

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Лабораторная работа по общему курсу физики
Термодинамика и молекулярная физика

**1.3.3. Измерение вязкости воздуха по
течению в тонких трубках**

Глаз Роман Сергеевич
Группа Б01-007

Долгопрудный
2021

Содержание

1	Теоретические сведения	1
1.1	Теория	1
1.2	Экспериментальная установка	3
2	Ход работы	4
2.1	Предварительные оценки	4
2.2	Предварительные расчёты	4
2.3	Исследование зависимости $P(Q)$	5
2.4	Исследование зависимости $P(x)$	10
2.5	Исследование зависимости $Q(d)$	11
3	Характеристики молекул воздуха	13
4	Заключение	13
5	Список используемой литературы	14

Цель работы: экспериментально исследовать свойства течения газов по тонким трубкам при различных числах Рейнольдса; выявить область применимости закона Пуазейля и с его помощью определить коэффициент вязкости воздуха.

Используемое оборудование: система подачи воздуха (компрессор, подающие трубки); газовый счетчик барабанного типа; спиртовой микроманометр с регулируемым наклоном; набор трубок различного диаметра с выходами для подсоединения микроманометра; секундомер.

1. Теоретические сведения

1.1. Теория

Рассмотрим движение вязкой жидкости или газа по трубке круглого сечения. При малых скоростях потока движение оказывается ламинарным (слоистым), скорости частиц меняются по радиусу и направлены вдоль оси трубки. С увеличением скорости потока движение становится турбулентным, и слои перемешиваются. При турбулентном движении скорость в каждой точке быстро меняет величину и направление, сохраняется только средняя величина скорости.

Характер движения газа (или жидкости) в трубке определяется безразмерным числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{vr\rho}{\eta} \quad (1)$$

где v - скорость потока, r - радиус трубки, ρ - плотность движущейся среды, η - вязкость. В гладких трубах круглого сечения переход от ламинарного движения к турбулентному происходит при $Re \approx 1000$.

При ламинарном течении объем газа V , протекающий за время t по трубе длиной l , определяется формулой Пуазейля:

$$Q_V = \frac{\pi r^4}{8l\eta}(P_1 - P_2) \quad (2)$$

В этой формуле $P_1 - P_2$ - разность давлений в двух выбранных сечениях 1 и 2, расстояние между которыми равно l . Величину Q обычно называют расходом. Формула (2) позволяет определять вязкость газа по его расходу.

Отметим условия, при которых справедлива формула (2). Прежде всего необходимо, чтобы с достаточным запасом выполнялось неравенство $Re < 1000$. Необходимо также, чтобы при течении не происходило

существенного изменения удельного объема газа (при выводе формулы удельный объем считался постоянным). Для жидкости это предположение выполняется практически всегда, а для газа – лишь в тех случаях, когда перепад давлений вдоль трубки мал по сравнению с самим давлением. В нашем случае давление газа равно атмосферному (10^3 см вод. ст.), а перепад давлений составляет не более 10 см вод. ст., то есть менее 1% от атмосферного. Формула (2) выводится для участков трубки, на которых закон распределения скоростей газа по сечению не меняется при движении вдоль потока.



Рис. 1. Формирование потока газа в трубе круглого сечения

При втекании газа в трубку из большого резервуара скорости слоев вначале постоянны по всему сечению (рис. 1). По мере продвижения газа по трубке картина распределения скоростей меняется, так как сила трения о стенку тормозит прилежащие к ней слои. Характерное для ламинарного течения параболическое распределение скоростей устанавливается на некотором расстоянии l от входа в трубку, которое зависит от радиуса трубки r и числа Рейнольдса по формуле

$$l \approx 0,2r \cdot Re \quad (3)$$

Градиент давления на участке формирования потока оказывается большим, чем на участке с установившимся ламинарным течением, что позволяет разделить эти участки экспериментально. Формула (3) дает возможность оценить длину участка формирования.

1.2. Экспериментальная установка

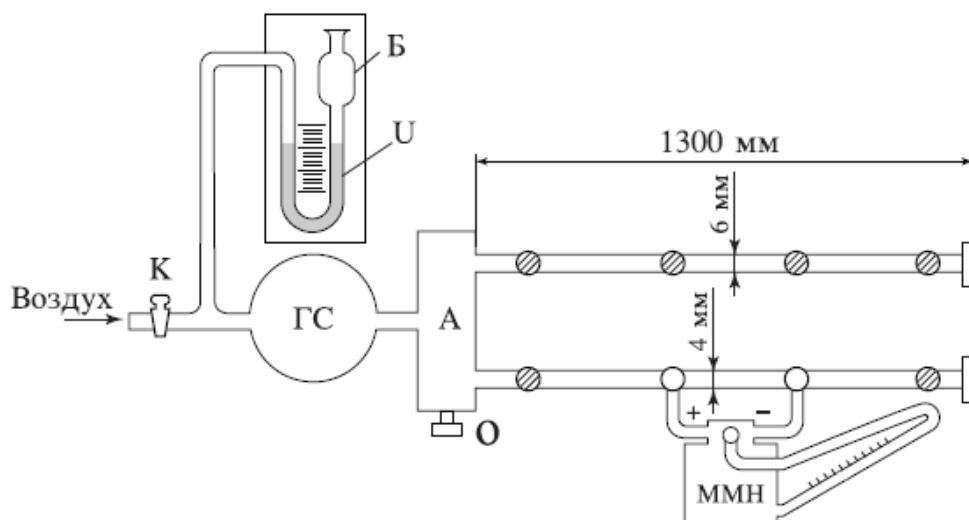


Рис. 2. Схема установки для определения вязкости воздуха

Измерения производятся на экспериментальной установке, схема которой изображена на рис. 2. Поток воздуха под давлением, несколько превышающим атмосферное (на 5 – 7 см вод. ст.), через газосчетчик ГС поступает в резервуар А, к которому припаяны тонкие металлические трубки. Примерные размеры трубок указаны на рисунке (точные размеры обозначены на установке). Обе трубки на концах снабжены заглушками, не пропускающими воздух. Во время измерений заглушка открывается только на рабочей трубке; конец другой трубки должен быть плотно закрыт. Перед входом в газосчётчик поставлена U-образная трубка, наполовину заполненная водой. Она выполняет две задачи. Первая – измерение давления газа на входе в газосчётчик. Вторая – предохранение газосчётчика от выхода из строя. Дело в том, что газосчётчик устойчиво работает, если давление газа на его входе не превышает 600 мм водяного столба. Высота U-образной трубки примерно 600 мм, поэтому, когда давление на входе в счётчик превышает 600 мм водяного столба, вода из U-образной трубки выплёскивается в защитный баллон Б и, создавая шум, привлекает к себе внимание экспериментатора.

2. Ход работы

2.1. Предварительные оценки

Найдём расход газа, при котором число Рейнольдса становится критическим. Для предварительной оценки примем значение вязкости равным $\eta = 2 \cdot 10^{-5}$ Па · с.

$$Q_{cr} = u_{cr} \frac{\pi d^2}{4} = \frac{Re \cdot \eta \pi d^2}{\rho d} \frac{1}{4} = Re \cdot \eta_{cr} \frac{\pi d}{4\rho} = 0,065 \text{ л/с} \quad (4)$$

Здесь была взята величина плотности воздуха при нормальных условиях $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$.

Теперь из найденного расхода и формулы Пуазёйля найдём критическое давление:

$$P_{cr} = \frac{8\eta l}{\pi r^4} Q_{cr} \simeq 40 \text{ Па} \quad (5)$$

В качестве значения длины было взято значение $l = 0,5 \text{ м}$.

Теперь оценим характерную длину установления ламинарного течения: по формуле (3) оцениваем расстояние, на котором происходит формирование потока при ламинарном течении. Расчет проведем для $Re = 1000$: $l \approx 0,39 \text{ м}$.

Проверим полученные оценки на корректность: меняя расход воздуха краном К и наблюдая за столбиком спирта в микроманометре, визуально определим границу перехода от ламинарного течения к турбулентному. Проведя измерения для диаметра $d = 5 \text{ мм}$ имеем следующее значение, при котором наблюдаются пульсации давления (хоть и совсем небольшие): $P_{cr} = 50 \text{ мм пр. ст.} = 78 \text{ Па}$ – значение близко к рассчитанному теоретически.

2.2. Предварительные расчёты

Для начала определим, какими должны быть значения ΔV и Δt , чтобы рассчитанное значение расхода газа имело погрешность не более 1%.

$$Q = \frac{\delta V}{\delta t} \Rightarrow \frac{\Delta Q}{Q} = \left(\frac{\Delta V}{\delta V} + \frac{\Delta t}{\delta t} \right) \leq 0,01 \quad (6)$$

$dV, \text{ л}$	3	3	3	3	3	3	3	3
$dt, \text{ с}$	51,64	51,82	51,51	51,61	51,63	51,71	51,66	51,92

Согласно описанию установки, класс точности установки равен 1,0, значит погрешность определения объема равна $\Delta V = 0,05$ л.

Измерим случайную погрешность определения времени человеком с помощью секундомера. Для этого составим таблицу измеренных данных, измеряя время прохождения 3 л воздуха:

Имеем корень из дисперсии $\Delta t = 0,120$ с.

Из полученных значений следует, что объёму 6 – 7 л и времени 30 с соответствует значение относительной погрешности менее 0,01. Значит измеряемые данные должны иметь характерные величины.

2.3. Исследование зависимости $P(Q)$

Подготавливаем установку к работе: устанавливаем приборы по уровням, проверяем наличие воды в газовом счетчике по водомерному устройству, устанавливаем на ноль мениск микроманометра. Полный объем измерения проводим на одной из трубок (на трубке $d = 4$ мм).

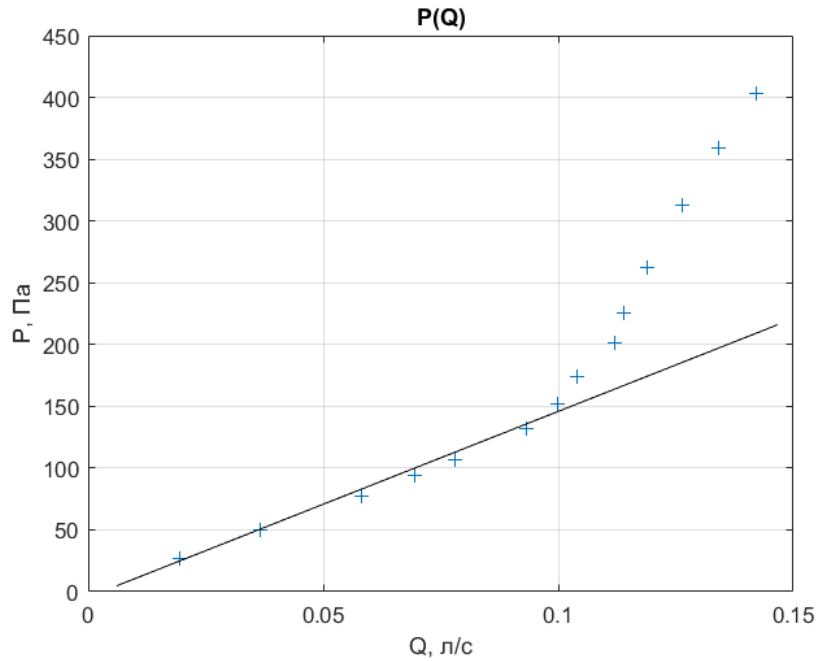
Подсоединяем микроманометр к двум соседним выводам выбранной трубки на участке со сформировавшимся потоком. Отвинчиваем пробку на конце этой трубки; все остальные выводы на трубках плотно завинчены пробками, снабженными резиновыми прокладками.

Медленно открывая кран К (рис. 2) и впуская воздух в установку, внимательно следим за показаниями микроманометра.

Измеряем вязкость воздуха. По полученным данным строим график $\Delta P = f(Q)$. Из формулы (2) видно, что при ламинарном потоке зависимость ΔP от Q должна быть линейной. При возникновении турбулентности линейность графика нарушается: разность давлений растет быстрее, чем расход газа.

Q , л/с	0,0196	0,0365	0,0581	0,0694	0,0781	0,0932
P , мм сп ст	17	32	49	60	68	84
P , Па	26,683	50,227	76,910	94,176	106,732	131,846
Q , л/с	0,0998	0,104	0,112	0,114	0,119	0,1265
P , мм сп ст	97	111	128	144	167	199
P , Па	152,251	174,226	200,909	226,022	262,123	312,350
Q , л/с	0,1341	0,1420				
P , мм сп ст	229	257				
P , Па	359,438	403,387				

С помощью метода наименьших квадратов найдём угловой коэффициент для начальной части графика, где наблюдается линейная зависимость (первые 7 точек):

Рис. 1: $P(Q)$ для трубки 4 мм диаметром

$$\frac{8\eta l}{\pi r^4} = 1406 \text{ Па} \cdot \text{с/л}, \quad \Delta \left(\frac{8\eta l}{\pi r^4} \right) = 19 \text{ Па} \cdot \text{с/л} \quad (7)$$

$$\eta = 1,759 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \frac{\Delta \eta}{\eta} = \frac{\Delta \frac{8\eta l}{\pi r^4}}{\frac{8\eta l}{\pi r^4}} + \frac{\Delta l}{l} + 4 \frac{\Delta r}{r} = 0,028 \quad (8)$$

Табличное значение вязкости воздуха при температуре во время проведения эксперимента $t = 21^\circ \text{C}$ равно $\eta = 1,78 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$. То есть мы получили значение, совпадающее в пределах погрешности с теоретическим.

Границу перехода от ламинарного участка к турбулентному равна $P_{cr} = 200 \text{ Па}$, что по порядку величины совпадает с ранее оценённым давлением (но там диаметр не 4, а 5 мм).

Вычислим значение числа Рейнольдса Re для переходной области между ламинарным и турбулентным течениями:

$$Re = \frac{4\rho Q_{cr}}{\pi d \eta} \simeq 2400 \quad (9)$$

Получилась хорошая оценка числа Рейнольдса, совпадающая по порядку величины с ожидаемым значением-оценкой.

Q , л/с	0,0101	0,0250	0,0342	0,0460	0,0559	0,0648
P , мм сл ст	15	34	51	71	97	118
P , Па	23,544	53,366	80,049	111,441	152,251	185,212
Q , л/с	0,0753	0,0813	0,0939	0,1001	0,1066	
P , мм сл ст	146	170	208	241	268	
P , Па	229,161	266,832	326,477	378,274	420,653	

Прделаем те же самые действия для трубы двух других значений диаметра.

Для самой тонкой трубки $d = 3$ мм имеем следующие данные:

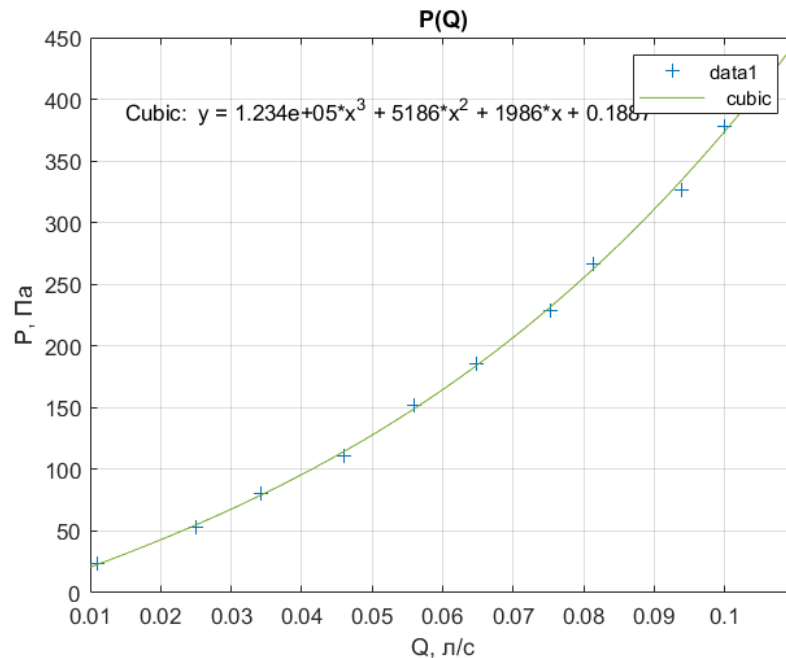


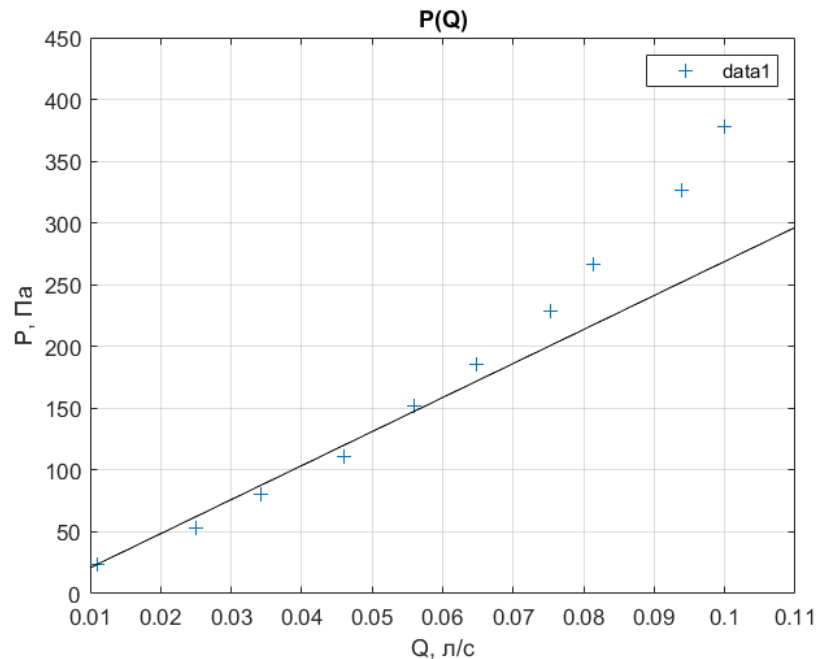
Рис. 2: $P(Q)$ для трубки 3 мм диаметром

В данном случае участок перехода с ламинарного течения на турбулентное уже не так заметен. Построим прямую через начальные точки:

Видно, что следует учитывать первые 6 точек для ламинарного течения. Найдём из МНК значение вязкости:

$$\frac{8\eta l}{\pi r^4} = 3387 \text{ Па} \cdot \text{с/л}, \quad \Delta \left(\frac{8\eta l}{\pi r^4} \right) = 58 \text{ Па} \cdot \text{с/л} \quad (10)$$

$$\eta = 1,744 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \frac{\Delta \eta}{\eta} = \frac{\Delta \frac{8\eta l}{\pi r^4}}{\frac{8\eta l}{\pi r^4}} + \frac{\Delta l}{l} + 4 \frac{\Delta r}{r} = 0,054 \quad (11)$$

Рис. 3: $P(Q)$ для трубки 3 мм диаметром

Значение получено верное в пределах погрешности, коэффициент корреляции равен 0,989, что хорошо согласуется с количеством выбранных точек.

Границу перехода от ламинарного участка к турбулентному равна $P_{cr} = 200$ Па, что по порядку величины совпадает с ранее оценённым давлением.

Вычислим значение числа Рейнольдса Re для переходной области между ламинарным и турбулентным течениями:

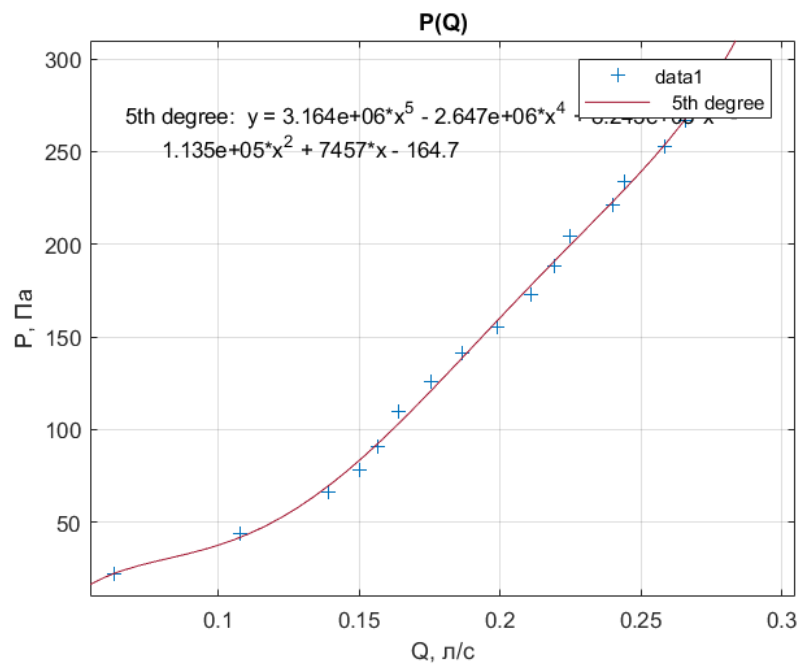
$$Re = \frac{4\rho Q_{cr}}{\pi d \eta} \simeq 2030 \quad (12)$$

Для диаметра 5 мм имеем:

К сожалению, переходной момент смены ламинарного течения на турбулентное течение произошёл слишком быстро и в наличии только 3 точки, описывающие зависимость $P(Q)$. Так как уже ранее были найдены два значения для вязкости, не имеет смысла искать его для данной трубки с очень большой погрешностью. Поэтому просто проведём требуемые оценки (для первых пяти точек корреляция 0,912, что уже выглядит печальным).

Границу перехода от ламинарного участка к турбулентному равна

Q , л/с	0,0629	0,1078	0,139	0,1567	0,1755	0,199
P , мм сш ст	14	28	42	58	80	99
P , Па	21,9744	43,9488	65,9232	91,0368	125,568	155,3904
Q , л/с	0,2193	0,2401	0,2582	0,2656	0,2439	0,2249
P , мм сш ст	120	141	161	170	149	130
P , Па	188,352	221,3136	252,7056	266,832	233,8704	204,048
Q , л/с	0,2111	0,1867	0,1638	0,15		
P , мм сш ст	110	90	70	50		
P , Па	172,656	141,264	109,872	78,48		

Рис. 4: $P(Q)$ для трубки 5 мм диаметром

$P_{cr} = 70$ Па, что по порядку величины совпадает с ранее оценённым давлением.

Вычислим значение числа Рейнольдса Re для переходной области между ламинарным и турбулентным течениями:

$$Re = \frac{4\rho Q_{cr}}{\pi d \eta} \simeq 1980 \quad (13)$$

2.4. Исследование зависимости $P(x)$

Для трёх различных трубок проверим выполнимость линейности давления от расстояния при ламинарном течении.

Снимая значения давлений на разных участках трубки при фиксированной длине, имеем следующее графики:

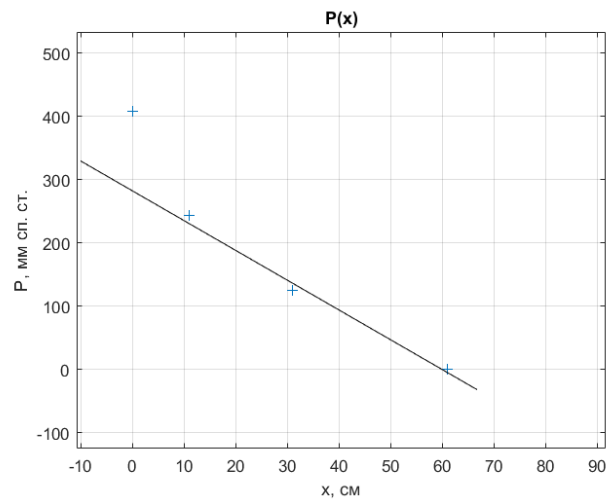


Рис. 5: $P(x)$ для трубки 3 мм диаметром

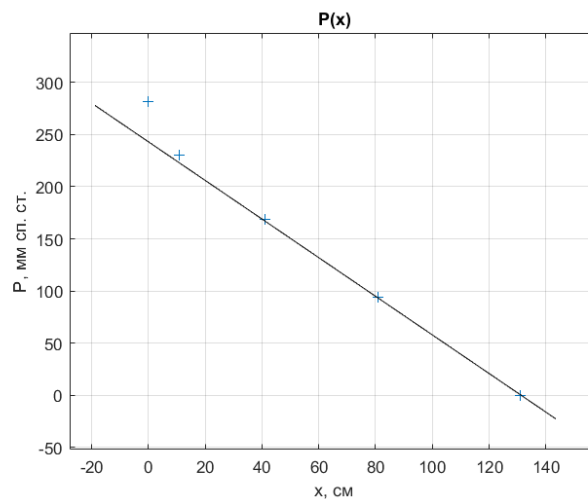
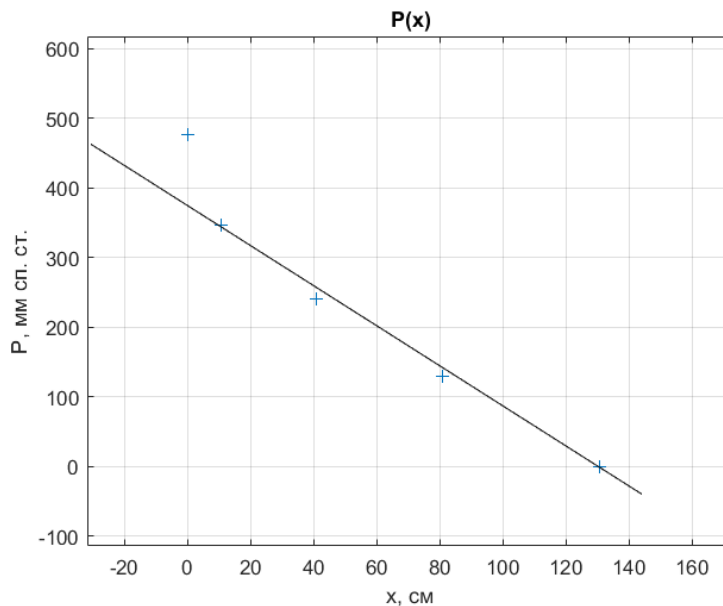


Рис. 6: $P(Q)$ для трубки 4 мм диаметром

Рис. 7: $P(Q)$ для трубки 5 мм диаметром

Видно, что установление давления в начале трубы происходит быстро и графики преобретают линейный характер уже после $l_{cr} = 10$ см.

2.5. Исследование зависимости $Q(d)$

Подберём градиент давления такой, чтобы д=на всех трубках было заведомо ламинарное течение. Для трубок 4 и 5 мм выберем длину $l = 50$ см, для самой тонкой трубки $l = 30$ см.

Снимаем данные и строим график зависимости $\ln(Q)(\ln(d))$:

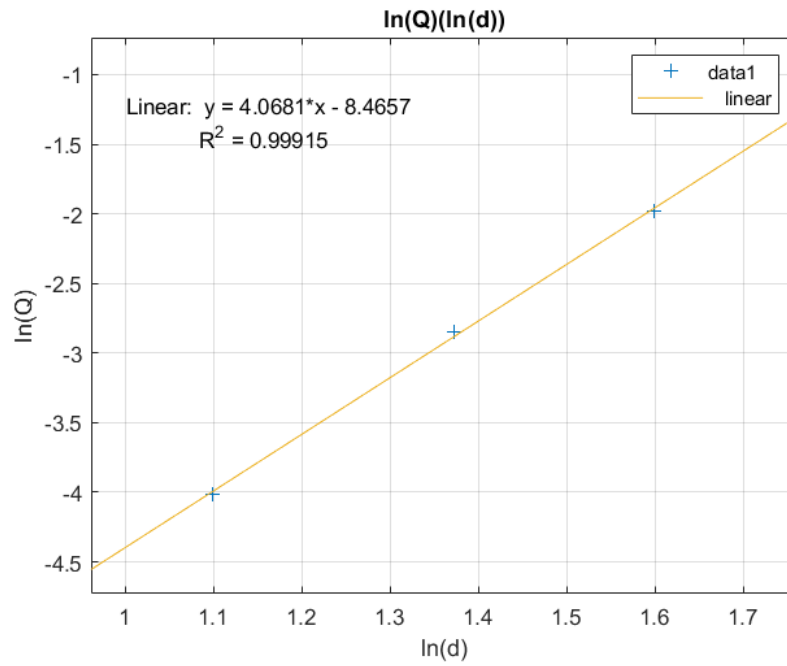
$$Q(r) = C \cdot d^n \Rightarrow \ln(Q) = n\ln(d) + C' \quad (14)$$

Для ламинарного течения $\frac{\Delta P}{l} = 1,57$ Па/м.

Q , л/с	0,0181	0,0581	0,1383
d , мм	3	4	5
$\ln(Q)$	-4,012	-2,846	-1,978
$\ln(d)$	1,0986	1,3731	1,5994

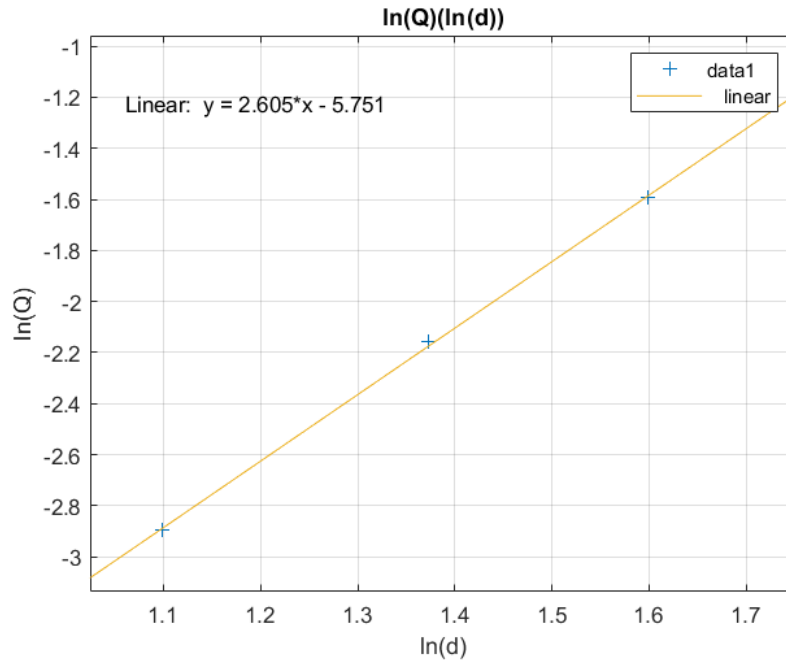
Имеем $n = 4,0681$, $\Delta n = 0,0731$ – формула Пуазёйля верна.

Теперь сделаем те же самые действия для турбулентного течения. Теперь возьмём $\frac{\Delta P}{l} = 4,71$ Па/м.

Рис. 8: $\ln(Q)(\ln(d))$

Q , л/с	0,0552	0,1155	0,2031
d , мм	3	4	5
$\ln(Q)$	-2,897	-2,158	-1,594
$\ln(d)$	1,0986	1,3731	1,5994

Имеем $n = 2,605$, $\Delta n = 0,0795$ – результат практически совпадает с рассчитанным теоретически.

Рис. 9: $\ln(Q)(\ln(d))$

3. Характеристики молекул воздуха

Ради интереса найдём длину свободного пробега из рассчитанного значения вязкости:

$$\eta = \frac{1}{3}nmv\lambda = \frac{\mu}{3N_A} \frac{P}{kT} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \lambda = \frac{P}{3} \sqrt{\frac{8\mu}{\pi RT}} \lambda \Rightarrow \quad (15)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{3\eta}{P} \sqrt{\frac{\pi RT}{8\mu}} = 99 \text{ нм} \quad (16)$$

$$\lambda = \frac{4}{\sqrt{2}n\pi d^2} = \frac{4kT}{\sqrt{2}P\pi d^2} \Rightarrow d \simeq 6,13 \cdot 10^{-10} \text{ м} \quad (17)$$

4. Заключение

1. При выполнении данной работы были исследованы различные режимы течения газа по трубкам. На практике получена экспериментальная зависимость разницы давления в различных точках трубки в зависимости от расхода воздуха, идущего через трубку.

2. Исследовались условия перехода течения из одного режима (ламинарного) в другой (турбулентный).
3. Полученные зависимости разницы давлений от расхода воздуха согласуются с существующей теорией, описывающей движение газов и жидкостей в различных режимах.
4. Определены значения вязкости воздуха для трубок различной длины. Полученные значения совпадают с табличными в пределах погрешностей.
5. Основной вклад в погрешность итогового значения вязкости внесла погрешность измерения времени, а так же погрешности измерения давлений. Погрешности, связанные с установкой (погрешность линейных размеров установки, диаметра трубок) внесли меньший вклад в итоговое значение погрешности.
6. Частично подтверждена теоретическая линейная зависимость падения давления с изменением расстояния от края трубки.
7. Подтверждена формула Пуазейля для расхода газа при прохождении через трубку.

5. Список используемой литературы

- Глазун А. Д. Лабораторный практикум по общей физике. Термодинамика и молекулярная физика
- [Описание лабораторных работ на кафедре общей физики МФТИ](#)