1. 在一箱子中装有 12 只开关．其中 2 只是次品，在其中取两次．每次任取一只，考虑两种试验：（1）放回抽样；（2）不放回抽样．我们定义随机变量 X, Y 如下：

$$X=\begin{cases}0, & \text{若第一次取出的是正品}\\ 1, & \text{若第一次取出的是次品}\end{cases}\quad Y=\begin{cases}0, & \text{若第二次取出的是正品}\\ 1, & \text{若第二次取出的是次品}\end{cases}$$

试分别就（1）、（2）两种情况．写出 X 和 Y 的联合分布律．

2. (1) 盒子里装有 3 只黑球、2 只红球、2 只白球，在其中任取 4 只球．以 X 表示取到黑球的只数，以 Y 表示取到红球的只数．求 X 和 Y 的联合分布律．

(2) 在（1）中求 $P\{X>Y\}, P\{Y=2X\}, P\{X+Y=3\}, P\{X<3-Y\}$.

3. 设随机变量 X, Y 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}k(6-x-y), & 0<x<2, 2<y<4\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

(1) 确定常数 k.

(2) 求 $P\{X<1, Y<3\}$.

(3) 求 $P\{X<1.5\}$.

(4) 求 $P\{X+Y\le 4\}$.

4. 设 X, Y 都是非负的连续型随机变量，它们相互独立．

(1) 证明

$$P\{X<Y\}=\int_0^{\infty}F_X(x)f_Y(x)\mathrm{d}x$$

其中 $F_X(x)$ 是 X 的分布函数，$f_Y(y)$ 是 Y 的概率密度．

(2) 设 X, Y 相互独立．其概率密度分别为

$$f_X(x)=\begin{cases}\lambda_1 e^{-\lambda_1 x}, & x>0,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}\quad f_Y(y)=\begin{cases}\lambda_2 e^{-\lambda_2 y}, & y>0,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$

求 $P\{X<Y\}$.

5. 设随机变量 (X, Y) 具有分布函数

$$F(x,y)=\begin{cases}1-e^{-x}-e^{-y}+e^{-x-y}, & x>0, y>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

求边缘分布函数.

6. 将一枚硬币掷 3 次以 X 表示前 2 次中出现 H 的次数，以 Y 表示 3 次中出现 H 的次数．求 X, Y 的联合分布律以及 (X, Y) 的边缘分布律．

7. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}4.8y(2-x), & 0\le x\le 1, 0\le y\le x,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$

求边缘概率密度.

8. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-y}, & 0<x<y, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

求边缘概率密度.

9. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} cx^2y, & x^2\le y\le 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

(1) 确定常数 c;

(2) 求边缘概率密度.

10. 将某一医药公司 8 月份和 9 月份收到的青霉素针剂的订货单数分别记为 X 和 Y，据以往积累的资料知 X 和 Y 的联合分布律为

Y \ X	51	52	53	54	55
51	0.06	0.05	0.05	0.01	0.01
52	0.07	0.05	0.01	0.01	0.01
53	0.05	0.10	0.10	0.05	0.05
54	0.05	0.02	0.01	0.01	0.03
55	0.05	0.06	0.05	0.01	0.03

(1) 求边缘分布律.

(2) 求 8 月份的订单数为 51 时，9 月份订单数的条件分布律.

11. 以 X 记某医院一天出生的婴儿的个数，Y 记其中男婴的个数. 设 X 和 Y 的联合分布律为

$$P\{X=n,Y=m\}=\frac{e^{-14}(7.14)^m(6.86)^{n-m}}{m!(n-m)!},$$
$$m=0,1,2,\cdots,n;\quad n=0,1,2,\cdots$$

(1) 求边缘分布律.

(2) 求条件分布律.

(3) 特别，写出当 $X=20$ 时，Y 的条件分布律.

12. 设随机变量 X 在 1,2,3,4 四个整数中等可能地取一个值，另一个随机变量 Y 在 $1\sim X$ 中等可能地取一整数值。求条件分布律 $P\{Y=k|X=i\}$。