

# Druhý domácí úkol z Automatů a Gramatik

Vojtěch Šára

March 17, 2021

Libovolnou metodou dokažte, že jazyk  $L = \{w \mid w \in \{1\}^*, |w| = p, p \text{ je prvočíslo}\}$  není regulární.

Tvrzení dokážu obměnou pumping lemmatu. Konkrétněji tedy ukážu, že pro jakkoli zvolené  $n$  se mohu vypumpovat z jazyka ven. Začnu volbou prvočísla, které je větší než  $n$ , označme ho  $p$ . Pak mohu vzít slovo  $w = 1^p$ . Slovo  $w$  rozložíme na  $w = xyz$ , délku prostřední části -  $|y|$  označíme písmenem  $a$ .  $|xz| = p - a$ . Pumping lemma nám říká, že pumpováním tohoto slova zůstaneme v jazyce, konkrétně například slovo  $xy^{p-a}z$  by mělo být v jazyce. Když si ale rozepíšeme, co by to znamenalo:

$$|xy^{p-a}z| = |xz| + |y^{p-a}| = p - a + |y|(p - a) = (p - a)(1 + |y|) = (p - a)(1 + a)$$

Jelikož bylo  $a$  větší než nula, tak nám tato rovnice říká, že  $|xy^{p-a}z|$  je nutně složené číslo, protože je násobkem dvou nějakých čísel.