

以下约定各个习题均符合涉及的方差分析模型或回归分析模型所要求的条件.

1. 今有某种型号的电池三批, 它们分别是 A, B, C 三个工厂所生产的. 为评比其质量, 各随机抽取 5 只电池为样品, 经试验得其寿命 (h) 如下:

A		B		C	
40	42	26	28	39	50
48	45	34	32	40	50
38		30		43	

试在显著性水平 0.05 下检验电池的平均寿命有无显著的差异. 若差异是显著的, 试求均值差 $\mu_A - \mu_B, \mu_A - \mu_C$ 和 $\mu_B - \mu_C$ 的置信水平为 95% 的置信区间.

2. 为了寻找飞机控制板上仪器表的最佳布置, 试验了三个方案. 观察领航员在紧急情况下的反应时间 (以 1/10 秒计), 随机地选择 28 名领航员. 得到他们对于不同的布置方案的反应时间如下:

方案 I	14	13	9	15	11	13	14	11				
方案 II	10	12	7	11	8	12	9	10	13	9	10	9
方案 III	11	5	9	10	6	8	8	7				

试在显著性水平 0.05 下检验各个方案的反应时间有无显著差异. 若有差异, 试求 $\mu_1 - \mu_2, \mu_1 - \mu_3, \mu_2 - \mu_3$ 的置信水平为 0.95 的置信区间.

3. 某防治站对 4 个林场的松毛虫密度进行调查, 每个林场调查 5 块地得资料如下表:

地点	松毛虫密度 (头/标准地)				
A_1	192	189	176	185	190
A_2	190	201	187	196	200
A_3	188	179	191	183	194
A_4	187	180	188	175	182

判断 4 个林场松毛虫密度有无显著差异. 取显著性水平 $\alpha = 0.05$.

4. 一试验用来比较 4 种不同药品解除外科手术后疼痛的延续时间 (h), 结果如下表:

药品	时间长度 (h)				
A	8	6	4	2	
B	6	6	4	4	
C	8	10	10	10	12
D	4	4	2		

试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下检验各种药品对解除疼痛的延续时间有无显著差异.

5. 将抗生素注入人体会产生抗生素与血浆蛋白质结合的现象, 以致减少了药效. 下表列出 5 种常用的抗生素注入牛的体内时, 抗生素与血浆蛋白质结合的百分比.

青霉素	四环素	链霉素	红霉素	氯霉素
29.6	27.3	5.8	21.6	29.2
24.3	32.6	6.2	17.4	32.8
28.5	30.8	11.0	18.3	25.0
32.0	34.8	8.3	19.0	24.2

试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 检验这些百分比的均值有无显著的差异.

6. 下表给出某种化工过程在三种浓度、四种温度水平下得率的数据:

		温度 (因素 B)							
		10°C		24°C		38°C		52°C	
浓度 (因素 A)	2%	14	10	11	11	13	9	10	12
	4%	9	7	10	8	7	11	6	10
	6%	5	11	13	14	12	13	14	10

试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下检验: 在不同浓度下得率的均值是否有显著差异, 在不同温度下得率的均值是否有显著差异. 交互作用的效应是否显著.

7. 为了研究某种金属管防腐蚀的功能, 考虑了 4 种不同的涂料涂层. 将金属管埋设在 3 种不同性质的土壤中, 经历了一定时间, 测得金属管腐蚀的最大深度如下表所示 (以 mm 计):

涂层 (因素 A)	土壤类型 (因素 B)		
	1	2	3
	1.63	1.35	1.27
	1.34	1.30	1.22
	1.19	1.14	1.27
	1.30	1.09	1.32

试取显著性水平 $\alpha = 0.05$ 检验在不同涂层下腐蚀的最大深度的平均值有无显著差异. 在不同土壤下腐蚀的最大深度的平均值有无显著差异. 设两因素间没有交互作用效应.

8. 下表数据是退火温度 (°C) 对黄铜延性 Y 效应的试验结果. Y 是以延长度计算的.

$x(^{\circ}\text{C})$	300	400	500	600	700	800
$y(\%)$	40	50	55	60	67	70

画出散点图并求 Y 对于 x 的线性回归方程.

9. 在钢线碳含量对于电阻的效应的研究中, 得到以下的数据:

碳含量 $x(\%)$	0.10	0.30	0.40	0.55	0.70	0.80	0.95
20°C 时的电阻 $y(\mu\Omega)$	15	18	19	21	22.6	23.8	26

- (1) 画出散点图.

- (2) 求线性回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$.
- (3) 求 ε 的方差 σ^2 的无偏估计.
- (4) 检验假设 $H_0: b = 0, H_1: b \neq 0$.
- (5) 若回归效果显著, 求 b 的置信水平为 0.95 的置信区间.
- (6) 求 $x = 0.50$ 处 $\mu(x)$ 的置信水平为 0.95 的置信区间.
- (7) 求 $x = 0.50$ 处观察值 Y 的置信水平为 0.95 的预测区间.

10. 下表列出了 18 名 5 ~ 8 岁儿童的体重 (这是容易测得的) 和体积 (这是难以测得的):

体重 $x(\text{kg})$	17.1	10.5	13.8	15.7	11.9	10.4	15.0	16.0	17.8
体积 $y(\text{dm}^3)$	16.7	10.4	13.5	15.7	11.6	10.2	14.5	15.8	17.6
体重 $x(\text{kg})$	15.8	15.1	12.1	18.4	17.1	16.7	16.5	15.1	15.1
体积 $y(\text{dm}^3)$	15.2	14.8	11.9	18.3	16.7	16.6	15.9	15.1	14.5

- (1) 画出散点图.
- (2) 求 Y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$.
- (3) 求 $x = 14.0$ 时 Y 的置信水平为 0.95 的预测区间.

11. 蟋蟀用一个翅膀在另一翅膀上快速地滑动, 从而发出吱吱喳喳的叫声. 生物学家知道叫声的频率 x 与气温 y 具有线性关系. 下表列出了 15 对频率与气温间的对应关系的观察结果:

频率 x_i (叫声数/秒)	20.0	16.0	19.8	18.4	17.1	15.5	14.7	17.1
气温 y_i ($^{\circ}\text{C}$)	31.4	22.0	34.1	29.1	27.0	24.0	20.9	27.8
频率 x_i (叫声数/秒)	15.4	16.2	15.0	17.2	16.0	17.0	14.4	
气温 y_i ($^{\circ}\text{C}$)	20.8	28.5	26.4	28.1	27.0	28.6	24.6	

试求 Y 关于 x 的线性回归方程.

12. 下面列出了自 1952 年 ~ 2004 年各届奥林匹克运动会男子 10 000 米赛跑的冠军的成绩 (时间以 min 计):

年份 (x)	1952	1956	1960	1964	1968	1972	1976
成绩 (y)	29.3	28.8	28.5	28.4	28.4	27.6	27.7
年份 (x)	1980	1984	1988	1992	1996	2000	2004
成绩 (y)	27.7	27.8	27.4	27.8	27.1	27.3	27.1

- (1) 求 Y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$.
- (2) 检验假设 $H_0: b = 0, H_1: b \neq 0$ (显著性水平 $\alpha = 0.05$).
- (3) 求 2008 年冠军成绩的预测值.

13. 以 x 与 Y 分别表示人的脚长 (英寸) 与手长 (英寸), 下面列出了 15 名女子的脚的长度 x 与手的长度 Y 的样本值:

x	9.00	8.50	9.25	9.75	9.00	10.00	9.50	9.00
y	6.50	6.25	7.25	7.00	6.75	7.00	6.50	7.00
x	9.25	9.50	9.25	10.00	10.00	9.75	9.50	
y	7.00	7.00	7.00	7.50	7.25	7.25	7.25	

试求：

(1) Y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{a}x + \hat{b}$.

(2) 求 b 的置信水平为 0.95 的置信区间.

14. 槲寄生是一种寄生在大树上部树枝上的寄生植物. 它喜欢寄生在年轻的大树上. 下面给出在一定条件下完成的试验中采集的数据：

大树的年龄 x (年)	3	4	9	15	40
每株大树上槲寄生的株数 y	28	10	15	6	1
	33	36	22	14	1
	22	24	10	9	

(1) 作出 (x_i, y_i) 的散点图.

(2) 令 $z_i = \ln y_i$, 作出 (x_i, y_i) 的散点图.

(3) 以模型 $Y = ae^{bx}\varepsilon, \ln \varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ 拟合数据, 其中 a, b, σ^2 与 x 无关. 试求曲线回归方程 $\hat{y} = \hat{a}e^{\hat{b}x}$.

15. 一种合金在某种添加剂的不同浓度之下, 各做三次试验, 得数据如下：

浓度 x	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0
抗压强度 y	25.2	29.8	31.2	31.7	29.4
	27.3	31.1	32.6	30.1	30.8
	28.7	27.8	29.7	32.3	32.8

(1) 作散点图.

(2) 以模型 $Y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \varepsilon, \varepsilon \sim N(0, 1)$ 拟合数据, 其中 b_0, b_1, b_2, σ^2 与 x 无关. 求回归方程 $\hat{y} = \hat{b}_0 + \hat{b}_1x + \hat{b}_2x^2$.

16. 某种化工产品的得率 Y 与反应温度 x_1 、反应时间 x_2 及某反应物浓度 x_3 有关. 今得试验结果如下表所示, 其中 x_1, x_2, x_3 均为二水平且均以编码形式表达.

x_1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1
x_2	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1
x_3	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
得率	7.6	10.3	9.2	10.2	8.4	11.1	9.8	12.6

(1) 设 $\mu(x_1, x_2, x_3) = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$, 求 Y 的多元线性回归方程.

(2) 若认为反应时间不影响得率. 即认为

$$\mu(x_1, x_2, x_3) = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_3x_3,$$

求 Y 的多元线性回归方程.