1. 一打靶场备有 5 支某种型号的枪，其中 3 支已经校正，2 支未经校正．某人使用已校正的枪击中目标的概率为 p_1．使用未经校正的枪击中目标的概率为 p_2．他随机地取一支枪进行射击，已知他射击了 5 次，都未击中，求他使用的是已校正的枪的概率（设各次射击的结果相互独立）．

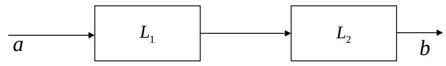
2. 某人共买了 11 个水果，其中有 3 个是二级品，8 个是一级品．随机地将水果分给 A, B, C 三人，各人分别得到 4 个、6 个、1 个．

(1) 求 C 未拿到二级品的概率．

(2) 已知 C 未拿到二级品，求 A, B 均拿到二级品的概率．

(3) 求 A, B 均拿到二级品而 C 未拿到二级品的概率．

3. 一系统 L 由两个只能传输字符 0 和 1 的独立工作的子系统 L_1 与 L_2 串联而成（如图），每个子系统输入为 0 输出为 0 的概率为 $p(0<p<1)$；而输入为 1 输出为 1 的概率也是 p. 今在图中 a 端输入字符 1，求系统 L 的 b 端输出字符 0 的概率.



4. 甲乙两人轮流掷一颗骰子，每轮掷一次，谁先掷得 6 点谁得胜，从甲开始掷，问甲、乙得胜的概率各为多少？

5. 将一颗骰子掷两次,考虑事件:$A=$“第一次掷得点数 2 或 5”.$B=$“两次点数之和至少为 7”，求 $P(A), P(B)$，并问事件 A, B 是否相互独立.

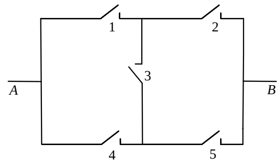
6. A, B 两人轮流射击，每次每人射击一枪，射击的次序为 $A, B, A, B, A, \cdots$，射击直至击中两枪为止．设每人击中的概率均为 p，且各次击中与否相互独立．求击中的两枪是由同一人射击的概率．（提示：分别考虑两枪是由 A 击中的与两枪是由 B 击中的两种情况，若两枪是由 A 击中的，则射击必然在奇数次结束．又当 $|x| < 1$ 时，$1 + 2x + 3x^2 + \cdots = 1/(1-x)^2$.）

7. 有 3 个独立工作的元件 1，元件 2，元件 3，它们的可靠性分别为 p_1, p_2, p_3．设由它们组成一个“3 个元件取 2 个元件的表决系统”，记为 $2/3[G]$. 这一系统的运行方式是当且仅当 3 个元件中至少有 2 个正常工作时这一系统正常工作．求这一 $2/3[G]$ 系统的可靠性.

8. 在如图所示的桥式结构的电路中，第 i 个继电器触点闭合的概率为 $p_i, i = 1, 2, 3, 4, 5$．各继电器工作相互独立，求：

(1) 以继电器触点 1 是否闭合为条件，求 A 到 B 之间为通路的概率．

(2) 已知 A 到 B 为通路的条件下，继电器触点 3 是闭合的概率．



9. 进行非学历考试，规定考甲、乙两门课程，每门课程考试第一次未通过都只允许考第二次．考生仅在课程甲通过后才能考课程乙．如两门课程都通过可获得一张资格证书．设某考生通过课程甲的各次考试的概率为 p_1，通过课程乙的各次考试的概率为 p_2，设各次考试的结果相互独立．又设考生参加考试直至获得资格证书或者不准予再考为止．以 X 表示考生总共需考试的次数．求 X 的分布律．

10. (1) 5 只电池，其中有 2 只是次品，每次取一只测试，直到将 2 只次品都找到．设第 2 只次品在第 $X(X=2,3,4,5)$ 次找到，求 X 的分布律（注：在实际上第 5 次检测可无需进行）.

(2) 5 只电池，其中 2 只是次品，每次取一只，直到找出 2 只次品或 3 只正品为止．写出需要测试的次数的分布律.

11. 向某一目标发射炮弹，设炮弹弹着点离目标的距离为 R（单位：$10\,\mathrm{m}$），R 服从瑞利分布，其概率密度为

$$f_R(r)=\begin{cases}\dfrac{2r}{25}e^{-r^2/25}, & r>0\\ 0, & r\le 0\end{cases}$$

若弹着点离目标不超过 5 个单位时，目标被摧毁.

(1) 求发射一枚炮弹能摧毁目标的概率.

(2) 为使至少有一枚炮弹能摧毁目标的概率不小于 0.94，问最少需要独立发射多少枚炮弹.

12. 设一枚深水炸弹击沉一潜水艇的概率为 1/3，击伤的概率为 1/2，击不中的概率为 1/6. 并设击伤两次也会导致潜水艇下沉. 求施放 4 枚深水炸弹能击沉潜水艇的概率.（提示：先求击不沉的概率.）

13. 一盒中装有 4 只白球，8 只黑球，从中取 3 只球，每次一只，作不放回抽样.

(1) 求第 1 次和第 3 次都取到白球的概率（提示：考虑第二次的抽取.）

(2) 求在第 1 次取到白球的条件下，前 3 次都取到白球的概率.

14. 设元件的寿命 T（以小时计）服从指数分布，分布函数为

$$F(t)=\begin{cases}1-e^{-0.03t}, & t>0\\ 0, & t\leq 0\end{cases}$$

(1) 已知元件至少工作了 30 小时，求它能再至少工作 20 小时的概率.

(2) 由 3 个独立工作的此种元件组成一个 $2/3[G]$ 系统（参见第 7 题）. 求这一系统的寿命 $X>20$ 的概率.

15. (1) 已知随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\dfrac{1}{2}e^{-|x|}, -\infty<x<\infty$，求 X 的分布函数.

(2) 已知随机变量 X 的分布函数为 $F_X(x)$，另有随机变量

$$Y=\begin{cases} 1, & X>0 \\ -1, & X\le 0 \end{cases}$$

试求 Y 的分布律和分布函数.

16. (1) 设随机变量 X 服从泊松分布，其分布律为

$$P\{X=k\}=\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!},\quad k=0,1,2,\cdots,$$

问当 k 取何值时 $P\{X=k\}$ 为最大.

(2) 设随机变量 X 服从二项分布，其分布律为

$$P\{X=k\}=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k},\quad k=0,1,2,\cdots,n$$

问当 k 取何值时 $P\{X=k\}$ 为最大.

17. 若离散型随机变量 X 具有分布律

X	1	2	$\cdots$	n
p_k	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\cdots$	$\frac{1}{n}$

称 X 服从取值为 $1,2,\cdots,n$ 的离散型均匀分布. 对于任意非负实数 x，记 $[x]$ 为不超过 x 的最大整数. 设 $U\sim U(0,1)$，证明 $X=[nU]+1$ 服从取值为 $1,2,\cdots,n$ 的离散型均匀分布.

18. 设随机变量 $X \sim U(-1,2)$，求 $Y=|X|$ 的概率密度.

19. 设随机变量 X 的概率密度

$$f_R(r) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \dfrac{1}{2}, & 0 \le x < 1 \\ \dfrac{1}{2x^2}, & 1 \le x < \infty \end{cases}$$

求 $Y = \dfrac{1}{X}$ 的概率密度.

20. 设随机变量 X 服从以均值为 $1/\lambda$ 的指数分布. 验证随机变量 $Y = [X]$ 服从以参数为 $1-e^{-\lambda}$ 的几何分布. 这一事实表明连续型随机变量的函数可以是离散型随机变量.

21. 投掷一枚硬币直至正面出现为止，引入随机变量

$$X = \text{投掷总次数}$$
$$Y = \begin{cases} 1, & \text{若首次投掷得到正面,} \\ 0, & \text{若首次投掷得到反面.} \end{cases}$$

(1) 求 X 和 Y 的联合分布律及边缘分布律.

(2) 求条件概率 $P\{X = 1|Y = 1\}, P\{Y = 2|X = 1\}$.

22. 设随机变量 $X \sim \pi(\lambda)$，随机变量 $Y = \max\{X, 2\}$. 试求 X 和 Y 的联合分布律及边缘分布律.

23. 设 X,Y 是相互独立的泊松随机变量，参数分别为 λ_1,λ_2，求给定 $X+Y=n$ 的条件下 X 的条件分布.

24. 一教授将两篇论文分别交给两个打字员打印．以 X, Y 分别表示第一篇和第二篇论文的印刷错误．设 $X \sim \pi(\lambda), Y \sim \pi(\mu)$，$X, Y$ 相互独立．

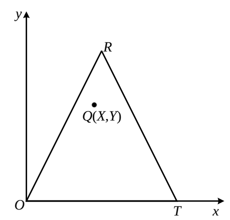
(1) 求 X, Y 的联合分布律.

(2) 求两篇论文总共至多 1 个错误的概率．

25. 一等边三角形 $\triangle ROT$（如图）的边长为 1，在三角形内随机地取点 $Q(X,Y)$（意指随机点 (X,Y) 在三角形 ROT 内均匀分布）.

(1) 写出随机变量 (X,Y) 的概率密度.

(2) 求点 Q 到底边 OT 的距离的分布函数.



26. 设随机变量 (X,Y) 具有概率密度

$$f(x,y)=\begin{cases} xe^{-x(y+1)}, & x>0,y>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 求边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$.

(2) 求条件概率密度 $f_{X|Y}(x|y), f_{Y|X}(y|x)$.

27. 设有随机变量 U 和 V，它们都仅取 $1, -1$ 两个值．已知

$$
\begin{aligned}
&P\{U=1\}=1/2,\\
&P\{V=1|U=1\}=1/3=P\{V=-1|U=-1\}.
\end{aligned}
$$

(1) 求 U 和 V 的联合分布律．

(2) 求 x 的方程 $x^2+Ux+V=0$ 至少有一个实根的概率．

(3) 求 x 的方程 $x^2+(U+V)x+U+V=0$ 至少有一个实根的概率．

28. 某图书馆一天的读者人数 $X \sim \pi(\lambda)$，任一读者借书的概率为 p，各读者借书与否相互独立. 记一天读者借书的人数为 Y，求 X 和 Y 的联合分布律.

29. 设随机变量 X, Y 相互独立，且都服从均匀分布 $U(0, 1)$，求两变量之一至少为另一变量之值之两倍的概率.

30. 一家公司有一份保单招标，两家保险公司竞标．规定标书的保险费必须在 20 万元至 22 万元之间．若两份标书保险费相差 2 千或 2 千以上，招标公司将选择报价低者，否则就重新招标．设两家保险公司的报价是相互独立的，且都在 20 万至 22 万之间均匀分布．试求招标公司需重新招标的概率．

31. 设随机变量 $X \sim N(0, \sigma_1^2), Y \sim N(0, \sigma_2^2)$ 且 X, Y 相互独立，求概率

$$P\{0 < \sigma_2 X - \sigma_1 Y < 2\sigma_1\sigma_2\}$$

32. NBA 篮球赛中有这样的规律，两支实力相当的球队比赛时，每节主队得分与客队得分之差为正态随机变量，均值为 1.5，方差为 6，并且假设四节的比分差是相互独立的．问：

(1) 主队胜的概率有多大？

(2) 在前半场主队落后 5 分的情况下．主队得胜的概率有多大？

(3) 在第一节主队赢 5 分的情况下．主队得胜的概率有多大．

33. 产品的某种性能指标的测量值 X 是随机变量，设 X 的概率密度为

$$f_X(x)=\begin{cases} xe^{-\frac{1}{2}x^2}, & x>0 \\ 0, & 其他 \end{cases}$$

测量误差 $Y\sim U(-\varepsilon,\varepsilon), X, Y$ 相互独立．求 $Z=X+Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$，并验证

$$p\{Z>\varepsilon\}=\frac{1}{2\varepsilon}\int_0^{2\varepsilon}e^{-u^2/2}\mathrm{d}u$$

34. 在一化学过程中，产品中有份额 X 为杂质，而在杂质中有份额 Y 是有害的，而其余部分不影响产品的质量．设 $X \sim U(0, 0.1), Y \sim U(0, 0.5)$，且 X 和 Y 相互独立．求产品中有害杂质份额 Z 的概率密度．

35. 设随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-y}, & 0<x<y \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 求 (X,Y) 的边缘概率密度.

(2) 问 X,Y 是否相互独立.

(3) 求 $X+Y$ 的概率密度 $f_{X+Y}(z)$.

(4) 求条件概率密度 $f_{X|Y}(x|y)$.

(5) 求条件概率 $P\{X>3|Y<5\}$.

(6) 求条件概率 $P\{X>3|Y=5\}$.

36. 设某图书馆的读者借阅甲种图书的概率为 p，借阅乙种图书的概率为 α，设每人借阅甲、乙图书的行动相互独立，读者之间的行动也相互独立.

(1) 某天恰有 n 个读者，求借阅甲种图书的人数的数学期望.

(2) 某天恰有 n 个读者，求甲、乙两种图书中至少借阅一种的人数的数学期望.

37. 某种鸟在某时间区间 $(0,t_0]$ 下蛋数为 $1\sim 5$ 只，下 r 只蛋的概率与 r 成正比．一个收拾鸟蛋的人在时刻 t_0 去收集鸟蛋，但他仅当鸟窝中多于 3 只蛋时才从中取走一只蛋．在某处有这种鸟的鸟窝 6 个（每个鸟窝保存完好，各鸟窝中蛋的只数相互独立）．

(1) 写出一个鸟窝中鸟蛋只数 X 的分布律．

(2) 对于指定的一个鸟窝，求拾蛋人在该鸟窝中拾到一只蛋的概率．

(3) 求拾蛋人在 6 个鸟窝中拾到蛋的总数 Y 的分布律及数学期望．

(4) 求 $P\{Y<4\},P\{Y>4\}$．

(5) 当一个拾蛋人在这 6 个鸟窝中拾过蛋后，紧接着又有一个拾蛋人到这些鸟窝中拾蛋，也仅当鸟窝中多于 3 只蛋时，拾取一只蛋，求第二个拾蛋人拾得蛋数 Z 的数学期望．

38. 设袋中有 r 只白球，$N-r$ 只黑球. 在袋中取球 $n(n \le r)$ 次，每次任取一只作不放回抽样，以 Y 表示取到白球的个数，求 $E(Y)$. (提示：引入随机变量：

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{若第}i\text{次取到白球}, \\ 0, & \text{若第}i\text{次取到黑球}, \end{cases} \qquad i = 1, 2, \cdots, n,$$

则 $Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$）.

39. 抛一颗骰子直到所有点数全部出现为止，求所需投掷次数 Y 的数学期望.（提示：令 $X_1=1$，$X_2=$ 第一点得到后，等待第二个不同点所需的等待次数，$X_3=$ 第一二两点得到后，等待第三个不同点所需的等待次数，X_4,X_5,X_6 类似，则 $Y=X_1+X_2+\cdots+X_6$. 又几何分布 $P\{X=k\}=(1-p)^{k-1}p,k=1,2,\cdots$ 的数学期望 $E(X)=\frac{1}{p}$.）

40. 设随机变量 X, Y 相互独立. 且 X, Y 分别服从以 $1/\alpha, 1/\beta$ 为均值的指数分布. 求 $E(X^2 + Ye^{-X})$.

41. 一酒吧间柜台前有 6 张凳子，服务员预测，若两个陌生人进来就座的话，他们之间至少相隔两张凳子.（提示：先列出两人之间至少隔两张凳子的不同情况.）

(1) 若真有两个陌生人入内，他们随机地就座，问服务员预言为真的概率是多少？

(2) 设两位顾客是随机就座的. 求顾客之间凳子数的数学期望.

42. 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_{100}$ 相互独立，且都服从 $U(0,1)$，又设 $Y = X_1 X_2 \cdots X_{100}$，求概率 $P\{Y < 10^{-40}\}$ 的近似值.

43. 来自某个城市的长途电话呼唤的持续时间 X（以分计）是一个随机变量，它的分布函数是

$$F(x)=\begin{cases} 1-\dfrac{1}{2}e^{-\frac{x}{3}}-\dfrac{1}{2}e^{-[\frac{x}{3}]}, & x\le 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

（其中 $[\dfrac{x}{3}]$ 是不大于 $\dfrac{x}{3}$ 的最大整数）.

(1) 画出 $F(x)$ 的图形.

(2) 说明 X 是什么类型的随机变量.

(3) 求 $P\{X=4\},P\{X=3\},P\{X<4\},P\{X>6\}$.（提示：$P\{X=a\}=F(a)-F(a-0)$.）

44. 一汽车保险公司分析一组 (250 人）签约的客户中的赔付情况. 据历史数据分析，在未来的一周中一组客户中至少提出一项索赔的客户数 X 占 10%. 写出 X 的分布，并求 $X > 250\times0.12$（即 $X > 30$) 的概率. 设各客户是否提出索赔相互独立.

45. 在区间 $(0,1)$ 随机地取一点 X. 定义 $Y=\min\{X,0.75\}$.

(1) 求随机变量 Y 的值域.

(2) 求 Y 的分布函数，并画出它的图形.

(3) 说明 Y 不是连续型的随机变量，Y 也不是离散型的随机变量.