1. 写出下列随机试验的样本空间 S：

(1) 记录一个班一次数学考试的平均分数（设以百分制计分）.

(2) 生产产品直到有 10 件正品为止，记录生产产品的总件数.

(3) 对某工厂出厂的产品进行检查，合格的记上“正品”，不合格的记上“次品”，如连续查出了 2 件次品就停止检查，或检查了 4 件产品就停止检查，记录检查的结果.

(4) 在单位圆内任取一点，记录它的坐标.

2. 设 A,B,C 为三个事件，用 A,B,C 的运算关系表示下列各事件：

(1) A 发生，B 与 C 不发生.

(2) A 与 B 都发生，而 C 不发生.

(3) A,B,C 中至少有一个发生.

(4) A,B,C 都发生.

(5) A,B,C 都不发生.

(6) A,B,C 中不多于一个发生.

(7) A,B,C 中不多于两个发生.

(8) A,B,C 中至少有两个发生.

3. (1) 设 A,B,C 是三个事件，且 $P(A)=P(B)=P(C)=1/4, P(AB)=P(BC)=0, P(AC)=1/8$，求 A,B,C 至少有一个发生的概率.

(2) 已知 $P(A)=1/2, P(B)=1/3, P(C)=1/5, P(AB)=1/10, P(AC)=1/15, P(BC)=1/20, P(ABC)=1/30$，求 $A\cup B, \overline{AB}, A\cup B\cup C, \overline{ABC}$,
$\overline{AB}C, \overline{AB}\cup C$ 的概率.

(3) 已知 $P(A)=1/2$，(i) 若 A,B 互不相容，求 $P(A\overline{B})$，(ii) 若 $P(AB)=1/8$，求 $P(A\overline{B})$.

4. 设 A,B 是两个事件

(1) 已知 $A\overline{B}=\overline{A}B$，验证 $A=B$.

(2) 验证事件 A 和事件 B 恰有一个发生的概率为 $P(A)+P(B)-2P(AB)$.

5. 10 片药片中有 5 片是安慰剂.

(1) 从中任意抽取 5 片，求其中至少有 2 片是安慰剂的概率.

(2) 从中每次取一片，作不放回抽样，求前 3 次都取到安慰剂的概率.

6. 在房间里有 10 个人，分别佩戴从 1 号到 10 号的纪念章，任选 3 人记录其纪念章的号码.

(1) 求最小号码为 5 的概率.

(2) 求最大号码为 5 的概率.

7. 某油漆公司发出 17 桶油漆，其中白漆 10 桶、黑漆 4 桶、红漆 3 桶，在搬运中所有标签脱落，交货人随意将这些油漆发给顾客。问一个订货为 4 桶白漆、3 桶黑漆和 2 桶红漆的顾客，能按所订颜色如数得到订货的概率是多少？

8. 在 1500 件产品中有 400 件次品、1100 件正品．任取 200 件.

(1) 求恰有 90 件次品的概率.

(2) 求至少有 2 件次品的概率.

9. 从 5 双不同的鞋子中任取 4 只。问这 4 只鞋子中至少有两只配成一双的概率是多少？

10. 在 11 张卡片上分别写上 probability 这 11 个字母，从中任意连抽 7 张，求其排列结果为 ability 的概率.

11. 将 3 只球随机地放入 4 个杯子中去，求杯子中球的最大个数分别为 1,2,3 的概率

12. 50 只铆钉随机地取来用在 10 个部件上，其中有 3 只铆钉强度太弱。每个部件用 3 只铆钉。若将 3 只强度太弱的铆钉都装在一个部件上，则这个部件强度就太弱。问发生一个部件强度太弱的概率是多少？

13. 一俱乐部有 5 名一年级学生，2 名二年级学生，3 名三年级学生，2 名四年级学生.

(1) 在其中任选 4 名学生，求一、二、三、四年级的学生各一名的概率.

(2) 在其中任选 5 名学生，求一、二、三、四年级的学生均包含在内的概率.

14. (1) 已知 $P(\overline{A})=0.3, P(B)=0.4, P(A\overline{B})=0.5$，求条件概率 $P(B|A\cup\overline{B})$.

(2) 已知 $P(A)=1/4, P(B|A)=1/3, P(A|B)=1/2$，求 $P(A\cup B)$.

15. 掷两颗骰子，已知两颗骰子点数之和为 7，求其中有一颗为 1 点的概率（用两种方法).

16. 据以往资料表明．某个三口之家，患某种传染病的概率有以下规律：

$$P\{孩子得病\}=0.6, P\{母亲得病|孩子得病\}=0.5, P\{父亲得病|母亲及孩子得病\}=0.4$$

求母亲及孩子得病但父亲未得病的概率.

17. 已知在 10 件产品中有 2 件次品，在其中取两次，每次任取一件，作不放回抽样．求下列事件的概率：

(1) 两件都是正品.

(2) 两件都是次品.

(3) 一件是正品，一件是次品.

(4) 第二次取出的是次品.

18. 某人忘记了电话号码的最后一个数字，因而他随意地拨号．求他拨号不超过三次而接通所需电话的概率．若已知最后一个数字是奇数，那么此概率是多少？

19. (1) 设甲袋中装有 n 只白球、m 只红球；乙袋中装有 N 只白球、M 只红球。今从甲袋中任意取一只球放人乙袋中．再从乙袋中任意取一只球．问取到白球的概率是多少？

(2) 第一只盒子装有 5 只红球，4 只白球；第二只盒子装有 4 只红球，5 只白球．先从第一盒中任取 2 只球放入第二盒中去，然后从第二盒中任取一只球．求取到白球的概率.

20. 某种产品的商标为“MAXAM”，其中有 2 个字母脱落，有人捡起随意放回，求放回后仍为“MAXAM”的概率.

21. 已知男子有 5%是色盲患者，女子有 0.25%是色盲患者．今从男女人数相等的人群中随机地挑选一人，恰好是色盲者，问此人是男性的概率是多少？

22. 一学生接连参加同一课程的两次考试．第一次及格的概率为 p，若第一次及格则第二次及格的概率也为 p；若第一次不及格则第二次及格的概率为 $p/2$.

(1) 若至少有一次及格则他能取得某种资格，求他取得该资格的概率.

(2) 若已知他第二次已经及格，求他第一次及格的概率.

23. 将两信息分别编码为 A 和 B 传送出去，接收站收到时，A 被误收作 B 的概率为 0.02，而 B 被误收作 A 的概率为 0.01。信息 A 与信息 B 传送的频繁程度为 $2:1$. 若接收站收到的信息是 A，问原发信息是 A 的概率是多少？

24. 有两箱同种类的零件，第一箱装 50 只，其中 10 只一等品；第二箱装 30 只，其中 18 只一等品．今从两箱中任挑出一箱，然后从该箱中取零件两次，每次任取一只，作不放回抽样．求

(1) 第一次取到的零件是一等品的概率.

(2) 在第一次取到的零件是一等品的条件下，第二次取到的也是一等品的概率.

25. 某人下午 5:00 下班，他所积累的资料表明：

到家时间	$5:35 \sim 5:39$	$5:40 \sim 5:44$	$5:45 \sim 5:49$	$5:50 \sim 5:54$	迟于 $5:54$
乘地铁的概率	0.10	0.25	0.45	0.15	0.05
乘汽车的概率	0.30	0.35	0.20	0.10	0.05

某日他抛一枚硬币决定乘地铁还是乘汽车，结果他是 5:47 到家的. 试求他是乘地铁回家的概率.

26. 病树的主人外出，委托邻居浇水. 设已知如果不浇水，树死去的概率为 0.8. 若浇水则树死去的概率为 0.15. 有 0.9 的把握确定邻居会记得浇水.

(1) 求主人回来树还活着的概率.

(2) 若主人回来树已死去，求邻居忘记浇水的概率.

27. 设本题涉及的事件均有意义. 设 A, B 都是事件.

(1) 已知 $P(A) > 0$，证明 $P(AB|A) \geq P(AB|A \cup B)$.

(2) 若 $P(A|B) = 1$，证明 $P(\overline{B}|\overline{A}) = 1$.

(3) 若设 C 也是事件，且有 $P(A|C) \geq P(B|C), P(A|\overline{C}) \geq P(B|\overline{C}$，证明 $P(A) \geq P(B)$.

28. 有两种花籽. 发芽率分别为 0.8，0.9，从中各取一颗，设各花籽是否发芽相互独立. 求

(1) 这两颗花籽都能发芽的概率.

(2) 至少有一颗能发芽的概率.

(3) 恰有一颗能发芽的概率.

29. 根据报道美国人血型的分布近似地为：A 型为 37%，O 型为 44%，B 型为 13%，AB 型为 6%. 夫妻拥有的血型是相互独立的.

(1) B 型的人只有输入 B、O 两种血型才安全. 若妻为 B 型，夫为何种血型未知. 求夫是妻的安全输血者的概率.

(2) 随机地取一对夫妇，求妻为 B 型夫为 A 型的概率.

(3) 随机地取一对夫妇，求其中一人为 A 型，另一人为 B 型的概率.

(4) 随机地取一对夫妇，求其中至少有一人是 O 型的概率.

30. (1) 给出事件 A, B 的例子，使得

（i）$P(A|B) < P(A)$,　（ii）$P(A|B) = P(A)$,　（iii）$P(A|B) > P(A)$

(2) 设事件 A, B, C 相互独立，证明（i）C 与 AB 相互独立.（ii）C 与 $A \cup B$ 相互独立.

(3) 设事件 A 的概率 $P(A) = 0$，证明对于任意另一事件 B，有 A, B 相互独立.

(4) 证明事件 A, B 相互独立的充要条件是 $P(A|B)\ P(A|\overline{B})$.

31. 设事件 A, B 的概率均大于零说明以下的叙述（1）必然对，（2）必然错，（3）可能对. 并说明理由.

(1) 若 A 与 B 互不相容，则它们相互独立.

(2) 若 A 与 B 相互独立，则它们互不相容.

(3) $P(A) = P(B) = 0.6$ ，且 A, B 互不相容

(4) $P(A) = P(B) = 0.6$ ，且 A, B 相互独立.

32. 有一种检验艾滋病毒的检验法，其结果有概率 0.005 报导为假阳性（即不带艾滋病毒者，经此检验法有 0.005 的概率被认为带艾滋病毒）. 今有 140 名不带艾滋病毒的正常人全部接受此种检验，被报道至少有一入带艾滋病毒的概率为多少？

33. 盒中有编号为 1,2,3,4 的 4 只球，随机地自盒中取一只球，事件 A 为“取得的是 1 号或 2 号球”，事件 B 为“取得的是 1 号或 3 号球”，事件 C 为“取得的是 1 号或 4 号球”。验证：

$$P(AB) = P(A)P(B), P(AC) = P(A)P(C), P(BC) = P(B)P(C),$$

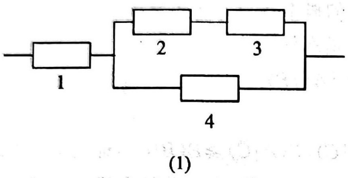
$$\text{但}\quad P(ABC) \neq P(A)P(B)P(C)$$

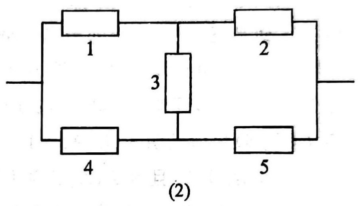
即事件 A, B, C 两两独立，但 A, B, C 不是相互独立的。

34. 试分别求以下两个系统的可靠性：

(1) 设有 4 个独立工作的元件 1,2,3,4. 它们的可靠性分别为 p_1, p_2, p_3, p_4，将它们按图 (1) 的方式连接（称为并串联系统）.

(2) 设有 5 个独立工作的元件 1,2,3,4,5. 它们的可靠性均为 p，将它们按图 (2) 的方式连接（称为桥式系统）.





35. 如果一危险情况 C 发生时，一电路闭合并发出警报，我们可以借用两个或多个开关并联以改善可靠性. 在 C 发生时这些开关每一个都应闭合，且若至少一个开关闭合了，警报就发出. 如果两个这样的开关并联连接，它们每个具有 0.96 的可靠性（即在情况 C 发生时闭合的概率），问这时系统的可靠性（即电路闭合的概率）是多少？如果需要有一个可靠性至少为 0.9999 的系统，则至少需要用多少只开关并联？设各开关闭合与否是相互独立的.

36. 三人独立地去破译一份密码，已知各人能译出的概率分别为 1/5, 1/3, 1/4. 问三人中至少有一人能将此密码译出的概率是多少？

37. 设第一只盒子中装有 3 只蓝球，2 只绿球，2 只白球；第二只盒子中装有 2 只蓝球，3 只绿球，4 只白球．独立地分别在两只盒子中各取一只球．

(1) 求至少有一只蓝球的概率．

(2) 求有一只蓝球一只白球的概率．

(3) 已知至少有一只蓝球，求有一只蓝球一只白球的概率．

38. 袋中装有 m 枚正品硬币、n 枚次品硬币（次品硬币的两面均印有国徽），在袋中任取一枚，将它投掷 r 次，已知每次都得到国徽．问这枚硬币是正品的概率为多少？

39. 设根据以往记录的数据分析，某船只运输的某种物品损坏的情况共有三种：损坏 2%（这一事件记为 A_1），损坏 10%（事件 A_2），损坏 90%（事件 A_3），且知 $P(A_1)=0.8, P(A_2)=0.15, P(A_3)=0.05$ 现在从已被运输的物品中随机地取 3 件．发现这 3 件都是好的（这一事件记为 B)．试求 $P(A_1|B), P(A_2|B), P(A_3|B)$（这里设物品件数很多，取出一件后不影响取后一件是否为好品的概率)．

40. 将 A, B, C 三个字母之一输入信道，输出为原字母的概率为 α，而输出为其他一字母的概率都是 $(1-\alpha)/2$．今将字母串 AAAA，BBBB，CCCC 之一输入信道，输入 AAAA，BBBB，CCCC 的概率分别为 $p_1, p_2, p_3 (p_1+p_2+p_3=1)$，已知输出为 ABCA，问输入的是 AAAA 的概率是多少？（设信道传输各个字母的工作是相互独立的.）