- **1.** 在总体  $N(52,6.3^2)$  中随机抽取一容量为 36 的样本,求样本均值  $\overline{X}$  落在 50.8 到 53.8 之间的概率。
- **2.** 在总体 N(12,4) 中随机抽一容量为 5 的样本  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$ .
  - (1) 求样本均值与总体均值之差的绝对值大于 1 的概率.
  - (2) 求概率  $P\{\max\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\} > 15\}, P\{\min\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\} < 10\}.$
- 3. 求总体 N(20,3) 的容量分别为 10,15 的两独立样本均值差的绝对值大于 0.3 的概率.
- **4.** (1) 设样本  $X_1, X_2, \dots, X_6$  来自总体  $N(0,1), Y = (X_1 + X_2 + X_3)^2 + (X_4 + X_5 + X_6)^2$ , 试确定常数 C 使 CY 服从  $\chi^2$  分布.
  - (2) 设样本  $X_1, X_2, \dots, X_5$  来自总体  $N(0,1), Y = \frac{C(X_1 + X_2)}{(X_3^2 + X_4^2 + X_5^2)^{1/2}}$ , 试确定常数 C 使 Y 服从 t 分布.
  - (3) 己知  $X \sim t(n)$ , 求证  $X^2 \sim F(1, n)$ .
- **5.** (1) 已知某种能力测试的得分服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ . 随机取 10 个人参与这一测试. 求他们得分的联合概率密度,并求这 10 个人得分的平均值小于  $\mu$  的概率.
  - (2) 在 (1) 中设  $\mu = 62, \sigma^2 = 25$ ,若得分超过 70 就能得奖,求至少有一人得奖的概率.
- **6.** 设总体  $X \sim b(1, p), X_1, X_2, \cdots, X_n$  是来自 X 的样本
  - (1) 求  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  的分布律.
  - (2) 求  $\sum_{i=1}^{n} X_i$  的分布律.
  - (3) 求  $E(\overline{X}), D(\overline{X}), E(S^2)$ .
- 7. 设总体  $X \sim \chi^2(n), X_1, X_2, \cdots, X_{10}$  是来自 X 的样本,求  $E(\overline{X}), D(\overline{X}), E(S^2)$ .
- 8. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2), X_1, X_2, \dots, X_{10}$  是来自 X 的样本.
  - (1) 写出  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  的联合概率密度.
  - (2) 写出  $\overline{X}$  的概率密度.
- 9. 设在总体  $N(\mu, \sigma^2)$  中抽得一容量为 16 的样本,这里  $\mu, \sigma^2$  均未知.
  - (1) 求  $P\{S^2/\sigma^2 \le 2.041\}$ , 其中  $S^2$  为样本方差.
  - (2) 求  $D(S^2)$ .
- **10.** 下面列出了 30 个美国 NBA 球员的体重(以磅计,1磅 = 0.454kg) 数据. 这些数据是从美国 NBA 球队 1990 1991 赛季的花名册中抽样得到的.

- (1) 画出这些数据的频率直方图(提示:最大和最小观察值分别为 271 和 185,区间 [184.5,271.5] 包含所有数据,将整个区间分为 5 等份,为计算方便.将区间调整为 (179.5,279.5).
- (2) 作出这些数据的箱线图.

## **11. 截尾数据** 设数据集包含 n 个数据,将这些数据自小到大排序为

$$x_{(1)} \le x_{(2)} \le \dots \le x_{(n)}$$

删去  $100\alpha\%$  个数值小的数,同时删去  $100\alpha\%$  个数值大的数,将留下的数据取算术平均,记为  $\overline{x}_{\alpha}$ ,即

$$\overline{x}_{\alpha} = \frac{x_{([n\alpha]+1)} + \dots + x_{(n-[n\alpha])}}{n - 2[n\alpha]}$$

其中  $[n\alpha]$  是小于或等于  $n\alpha$  的最大整数(一般取  $\alpha$  为  $0.1\sim0.2$ ). $\overline{x}_{\alpha}$  称为  $100\alpha\%$  截尾均值。例如对于第 10 题中的数据,取  $\alpha=0.1$ ,则有  $[n\alpha]=[30\times0.1]=3$ ,得  $100\times0.1\%$  截尾均值

$$\overline{x}_{\alpha} = \frac{200 + 200 + \dots + 245 + 245}{30 - 6} = 225.4167$$

若数据来自某一总体的样本,则  $\overline{x}_{\alpha}$  是一个统计量.  $\overline{x}_{\alpha}$  不受样本的极端值的影响. 截尾均值在实际应用问题中是常会用到的.

试求第 10 题的 30 个数据的  $\alpha = 0.2$  的截尾均值.