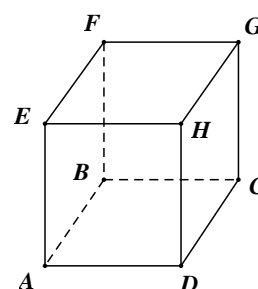
$$\Rightarrow d(B/(SAC)) = BI = \sqrt{AB^2 - AI^2} = 4.$$

**Chọn D.****Câu 20:** + Ta có:  $\lim(-3n^4 + 2n^2 + 1) = -\infty$ . **Chọn B.****Câu 21:** + Gọi  $x_0$  là tiếp điểm của tiếp tuyến cần tìm với đồ thị hàm số  $(C)$ , ta có:+ Do tiếp tuyến song song với  $y = 9x + 5$  nên:

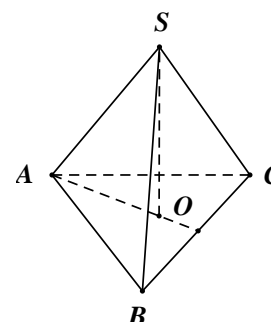
$$y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Leftrightarrow 3(x_0 + 1)(x_0 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \end{cases}.$$

+ Với  $x_0 = -1$ : Phương trình tiếp tuyến thu được là:  $y = 9x + 5$  (loại do trùng với  $y = 9x + 5$ ).+ Với  $x_0 = 3$ : Phương trình tiếp tuyến thu được là:  $y = 9x - 27$ .Vậy có duy nhất một tiếp tuyến thỏa mãn. **Chọn B.****Câu 22:** +  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+5^n}{5^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1+5^n}{5^n}}{\frac{5^{n+1}}{5^n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{5^n} + 1}{5} = \frac{1}{5}$ . **Chọn B.****Câu 23:** + Hàm số  $y = x^2 - 3$  xác định và liên tục với mọi  $x \in \mathbb{R}$  **Chọn B.****Câu 24:** + Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 3^+} (4x - 3) = 9 > 0$ ;  $x - 3 > 0 \forall x > 3$  nên:  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{4x - 3}{x - 3} = +\infty$ . **Chọn C.****Câu 25:**+ Ta có:  $BF$  là cạnh bên của hình lập phương  $ABCD.EFGH$  nên:

$$BF \perp (ABCD) \Rightarrow BF \perp AD. \text{ Chọn B.}$$

**Câu 26:**+ Ta có:  $SO \perp (ABC) \Rightarrow SO \perp AB$ . Khẳng định B đúng.

$$+ \begin{cases} SO \perp BC \\ AO \perp BC \end{cases} \Rightarrow (SAO) \perp BC \Rightarrow SA \perp BC. \text{ Khẳng định A đúng.}$$

+ Tam giác  $ABC$  đều tâm  $O$  nên:  $OB \perp AC$ . Khẳng định C đúng.Vậy D sai. **Chọn D.**

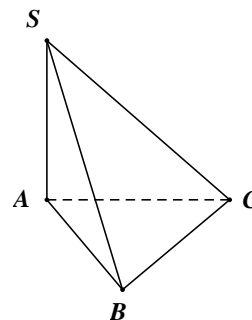
**Câu 27:** + Ta có:

$$f'(x) = \frac{(\cos x)' \cdot (1 + 2 \sin x) - (1 + 2 \sin x)' \cdot \cos x}{(1 + 2 \sin x)^2} = \frac{-\sin x \cdot (1 + 2 \sin x) - 2 \cos^2 x}{(1 + 2 \sin x)^2} = \frac{-\sin x - 2}{(1 + 2 \sin x)^2}.$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{5}{8}. \text{ Vậy C sai. Chọn C.}$$

**Câu 28:**

$$+ \text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB). \text{ Chọn B.}$$



**Câu 29:**  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$

$$+ \text{ĐK: } x^2 + 5x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq -3 \end{cases}$$

$$+ \text{ĐKXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-2; -3\}.$$

+ Vậy hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $(-2; -3)$ . **Chọn B.**

**Câu 30:** + Phương trình vận tốc theo thời gian của chất điểm là:  $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t + 5 (m/s)$ .

+ Phương trình gia tốc theo thời gian của chất điểm chuyển động là:

$$a(t) = v'(t) = 6t - 6 (m/s^2).$$

+ Gia tốc của chuyển động tại thời điểm  $t = 3s$  là:  $a(3) = 6 \cdot 3 - 6 = 12 (m/s^2)$ . **Chọn D.**

**Câu 31:** + Ta có:  $f'(x) = (5(x+1)^3 + 4(x+1))' = 15(x+1)^2 + 4$

$$+ f''(x) = (f'(x))' = (15(x+1)^2 + 4)' = 30(x+1).$$

$$+ f''(x) = 0 \Leftrightarrow 30(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = -1. \text{ Chọn A.}$$

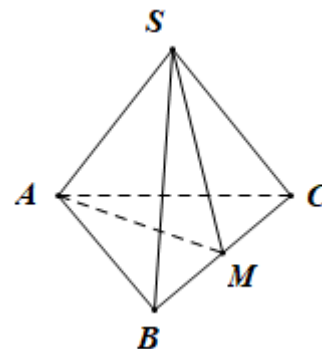
**Câu 32:**

+ Tam giác  $ABC$  đều nên:  $AM \perp BC$ .

+ Tam giác  $SBC$  cân ở  $S$  nên:  $SM \perp BC$ .

Lại có:  $(SBC) \cap (ABC) = BC$  nên:

$$\Rightarrow ((SBC); (ABC)) = \angle SMA. \text{ Chọn A.}$$



**Câu 33:** + Mệnh đề A sai vì khoảng cách giữa hai đường chéo nhau là độ dài đoạn thẳng vuông góc chung của hai đường đó. **Chọn A.**

**Câu 34:** + Qua một điểm và một đường cho trước, tồn tại **duy nhất** một mặt phẳng đi qua điểm đã cho và vuông góc với đường thẳng đã cho. **Chọn D.**

**Câu 35:** + Hai mặt phẳng vuông góc khi góc giữa chúng bằng  $90^\circ$ . **Chọn A.**

**Câu 36:**

+ Gọi  $O$  là trung điểm của  $BD$ , ta có:

$\Delta A'BD$  cân tại  $A'$  nên:  $A'O \perp BD$ .

$\Delta MBD$  cân tại  $M$  nên:  $MO \perp BD$ .

+ Gọi  $\alpha$  là số đo góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BD); (MBD)$ , khi đó ta có:

$$\cos \alpha = |\cos \angle A'OM| = 0.$$

$\Rightarrow \Delta A'OM$  vuông tại  $O$ .

+ Ta có:  $ABCD$  là hình vuông nên  $O$  là tâm của  $ABCD$ :

$$\Rightarrow AO = BO = CO = DO = \frac{AC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A'O = \sqrt{A'A^2 + AO^2} = \sqrt{b^2 + \frac{a^2}{2}} \\ MO = \sqrt{MC^2 + CO^2} = \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^2}{2}} \end{cases}$$

+ Gọi  $N$  là trung điểm của  $A'A$ :

$$\Rightarrow MN = AC = a\sqrt{2}$$

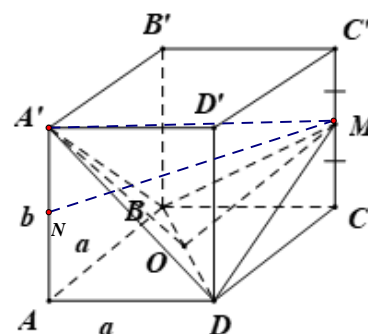
$$\Rightarrow A'M = \sqrt{A'N^2 + NM^2} = \sqrt{\frac{b^2}{4} + 2a^2}.$$

Tam giác  $A'OM$  vuông tại  $O$  nên:

$$A'O^2 + OM^2 = A'M^2$$

$$\Rightarrow b^2 + \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{4} + \frac{a^2}{2} = \frac{b^2}{4} + 2a^2.$$

$$\Rightarrow b^2 = a^2 \Rightarrow \frac{a}{b} = 1. \text{ Chọn A.}$$



**Câu 37:** + Ta có:  $(1+x)^{2019} = \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k \cdot x^k$

$$+ \text{Xét: } \left( (1+x)^{2019} \right)' = \left( \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k \cdot x^k \right)'$$

$$\Rightarrow 2019(1+x)^{2018} = \sum_{k=1}^{2019} C_{2019}^k \cdot k \cdot x^{k-1}$$

+ Thay  $x=3$  vào cả 2 vế

$$\Rightarrow 2019(1+3)^{2018} = \sum_{k=1}^{2019} C_{2019}^k \cdot k \cdot 3^{k-1}$$

$$\Leftrightarrow 2019 \cdot 4^{2018} = C_{2019}^1 + 6 \cdot C_{2019}^2 + \dots + 2019 \cdot 3^{2018} \cdot C_{2019}^{2019}$$

$$\Leftrightarrow 2019 \cdot 2^{4036} = C_{2019}^1 + 6 \cdot C_{2019}^2 + \dots + 2019 \cdot 3^{2018} \cdot C_{2019}^{2019}$$

**Chọn B.**

**Câu 38:**

+ Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BAD$ , khi đó ta có:  $SA = SB = SD$  và tam giác  $BAD$  đều nên:

$$SG \perp (ABCD).$$

+ Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ , ta có:

$$AC \perp BD = \{O\}.$$

+ Tam giác  $SBD$  cân ở  $S$  nên:  $SO \perp BD$ .

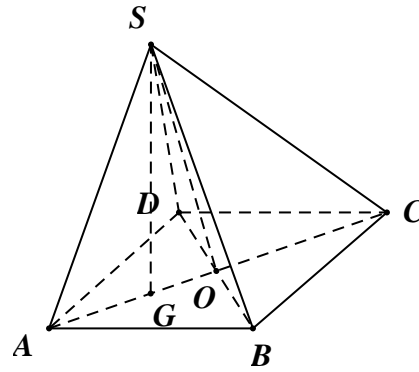
$$\Rightarrow \tan \varphi = \tan SOG = \frac{SG}{GO}.$$

+ Tam giác  $ABD$  đều nên:

$$OG = \frac{AO}{3} = \frac{AB\sqrt{3}}{6} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{3}.$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{SG}{GO} = 2\sqrt{5}. \text{ Chọn B.}$$



**Câu 39:** + Ta có:  $\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \alpha} = \sqrt{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \cos \frac{\alpha}{2} (\alpha \in (0; \pi))$ . Áp dụng ta có:

$$y = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos x}}} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2}}} = \dots = \cos \frac{x}{8}.$$

$$\Rightarrow y' = \left( \cos \frac{x}{8} \right)' = \left( \frac{x}{8} \right)' \cdot -\sin \frac{x}{8} = -\frac{1}{8} \sin \frac{x}{8}.$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{8}. \text{ Chọn D.}$$

**Câu 40:**

+ Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ .

$$+ \text{Ta có: } \begin{cases} AM \perp BC \\ A'G \perp BC \end{cases} \Rightarrow (A'AM) \perp BC$$

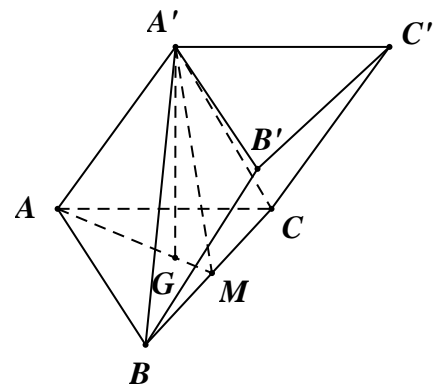
$$\Rightarrow A'M \perp BC$$

$$\Rightarrow ((ABC); (A'BC)) = \angle A'MA = 60^\circ.$$

$$\Rightarrow A'G = GM \cdot \tan A'MA = GM \cdot \tan 60^\circ = GM\sqrt{3}.$$

$$\text{Mà } MG = \frac{AM}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow A'G = GM\sqrt{3} = \frac{a}{2}.$$

**Chọn A.**



**Câu 41:**

$$+ \text{Gọi } N = AC \cap BD \Rightarrow \begin{cases} SN \perp (ABCD) \\ \frac{NC}{NA} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ Kề } MN \parallel BC (M \in AB)$$

$$\Rightarrow MN \perp AB \Rightarrow ((SAB); (ABCD)) = SMN = 60^\circ$$

$$+ \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN = \frac{2a}{3}$$

$$+ \tan SMN = \frac{SN}{MN} \Rightarrow SN = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

+ Lấy  $I$  là trung điểm của  $AD \Rightarrow AICB$  là hình vuông,  $IDCB$  là hình bình hành. Lấy  $O$  là tâm hình vuông

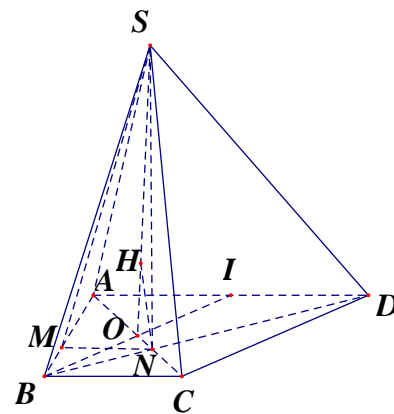
$$AICB \Rightarrow NO = OC - NC = \frac{AC}{6} = \frac{a\sqrt{2}}{6}$$

$$+ \text{Ta có: } CD \parallel BI \Rightarrow CD \parallel (SBI) \Rightarrow d(CD; SB) = d(C; (SBI)) = \frac{CO}{NO} d(N; (SBI)) = 3d(N; (SBI)) \quad (1)$$

$$+ \text{Kề } NH \perp SO. \text{ Ta có: } \begin{cases} BI \perp AC \\ BI \perp SN \end{cases} \Rightarrow BI \perp (SON) \Rightarrow BI \perp HN \Rightarrow NH \perp (SBI) \Rightarrow NH = d(N; (SBI))$$

$$+ \frac{1}{NH^2} = \frac{1}{NO^2} + \frac{1}{NS^2} \Rightarrow NH = \frac{2a\sqrt{3}}{15} \quad (2)$$

$$+ \text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow d(CD; SB) = \frac{2a\sqrt{3}}{5}. \text{ Chọn A.}$$



**Câu 42:** + Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0$  mà  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-9}{x-1}$  xác định hữu hạn nên:  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 9$ .

$$+ \text{Ta có: } \frac{\sqrt[3]{7f(x)+1}-4}{x^2+2x-3}$$

$$= \frac{7f(x)+1-64}{(x-1)(x+3)\left(\left(\sqrt[3]{7f(x)+1}\right)^2+4\sqrt[3]{7f(x)+1}+16\right)}$$

$$= \frac{f(x)-9}{x-1} \cdot \frac{7}{(x+3)\left(\left(\sqrt[3]{7f(x)+1}\right)^2+4\sqrt[3]{7f(x)+1}+16\right)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{7f(x)+1}-4}{x^2+2x-3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-9}{x-1} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{7}{(x+3)\left(\left(\sqrt[3]{7f(x)+1}\right)^2+4\sqrt[3]{7f(x)+1}+16\right)}$$

$$\text{Mà: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{7}{(x+3)\left(\left(\sqrt[3]{7f(x)+1}\right)^2+4\sqrt[3]{7f(x)+1}+16\right)} = \frac{7}{(1+3)\left(\left(\sqrt[3]{7 \cdot 9+1}\right)^2+4\sqrt[3]{7 \cdot 9+1}+16\right)} = \frac{7}{192} \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-9}{x-1} = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = 6 \cdot \frac{7}{192} = \frac{7}{32}. \text{ Chọn A.}$$

**Câu 43:** + Ta có:  $y' = 3x^2 - 4x + m - 1 = 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + m - \frac{7}{3} \geq m - \frac{7}{3}$ .

+ Vậy hệ số góc nhỏ nhất của các tiếp tuyến là:  $k = m - \frac{7}{3}$ .

+ Do tiếp tuyến đó vuông góc với  $\Delta: y = 2x + 1$  nên:

$$k \cdot 2 = -1 \Leftrightarrow k = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m - \frac{7}{3} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \frac{11}{6}. \text{ Chọn B.}$$

**Câu 44:** + Với  $m = 0 \Rightarrow f(x) = -x + 1; f'(x) = -1 < 0 \forall x \in \mathbb{R}$  nên  $m = 0$  thỏa mãn.

+ Với  $m \neq 0$ , ta có:  $f'(x) = mx^2 - 2mx + 3m - 1$ .

$$f'(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow mx^2 - 2mx + 3m - 1 \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 - m(3m - 1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

Vậy để  $y' \leq 0$  thì  $m \leq 0$ . **Chọn A.**

**Câu 45:** + Ta có:

$$f'(x) = -2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right); f''(x) = -4\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right); f^{(3)}(x) = 8\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right); f^{(4)}(x) = 16\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right).$$

+ Khi đó:

$$f^{(4)}(x) = -8$$

$$\Leftrightarrow 16\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -8$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{-1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{-\pi}{6} + k\pi \end{cases}.$$

Mà  $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  nên:  $x = \frac{\pi}{2}$ . **Chọn D.**

**Câu 46:** + Gọi  $x_0$  là tiếp điểm, khi đó ta có: Phương trình tiếp tuyến tại  $x_0$  là:

$$(d): y = y'(x_0)(x - x_0) + y(x_0) = \left(\frac{x_0}{2} - 1\right)(x - x_0) + \frac{x_0^2}{4} - x_0 + 1.$$

+ Do tiếp tuyến đi qua điểm  $M(2; -1)$  nên:

$$-1 = \left(\frac{x_0}{2} - 1\right)(2 - x_0) + \frac{x_0^2}{4} - x_0 + 1 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 4 \end{cases}.$$

+ Với  $x_0 = 0 \Rightarrow (d): y = -x + 1$ .

+ Với  $x_0 = 4 \Rightarrow (d): y = x - 3$ .

**Chọn B.**



**Câu 47:**

+ Ta có:  $AD // BC \Rightarrow AD // (SBC)$

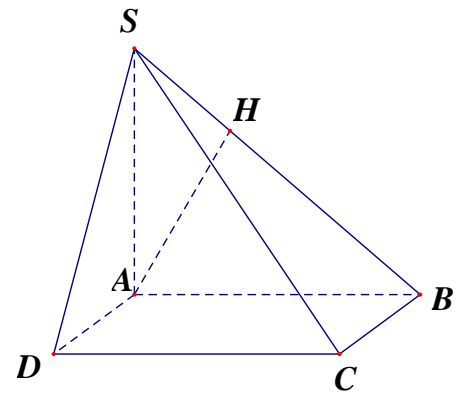
$$\Rightarrow d(AD; SB) = d(AD; (SBC)) = d(A; (SBC))$$

+ Kẻ  $AH \perp SB = H$ . Ta có:

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$$

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH = d(A; (SBC))$$

$$+ \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \text{ Chọn C.}$$

**Câu 48:**

+ Gọi  $I$  là trung điểm  $AD \Rightarrow AICB$  là hình vuông và  $\triangle CID$  là tam giác vuông cân

$$\Rightarrow \angle ACD = \angle ACI + \angle ICD = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ \Rightarrow CD \perp AC$$

$$+ \begin{cases} CD \perp AC \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAC)$$

+ Kẻ  $AH \perp SC$  kết hợp với  $CD \perp AH (AH \subset (SAC)) \Rightarrow AH \perp (SCD)$

+ Vậy mặt phẳng  $(P)$  là  $(ABH)$ . Kẻ  $Sd // BC \Rightarrow Sd$  là giao tuyến của  $(SBC)$  và  $(SAD)$ .

+  $BH \cap Sd = T; AT \cap SD = M \Rightarrow AMHB$  là thiết diện cần tìm

$$+ \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AM = \frac{2a\sqrt{3}}{3}; \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AH = a$$

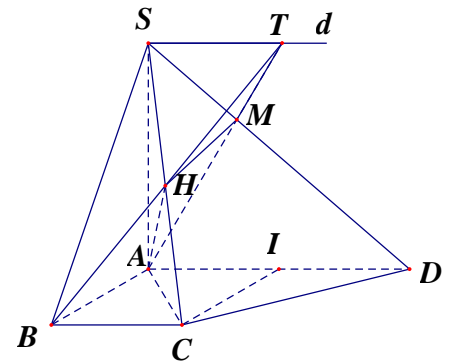
$$+ \text{Ta có: } AH \perp HM \Rightarrow \begin{cases} HM = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \\ S_{AHM} = \frac{1}{2} AH \cdot HM = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6} \end{cases}$$

+  $\triangle SAC$  vuông cân tại  $A \Rightarrow H$  là trung điểm  $SC$ . Mà

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \triangle SBC \text{ vuông} \Rightarrow BH = \frac{SC}{2} = a \Rightarrow \triangle BHA \text{ đều có cạnh}$$

$$\text{bằng } a \Rightarrow S_{BHA} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow \text{Diện tích thiết diện là: } S = S_{BHA} + S_{AHM} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{a^2\sqrt{3}}{6} = \frac{5a^2\sqrt{3}}{12}. \text{ Chọn C.}$$



$$\text{Câu 49: } + f^3(2-x) - 2f^2(2+3x) + 36x = 0(1)$$

$$\Rightarrow (2-x)'3f^2(2-x) + f'(2-x) - 4(2+3x)'f(2+3x) \cdot f'(2+3x) + 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow -3f^2(2-x)f'(2-x) - 12f(2+3x) \cdot f'(2+3x) + 36 = 0(2)$$

+ Thay  $x=0$  vào (1) ta có:  $f^3(2)-2f^2(2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(2)=0 \\ f(2)=2 \end{cases}$

+ Với  $f(2)=0$ , thay  $x=0$  vào (2) ta có:  $-3.0-12.0+36=0 \Leftrightarrow 36=0$  (Vô lý)

+ Với  $f(2)=2$ , thay  $x=0$  vào (2) ta có:  $-3.2^2 f'(2)-12.2.f'(2)+36=0 \Leftrightarrow f'(2)=1$  (Vô lý)

+ Phương trình tiếp tuyến tại điểm  $x_0=2$  là:  $y=f'(2)(x-2)+f(2)=1(x-2)+2=x$ .

**Chọn D.**

**Câu 50:**

+ Ta có:  $\overrightarrow{AD} // \overrightarrow{A'D'}$ . Mà  $\overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{CA'}, \overrightarrow{CD'}$  cùng thuộc mặt phẳng  $(A'D'C)$  nên  $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CA'}, \overrightarrow{CD'}$  đồng phẳng.

**Chọn C.**

