



Машичев Сергей

ОБЗОР КУРСА ЗАДАЧИ

Вау! ИИ готовит к ЕГЭ по информатике Попробовать

Урок Спринт 1.7

Задача о рюкзаке

Постановка задачи

Для начала предположим, что наш рюкзак выдержит 10 кг веса, а у каждой драгоценности в сундуке есть своя стоимость и масса (их объём — одинаковый). Вот что там лежит:

- серебро — 5 кг, 100 тыс. руб.
- золото — 4 кг, 400 тыс. руб.
- драгоценный камень — 6 кг, 300 тыс. руб.
- платина 3 кг, 500 тыс. руб.

Что нам выбрать, чтобы общая стоимость нашей находки была максимальной?

Решение

Мы опишем наш сундук как Chest:

```
// сундук с драгоценностями
type Chest struct {
    cost []int // стоимость предметов
    mass []int // масса предметов
}
```

Вот наши исходные данные:

```
w := 10 // грузоподъёмность рюкзака
chest := Chest{
    cost: []int{100, 400, 300, 500}, // стоимость
    mass: []int{5, 4, 6, 3},         // масса
}
n := len(chest.cost) // количество драгоценностей
```

Сначала мы создадим двумерный слайс из $n + 1$ строк и $w + 1$ столбцов. Двумерный слайс — это слайс, элементами которого являются другие слайсы:

```
// выделим память под слайсы
matrix := make([][]int, n+1)
for i := range matrix {
    matrix[i] = make([]int, w+1)
```

```
}

```

Номер строки i — это набор всех элементов из строк $1 \dots i$. Например, значения в строке 3 предполагают, что у нас есть только элементы 1, 2 и 3.

Номер столбца j обозначает грузоподъёмность нашего рюкзака. Поэтому значения в столбце 5, например, предполагают, что наш рюкзак может вместить 5 кг веса.

Таким образом, запись в строке i столбца j — это максимальное значение, которое можно получить с предметами $1, 2, 3 \dots i$ в рюкзаке, который вмещает j кг веса.

Заполнение таблицы

Напомним, что в строке i и столбце j мы решаем, поместятся ли предметы $1, 2, 3 \dots i$ в рюкзак вместимости j . Предмет i либо поместится туда, либо нет. Следовательно, нам нужно сравнить максимальное значение, которое мы можем получить с элементом i и без него.

Максимальное значение, которое мы можем получить без элемента i , можно найти в строке $i-1$, столбце j . Любое максимальное значение с предметами $1, 2, 3 \dots i$ должно быть равно максимальному значению, которое мы можем получить с предметами $1, 2, 3 \dots i-1$.

Чтобы вычислить максимальное значение, которое мы можем получить с предметом i , нам сначала нужно сравнить его вес с грузоподъёмностью рюкзака. Если предмет i весит больше, чем выдержит рюкзак, проводить расчёт нет смысла. В таком случае мы решаем не брать элемент i (то есть смотрим на значение в строке выше в том же столбце).

Предположим, что предмет i весит меньше, чем может выдержать рюкзак. В таком случае мы можем взять i , если он увеличит максимальную ценность рюкзака. Тогда она будет равна сумме стоимости самого предмета i и максимальной ценности, которую можно получить, если дозаполнить рюкзак до предела. Разумеется, нам выгодно набить его под завязку.

Следовательно, в строке i и столбце j мы выберем максимальное значение либо без элемента i , либо с ним — в зависимости от того, какое значение больше.

грузоподъёмность / наполнение	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0. пустой	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1. серебро	0	0	0	0	0	100	100	100	100	100	100
2. золото	0	0	0	0	400	400	400	400	400	500	500
3. драгоценный камень											
4. платина											

В строке 3 (золото) и столбце 5 (вместимость рюкзака 4 кг) мы можем либо включить золото (вес 4 кг), либо нет. Если мы решим не включать его, наше максимальное возможное значение будет таким же, как если бы у нас был только элемент 1 на выбор (который находится в строке выше, то есть 0).

В строке 3 (золото) и столбце 10 (вместимость рюкзака 9 кг) мы снова можем выбрать, брать золото или нет. Если мы решим не делать этого, наше максимальное возможное значение будет таким же, как и в строке выше в том же столбце, то есть 100 (только серебро со стоимостью 100).

Если мы положим золото, то получим оставшуюся вместимость рюкзака: $9 - 4 = 5$. Максимальное значение, которое можно получить при вместимости 5 кг, мы можем узнать, если посмотрим на строку выше, в столбец 5. Таким образом, вот максимальное значение, которое мы можем получить с золотом и серебром: $400 + 100 = 500$.

Функция для получения максимальной стоимости предметов может выглядеть так:

```
func Knapsack(chest *Chest, maxWeight int) int {
    n := len(chest.cost) // количество драгоценностей
    matrix := make([][]int, n+1)
    for i := range matrix {
        matrix[i] = make([]int, maxWeight+1)
    }

    for item := 1; item <= n; item++ { // переберём все предметы из сундука
        for capacity := 1; capacity <= maxWeight; capacity++ {
            // всё ниже — о рюкзаке вместимостью capacity
            maxcostWithoutCurrent := matrix[item-1][capacity] // максимальная стоимость предыдущих предметов
            maxcostWithCurrent := 0 // для хранения максимальной стоимости, если положим текущий предмет
        }
    }
}
```

```
weightOfCurrent := chest.mass[item-1] // масса текущего
if capacity >= weightOfCurrent {      // проверяем, влезет ли текущий предмет в рюкзак
    // если текущий влез, то смотрим, что ещё взять
    maxcostWithCurrent = chest.cost[item-1] // сначала положим текущий предмет
    remainingCapacity := capacity - weightOfCurrent // проверим, осталось ли место
    maxcostWithCurrent += matrix[item-1][remainingCapacity] // максимальная стоимость оставшегося места
}

matrix[item][capacity] = max(maxcostWithoutCurrent, maxcostWithCurrent) // выбираем, нужно ли класть текущий
}
}
return matrix[n][maxWeight]
}
```

После того, как таблица заполнится, окончательное решение можно будет найти в последней строке последнего столбца. Там будет представлена максимально возможная стоимость сокровищ, которые можно будет унести в нашем рюкзаке.

Задача о рюкзаке помогает в принятии решений в самых разных областях жизни, начиная от поиска наиболее безотходного способа резки сырья на производстве до выбора портфеля инвестиций.

Далее

Исключительное право на учебную программу и все сопутствующие ей учебные материалы, доступные в рамках сервиса, принадлежат АНО ДПО «Образовательные технологии Яндекса». Воспроизведение, копирование, распространение и иное использование программы и материалов допустимо только с предварительного письменного согласия АНО ДПО «Образовательные технологии Яндекса».

[Пользовательское соглашение](#).

© 2018 – 2024 ООО «Яндекс»

Справка