1. DÚ z počítačového vidění - cvičení 3

Vojtěch Šára

April 8, 2021

1

Zaprvné chci dokázat, že minimalizací následujícího:

$$\frac{1}{n}\sum_{i}^{n} d^2(x_i, Q(x_i))$$

splňuji podmínku nejbližšího souseda. To je snadné, neb minimalizací sumy určitě minimalizuji i všechny její členy. Pokud by tedy pro spor nějaký člen měl blíže k jiné barvě palety, než která mu byla přidělena funkcí Q (tím by porušoval podmínku nejbl. souseda), pak přiřadit této konkrétní barvě tu bližší barvu palety by zmenšilo velikost sumy, což je ve sporu s předopokladem, že velikost sumy byla minimální.

2

Nyní ukážu že minimalizací

$$\frac{1}{n}\sum_{i}^{n} d^2(x_i, Q(x_i))$$

splňuji i podmínku centroidu. Sumu si mohu rozdělit na sumy jednotlivých regionů:

$$\frac{1}{|R_0|}\sum_{\{i|x_i\in R_0\}}^{|R_0|} d^2(x_i, c_0) + \frac{1}{|R_1|}\sum_{\{i|x_i\in R_1\}}^{|R_1|} d^2(x_i, c_1)\ldots\frac{1}{|R_k|}\sum_{\{i|x_i\in R_k\}}^{|R_k|} d^2(x_i, c_k)$$

Minimalizací celé této sumy minimalizuji i její části, tedy jednotlivé sumy, obecně tedy následující je minimalizováno:

$$\frac{1}{|R_k|}\sum_{\{i|x_i\in R_k\}}^{|R_k|} d^2(x_i, c_k)$$

Jelikož vzdálenost každých dvou barev je větší než jedna tak mohu vypustit mocninu (minimalizací mocniny minimalizuji i číslo před umocněním, pokud je $geq1$):

$$\frac{1}{|R_k|}\sum_{\{i|x_i\in R_k\}}^{|R_k|} d(x_i, c_k)$$

Z toho již lze odvodit, že pokud tento konkrétní člen má být minimální, pak i aritmetický průměr přes x_i v každém regionu bude jeho těžištěm.