已知$(0-1)$分布的均值和方差分别为

$$\mu = p, \quad \sigma^2 = p(1-p)$$

设$X_1, X_2, \cdots, X_n$是一个样本，因样本容量$n$比较大，由中心极限定理，知

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - np}{\sqrt{np(1-p)}} = \frac{n\overline{X} - np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

近似地服从$N(0,1)$分布，于是有

$$P\left\{-z_{\alpha/2} < \frac{n\overline{X} - np}{\sqrt{np(1-p)}} < z_{\alpha/2}\right\} \approx 1-\alpha$$

而不等式

$$-z_{\alpha/2} < \frac{n\overline{X} - np}{\sqrt{np(1-p)}} < z_{\alpha/2} \tag{1}$$

等价于

$$(n+z_{\alpha/2}^2)p^2 - (2n\overline{X} + z_{\alpha/2}^2)p + n\overline{X}^2 < 0$$

记

$$p_1 = \frac{1}{2a}(-b - \sqrt{b^2-4ac})$$
$$p_2 = \frac{1}{2a}(-b + \sqrt{b^2-4ac})$$

此处$a = n + z_{\alpha/2}^2, b = -(2n\overline{X} + z_{\alpha/2}^2), c = n\overline{X}^2$。

于是由(1)式得$p$的一个近似的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为

$$(p_1, p_2)$$