

VŠB TECHNICKÁ
UNIVERZITA
OSTRAVA

VSB TECHNICAL
UNIVERSITY
OF OSTRAVA



www.vsb.cz

Základy číslicových systémů

4. PŘEDNÁŠKA

ČÍSELNÉ SOUSTAVY 2 REÁLNÁ ČÍSLA

Převody do dekadické a z dekadické soustavy
Vztah mezi soustavami (2,8,16)

Vyjádření přirozeného čísla polynomem – opak.

- ▶ Obecně lze číslo $(\alpha_{n-1}\alpha_{n-2} \cdots \alpha_1\alpha_0)_B$ zapsat polynomem
$$N_B = a_{n-1} \cdot B^{n-1} + \dots + a_i \cdot B^i + \dots + a_1 \cdot B^1 + a_0 \cdot B^0$$

kde

- B je **základ** číselné soustavy, angl. base, radix
(přirozené číslo větší než 1),
 - a je **koeficient** (přirozené číslo z intervalu 0 až $B-1$),
 - i je **pozice** koeficientu, zapisuje se dekadicky,
jako exponent prvku B - **řád** koeficientu (celé číslo),
 - B^i je **váha**, je dána pozicí a je vyjádřena mocninou základu,
 - n je počet celočíselných míst (číslo N_B je n -ciferné číslo)
- α_i znaky číselné soustavy o základu B , reprezentující čísla a_i

Vyjádření reálného čísla polynomem

► Reálné číslo $(\alpha_{n-1}\alpha_{n-2} \cdots \alpha_1\alpha_0, \alpha_{-1} \cdots \alpha_m)_B$ lze zapsat

$$N_B = a_{n-1} \cdot B^{n-1} + \dots + a_i \cdot B^i + a_0 \cdot B^0 + a_{-1} \cdot B^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot B^{-m}$$

kde

B je **základ** číselné soustavy, angl. base, radix
(přirozené číslo větší než 1),

a je **koeficient** (přirozené číslo z intervalu 0 až $B-1$),

i je **pozice** koeficientu, zapisuje se dekadicky,
jako exponent prvku B - **řád** koeficientu (celé číslo),

B^i je **váha**, je dána pozicí a je vyjádřena mocninou základu,

n je počet celočíselných míst

m je počet míst zlomkové části čísla

α_i znaky číselné soustavy o základu B , reprezentující čísla a_i ,

Převody do dekadické soustavy

- ▶ Převod celých i reálných kladných čísel – polynomem
- ▶ Převod celých kladných čísel (Hornerův algoritmus)

$$\begin{aligned}0 \cdot B + a_{n-1} &= S_{n-1} \\S_{n-1} \cdot B + a_{n-2} &= S_{n-2} \\\vdots \\S_1 \cdot B + a_0 &= S_0 = N_{10}\end{aligned}$$

Př. 4.1

Převod $2 \rightarrow 10$, celé číslo

► $N = (01010011)_2$

► Polynom

$$1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 64 + 16 + 2 + 1 = 83$$

► Hornerův algoritmus

$$0 \cdot 2 + 1 = 1$$

$$1 \cdot 2 + 0 = 2$$

$$2 \cdot 2 + 1 = 5$$

$$5 \cdot 2 + 0 = 10$$

$$10 \cdot 2 + 0 = 20$$

$$20 \cdot 2 + 1 = 41$$

$$41 \cdot 2 + 1 = 83$$

► Číslo $(00010011)_2$ má dekadickou hodnotu 83.

Př. 4.2

Převod $5 \rightarrow 10$, celé číslo

► $N = (1244)_5$

► Polynom

$$\begin{aligned}1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 &= \\= 1 \cdot 125 + 2 \cdot 25 + 4 \cdot 5 + 4 \cdot 1 &= 199\end{aligned}$$

► Hornerův algoritmus

$$0 \cdot 5 + 1 = 1$$

$$1 \cdot 5 + 2 = 7$$

$$7 \cdot 5 + 4 = 39$$

$$39 \cdot 5 + 4 = 199$$

► Číslo $(1244)_5$ má dekadickou hodnotu 199.

Př. 4.3

Převod 5 → 10, reálné číslo

► $N = (34,411)_5$

► Polynom

$$\begin{aligned}3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 + 4 \cdot 5^{-1} + 1 \cdot 5^{-2} + 1 \cdot 5^{-3} = \\= 3 \cdot 5 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,04 + 1 \cdot 0,008 = 19,848\end{aligned}$$

► Číslo $(34,411)_5$ má dekadickou hodnotu 19,848.

Přímé převody (2, 8, 16)

a_7	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0	a_{-1}	a_{-2}	a_{-3}	a_{-4}
128	64	32	16	8	4	2	1	0,5	0,25	0,125	0,0625
								←	→		

- ▶ Přímé převody čísel mezi binární, oktální a hexadecimální soustavou (1. přednáška)
- ▶ 2↔8 po třech bitech
- ▶ 2↔16 po čtyřech bitech

Vztah mezi soustavami (2,8,16)

$$N_2 = a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_3 \cdot 2^3 + a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$$

$$N_2 = \frac{(a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_3 \cdot 2^3)}{2^3} \cdot 2^3 + a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$$

$$N_2 = (a_{n-1} \cdot 2^{n-4} + a_{n-2} \cdot 2^{n-5} + \dots + a_3) \cdot 2^3 + a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$$

$$N_2 = P^0 \cdot 2^3 + Z^0 \Rightarrow Z^0 = a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$$

$$N_2 = P^0 \cdot 2^4 + Z^0 \Rightarrow Z^0 = a_3 \cdot 2^3 + a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$$

Př. 4.4

Převod $10 \rightarrow 2, 8, 16$
reálné číslo

a_7	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0	a_{-1}	a_{-2}	a_{-3}	a_{-4}
128	64	32	16	8	4	2	1	0,5	0,25	0,125	0,0625
								←	→		

- ▶ Zadáno: $N = (140,5625)_{10}$
- ▶ $10 \leftrightarrow 2$ přímým převodem $(1000\ 1100,1001)_2$
- ▶ $2 \leftrightarrow 8$ po třech bitech $(214,44)_8$
- ▶ $2 \leftrightarrow 16$ po čtyřech bitech $(8C,9)_{16}$

Převody z dekadické soustavy

- ▶ Převod celých kladných čísel
 - Metoda postupného odečítání vah
 - Metoda postupného dělení základem
- ▶ Převod čísel kladných desetinných
 - Metoda postupného odečítání vah
 - Metoda postupného násobení základem
- ▶ V dalším
 $B_1 = 10,$
 B_2 nový základ (základ soustavy, do které převádíme)

Př. 4.5

Převod $10 \rightarrow 8$, celé číslo

- ▶ Metodou postupného odečítání vah převeďte do oktální soustavy číslo $N = (187)_{10}$
- ▶ Výsledek: $(187)_{10} = (273)_8$

Váha	Rozdíl	Koeficient
$8^2 = 64$	$187 - 64 = 123$	$a_2 = 1$
	$123 - 64 = 59$	$\textcolor{red}{a_2} = 2$
$8^1 = 8$	$59 - 8 = 51$	$a_1 = 1$
	$51 - 8 = 43$	$a_1 = 2$
	$43 - 8 = 35$	$a_1 = 3$
	$35 - 8 = 27$	$a_1 = 4$
	$27 - 8 = 19$	$a_1 = 5$
	$19 - 8 = 11$	$a_1 = 6$
	$11 - 8 = 3$	$\textcolor{red}{a_1} = 7$
$8^0 = 1$	$3 - 1 = 2$	$a_0 = 1$
	$2 - 1 = 1$	$a_0 = 2$
	$1 - 1 = 0$	$\textcolor{red}{a_0} = 3$

TABULE

Metoda postupného odečítání vah 1/2

- Metoda spočívá v hledání koeficientů $a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$ postupným odčítáním zmenšujících se vah:

Od čísla N_{B1} odečteme váhu B_2^{n-1} a dostaneme zbytek ${}^1N_{B1}$.

- Když ${}^1N_{B1} \geq B_2^{n-1}$, potom $a_{n-1} = a_{n-1} + 1$ a znova odečítáme váhu.
- Když ${}^1N_{B1} < B_2^{n-1}$, potom $a_{n-1} = a_{n-1} + 1$ a přejdeme k hledání koeficientu a_{n-2} .

► Aplikace - příklad 4.5

Váha	Rozdíl	Koeficient
$8^2 = 64$	$187 - 64 = 123$	$a_2 = 1$
	$123 - 64 = 59$	$\textcolor{red}{a_2} = 2$
$8^1 = 8$	$59 - 8 = 51$	$a_1 = 1$
	$51 - 8 = 43$	$a_1 = 2$
	$43 - 8 = 35$	$a_1 = 3$
	$35 - 8 = 27$	$a_1 = 4$
	$27 - 8 = 19$	$a_1 = 5$
	$19 - 8 = 11$	$a_1 = 6$
	$11 - 8 = 3$	$\textcolor{red}{a_1} = 7$
$8^0 = 1$	$3 - 1 = 2$	$a_0 = 1$
	$2 - 1 = 1$	$a_0 = 2$
	$1 - 1 = 0$	$\textcolor{red}{a_0} = 3$

Metoda postupného odečítání vah 2/2

- ▶ Od čísla ${}^1N_{B_1}$ odečteme váhu B_2^{n-2} a dostaneme zbytek ${}^2N_{B_1}$ atd. viz předchozí bod.
- ▶ Algoritmus končí stanovením koeficientu a_0 .

► Aplikace - příklad 4.5

Váha	Rozdíl	Koeficient
$8^2 = 64$	$187 - 64 = 123$	$a_2 = 1$
	$123 - 64 = 59$	$\textcolor{red}{a_2} = 2$
$8^1 = 8$	$59 - 8 = 51$	$a_1 = 1$
	$51 - 8 = 43$	$a_1 = 2$
	$43 - 8 = 35$	$a_1 = 3$
	$35 - 8 = 27$	$a_1 = 4$
	$27 - 8 = 19$	$a_1 = 5$
	$19 - 8 = 11$	$a_1 = 6$
	$11 - 8 = 3$	$\textcolor{red}{a_1} = 7$
$8^0 = 1$	$3 - 1 = 2$	$a_0 = 1$
	$2 - 1 = 1$	$a_0 = 2$
	$1 - 1 = 0$	$\textcolor{red}{a_0} = 3$

- ▶ Metoda spočívá v hledání koeficientů $a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$ postupným dělením novým základem.
1. Hledání koeficientu a_0 . Jestliže výraz (1) budeme dělit základem B_2 , výsledkem bude podíl P^0 a zbytek Z^0 , pro který bude platit $Z^0 < B_2$, přičemž $Z^0 = a_0$.

$$N_{B_2} = a_{n-1} \cdot B_2^{n-1} + a_{n-2} \cdot B_2^{n-2} + \dots + a_1 \cdot B_2^1 + a_0 \cdot B_2^0 \quad (1)$$

$$N_{B_2} = \frac{(a_{n-1} \cdot B_2^{n-1} + a_{n-2} \cdot B_2^{n-2} + \dots + a_1 \cdot B_2^1)}{B_2^1} \cdot B_2^1 + a_0 \cdot B_2^0$$

$$N_{B_2} = (a_{n-1} \cdot B_2^{n-2} + a_{n-2} \cdot 2^{n-3} + \dots + a_1 \cdot B_2^0) \cdot B_2^1 + a_0 \cdot B_2^0$$

$$N_{B_2} = P^0 \cdot B_2^1 + Z^0 \Rightarrow Z^0 = a_0 \cdot B_2^0 = a_0$$

2. Hledání koeficientu a_1 .

Jestliže výraz P^0 budeme dělit základem B_2 , výsledkem bude podíl P^1 a zbytek Z^1 , pro který bude platit $Z^1 < B_2$, přičemž $Z^1 = a_1$.

$$P^0 = a_{n-1} \cdot B_2^{n-2} + a_{n-2} \cdot B_2^{n-3} + \cdots + a_2 \cdot B_2^1 + a_1 \cdot B_2^0$$

$$P^0 = \frac{a_{n-1} \cdot B_2^{n-2} + a_{n-2} \cdot B_2^{n-3} + \cdots + a_2 \cdot B_2^1}{B_2^1} \cdot B_2^1 + a_1 \cdot B_2^0$$

$$P^0 = (a_{n-1} \cdot B_2^{n-3} + a_{n-2} \cdot B_2^{n-4} + \cdots + a_2 \cdot B_2^0) \cdot B_2^1 + a_1 \cdot B_2^0$$

$$P^0 = P^1 \cdot B_2^1 + Z^1 \Rightarrow Z^1 = a^1 \cdot B_2^0 = a^1$$

Metoda postupného dělení základem

3/3

3. Dělením dalších podílů základem B_2 získáme postupně koeficienty hledaného čísla v pořadí od nejnižší k nejvyšší váze.

Po opakovaném dělení nám nakonec musí vyjít nula, musíme tedy dělit i čísla, která jsou menší než dělitel.

Dílčí podíl P^n	Zbytek Z^n	Koeficient a_n
$N_B: B_2 = P^0$	Z^0	a_0
$P^0: B_2 = P^1$	Z^1	a_1
$P^1: B_2 = P^2$	Z^2	a_2

Metoda postupného násobení základem 1

- ▶ Metoda spočívá v hledání koeficientů $a_{-1}, a_{-2}, \dots, a_{-m+1}, a_{-m}$ postupným násobením základem.
- ▶ Hledání koeficientu a_{-1} .
Jestliže výraz (2) budeme násobit základem B , výsledek bude ve tvaru $a_{-1} + S^1$, kde S^1 je dílčí součin polynomu.

$$N_B = a_{-1} \cdot B^{-1} + a_{-2} \cdot B^{-2} + \dots + a_{-m+1} \cdot B^{-m+1} + a_{-m} \cdot B^{-m} \quad (2)$$

$$N_B = 0, a_{-1} a_{-2} \cdots a_{-m+1} a_{-m}$$

$$\begin{aligned} N_B \cdot B &= a_{-1} + a_{-2} \cdot B^{-1} + \dots + a_{-m+1} \cdot B^{-m+2} + a_{-m} \cdot B^{-m+1} = \\ &= a_{-1} + S^1 \end{aligned}$$

Metoda postupného násobení základem 2

2. Hledání koeficientu a_{-2} .

Jestliže výraz S^1 budeme násobit základem B , výsledek bude ve tvaru $a_{-2} + S^2$.

3. Opakujeme do zadané délky polynomu nebo stanovené přesnosti zobrazení v počtu bitů.

Součin	Koeficient
$N_B \cdot B = a_{-1} + S^1$	a_{-1}
$S^1 \cdot B = a_{-2} + S^2$	a_{-2}
$S^2 \cdot B = a_{-3} + S^3$	a_{-3}

ZÁKLADNÍ POJMY ČÍSLICOVÝCH SYSTÉMŮ

Bit, byte, oktet, nibble, word, bit/s
Binární předpony (prefixy)

BIT

- ▶ **Bit** - základní a současně nejmenší jednotka dat používaná v informatice a telekomunikacích.
- ▶ Může nabývat pouze jednu ze dvou hodnot, nejběžněji se pro znázornění používá 0 a 1.
- ▶ Značí se malým písmenem b, např. 16 b nebo 16 bit.
- ▶ V praxi se používá jako základní jednotka kapacity paměti, tzn. jednotka množství informace, která může být v jednom okamžiku v paměti uložena.

BYTE, OKTET

- ▶ **Byte**
 - jednotka množství dat,
 - uspořádaná n -tice osmi bitů.
- ▶ Do jednoho bajtu je možno uložit 2^n různých hodnot.
- ▶ Byte jako číslo může nabývat hodnot:
 - dekadicky 0 až 255,
 - binárně 0000 0000 až 1111 1111,
 - hexadecimálně 00_h až FF_h
- ▶ **Oktet** - posloupnost osmi bitů, používáno v telekomunikacích.

NIBBLE, WORD

- ▶ **Nibble**
 - uspořádaná n -tice čtyř bitů,
 - byte má dva nibby.
- ▶ Nibble jako číslo může nabývat hodnot:
 - dekadicky 0 až 15,
 - binárně 0000 až 1111,
 - hexadecimálně 0_h až F_h
- ▶ **Word** – skupina bytů, velikost může být 16, 32 nebo 64 bitů podle architektury procesoru.

BIT ZA SEKUNDU

- ▶ **Bit za sekundu (b/s, bit/s, nebo angl. bps = bits per seconds)**
 - jednotka rychlosti přenosu dat,
- ▶ **Přenosová rychlosť**
 - udává, jaký objem informace se přenese za jednotku času (kolik bitů informace je přeneseno za jednu sekundu),
 - při rychlosti jednoho bitu za sekundu je každou sekundu přenesen právě jeden bit dat,
 - ke stažení souboru velikosti 1 MB za jednu sekundu se potřebuje připojení 8 Mb/s (1 bit = 1/8 byte).

Binární předpony

► Předpony jednotek vyjadřujících násobek mocniny dvou

Binární předpony (prefixy) dle IEC 60027-2				
10^k	2^n	Znak	Název	Hodnota
10^3	2^{10}	Ki	kibi	1 024
10^6	2^{20}	Mi	mebi	1 048 576
10^9	2^{30}	Gi	gibi	1 073 741 824
10^{12}	2^{40}	Ti	tebi	1 099 511 627 776

Poznámka: 10^k není rovno 2^n , je to jen nejblíže odpovídající mocnina.

- Kapacita polovodičových pamětí - binární předpony (IEC).
- Kapacita pevných disků, rychlosť prenosu dat - obvykle dekadické předpony (SI).

Př. 4.6

Převody - binární prefixy

► Převed'te na základní jednotky:

$$2 \text{ Kib} = 2^1 \cdot 2^{10} \text{ b} = 2^{11} \text{ b} = 2048 \text{ b}$$

$$2 \text{ kb} = 2 \cdot 10^3 \text{ b} = 2000 \text{ b}$$

$$64 \text{ Mib} = 2^6 \cdot 2^{20} \text{ b} = 2^{26} \text{ b} = 67\,108\,900 \text{ b}$$

$$64 \text{ Mb} = 64 \cdot 10^6 \text{ b} = 64\,000\,000 \text{ b}$$

$$128 \text{ GiB} = 2^7 \cdot 2^{30} \text{ B} = 2^{37} \text{ B} = 137\,439\,000\,000 \text{ B}$$

$$128 \text{ GB} = 2^7 \cdot 10^9 \text{ B} = 128\,000\,000\,000 \text{ B}$$

► Převed'te na vhodné násobné jednotky:

$$2^{27} \text{ bit} = 2^{27} \text{ b} = 2^7 \cdot 2^{20} \text{ b} = 2^7 \text{ Mib} = 128 \text{ Mib}$$

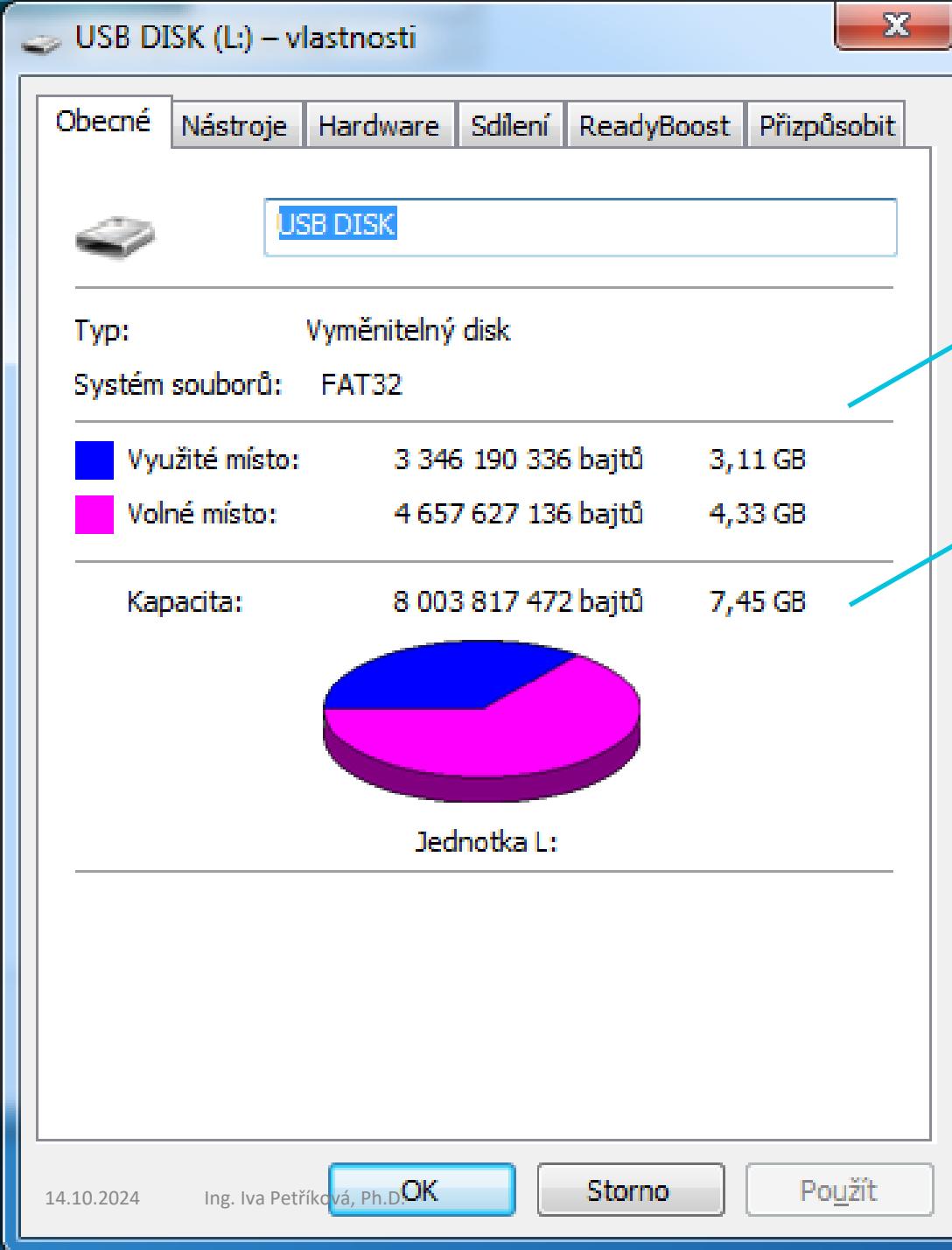
$$2^{16} \text{ Byte} = 2^{16} \text{ B} = 2^6 \cdot 2^{10} \text{ B} = 2^6 \text{ KiB} = 64 \text{ KiB}$$

$$2^{38} \text{ Kib} = 2^{38} \cdot 2^{10} \text{ b} = 2^8 \cdot 2^{40} \text{ b} = 2^8 \text{ Tib} = 256 \text{ Tib}$$

► Převed'te na byty:

$$1 \text{ KiB} = 8 \text{ Kib} = 8 \cdot 2^{10} \text{ b} = 2^3 \cdot 2^{10} \text{ b} = 2^{13} \text{ b}$$

$$1 \text{ MiB} = 8 \text{ Mib} = 8 \cdot 2^{20} \text{ b} = 2^3 \cdot 2^{20} \text{ b} = 2^{23} \text{ b}$$



píše se GB,
myslí se tím GiB

$$7,45 \cdot 2^{30} \text{ B} = 8 \cdot 10^9 \text{ B}$$
$$7,45 \text{ GiB} = 8 \text{ GB}$$

ENDIANITA

MSB, LSB a bitová pozice

Endianita

Little-endian

Big-endian

MSB, LSB a bitová pozice

- ▶ MSB - nejvýznamnější bit (Most Significant Bit)
 - Termín se používá pro bit s nejvyšší hodnotou v binárním vyjádření čísla; v obvyklém dvojkovém zápisu jde o bit nejvíce vlevo.
- ▶ LSB – nejméně významný bit (Least Significant Bit)
 - Bit s váhou 2^0 .
- ▶ Bitová pozice
 - označuje bity in byte, word, vector...
 - v programovacích jazycích je definován rozsah a směr
 - index může být v rozsahu 0 – n, 1 – n, n – 0
- ▶ MSB a LSB se někdy spojuje s bytem.

Př. 4.7

MSB, LSB a bitová pozice

- ▶ Číslo 139
 - Obvykle:
 - Změna pozice
 - Změna váhy
 - Změna váhy i pozice

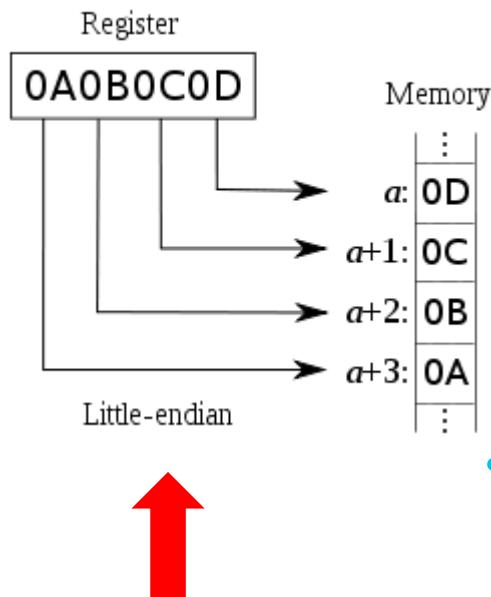
7							0
1	0	0	0	1	0	1	1
MSB							LSB
0							7
1	0	0	0	1	0	1	1
MSB							LSB
7							0
1	1	0	1	0	0	0	1
LSB							MSB
0							7
1	1	0	1	0	0	0	1
LSB							MSB

Endianita – pořadí bytů

- ▶ Informace o n bitech je rozdělena do samostatně adresovatelných atomických elementů. Atomický element většinou bývá byte, může být i slovo.
- ▶ **Endianita** definuje pořadí atomických elementů uvnitř rozsáhlé datové struktury (uložení v paměti, v souboru, datový proud při přenosu).
- ▶ Určuje, který atomický element je na nižší adrese nebo který bude přenášen jako první.
- ▶ S endianitou se setkáváme u ukládaní FP čísel, u formátů UTF-16 a UTF-32, které definují Unicodovou pozici, 64 bit integer, pořadí bytů při přenosu.

Little-endian

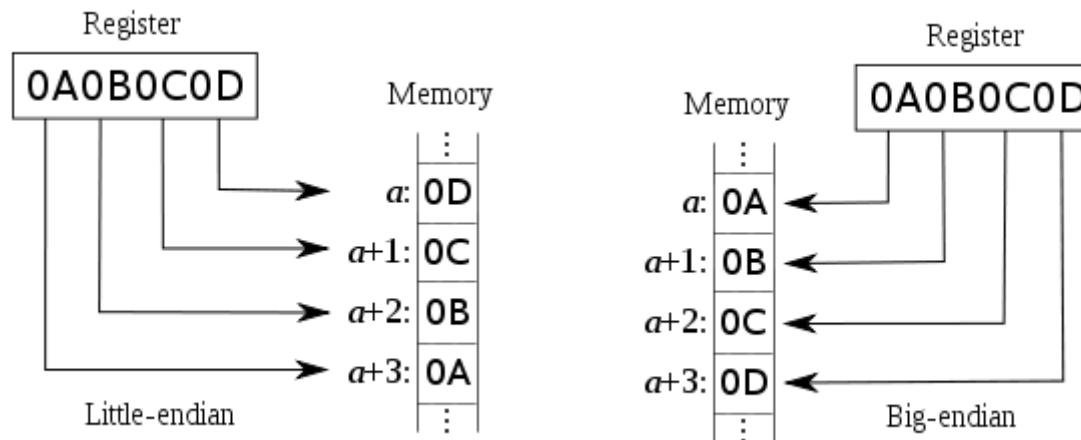
- ▶ Na paměťové místo s **nejnižší** adresou se uloží **nejméně** významný bajt.
- ▶ Za něj se ukládají ostatní bajty až po nejvíce významný bajt.



- Architektury uplatňující princip little-endian - MOS Technology 6502, Intel x86 a DEC VAX.

Big-endian

- ▶ Na paměťové místo s nejnižší adresou se uloží nejvíce významný bajt.
- ▶ Za něj se ukládají ostatní bajty až po nejméně významný bajt.



- Architektury uplatňující princip big-endian Motorola 68000, SPARC a System/370.

Př. 4.8 Little-endian

- ▶ Zapište do paměti na adresu a_n 32-bitové číslo 0x235F2D3C podle principu little-endian. Do nepoužitých adres pište nuly.
 - Při ukládání do paměti po bytech:

	a_n	a_{n+1}	a_{n+2}	a_{n+3}	
	3C	2D	5F	23	
	LSB			MSB	

- Při ukládání do paměti po slovech:

	a_n	a_{n+1}	a_{n+2}	a_{n+3}	
	2D3C	235F	0000	0000	
	LSB	MSB			

Př. 4.9

Big-endian

- ▶ Zapište do paměti na adresu a_n 32-bitové číslo 0x235F2D3C podle principu big-endian. Do nepoužitých adres pište nuly.
 - při ukládání do paměti po bytech:

	a_n	a_{n+1}	a_{n+2}	a_{n+3}	
	23	5F	2D	3C	
	MSB			LSB	

- při ukládání do paměti po slovech:

	a_n	a_{n+1}	a_{n+2}	a_{n+3}	
	235F	2D3C	0000	0000	
	MSB	LSB			

BITOVÉ OPERACE 1

Bitové operace - NOT, AND, OR, XOR, posuny

Bitové operace

- ▶ Provádějí se pouze s **celočíselnými** hodnotami, které se rozloží do jednotlivých bitů.
- ▶ Bitová operace (anglicky bitwise operation) je operace, která aplikuje určitou logickou operaci na celé vektory bitů.

Bitové operátory

- ▶ **Unární:** NOT - bitová negace (bitový doplněk)
 - provádí negaci každého bitu v bitovém řetězci jediného operandu.
- ▶ **Binární:** AND - bitový součin, OR - bitový součet, XOR - bitová nonekvivalence
 - provádí **binární** operaci s každým párem odpovídajících si bitů. Výsledek je umístěn do pozice stejného binárního rádu výsledku.
- ▶ **Posuny**

Logické a bitové operátory v jazyku C

Logické operátory

!	NOT negace
&&	AND logický součin
	OR logický součet

K bitovým operátorům existují jejich verze kombinující v sobě přiřazení:

$\&=$ $|=$ $^=$ $<<=$ $>>=$

Bitové operátory

~	bitový NOT jednotkový doplněk
&	bitový AND logický součin bit po bitu
	bitový OR logický součet bit po bitu
^	bitový XOR nonekvivalence
<<	bitový posun vlevo
>>	bitový posun vpravo

Bitová negace

- ▶ Provádí negaci každého bitu v bitovém řetězci. Po provedení operace je hodnota každého bitu opačná.
- ▶ Využití:
 - jednotkový doplněk,
 - dvojkový doplněk NOT (A) + 1.
- ▶ Protože jsou negovány všechny bity čísla, včetně počátečních nul, znamená to, že pro operandy se stejnou hodnotou, ale různým typem (char, short, int, long int), bude výsledná hodnota různá.
- ▶ V jazyku C je pro bitový NOT používán znak \sim (logický NOT používá znak !).

Př. 4.10. Bitová negace

- ▶ Je zadané dekadické číslo $A = 22$. Určete bitovou negaci čísla A na osmi a na šestnácti bitech (binárně, hexadecimálně a dekadicky).

TABULE

Bitový součet

- ▶ Provádí s každým párem bitů operaci OR
 - hodnota bitu na dané pozici ve výsledku je 1, pokud alespoň jeden bit na téže pozici má hodnotu 1, nebo je výsledek 0, pokud oba dva bity mají hodnotu 0.
- ▶ Využití:
 - Nastavení bitů, nastavování příznaků (bity prvního operandu jsou nastaveny na těch pozicích, kde je v druhém operandu, masce, hodnota 1).
 - Přičítání vah
- ▶ V jazyku C je pro bitový součet OR používán znak | (logický součet OR používá ||).

Př. 4.11. Bitový součet

- ▶ Jsou zadaná dvě čísla $A = 6$ a $B = 4$. Určete výsledek bitového součtu na čtyřech a na osmi bitech (binárně, hexadecimálně a dekadicky).

TABULE

Př. 4.12 Nastavení bitů v registru

- ▶ Je dán registr podle obrázku:

7(15)						0	
1	0	1	0	1	0	1	0
MSB							LSB

TABULE

- ▶ V registru jsou nastaveny bity na pozicích odpovídajících lichým číslům. Registr lze číst a zapisovat jako integer číslo. Stanovte hodnotu masky pro nastavení nejméně významného bitu pro osmibitový a šestnáctibitový registr a stanovte hodnotu registru po nastavení bitu.

Bitový součin

- ▶ Provádí s každým párem bitů operaci AND.
 - hodnota bitu na dané pozici ve výsledku je 1, pokud jsou hodnoty bitů na téže pozici v obou operandech 1, jinak je hodnota bitu na dané pozici ve výsledku 0.
- ▶ Využití:
 - nulování bitů (bity prvního operandu jsou nulovány na těch pozicích, kde je v druhém operandu, masce, hodnota 0),
 - testování bitů.
- ▶ V jazyku C je pro bitový součin AND používán znak ampersand & (logický součin AND používá &&).

Př. 4.13 Bitový součin

- ▶ Jsou zadaná dvě čísla $A = 12$ a $B = 6$. Určete výsledek operace bitového součinu na čtyřech a na osmi bitech (binárně, hexadecimálně a dekadicky).

TABULE

Př. 4.14 Nulování bitů v registru

- ▶ Je dán registr podle obrázku:

0							7(15)
1	1	1	1	1	1	1	1
MSB							LSB

TABULE

- ▶ V registru jsou nastaveny všechny bity. Registr lze číst a zapisovat jako integer číslo.
Stanovte hodnotu masky pro nulování tří bitů na nejnižší pozici pro osmibitový a šestnáctibitový registr a stanovte hodnotu registru po nulování.

XOR – bitová neekvivalence

- ▶ Provádí s každým párem bitů operaci XOR
 - hodnota bitu na dané pozici je ve výsledku 1, pokud jsou hodnoty na téže pozici různé, jinak je výsledek 0.
- ▶ Využití:
 - Invertování bitů (bity prvního operandu jsou invertovány na těch pozicích, kde je v druhém operandu, masce, hodnota 1).
 - Jednotkový doplněk (druhý operand má ve všech bitech jedničky; operace je ekvivalentní k operaci bitové negace).
- ▶ V jazyku C je pro bitovou neekvivalenci používán znak „stříška“ ^ .

Př. 4.15 Invertování bitů v registru

- ▶ Je dán registr podle obrázku:

7(15)						0	
1	1	1	1	1	1	1	1
MSB							LSB

TABULE

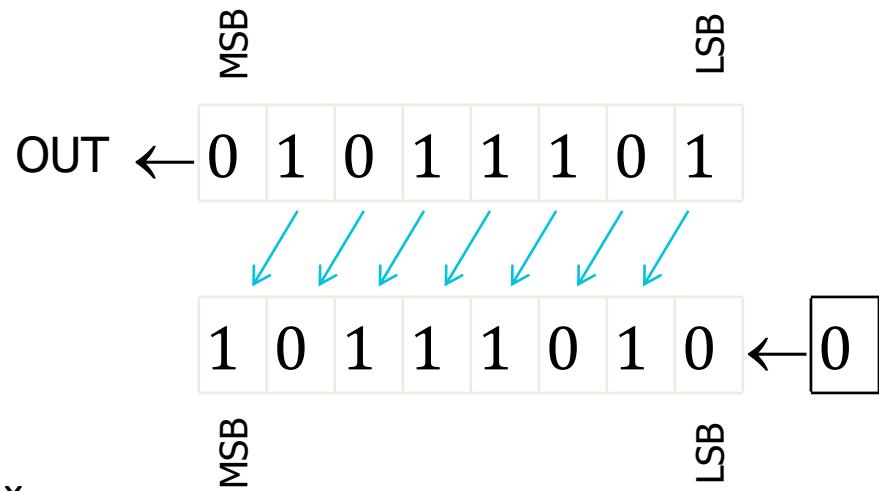
- ▶ V registru jsou nastaveny všechny bity. Registr lze číst a zapisovat jako integer číslo.
Stanovte hodnotu masky pro invertování bitů na pozici 0 a 2 pro osmibitový a šestnáctibitový registr a stanovte hodnotu registru po invertování.

Bitové posuny

- ▶ Při bitovém posunu vlevo (vpravo) se jednotlivé bity posouvají vlevo (vpravo), tedy do pozice s binárně vyšším (nižším) rádem.
- ▶ Uvedené pravidlo neplatí pro posun vpravo hodnoty celočíselného typu se znaménkem. V takovém případě se nejvyšší znaménkový bit zachovává.

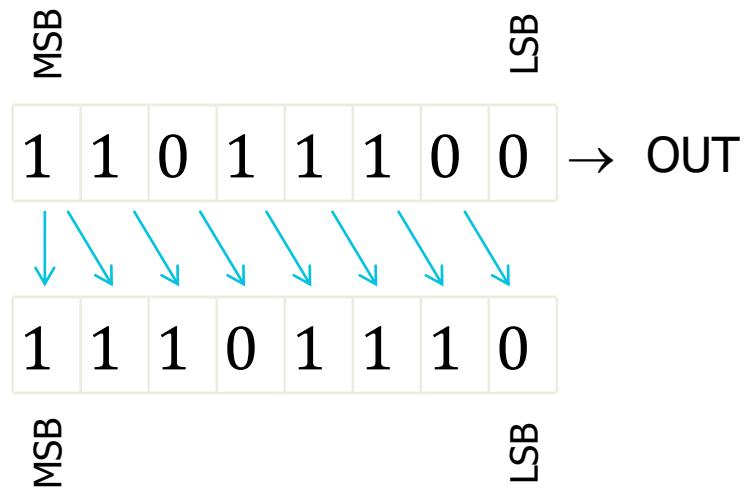
Bitový posun doleva

- ▶ Při posunu se bity nejvíce nalevo ztrácejí a zprava jsou uvolněná místa doplněna nulami.
- ▶ Bitový posun čísla doleva o jeden bit je stejný, jako bychom číslo vynásobili dvěma.
- ▶ Bitový posun čísla doleva o n bitů je stejný, jako bychom číslo vynásobili 2^n .
- ▶ Jazyk C: $x << n$ (posun doleva všech bitů levého operandu x o počet míst n , který udává hodnota pravého operandu).



Bitový posun doprava

- ▶ Bity nejvíce napravo se ztrácejí a zleva jsou doplňovány nulou u neznaménkových typů, nebo znaménkovým bitem u typů znaménkových.
- ▶ Bitový posun čísla doprava o jeden bit je stejný, jako bychom číslo dělili dvěma.
- ▶ Bitový posun čísla doprava o n bitů je stejný jako bychom číslo dělili 2^n .
- ▶ Jazyk C: $x >> n$ (posun doprava všech bitů levého operandu x o počet míst n , který udává hodnota pravého operandu).



Bitové rotace

- ▶ Rotace jsou takové posuvy, u kterých se vysunuté bity opět do místa postupně opět vsunou z druhé strany, tj. bity jsou v paměťovém místě rotovány.

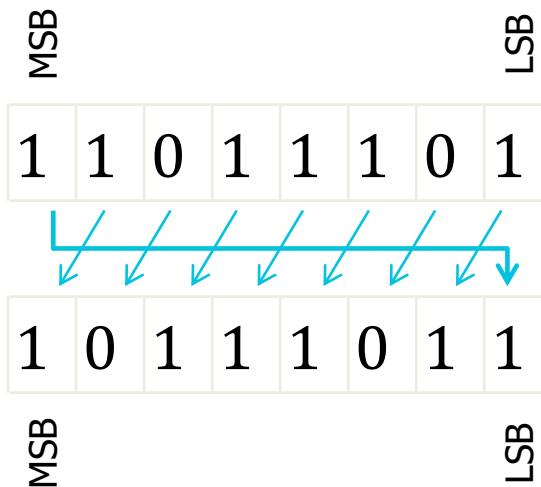
(Při instrukcích posuvů jsou bity, které jsou z místa vysunuty ven, ztraceny.)

- ▶ V jazyku C neexistuje operátor rotace.

Bitová rotace (NO carry)

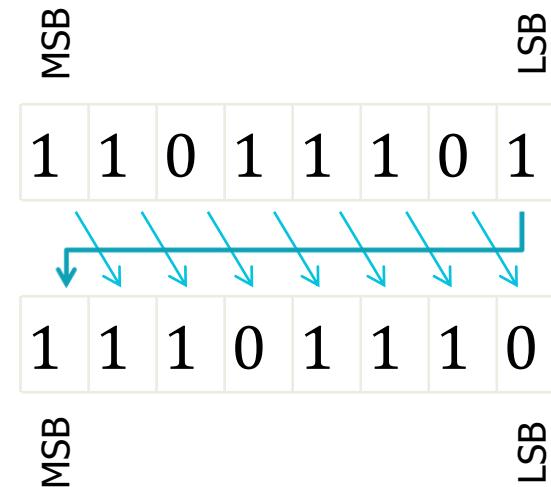
Doleva

- ▶ Bity se přesunou o jednu pozici výše, do nejnižšího bitu se uloží vysunutý bit.



Doprava

- ▶ Bity se přesunou o jednu pozici níže, do nejvyššího bitu se uloží vysunutý bit.



Použité zdroje

- ▶ ZDRÁLEK, Jaroslav, CHMELÍKOVÁ, Zdeňka. 2017. Číslicové systémy 1.
- ▶ DIVIŠ, Zdeněk, CHMELÍKOVÁ, Zdeňka a ZDRÁLEK, Jaroslav. 2008. Logické obvody. Ostrava : VŠB - Technická univerzita Ostrava, 2008. str. 152. Skripta. ISBN 978-80-248-1724-8.
- ▶ Přispěvatelé Wikipedie, Bit [online], Wikipedie: Otevřená encyklopédie, c2022, Datum poslední revize 15. 09. 2022, 10:10 UTC, [citováno 9. 10. 2022]
<https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Bit&oldid=21680017>
- ▶ Wikipedia contributors. (2018, February 26). Endianness. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 07:48, March 7, 2018, from
<https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Endianness&oldid=827746821>

Použité zdroje

- ▶ Přispěvatelé Wikipedie, *Přenosová rychlosť* [online], Wikipedie: Otevřená encyklopédia, c2022, Datum poslední revize 23. 06. 2022, 19:24 UTC, [citováno 9. 10. 2022]
https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=P%C5%99enosov%C3%A1_rychlosť&oldid=21411228
- ▶ Přispěvatelé Wikipedie, *Bitová operácia* [online], Wikipedie: Otevřená encyklopédia, c2021, Datum poslední revize 5. 08. 2021, 11:09 UTC, [citováno 9. 10. 2022]
[<https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Bitov%C3%A1_operace&oldid=20292702>](https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Bitov%C3%A1_operace&oldid=20292702)

Děkuji za pozornost

Ing. Iva Petříková, Ph.D.

+420 597 325 840

Iva.petrikova@vsb.cz

www.vsb.cz

<https://comtech.vsb.cz/>