

GIẢI ĐỀ 7 – THPT CHUYÊN SƯ PHẠM

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.B	4.C	5.C	6.D	7.B	8.B	9.D	10.B
11.B	12.C	13.C	14.D	15.B	16.D	17.B	18.A	19.C	20.C

Câu 21: $S = \left\{ \frac{-2\sqrt{15}}{5}; \frac{2\sqrt{15}}{5} \right\}.$

Câu 22: $y = -6x + 10$

Câu 23: a, Xem chứng minh trong giải b, $\alpha = 30^0$ c, $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 1:

+ Ta có: $MN // CA // C'A' // PQ$ nên:

$$d(MN/PQ) = d(M/PQ).$$

+ Xét tam giác MQP , ta có:

$$MP = AD' = a\sqrt{2}; PQ = \frac{A'C'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

+ Gọi I là trung điểm của

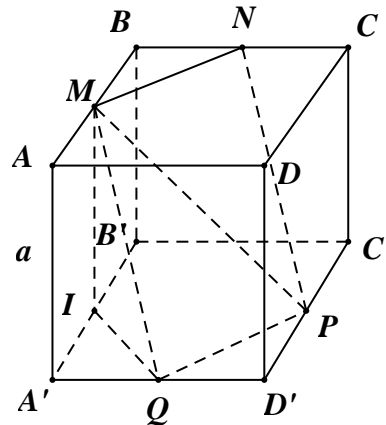
$$A'B' \Rightarrow \text{MI} \perp (A'B'C'D').$$

$$\Rightarrow MQ = \sqrt{MI^2 + IQ^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\Rightarrow MP^2 = MQ^2 + QP^2$$

$$\Rightarrow \Delta MPQ \text{ vuông tại } Q \text{ hay } MQ \perp QP$$

$$\Rightarrow d(MN / PQ) = d(M / PQ) = MQ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn C.

Câu 2: + Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến tại M; $k_{(d)}$ là hệ số góc của đường thẳng $(d): x - 9y = 0$.

+ Ta có: $y' = 3x^2 - 12x \Rightarrow k = y'(1) = -9$.

+ Ta có: $k_{(d)} = \frac{1}{9} \Rightarrow k.k_{(d)} = 9 \cdot \frac{-1}{9} = -1$. Vậy tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M vuông góc với đường thẳng $(d): x - 9y = 0$. **Chọn D.**

Câu 3: + Ta có: $f'(x) = (x \cdot \sin x)' = \sin x + \cos x \cdot x \Rightarrow f'\left(\frac{7\pi}{2}\right) = \sin \frac{7\pi}{2} + \frac{7\pi}{2} \cdot \cos \frac{7\pi}{2} = -1$. **Chọn B.**

Câu 4: + Giả sử tồn tại một mặt phẳng (P) chứa b sao cho $a \perp (P)$, khi đó ta có: $a \perp b$, nhưng do 2 đường thẳng a, b chéo nhau tùy ý nên chưa chắc đã vuông góc với nhau. Vậy mệnh đề C sai.

Chọn C.

Câu 5: + Ta có: $f'(x) = \left(\frac{1}{x^2+1} \right)' = \frac{-(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \frac{-2x}{(x^2+1)^2}$. Khi đó:

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{-2x}{(x^2 + 1)^2} > 0 \Leftrightarrow x < 0. \text{ Chọn } \underline{C}.$$

Câu 6: + Ta có:
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{8} \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = a+2 \end{cases}$$

+ Để hàm số liên tục tại $x=1$ thì: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a+2 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow a = -\frac{15}{8}$. **Chọn D.**

Câu 7: + Ta có:
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12^n - 11^n}{4^n + 4 \cdot 12^n + 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \left(\frac{11}{12}\right)^n}{\left(\frac{4}{12}\right)^n + 4 + \frac{3}{12^n}} = \frac{1}{4}$$
. **Chọn B.**

Câu 8: + $y' = (\sin(x^3))' = (x^3)' \cdot \cos(x^3) = 3x^2 \cos(x^3)$. **Chọn B.**

Câu 9: + Ta có: $\frac{h_1}{h_2} = \frac{SA}{DA} = 2$. **Chọn D.**

Câu 10: + Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2018x) - \cos(2019x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \cdot \sin\left(-\frac{x}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{4037}{2}x\right)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(-\frac{x}{2}\right)}{-\frac{x}{2}} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{4037}{2}x\right) = 1 \cdot 0 = 0.$$

Chọn B.

Câu 11:

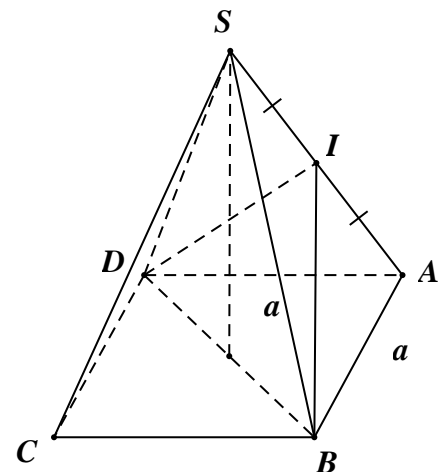
+ Gọi I là trung điểm của SA , do các tam giác SAD ; SAB đều nên:

$$\begin{cases} DI \perp SA \\ BI \perp SA \end{cases} \Leftrightarrow ((SAB); (SAD)) = DIB.$$

+ Ta có: $DI = BI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $DB = a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \cos DIB = \frac{DI^2 + BI^2 - DB^2}{2DI \cdot BI} = \frac{-1}{3}.$$

Chọn B.



Câu 12: + Ta có:
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n-5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n}}{1 - \frac{5}{n}} = 2$$
. **Chọn C.**

Câu 13: + Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x - \sqrt{x+3}}{x+1} = \frac{2 \cdot 1 - \sqrt{1+3}}{1+1} = 0$$
. **Chọn C.**

Câu 14: + Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến song song với trục hoành khi đó ta có: $k = 0$.

+ Gọi x_0 là tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị hàm số (C) , khi đó ta có:

$$y'(x_0) = k = 0 \Leftrightarrow 4x_0^3 - 4x_0 = 0 \Leftrightarrow 4x_0(x_0-1)(x_0+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

+ Với $x=0$, ta có phương trình tiếp tuyến là: $y=-1$.

+ Với $x=1$, ta có phương trình tiếp tuyến là: $y=-2$.


+ Với $x=-1$, ta có phương trình tiếp tuyến là: $y=-2$.

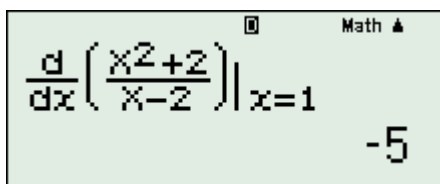
Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa mãn là $y=-1$ và $y=-2$. **Chọn D.**

Câu 15: + Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2018} \frac{x^2 - 2019x + 2018}{x - 2018} = \lim_{x \rightarrow 2018} \frac{(x-1)(x-2018)}{x-2018} = \lim_{x \rightarrow 2018} (x-1) = 2018-1 = 2017$. **Chọn B.**

Câu 16: C1: + Ta có: $f'(x) = \frac{(x^2+2)'(x-2) - (x-2)'(x^2+2)}{(x-2)^2} = \frac{2x(x-2) - (x^2+2)}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x - 2}{(x-2)^2}$.

$$\Rightarrow f'(1) = \frac{1^2 - 4 \cdot 1 - 2}{(1-2)^2} = -5.$$

C2: Dùng máy tính bấm Shift + 

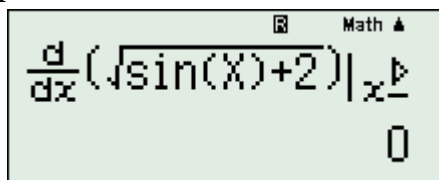


$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2+2}{x-2} \right) \Big|_{x=1} = -5$$

Chọn D.

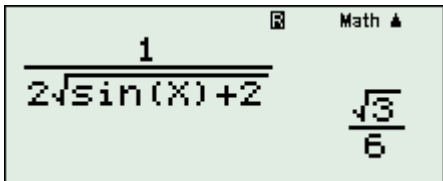
Câu 17: C1: Ta có: $y' = (\sqrt{\sin x + 2})' = \frac{(\sin x + 2)'}{2\sqrt{\sin x + 2}} = \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x + 2}}$.

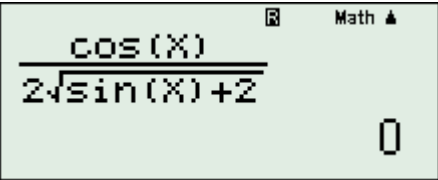
C2: Bấm Shift +  nhập $y = \sqrt{\sin x + 2}$



$$\frac{d}{dx} (\sqrt{\sin(X)+2}) \Big|_{x=\frac{\pi}{2}} = 0$$

Thay $x = \frac{\pi}{2}$ vào 4 đáp án

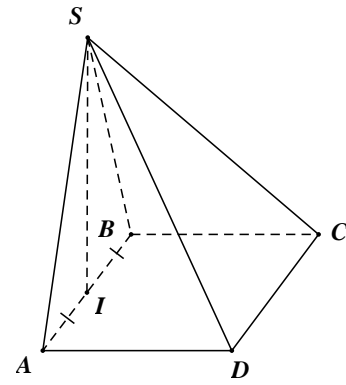
Đáp án A:  Loại

Đáp án B:  Thỏa mãn

Chọn B.

Câu 18:

+ Ta có: $BC // AD \Rightarrow BC // (SAD)$
 $\Rightarrow d(SA/BC) = d(BC/(SAD)) = d(B/(SAD)).$
 + Gọi I là trung điểm AB :
 Do tam giác SAB đều nên: $SI \perp AB$ mà
 $(SAB) \perp (ABCD)$ nên: $SI \perp (ABCD).$
 $\Rightarrow \begin{cases} SI \perp AD \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow (SAB) \perp AD \Rightarrow (SAB) \perp (SAD).$
 $\Rightarrow d(B/(SAD)) = d(B/SA) = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \text{ Chọn } \underline{A}.$



Câu 19: + A sai do a, b không nhất thiết phải song song với nhau mà chỉ cần nằm trên các mặt phẳng song song với $(P).$

+ B sai do b có thể nằm trong $(P).$

+ D sai do a, b có thể trùng nhau.

Vậy C đúng. **Chọn C.**

Câu 20: + Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 3x + 1) = +\infty.$ **Chọn C.**

TỰ LUẬN:

Câu 21:

+ Ta có: $f'(x) = (2x + \sqrt{3-x^2})' = (2x)' + (\sqrt{3-x^2})' = 2 - \frac{x}{\sqrt{3-x^2}}.$

+ Khi đó phương trình $f'(x) = 0$ sẽ tương đương với $2 - \frac{x}{\sqrt{3-x^2}} = 0(1).$

ĐKXĐ: $|x| < \sqrt{3}.$

$$(1) \Leftrightarrow 2\sqrt{3-x^2} = x \Leftrightarrow 4(3-x^2) = x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{12}{5} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\sqrt{15}}{5} (tm).$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{ \frac{-2\sqrt{15}}{5}; \frac{2\sqrt{15}}{5} \right\}.$

Câu 22: + Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến, khi đó ta có: $k \cdot \frac{1}{6} = -1 \Leftrightarrow k = -6.$

+ Gọi x_0 là tiếp điểm, khi đó ta có:

$$y'(x_0) = k = -6 \Leftrightarrow -4x_0^3 - 2x_0 = -6$$

$$\Leftrightarrow 2x_0^3 + x_0 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_0 - 1)(2x_0^2 + 2x_0 + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 1 = 0 \\ 2x_0^2 + 2x_0 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ VN \end{cases}.$$

+ Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = -6(x-1) + 4 \Leftrightarrow y = -6x + 10.$

Câu 23:

$$a, \text{ Ta có: } \begin{cases} SA \perp DC \\ DA \perp DC \end{cases} \Rightarrow (SAD) \perp DC \Rightarrow SD \perp DC.$$

Vậy tam giác SCD vuông tại D .

b, Ta có:

$$\begin{cases} SA \perp BC \\ BA \perp BC \end{cases} \Rightarrow (SAB) \perp BC \Rightarrow SB \perp BC.$$

+ Lại có: $AB \perp BC; (SBC) \cap (ABCD) = BC$ nên:

$$\alpha = ((SBC); (ABCD)) = SBA.$$

$$+ \text{ Ta có: } \tan \alpha = \frac{SA}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ.$$

c, Gọi O là giao điểm của $AC; BD$.

Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên: $AO = CO$

$$\Rightarrow d(C / (SBD)) = d(A / (SBD)).$$

+ Kẻ $AH \perp BD = \{H\}; AK \perp SH = \{K\}$:

$$\Rightarrow d(A / (SBD)) = AK.$$

$$+ \text{ Ta có: } SA = a; AH = \frac{AD \cdot AB}{\sqrt{AD^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow AK = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Vậy khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) là $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

