

Решение второй задачи

Грибанов Владимир (717 гр)

Условие: Оцените как можно точнее число возможных полей, возникающих в игре крестики-нолики 3×3 .

Решение:

1) Для того, чтобы найти все возможные расстановки крестиков и ноликов при игре на поле 3×3 , рассмотрим все ходы до 9ого.

Количество возможных полей (до пятого хода) (К) рассчитываем по формуле

$$K(N) = \frac{9! / (9 - N)!}{x! \cdot o!}$$

Где N – номер хода, x – количество крестиков, o – количество ноликов.

Данная формула появляется из-за того, что количество возможных размещений $9! / (9 - N)!$, при этом каждое из возможных полей будет учтено $(x! \cdot o!)$ раз.

2) С первого по пятый ход (включительно) возможны любые расстановки крестиков и ноликов, так как игра не может закончиться раньше пятого хода. Занесём полученные из расчётов числа в таблицу.

Номер хода	Число возможных полей
0	1
1	9
2	72
3	252
4	756
5	1260

3) Заметим, что игра может закончиться, начиная с пятого хода поэтому, начиная с шестого хода, будем учитывать невозможные расстановки (например 2 ряда — один из крестиков, второй из ноликов) и вычитать их.

Для шестого хода за невозможные поля принимаем те, когда на прошлом ходу победили крестики: Крестики могут победить восемью вариантами (3 столбца, 3 линии, 2 диагонали), и для каждого из них рассмотрим сочетания из 6 пустых клеток по 3 нуля ($8 * C_6^3 = 160$)

Для седьмого хода за невозможные поля принимаем те, где на шестом ходу победили нолики: восемь вариантов сочетаний из 6 по 4 ($8 * C_6^4 = 120$)

Для восьмого хода аналогично рассмотрим те поля, где победа произошла на седьмом ходу (победили крестики): восемь вариантов расставить один крестик в шести полях, а после четыре нолика в оставшихся пяти полях ($8 * C_6^1 * C_5^4 = 8 * 6 * 5 = 240$)

Для девятого хода аналогично рассмотрим те поля, где победа произошла на восьмом ходу (победили нолики): восемь вариантов расставить один нолик в шести полях, а после пять крестиков в оставшихся пяти полях ($8 * C_6^1 * C_5^5 = 8 * 6 * 1 = 48$)

4) Отсюда построим итоговую таблицу числа возможных полей. Где число возможных полей посчитаем как

$K(N)$ - кол-во невозможных полей из пункта (3)

Номер хода	Число возможных полей
0	1
1	9
2	72
3	252
4	756
5	1260
6	1520
7	1140
8	390
9	78
Итого	5478

Ответ: 5478