



UNIVERSIDAD DE GRANADA

SIMULACIÓN DE SISTEMAS
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA

PRÁCTICA 4

MODELOS DE SIMULACIÓN DINÁMICOS CONTÍNUOS

Autor

Vladislav Nikolov Vasilev

Rama

Computación y Sistemas Inteligentes



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍAS INFORMÁTICA Y DE
TELECOMUNICACIÓN

CURSO 2019-2020

Índice

1. Introducción	2
2. Experimentación con las condiciones iniciales	3
3. Experimentación con los parámetros	6
4. Comparativa de los métodos de integración	6

1. Introducción

El objetivo de esta práctica es el estudio de un modelo dinámico discreto basado en las ecuaciones de Lotka-Volterra. Estas ecuaciones permiten estudiar ecosistemas con dos especies relacionadas entre sí: las **presas** y los **depredadores**. Estas ecuaciones se pueden ver a continuación:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a_{11}x - a_{12}xy \\ \frac{dy}{dt} &= a_{21}xy - a_{22}y\end{aligned}\tag{1}$$

donde x representa la población de presas e y representa la población de depredadores. El resto de parámetros, en este caso, representan lo siguiente:

- a_{11} representa la tasa de crecimiento de las presas.
- a_{12} representa una la efectividad de los depredadores a la hora de capturar las presas.
- a_{21} representa el valor nutricional de las presas (a mayor valor, menos presas será necesario que cace un depredador para sobrevivir).
- a_{22} representa la tasa de crecimiento de los depredadores. En este caso, un valor más grande indica que la población decrece más, mientras que un valor más bajo indica que decrece en menor medida, y por tanto, los miembros de la población son más longevos.

Una vez explicado el sistema a estudiar y una vez que se ha implementado siguiendo las instrucciones proporcionadas, vamos a experimentar con los parámetros del sistema para ver cómo evolucionan las dos especies en función de estos. También haremos una comparativa entre los dos métodos de integración que se proponen: el método de Euler y el de Runge-Kutta.

Para todas las experimentaciones vamos a simular desde `tinic = 0` hasta `tfin = 200`, ya que para valores más altos de `tfin` no se pueden apreciar bien los resultados en las gráficas. El intervalo de cálculo será en un principio de 0.1, pero a la hora de comparar los distintos métodos de integración será variable. Los demás valores se van a ir variando con el objetivo de estudiar el funcionamiento del sistema.

2. Experimentación con las condiciones iniciales

Lo primero que vamos a hacer es experimentar con las condiciones iniciales, con el objetivo de ver cómo cambia el comportamiento del sistema en función de estos.

Lo primero que vamos a hacer es establecer los valores de los parámetros a_{ij} , ya que estos se mantendrán fijos a lo largo de la experimentación. En este caso, los valores son los siguientes:

$$a_{11} = 5, a_{12} = 0.05, a_{21} = 0.0004, a_{22} = 0.2$$

En un primer instante, se pide que los valores iniciales de las dos poblaciones sean $x = \frac{a_{22}}{a_{21}}$ e $y = \frac{a_{11}}{a_{12}}$. Si los calculamos, obtenemos que $x = 500$ e $y = 100$. Si ahora ejecutamos el simulador con los parámetros correspondientes, obtenemos los siguientes resultados:

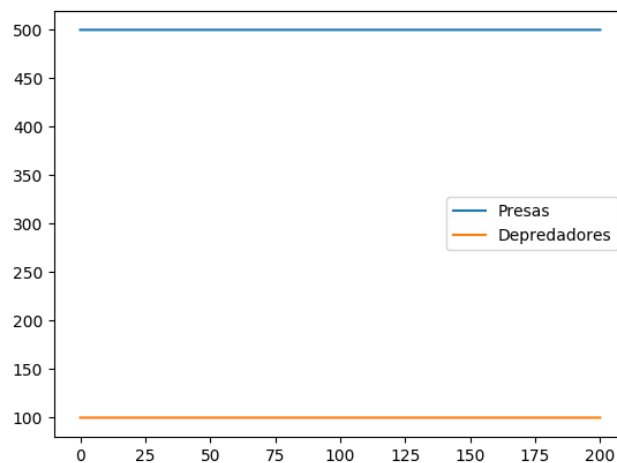
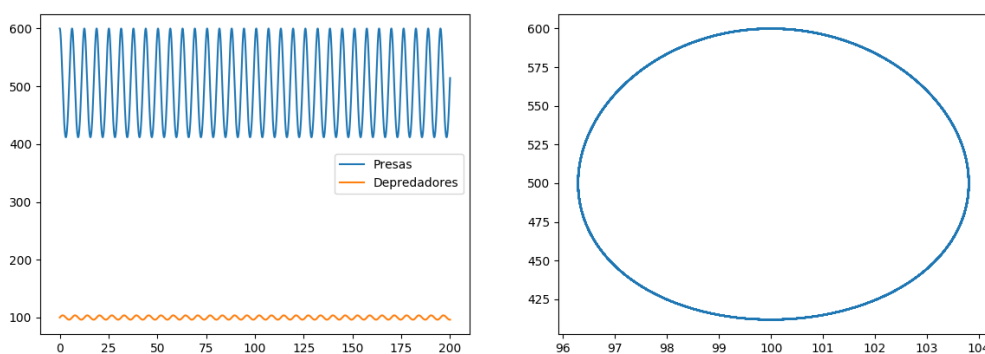


Figura 1: Simulación del sistema con 500 presas (x) y 100 depredadores (y).

Vemos que en este caso el sistema permanece en equilibrio, ya el número de individuos que componen las dos poblaciones no varía a lo largo del tiempo. Esto se debe a que los valores iniciales son proporcionales a los parámetros a_{ij} , de forma que el número inicial de presas depende de la tasa de crecimiento de los depredadores y del valor nutricional de las presas, mientras que el número inicial de depredadores depende de la tasa de incremento de las presas y de la efectividad de los depredadores. De esta forma, nos podemos asegurar que el número inicial de

individuos sea el justo para que en ningún momento exista una fluctuación en el número de individuos que componen las poblaciones.

Habiendo visto la situación de equilibrio anterior, vamos a ver ahora qué es lo que pasa cuando se modifican los valores iniciales para las dos poblaciones. Vamos a probar, por ejemplo, con un sistema en el que hayan más presas, conservando el mismo número de depredadores. Por ejemplo, vamos a establecer que $x = 600$, para ver qué es lo que sucede al salir de la zona de equilibrio. Los resultados se pueden ver a continuación:

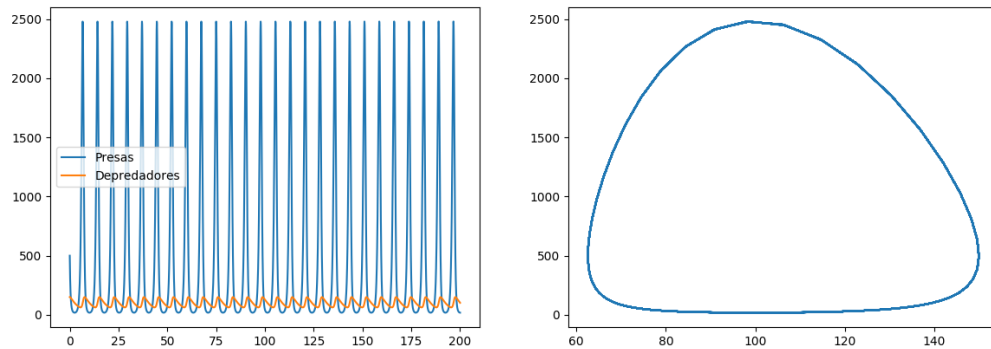


(a) Evolución de las dos poblaciones en con- (b) Número de presas en función del número
junto de depredadores.

Figura 2: Resultados para un número inicial de 600 presas.

Tal y como vemos en la figura 2a, al aumentar el número inicial de presas y hacer que su valor no dependa de los parámetros a_{ij} se empiezan a producir cambios en las dos poblaciones. Vemos que ambas poblaciones van creciendo y decreciendo de la misma forma periódicamente. Vemos también que estos crecimientos están acotados, ya que no se superan ciertos rangos de valores. Se puede observar que cuando la población de presas disminuye, se produce un aumento en la población de depredadores. Lo mismo sucede en el caso contrario: cuando decrece la de depredadores, aumenta la de presas. Estas evoluciones son completamente lógicas y razonables, ya que a menos presas, menos comida tendrán los depredadores, y por tanto un mayor número de ellos morirá. A más presas, más comida, y por tanto más va a crecer la población de depredadores. La evolución de las dos poblaciones se puede ver también en la figura 2b, donde vemos la evolución de la población de presas en función de la de depredadores. Vemos que la evolución tiene forma circular, casi como una elipse. Por tanto, observando ambas gráficas, podemos concluir que con estos valores iniciales, las dos poblaciones crecen y decrecen de forma equilibrada, sin extinguirse ninguna de ellas en ningún momento.

Ahora, si probamos a modificar el número inicial de depredadores y hacemos que tenga el valor $y = 150$, sin modificar el número de presas iniciales (es decir, dejando dicho número a 500), obtenemos los siguientes resultados:



(a) Evolución de las dos poblaciones en con- (b) Número de presas en función del número
junto de depredadores.

Figura 3: Resultados para un número inicial de 150 depredadores.

Vemos que en este caso sucede algo parecido al anterior, ya que no se extingue ninguna de las especies. No obstante, la evolución de las dos poblaciones es algo diferente. Aquí podemos ver que los aumentos y las disminuciones del número de presas es mucho más prounciado que en el caso anterior, ya que los valores máximos alcanzados son mucho más altos que en el caso anterior. Los mínimos también son muy diferentes, ya que se quedan bastante cerca de 0, es decir, al borde de la extinción. El crecimiento de la población de depredadores también ha experimentado un ligero cambio, ya que ahora se alcanzan valores máximos algo más altos. Además, la forma del crecimiento ha cambiado, ya que ha pasado de tener una forma sinusoidal a otra que recuerda más a una “ola”. Si ahora observamos la figura 3b vemos que, efectivamente, ha habido un cambio bastante importante respecto al caso anterior. La forma ha dejado de parecerse a una elipse para parecer una circunferencia bastante deformada. La parte de abajo está bastante aplanada, lo cuál implica un decrecimiento muy rápido del número de depredadores una vez que el de presas es casi 0. Después, se produce un crecimiento en el número de presas hasta llegar al máximo, y posteriormente un decrecimiento de nuevo debido a que el número de depredadores se ha visto incrementado debido a la presencia de más comida. Por tanto, a la vista de los resultados, vemos que en este sistema también hay una evolución equilibrada de las dos especies, sin que ninguna de ellas se extinga.

3. Experimentación con los parámetros

Una vez que hemos experimentado con los valores iniciales de las dos poblaciones, vamos a probar a modificar los parámetros a_{ij} para ver qué cambios se producen en el sistema. Para ello, vamos a partir del sistema con 600 presas y 100 depredadores, ya que es el que tiene una evolución más balanceada de los dos que hemos probado anteriormente.

4. Comparativa de los métodos de integración