
Logika Algorytmiczna dla Inżynierów
Maciej Walczyk, grupa laboratoryjna 7
Nr albumu: 130599
EkspONENTA macierzy kwadratowej dwa na dwa

Wstęp

W tym dokumencie wytłumaczę działanie mojej funkcji liczącej eksponenty macierzy kwadratowej dwa na dwa dla dowolnych wartości macierzy. Funkcja ta jest częścią większego projektu, tworzonego w czasie zajęć z Logiki Algorytmicznej dla Inżynierów prowadzonych w semestrze V przez dr. Krzysztofa Pomorskiego.

Wstęp teoretyczny

EkspONENTA macierzy – funkcja macierzowa zdefiniowana dla macierzy kwadratowych analogicznie jak klasyczna funkcja wykładnicza. EkspONENTĄ macierzy rzeczywistej lub zespolonej X wymiaru $n \times n$ jest macierz wymiaru $n \times n$ oznaczana jako $\exp(X)$, zadana przez szereg potęgowy:

$$e^X = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} X^k,$$

Działanie funkcji

epxm(A)

Funkcja oblicza eksponenty macierzy z dokładnością do 15 miejsc po przecinku.

Argumentem funkcji jest macierz A o wymiarach 2×2 . Macierz A może przyjmować dowolne wartości: zarówno rzeczywiste jak również zespolone.

Funkcja tworzy kopię macierzy A , dzięki czemu możemy operować na danej macierzy, nie naruszając jej danych, które są potrzebne za każdym obliczeniem danego kroku szeregu.

Pierwszym krokiem jest sprawdzenie czy mamy do czynienia z macierzą jednostkową.

Jeśli nie to pierwszym krokiem szeregu będzie wykonanie operacji podniesienia macierzy do potęgi zerowej co jest równoznaczne z wynikiem macierzy jednostkowej. Ponieważ drugim krokiem szeregu jest podniesienie do potęgi pierwszej, przed wejściem do głównej pętli otrzymujemy więc macierz, której wartość różni się od wartości macierzy A różnicą macierzy jednostkowej. Teraz przechodzimy do pętli głównej obliczającej szereg potęgowy.

W pętli głównej wykonywana jest reszta funkcji eksponenty. Pętla główna ma za zadanie obliczenia bardzo dobrego przybliżenia funkcji eksponenty. W pętli for wykonuje się potęgowanie macierzy,

którego wynik zapisywany jest w nowej macierzy, która tworzy się przy każdym kolejnym kroku pętli. Gdy potęgowanie macierzy dla danego kroku zostanie wykonane, obliczamy silnię dla numeru danego kroku szeregu. Podstawiamy do wzoru i dodajemy wynik do zmiennej obliczającej sumę szeregu potęgowego. Jeśli na żadnej z wartości macierzy nie zaszła zmiana do piętnastego miejsca po przecinku, pętla zostaje przerwana. W przeciwnym wypadku wartość danego kroku szeregu zostaje dodana do sumy szeregu. Po wykonaniu funkcji zwraca jest wartość zmiennej exp.

Biblioteki pomocnicze:

NumPy jest biblioteką dla języka Python, dodanie obsługi dużych wielowymiarowych tablic i macierze, wraz z dużym zbiorem funkcji matematycznych wysokiego poziomu do operowania na tych tablicach. Przodek NumPy, Numeric, został pierwotnie stworzony przez Jima Hugunina przy udziale kilku innych programistów. W 2005 roku Travis Oliphant stworzył NumPy, wprowadzając funkcje konkurencyjnego Numarray do Numeric, z rozległymi modyfikacjami. NumPy jest oprogramowaniem typu open source i ma wielu współpracowników.

Funkcje:

- np.copy(A) – tworzenie kopii danego obiektu.
- math.factorial – obliczanie silni danej liczby