

ĐỀ SỐ 9 - THPT CHUYÊN AMSTERDAM

Câu 1: Cho 3 số thực $x-2, x, \sqrt{x+8}$ theo thứ tự là 3 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Tổng của 3 số hạng trên là:

- A. -4 B. 0 C. 3 D. 6

Câu 2: Cho cấp số nhân $(u_n), n \in \mathbb{N}^*$ với $u_1 = 1$ và $u_4 = -8$. Khi đó giá trị của u_6 là:

- A. 16 B. -32 C. 64 D. -16

Câu 3: Trong các dãy số $(u_n), n \in \mathbb{N}^*$ có số hạng tổng quát u_n xác định dưới đây, dãy nào là dãy giảm?

- A. $u_n = n^2 - n$ B. $u_n = -2 \sin n$ C. $u_n = \frac{n+3}{n+1}$ D. $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n+3}$

Câu 4: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1|}{x^2 - 3x + 2}$ là:

- A. 1 B. $-\infty$ C. -1 D. $+\infty$

Câu 5: Với $a, b \in \mathbb{N}, (a; b) = 1$, biết rằng $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{3x^2 - 4x + 1} + \sqrt{3}x) = \frac{a}{b}\sqrt{3}$. Khi đó giá trị của $S = b - a$ là:

- A. 2 B. -1 C. -2 D. 1

Câu 6: Hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x - 4 & \Leftrightarrow x \geq 1 \\ ax^3 + bx - 3 & \Leftrightarrow x < 1 \end{cases}$ có đạo hàm tại $x = 1$. Khi đó giá trị $S = a + 2b$ là:

- A. 7 B. 6 C. 4 D. 5

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$. Đặt $g(x) = f(\cos x)$. Khi đó $g'(x)$ là biểu thức nào dưới đây?

- A. $\frac{1}{\sqrt{\cos^2 x + 1}}$ B. $\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 1}}$
C. $\frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 1}}$ D. $\frac{-\sin 2x}{2\sqrt{\cos^2 x + 1}}$

Câu 8: Cho hàm số $y = \sqrt{x}$. Khi đó giá trị $y''(1)$ là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{-1}{4}$ C. $\frac{-1}{2}$ D. -1

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \leq 0$ là:

- A. $(-2; 1)$ B. $[-2; 1]$ C. $[-1; 2]$ D. $[1; 2]$

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+m}$ (m là tham số). Tập tất cả các giá trị của m để bất phương trình

$y' > 0$ đúng với $\forall x \in [1; 3]$ là:

- A. $(-1; +\infty)$ B. $(-2; +\infty)$ C. $(-2; -1)$ D. $(-\infty; -2)$

Câu 11: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 4x + 3$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M \in (C)$ có hệ số góc k. Giá trị nhỏ nhất của k là:

- A. $k = -8$ B. $k = 1$ C. $k = 3$ D. $k = -12$

Câu 12: Phương trình chuyển động của một vật tại thời điểm t(giây) và $s(t) = 2 \sin(\pi t)$ (mét). Khi đó vật tốc tức thời của vật tại giây thứ 2 là:

- A. $\pi(m/s)$ B. $2\pi(m/s)$ C. $2(m/s)$ D. $0(m/s)$

Câu 13: Cho tứ diện ABCD. M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng B. Ba vecto $\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ đồng phẳng
C. Ba vecto $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MQ}, \overrightarrow{AB}$ đồng phẳng D. $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{QN}$

Câu 14: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD, tứ giác ABCD có tâm O. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SBD)
B. Mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABCD)
C. Góc giữa đường thẳng SA và mp(ABCD) có số đo lớn hơn góc giữa mp(SAB) và mp(ABCD)
D. Đường thẳng SO tạo với các mặt bên của chóp S.ABCD các góc có số đo bằng nhau.

Câu 15: Cho hình chóp S.ABC. Tam giác ABC vuông tại B, $AB = a$; $BC = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC là:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ D. a

Câu 16: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang, $AD \parallel BC$. Gọi M là trung điểm của SB, N là trung điểm của CD. Khi đó góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SAD) có số đo là:

- A. 0° B. 45° C. 60° D. 90°

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 1 (1,5 điểm-1,5 điểm):

a) Tính giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$

b) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x^2-1}, & x > 1 \\ \frac{a(x^2-2)}{x-3}, & x \leq 1 \end{cases}$ (a là tham số)

Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x = 1$

Câu 2 (1,5 điểm-2,0 điểm):

a) Cho hàm số $y = \cos^2 x + \sin x$. Giải phương trình $y' = 0$ với $x \in (0; \pi)$

b) Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2(x-1)}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến này cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A, B và $OA = 4OB$

- Câu 3 (2,5 điểm-2,5 điểm):** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm O. SO vuông góc với mặt phẳng đáy và $AB = a, AD = a\sqrt{2}, SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi M là trung điểm cạnh AD. Giả sử MB cắt AC tại I.
- Chứng minh: Tam giác AIB vuông tại I và $(SMB) \perp (SAC)$
 - Tính góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và (ABCD). Tính theo a khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SCD)
 - Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SD

Câu 4 (0,5 điểm-0,0 điểm) Dành cho các lớp 11T2, 11 Tin, 11L1,11L2,11H1,11H2

Cho hai bình giống hệt A và B. Ban đầu, bình A chứa $\frac{1}{2}$ bình mật ong nguyên chất, bình B chứa đầy nước nguyên chất. Đầu tiên, đổ nước từ bình B vào bình A để bình A đầy và trộn đều* hỗn hợp này.

Tiếp theo, đổ hỗn hợp vừa tạo thành từ bình A vào bình B để bình B đầy, sau đó trộn đều hỗn hợp này lên. Ta gọi một lần đổ từ B sang A rồi đổ từ A sang B là một “quá trình đổ”.

Nếu quá trình đổ này lặp đi lặp lại rất nhiều lần, có thể xem như là vô tận thì tỉ số giữa số lít mật ong và số lít nước ở bình B sẽ là bao nhiêu

(* Chú thích: trộn đều nghĩa là tỉ lệ mật ong với nước trong một đơn vị thể tích bất kỳ luôn bằng tỉ lệ mật ong với nước trong cả bình)