1. 在总体 $N(52, 6.3^2)$ 中随机抽取一容量为 36 的样本，求样本均值 $\overline{X}$ 落在 50.8 到 53.8 之间的概率。

2. 在总体 $N(12, 4)$ 中随机抽一容量为 5 的样本 X_1, X_2, X_3, X_4, X_5.

(1) 求样本均值与总体均值之差的绝对值大于 1 的概率.

(2) 求概率 $P\{\max\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\} > 15\}, P\{\min\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\} < 10\}$.

3. 求总体 $N(20,3)$ 的容量分别为 10,15 的两独立样本均值差的绝对值大于 0.3 的概率.

4. (1) 设样本 $X_1, X_2, \cdots, X_6$ 来自总体 $N(0,1), Y = (X_1+X_2+X_3)^2 + (X_4+X_5+X_6)^2$，试确定常数 C 使 CY 服从 χ^2 分布.

(2) 设样本 $X_1, X_2, \cdots, X_5$ 来自总体 $N(0,1), Y = \dfrac{C(X_1+X_2)}{(X_3^2+X_4^2+X_5^2)^{1/2}}$，试确定常数 C 使 Y 服从 t 分布.

(3) 已知 $X \sim t(n)$，求证 $X^2 \sim F(1,n)$.

5. (1) 已知某种能力测试的得分服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$. 随机取 10 个人参与这一测试. 求他们得分的联合概率密度，并求这 10 个人得分的平均值小于 μ 的概率.

(2) 在（1）中设 $\mu=62,\sigma^2=25$，若得分超过 70 就能得奖，求至少有一人得奖的概率.

6. 设总体 $X \sim b(1,p), X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自 X 的样本

(1) 求 $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 的分布律.

(2) 求 $\sum_{i=1}^{n} X_i$ 的分布律.

(3) 求 $E(\overline{X}), D(\overline{X}), E(S^2)$.

7. 设总体 $X \sim \chi^2(n), X_1, X_2, \cdots, X_{10}$ 是来自 X 的样本，求 $E(\overline{X}), D(\overline{X}), E(S^2)$.

8. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2), X_1, X_2, \cdots, X_{10}$ 是来自 X 的样本.

(1) 写出 $X_1, X_2, \cdots, X_{10}$ 的联合概率密度.

(2) 写出 $\overline{X}$ 的概率密度.

9. 设在总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 中抽得一容量为 16 的样本，这里 μ, σ^2 均未知.

(1) 求 $P\{S^2/\sigma^2 \leq 2.041\}$，其中 S^2 为样本方差.

(2) 求 $D(S^2)$.

10. 下面列出了 30 个美国 NBA 球员的体重（以磅计，1磅 $= 0.454$kg) 数据．这些数据是从美国 NBA 球队 $1990-1991$ 赛季的花名册中抽样得到的．

225	232	232	245	235	245	270	225	240	240
217	195	225	185	200	220	200	210	271	240
220	230	215	252	225	220	206	185	227	236

(1) 画出这些数据的频率直方图（提示：最大和最小观察值分别为 271 和 185，区间 $[184.5, 271.5]$ 包含所有数据，将整个区间分为 5 等份，为计算方便．将区间调整为 $(179.5, 279.5)$.

(2) 作出这些数据的箱线图.

11. 截尾数据 设数据集包含 n 个数据，将这些数据自小到大排序为

$$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \cdots \leq x_{(n)}$$

删去 $100\alpha\%$ 个数值小的数，同时删去 $100\alpha\%$ 个数值大的数，将留下的数据取算术平均，记为 $\overline{x}_\alpha$，即

$$\overline{x}_\alpha = \frac{x_{([n\alpha]+1)} + \cdots + x_{(n-[n\alpha])}}{n - 2[n\alpha]}$$

其中 $[n\alpha]$ 是小于或等于 $n\alpha$ 的最大整数（一般取 α 为 $0.1 \sim 0.2$）.$\overline{x}_\alpha$ 称为 $100\alpha\%$ 截尾均值。例如对于第 10 题中的数据，取 $\alpha = 0.1$，则有 $[n\alpha] = [30 \times 0.1] = 3$，得 $100 \times 0.1\%$ 截尾均值

$$\overline{x}_\alpha = \frac{200 + 200 + \cdots + 245 + 245}{30 - 6} = 225.4167$$

若数据来自某一总体的样本，则 $\overline{x}_\alpha$ 是一个统计量. $\overline{x}_\alpha$ 不受样本的极端值的影响. 截尾均值在实际应用问题中是常会用到的.

试求第 10 题的 30 个数据的 $\alpha = 0.2$ 的截尾均值.