#### 三角函数公式大全

# 两角和公式

$$sin(A+B) = sinAcosB + cosAsinB$$

$$sin(A-B) = sinAcosB-cosAsinB$$

$$cos(A+B) = cosAcosB-sinAsinB$$

$$cos(A-B) = cosAcosB + sinAsinB$$

$$tan(A+B) = \frac{tanA + tanB}{1 - tanAtanB}$$

$$tan(A-B) = \frac{tanA - tanB}{1 + tanAtanB}$$

$$tan(A-B) = \frac{tanA - tanB}{1 + tanAtanB}$$
$$cot(A+B) = \frac{cotAcotB-1}{cotB + cotA}$$

$$\cot(A-B) = \frac{\cot A \cot B + 1}{\cot B - \cot A}$$
倍角公式

$$tan2A = \frac{2tanA}{1 - tan^2A}$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 2\cos^2 A - 1 = 1 - 2\sin^2 A$$

# 三倍角公式

$$\sin 3A = 3\sin A - 4(\sin A)^3$$

$$\cos 3A = 4(\cos A)^3 - 3\cos A$$

$$\tan 3a = \tan a \cdot \tan(\frac{\pi}{3} + a) \cdot \tan(\frac{\pi}{3} - a)$$

# 半角公式

$$\sin(\frac{A}{2}) = \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}}$$

$$\cos(\frac{A}{2}) = \sqrt{\frac{1 + \cos A}{2}}$$

$$\tan(\frac{A}{2}) = \sqrt{\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}}$$

$$\cot(\frac{A}{2}) = \sqrt{\frac{1+\cos A}{1-\cos A}}$$

$$\tan(\frac{A}{2}) = \frac{1 - \cos A}{\sin A} = \frac{\sin A}{1 + \cos A}$$

# 和差化积

$$\sin a + \sin b = 2\sin \frac{a+b}{2}\cos \frac{a-b}{2}$$

$$\sin a-\sin b=2\cos\frac{a+b}{2}\sin\frac{a-b}{2}$$

$$\cos a + \cos b = 2\cos \frac{a+b}{2}\cos \frac{a-b}{2}$$

$$\cos a - \cos b = -2\sin \frac{a+b}{2}\sin \frac{a-b}{2}$$

$$\tan a + \tan b = \frac{\sin(a+b)}{\cos a \cos b}$$

# 积化和差

$$sinasinb = -\frac{1}{2} \left[ cos(a+b) - cos(a-b) \right]$$

$$cosacosb = \frac{1}{2} [cos(a+b) + cos(a-b)]$$

$$sinacosb = \frac{1}{2} [sin(a+b)+sin(a-b)]$$

$$cosasinb = \frac{1}{2} [sin(a+b)-sin(a-b)]$$

# 诱导公式

$$sin(-a) = -sina$$

$$\cos(-a) = \cos a$$

$$\sin(\frac{\pi}{2}-a) = \cos a$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - a) = \sin a$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} + a) = \cos a$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} + a) = -\sin a$$

$$\sin(\pi - a) = \sin a$$

$$cos(\pi-a) = -cosa$$

$$\sin(\pi + a) = -\sin a$$

$$cos(\pi + a) = -cosa$$

$$tgA = tanA = \frac{\sin a}{\cos a}$$

# 万能公式

$$\sin a = \frac{2 \tan \frac{a}{2}}{1 + (\tan \frac{a}{2})^2}$$

$$\cos a = \frac{1 - (\tan \frac{a}{2})^2}{1 + (\tan \frac{a}{2})^2}$$

$$\tan a = \frac{2\tan\frac{a}{2}}{1 - (\tan\frac{a}{2})^2}$$

# 其它公式

$$a \cdot \sin a + b \cdot \cos a = \sqrt{(a^2 + b^2)} \times \sin(a + c)$$
 [其中  $\tan c = \frac{b}{a}$ ]

$$a \cdot \sin(a) - b \cdot \cos(a) = \sqrt{(a^2 + b^2)} \times \cos(a - c)$$
 [其中  $\tan(c) = \frac{a}{b}$ ]

$$1+\sin(a) = \left(\sin\frac{a}{2} + \cos\frac{a}{2}\right)^2$$

$$1-\sin(a) = \left(\sin\frac{a}{2} - \cos\frac{a}{2}\right)^2$$

# 其他非重点三角函数

$$\csc(a) = \frac{1}{\sin a}$$

$$\sec(a) = \frac{1}{\cos a}$$

# 双曲函数

$$\sinh(a) = \frac{e^a - e^{-a}}{2}$$

$$\cosh(a) = \frac{e^a + e^{-a}}{2}$$

$$tg h(a) = \frac{\sinh(a)}{\cosh(a)}$$

# 公式一:

设 α 为任意角,终边相同的角的同一三角函数的值相等:

$$\sin (2k\pi + \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos (2k\pi + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan (2k\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\cot (2k\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

#### 公式二:

设 $\alpha$ 为任意角, $\pi+\alpha$ 的三角函数值与 $\alpha$ 的三角函数值之间的关系:

$$\sin (\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos (\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan (\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\cot (\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

#### 公式三:

任意角  $\alpha$  与  $-\alpha$  的三角函数值之间的关系:

$$\sin (-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos (-\alpha) = \cos \alpha$$

$$tan (-\alpha) = -tan\alpha$$

$$\cot (-\alpha) = -\cot \alpha$$

## 公式四:

利用公式二和公式三可以得到  $\pi$ - $\alpha$  与  $\alpha$  的三角函数值之间的关系:

$$\sin (\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos (\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan (\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot (\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

#### 公式五:

利用公式-和公式三可以得到  $2\pi$ -α 与 α 的三角函数值之间的关系:

$$\sin (2\pi - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos (2\pi - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan (2\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot (2\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

# 公式六:

$$\frac{\pi}{2}$$
 ±  $\alpha$  及  $\frac{3\pi}{2}$  ±  $\alpha$  与  $\alpha$  的三角函数值之间的关系:

$$\sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\tan \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot \alpha$$

$$\cot \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\tan \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$$

$$\cot \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

$$\sin \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$$

$$\cos \left( \frac{3\pi}{2} + \alpha \right) = \sin \alpha$$

$$\tan \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot \alpha$$

$$\cot \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$

$$\sin \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos\alpha$$

$$\cos \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin\alpha$$

$$\tan \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$$

$$\cot \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

这个物理常用公式我费了半天的劲才输进来,希望对大家有用

A•sin(ωt+θ)+ B•sin(ωt+φ) = 
$$\sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos(\theta \cdot \varphi)}$$
 ×

$$\sin \frac{\omega t + \arcsin[(A\sin\theta + B\sin\varphi)}{\sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos(\theta \cdot \varphi)}}$$

## 三角函数公式证明(全部)

公式表达式

乘法与因式分解 a2-b2=(a+b)(a-b) a3+b3=(a+b)(a2-ab+b2) a3-b3=(a-b)(a2+ab+b2)

三角不等式 |a+b|≤|a|+|b| |a-b|≤|a|+|b| |a|≤b<=>-b≤a≤b

 $|a-b| \ge |a|-|b|-|a| \le a \le |a|$ 

一元二次方程的解 -b+√(b2-4ac)/2a -b-b+√(b2-4ac)/2a

根与系数的关系 X1+X2=-b/a X1\*X2=c/a 注: 韦达定理

判别式 b2-4a=0 注: 方程有相等的两实根

b2-4ac>0 注: 方程有一个实根

b2-4ac<0 注: 方程有共轭复数根

三角函数公式

两角和公式 sin(A+B)=sinAcosB+cosAsinB sin(A-B)=sinAcosB-sinBcosA

cos(A+B)=cosAcosB-sinAsinB cos(A-B)=cosAcosB+sinAsinB

tan(A+B)=(tanA+tanB)/(1-tanAtanB) tan(A-B)=(tanA-tanB)/(1+tanAtanB)

ctg(A+B)=(ctgActgB-1)/(ctgB+ctgA) ctg(A-B)=(ctgActgB+1)/(ctgB-ctgA)

倍角公式 tan2A=2tanA/(1-tan2A) ctg2A=(ctg2A-1)/2ctga

cos2a=cos2a-sin2a=2cos2a-1=1-2sin2a

半角公式  $\sin(A/2)=\sqrt{(1-\cos A)/2}\sin(A/2)=-\sqrt{(1-\cos A)/2}$ 

 $\cos(A/2) = \sqrt{((1+\cos A)/2)} \cos(A/2) = -\sqrt{((1+\cos A)/2)}$ 

 $\tan(A/2) = \sqrt{(1-\cos A)/((1+\cos A))} \tan(A/2) = -\sqrt{(1-\cos A)/((1+\cos A))}$ 

 $ctg(A/2) = \sqrt{(1+cosA)/((1-cosA))} ctg(A/2) = -\sqrt{(1+cosA)/((1-cosA))}$ 

和差化积 2sinAcosB=sin(A+B)+sin(A-B) 2cosAsinB=sin(A+B)-sin(A-B)

 $2\cos A\cos B = \cos(A+B) - \sin(A-B) - 2\sin A\sin B = \cos(A+B) - \cos(A-B)$ 

 $\sin A + \sin B = 2\sin((A+B)/2)\cos((A-B)/2\cos A + \cos B = 2\cos((A+B)/2)\sin((A-B)/2)$ 

tanA+tanB=sin(A+B)/cosAcosB tanA-tanB=sin(A-B)/cosAcosB

ctgA+ctgBsin(A+B)/sinAsinB -ctgA+ctgBsin(A+B)/sinAsinB

某些数列前 n 项和 1+2+3+4+5+6+7+8+9+...+n=n(n+1)/2 1+3+5+7+9+11+13+15+...+(2n-1)=n2

2+4+6+8+10+12+14+...+(2n)=n(n+1)12+22+32+42+52+62+72+82+...+n2=n(n+1)(2n+1)/6

13+23+33+43+53+63+...n3=n2(n+1)2/4 1\*2+2\*3+3\*4+4\*5+5\*6+6\*7+...+n(n+1)=n(n+1)(n+2)/3

正弦定理 a/sinA=b/sinB=c/sinC=2R 注: 其中 R 表示三角形的外接圆半径 余弦定理 b2=a2+c2-2accosB 注: 角 B 是边 a 和边 c 的夹角 正切定理:

 $[(a+b)/(a-b)] = \{ [Tan(a+b)/2]/[Tan(a-b)/2] \}$ 

圆的标准方程 (x-a)2+(y-b)2=r2 注: (a,b) 是圆心坐标

圆的一般方程 x2+y2+Dx+Ey+F=0 注: D2+E2-4F>0

抛物线标准方程 y2=2px y2=-2px x2=2py x2=-2py

直棱柱侧面积 S=c\*h 斜棱柱侧面积 S=c'\*h

正棱锥侧面积 S=1/2c\*h' 正棱台侧面积 S=1/2(c+c')h'

圆台侧面积 S=1/2(c+c')l=pi(R+r)l 球的表面积 S=4pi\*r2

圆柱侧面积 S=c\*h=2pi\*h 圆锥侧面积 S=1/2\*c\*l=pi\*r\*l

弧长公式 l=a\*ra 是圆心角的弧度数 r>0 扇形面积公式 s=1/2\*l\*r

锥体体积公式 V=1/3\*S\*H 圆锥体体积公式 V=1/3\*pi\*r2h

斜棱柱体积 V=S'L 注: 其中,S'是直截面面积, L是侧棱长

柱体体积公式 V=s\*h 圆柱体 V=pi\*r2h

-----三角函数 积化和差 和差化积公式

记不住就自己推,用两角和差的正余弦:

cos(A+B)=cosAcosB-sinAsinB

cos(A-B)=cosAcosB+sinAsinB

这两式相加或相减,可以得到2组积化和差:

相加:  $\cos A \cos B = [\cos(A+B) + \cos(A-B)]/2$ 

相减: sinAsinB=-[cos(A+B)-cos(A-B)]/2

sin(A+B)=sinAcosB+sinBcosA

sin(A-B)=sinAcosB-sinBcosA

这两式相加或相减,可以得到2组积化和差:

相加: sinAcosB=[sin(A+B)+sin(A-B)]/2

相减: sinBcosA=[sin(A+B)-sin(A-B)]/2

这样一共4组积化和差,然后倒过来就是和差化积了

不知道这样你可以记住伐,实在记不住考试的时候也可以临时推导一下

正加正 正在前

正减正 余在前

余加余 都是余

余减余 没有余还负

正余正加 余正正减

余余余加 正正余减还负

•

3.三角形中的一些结论: (不要求记忆)

(1)anA+tanB+tanC=tanA tanB tanC

 $(2)\sin A + \sin B + \sin C = 4\cos(A/2)\cos(B/2)\cos(C/2)$ 

 $(3)\cos A + \cos B + \cos C = 4\sin(A/2)\sin(B/2)\sin(C/2) + 1$ 

(4)sin2A+sin2B+sin2C=4sinA sinB sinC

(5)cos2A+cos2B+cos2C=-4cosAcosBcosC-1

•••••

已知  $\sin\alpha=m\sin(\alpha+2\beta)$ , |m|<1, 求证  $\tan(\alpha+\beta)=(1+m)/(1-m)\tan\beta$ 

解:sinα=m sin(α+2β)

 $\sin(a+\beta-\beta)=\min(a+\beta+\beta)$ 

 $\sin(a+\beta)\cos\beta-\cos(a+\beta)\sin\beta=\min(a+\beta)\cos\beta+\max(a+\beta)\sin\beta$ 

 $\sin(a+\beta)\cos\beta(1-m)=\cos(a+\beta)\sin\beta(m+1)$ 

 $\tan(\alpha+\beta)=(1+m)/(1-m)\tan\beta$