

1. 写出下列随机试验的样本空间 S :
 - (1) 记录一个班一次数学考试的平均分数（设以百分制计分）.
 - (2) 生产产品直到有 10 件正品为止，记录生产产品的总件数.
 - (3) 对某工厂出厂的产品进行检查，合格的记上“正品”，不合格的记上“次品”，如连续查出 2 件次品就停止检查，或检查了 4 件产品就停止检查，记录检查的结果.
 - (4) 在单位圆内任取一点，记录它的坐标.
2. 设 A, B, C 为三个事件，用 A, B, C 的运算关系表示下列各事件：
 - (1) A 发生， B 与 C 不发生.
 - (2) A 与 B 都发生，而 C 不发生.
 - (3) A, B, C 中至少有一个发生.
 - (4) A, B, C 都发生.
 - (5) A, B, C 都不发生.
 - (6) A, B, C 中不多于一个发生.
 - (7) A, B, C 中不多于两个发生.
 - (8) A, B, C 中至少有两个发生.
3. (1) 设 A, B, C 是三个事件，且 $P(A) = P(B) = P(C) = 1/4, P(AB) = P(BC) = 0, P(AC) = 1/8$ ，求 A, B, C 至少有一个发生的概率.
- (2) 已知 $P(A) = 1/2, P(B) = 1/3, P(C) = 1/5, P(AB) = 1/10, P(AC) = 1/15, P(BC) = 1/20, P(ABC) = 1/30$ ，求 $A \cup B, \overline{AB}, A \cup B \cup C, \overline{ABC}, \overline{ABC}, \overline{AB} \cup C$ 的概率.
- (3) 已知 $P(A) = 1/2$, (i) 若 A, B 互不相容，求 $P(\overline{AB})$, (ii) 若 $P(AB) = 1/8$ ，求 $P(\overline{AB})$.
4. 设 A, B 是两个事件
 - (1) 已知 $A\overline{B} = \overline{A}B$ ，验证 $A = B$.
 - (2) 验证事件 A 和事件 B 恰有一个发生的概率为 $P(A) + P(B) - 2P(AB)$.
5. 10 片药片中有 5 片是安慰剂.
 - (1) 从中任意抽取 5 片，求其中至少有 2 片是安慰剂的概率.
 - (2) 从中每次取一片，作不放回抽样，求前 3 次都取到安慰剂的概率.
6. 在房间里有 10 个人，分别佩戴从 1 号到 10 号的纪念章，任选 3 人记录其纪念章的号码.
 - (1) 求最小号码为 5 的概率.
 - (2) 求最大号码为 5 的概率.
7. 某油漆公司发出 17 桶油漆，其中白漆 10 桶、黑漆 4 桶、红漆 3 桶，在搬运中所有标签脱落，交货人随意将这些油漆发给顾客。问一个订货为 4 桶白漆、3 桶黑漆和 2 桶红漆的顾客，能按所订颜色如数得到订货的概率是多少？
8. 在 1500 件产品中有 400 件次品、1100 件正品。任取 200 件.
 - (1) 求恰有 90 件次品的概率.
 - (2) 求至少有 2 件次品的概率.

9. 从 5 双不同的鞋子中任取 4 只。问这 4 只鞋子中至少有两只配成一双的概率是多少？
10. 在 11 张卡片上分别写上 probability 这 11 个字母，从中任意连抽 7 张，求其排列结果为 ability 的概率。
11. 将 3 只球随机地放入 4 个杯子中去，求杯子中球的最大个数分别为 1,2,3 的概率
12. 50 只铆钉随机地取来用在 10 个部件上，其中有 3 只铆钉强度太弱。每个部件用 3 只铆钉。若将 3 只强度太弱的铆钉都装在一个部件上，则这个部件强度就太弱。问发生一个部件强度太弱的概率是多少？
13. 一俱乐部有 5 名一年级学生，2 名二年级学生，3 名三年级学生，2 名四年级学生。
 - (1) 在其中任选 4 名学生，求一、二、三、四年级的学生各一名的概率。
 - (2) 在其中任选 5 名学生，求一、二、三、四年级的学生均包含在内的概率。
14. (1) 已知 $P(\bar{A}) = 0.3, P(B) = 0.4, P(A\bar{B}) = 0.5$ ，求条件概率 $P(B|A \cup \bar{B})$ 。
 (2) 已知 $P(A) = 1/4, P(B|A) = 1/3, P(A|B) = 1/2$ ，求 $P(A \cup B)$ 。
15. 掷两颗骰子，已知两颗骰子点数之和为 7，求其中有一颗为 1 点的概率（用两种方法）。
16. 据以往资料表明，某个三口之家，患某种传染病的概率有以下规律：

$$P\{\text{孩子得病}\} = 0.6, P\{\text{母亲得病}|\text{孩子得病}\} = 0.5, P\{\text{父亲得病}|\text{母亲及孩子得病}\} = 0.4$$
 求母亲及孩子得病但父亲未得病的概率。
17. 已知在 10 件产品中有 2 件次品，在其中取两次，每次任取一件，作不放回抽样。求下列事件的概率：
 - (1) 两件都是正品。
 - (2) 两件都是次品。
 - (3) 一件是正品，一件是次品。
 - (4) 第二次取出的是次品。
18. 某人忘记了电话号码的最后一个数字，因而他随意地拨号。求他拨号不超过三次而接通所需电话的概率。若已知最后一个数字是奇数，那么此概率是多少？
19. (1) 设甲袋中装有 n 只白球、 m 只红球；乙袋中装有 N 只白球、 M 只红球。今从甲袋中任意取一只球放入乙袋中。再从乙袋中任意取一只球。问取到白球的概率是多少？
 (2) 第一只盒子装有 5 只红球，4 只白球；第二只盒子装有 4 只红球，5 只白球。先从第一盒中任取 2 只球放入第二盒中去，然后从第二盒中任取一只球。求取到白球的概率。
20. 某种产品的商标为“MAXAM”，其中有 2 个字母脱落，有人捡起随意放回，求放回后仍为“MAXAM”的概率。
21. 已知男子有 5% 是色盲患者，女子有 0.25% 是色盲患者。今从男女人数相等的人群中随机地挑选一人，恰好是色盲者，问此人是男性的概率是多少？
22. 一学生接连参加同一课程的两次考试。第一次及格的概率为 p ，若第一次及格则第二次及格的概率也为 p ；若第一次不及格则第二次及格的概率为 $p/2$ 。

- (1) 若至少有一次及格则他能取得某种资格, 求他取得该资格的概率.
- (2) 若已知他第二次已经及格, 求他第一次及格的概率.
23. 将两信息分别编码为 A 和 B 传送出去, 接收站收到时, A 被误收作 B 的概率为 0.02, 而 B 被误收作 A 的概率为 0.01. 信息 A 与信息 B 传送的频繁程度为 2 : 1. 若接收站收到的信息是 A , 问原发信息是 A 的概率是多少?
24. 有两箱同种类的零件, 第一箱装 50 只, 其中 10 只一等品; 第二箱装 30 只, 其中 18 只一等品. 今从两箱中任挑出一箱, 然后从该箱中取零件两次, 每次任取一只, 作不放回抽样. 求
- (1) 第一次取到的零件是一等品的概率.
- (2) 在第一次取到的零件是一等品的条件下, 第二次取到的也是一等品的概率.
25. 某人下午 5:00 下班, 他所积累的资料表明:

到家时间	5 : 35 ~ 5 : 39	5 : 40 ~ 5 : 44	5 : 45 ~ 5 : 49	5 : 50 ~ 5 : 54	迟于 5 : 54
乘地铁的概率	0.10	0.25	0.45	0.15	0.05
乘汽车的概率	0.30	0.35	0.20	0.10	0.05

某日他抛一枚硬币决定乘地铁还是乘汽车, 结果他是 5:47 到家的. 试求他是乘地铁回家的概率.

26. 病树的主人外出, 委托邻居浇水. 设已知如果不浇水, 树死去的概率为 0.8. 若浇水则树死去的概率为 0.15. 有 0.9 的把握确定邻居会记得浇水.
- (1) 求主人回来树还活着的概率.
- (2) 若主人回来树已死去, 求邻居忘记浇水的概率.
27. 设本题涉及的事件均有意义. 设 A, B 都是事件.
- (1) 已知 $P(A) > 0$, 证明 $P(AB|A) \geq P(AB|A \cup B)$.
- (2) 若 $P(A|B) = 1$, 证明 $P(\overline{B}|\overline{A}) = 1$.
- (3) 若设 C 也是事件, 且有 $P(A|C) \geq P(B|C), P(A|\overline{C}) \geq P(B|\overline{C})$, 证明 $P(A) \geq P(B)$.
28. 有两种花籽. 发芽率分别为 0.8, 0.9, 从中各取一颗, 设各花籽是否发芽相互独立. 求
- (1) 这两颗花籽都能发芽的概率.
- (2) 至少有一颗能发芽的概率.
- (3) 恰有一颗能发芽的概率.
29. 根据报道美国人血型的分布近似地为: A 型为 37%, O 型为 44%, B 型为 13%, AB 型为 6%. 夫妻拥有的血型是相互独立的.
- (1) B 型的人只有输入 B、O 两种血型才安全. 若妻为 B 型, 夫为何种血型未知. 求夫是妻的安全输血者的概率.
- (2) 随机地取一对夫妇, 求妻为 B 型夫为 A 型的概率.
- (3) 随机地取一对夫妇, 求其中一人为 A 型, 另一人为 B 型的概率.
- (4) 随机地取一对夫妇, 求其中至少有一人是 O 型的概率.

30. (1) 给出事件 A, B 的例子, 使得
- (i) $P(A|B) < P(A)$, (ii) $P(A|B) = P(A)$, (iii) $P(A|B) > P(A)$
- (2) 设事件 A, B, C 相互独立, 证明 (i) C 与 AB 相互独立. (ii) C 与 $A \cup B$ 相互独立.
- (3) 设事件 A 的概率 $P(A) = 0$, 证明对于任意另一事件 B , 有 A, B 相互独立.
- (4) 证明事件 A, B 相互独立的充要条件是 $P(A|B) = P(A|\bar{B})$.
31. 设事件 A, B 的概率均大于零说明以下的叙述 (1) 必然对, (2) 必然错, (3) 可能对. 并说明理由.
- (1) 若 A 与 B 互不相容, 则它们相互独立.
- (2) 若 A 与 B 相互独立, 则它们互不相容.
- (3) $P(A) = P(B) = 0.6$, 且 A, B 互不相容
- (4) $P(A) = P(B) = 0.6$, 且 A, B 相互独立.
32. 有一种检验艾滋病毒的检验法, 其结果有概率 0.005 报导为假阳性 (即不带艾滋病毒者, 经此检验法有 0.005 的概率被认为带艾滋病毒). 今有 140 名不带艾滋病毒的正常人全部接受此种检验, 被报道至少有一人带艾滋病毒的概率为多少?
33. 盒中有编号为 1, 2, 3, 4 的 4 只球, 随机地自盒中取一只球, 事件 A 为“取得的是 1 号或 2 号球”, 事件 B 为“取得的是 1 号或 3 号球”, 事件 C 为“取得的是 1 号或 4 号球”. 验证:

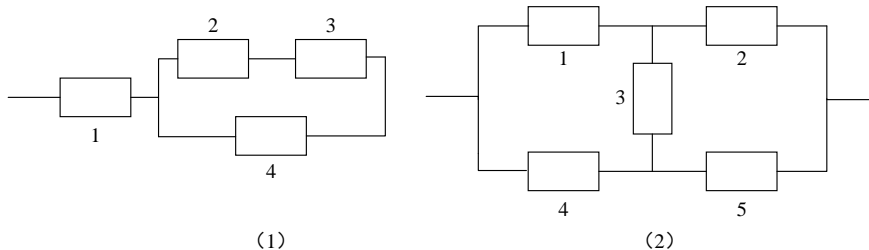
$$P(AB) = P(A)P(B), P(AC) = P(A)P(C), P(BC) = P(B)P(C),$$

$$\text{但 } P(ABC) \neq P(A)P(B)P(C)$$

即事件 A, B, C 两两独立, 但 A, B, C 不是相互独立的。

34. 试分别求以下两个系统的可靠性:

- (1) 设有 4 个独立工作的元件 1, 2, 3, 4. 它们的可靠性分别为 p_1, p_2, p_3, p_4 , 将它们按图 (1) 的方式连接 (称为并串联系统).
- (2) 设有 5 个独立工作的元件 1, 2, 3, 4, 5. 它们的可靠性均为 p , 将它们按图 (2) 的方式连接 (称为桥式系统).



35. 如果一危险情况 C 发生时, 一电路闭合并发出警报, 我们可以借用两个或多个开关并联以改善可靠性. 在 C 发生时这些开关每一个都应闭合, 且若至少一个开关闭合了, 警报就发出. 如果两个这样的开关并联连接, 它们每个具有 0.96 的可靠性 (即在情况 C 发生时闭合的概率), 问这时系统的可靠性 (即电路闭合的概率) 是多少? 如果需要有一个可靠性至少为 0.9999 的系统, 则至少需要用多少只开关并联? 设各开关闭合与否是相互独立的.
36. 三人独立地去破译一份密码, 已知各人能译出的概率分别为 $1/5, 1/3, 1/4$. 问三人中至少有一人能将此密码译出的概率是多少?

37. 设第一只盒子中装有 3 只蓝球, 2 只绿球, 2 只白球; 第二只盒子中装有 2 只蓝球, 3 只绿球, 4 只白球. 独立地分别在两只盒子中各取一只球.
- (1) 求至少有一只蓝球的概率.
 - (2) 求有一只蓝球一只白球的概率.
 - (3) 已知至少有一只蓝球, 求有一只蓝球一只白球的概率.
38. 袋中装有 m 枚正品硬币、 n 枚次品硬币 (次品硬币的两面均印有国徽), 在袋中任取一枚, 将它投掷 r 次, 已知每次都得到国徽. 问这枚硬币是正品的概率为多少?
39. 设根据以往记录的数据分析, 某船只运输的某种物品损坏的情况共有三种: 损坏 2% (这一事件记为 A_1), 损坏 10% (事件 A_2), 损坏 90% (事件 A_3), 且知 $P(A_1) = 0.8, P(A_2) = 0.15, P(A_3) = 0.05$ 现在从已被运输的物品中随机地取 3 件. 发现这 3 件都是好的 (这一事件记为 B). 试求 $P(A_1|B), P(A_2|B), P(A_3|B)$ (这里设物品件数很多, 取出一件后不影响取后一件是否为好品的概率).
40. 将 A, B, C 三个字母之一输入信道, 输出为原字母的概率为 α , 而输出为其他一字母的概率都是 $(1-\alpha)/2$. 今将字母串 AAAA, BBBB, CCCC 之一输入信道, 输入 AAAA, BBBB, CCCC 的概率分别为 $p_1, p_2, p_3 (p_1 + p_2 + p_3 = 1)$, 已知输出为 ABCA, 问输入的是 AAAA 的概率是多少? (设信道传输各个字母的工作是相互独立的.)