



UNIVERSIDAD DE GRANADA

SIMULACIÓN DE SISTEMAS
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA

PRÁCTICA 3

MODELOS DE SIMULACIÓN DINÁMICOS Y DISCRETOS

Autor

Vladislav Nikolov Vasilev

Rama

Computación y Sistemas Inteligentes



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍAS INFORMÁTICA Y DE
TELECOMUNICACIÓN

CURSO 2019-2020

Índice

| | |
|--|-----------|
| 1. MI SEGUNDO MODELO DE SIMULACIÓN DISCRETO | 2 |
| 1.1. Método de incremento fijo del tiempo | 2 |
| 1.2. Método de incremento variable del tiempo | 4 |
| 1.3. Modelo dinámico discreto de m servidores con una única cola . . . | 7 |
| 1.3.1. Verificación del sistema | 7 |
| 1.3.2. Aumento del número de servidores | 9 |
| 1.3.3. Cálculo de valores medios | 10 |
| 1.3.4. Modificando los generadores de datos | 11 |
| 2. MI TERCER MODELO DE SIMULACIÓN DISCRETO | 13 |
| 2.1. Modelo base | 13 |
| 2.2. Mejoras del sistema | 14 |
| 3. ANÁLISIS DE SALIDAS Y EXPERIMENTACIÓN | 17 |

1. MI SEGUNDO MODELO DE SIMULACIÓN DISCRETO

En esta sección vamos a estudiar primero el comportamiento de un modelo de simulación de un servidor con una única cola, y después de m servidores con una única cola. Vamos a ver cómo distintos métodos de incremento del itempo pueden afectar al funcionamiento del sistema, y discutiremos cuál de ellos es mejor.

1.1. Método de incremento fijo del tiempo

El primer método de incremento del tiempo que vamos a estudiar es el incremento fijo. Como su propio nombre indica, el tiempo se va incrementando en una cantidad fija, tal como lo hace un reloj normal. Esta cantidad viene decidida por la persona que va a utilizar el sistema (pueden ser minutos, segundos, milésimas, horas, etc.).

Debido a la naturaleza de dicho incremento, la variable de tiempo debe ser tratada como una variable entera. Por tanto, aunque en el pseudocódigo proporcionado se generen las llegadas y el servicio utilizando valores reales, dichos valores obtenidos deben ser transformados a enteros, redondeándolos al entero más próximo. Además, si el valor que se obtiene al hacer las transformaciones correspondientes es 0, se debe devolver 1, ya que si no, se generaría un suceso en el tiempo actual y, al incrementar el tiempo en una unidad, ese suceso se quedaría en un tiempo anterior al nuevo actual, y por tanto, nunca se podría llevar a cabo.

Una vez dicho esto, vamos a experimentar con el sistema. Para ello, vamos a utilizar las siguientes unidades de tiempo: horas, medias horas, cuartos de hora, minutos, segundos, décimas de segundo y milésimas de segundo. En cada caso simularemos que se tienen que atender 10000 clientes, y repetiremos cada ejecución 100 veces. De ahí, podremos ver los valores obtenidos en cada simulación y los valores medios para el número medio de clientes en la cola y el porcentaje de tiempo de ocio del servidor. Además, veremos cuánto tarda cada simulación y el tiempo medio que han tardado todas las simulaciones, aunque en la tabla se reflejará solo este último valor. Vamos a pintar también en algunos de los casos gráficas para ver cómo van evolucionando los resultados que se obtienen en cada una de las 100 simulaciones, para ver si de verdad se parecen a los resultados medios. Los valores de `tlleg` y `tserv` son 9 y 6 minutos, respectivamente, aunque aparecerán reflejados según la unidad de tiempo correspondiente.

Una vez hechas todas las simulaciones, se han obtenido los siguientes resultados:

| tlleg | tserv | Num. medio clientes cola | % medio tiempo ocio servidor | Tiempo ejecución medio |
|--------------|--------------|-------------------------------------|---|-----------------------------------|
| 0.15 | 0.1 | 0.0262607 | 0.138175 | 0.000593755 |
| 0.3 | 0.2 | 0.21363 | 2.93386 | 0.000889945 |
| 0.6 | 0.4 | 0.550758 | 11.669 | 0.000932894 |
| 9 | 6 | 1.25962 | 31.5821 | 0.00104538 |
| 540 | 360 | 1.33738 | 33.3778 | 0.0119809 |
| 5400 | 3600 | 1.32336 | 33.4474 | 0.134477 |
| 54000 | 36000 | 1.344 | 33.1509 | 1.33758 |

Cuadro 1: Resultados obtenidos por el incremento de tiempo fijo.

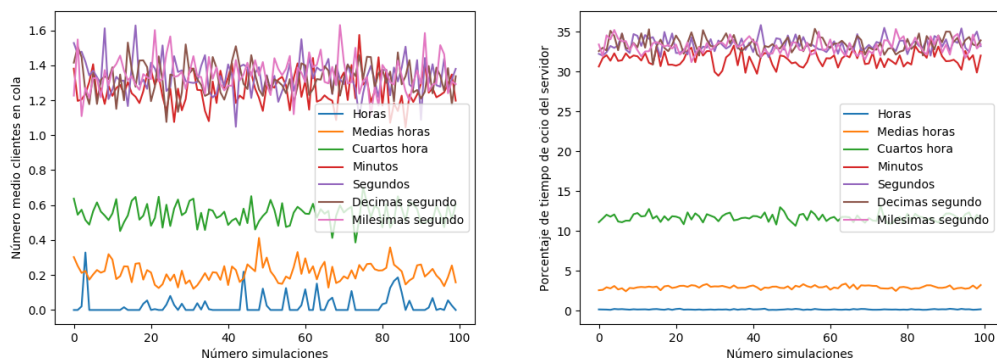
A primera vista podemos ver que a medida que **tlleg** y **tserv** usan unidades más pequeñas de tiempo (y por tanto, sus valores son más altos), los resultados obtenidos se van incrementando, hasta el punto en el que parece que se estabilizan. Lo que sucede es que cuando las unidades de tiempo son grandes, los valores de **tlleg** y **tserv** son menores que 0. Al llamar a los generadores, se producirán valores próximos a 0, y al redondearlos, estos pasan a valer 0. Como el generador no puede devolver 0, devuelve 1. Por tanto, lo que estamos haciendo en realidad es sobreestimar la duración de un suceso, por lo que los valores obtenidos no serán reales, ya que se va acumulando el error al haber sobreestimado. Este es un problema de los métodos de incremento fijo del tiempo, y a la vez es una fuerte desventaja, ya que dependiendo de la unidad de tiempo que se utilice, los valores obtenidos serán más o menos representativos de los que se podrían obtener de forma teórica.

Aparte de esto, si analizamos los resultados vemos que los tiempos medios de ejecución se van incrementando, debido a que se debe incrementar más veces el reloj hasta llegar a un suceso. El valor medio del número medio de clientes en cola, $Q(n)$, parece estabilizarse en torno a 1.33, y el valor medio del porcentaje de tiempo de ocio del servidor, $PTO(n)$ parece estabilizarse al final en torno al 33 %. Para unidades de tiempo superiores a los segundos los resultados obtenidos no son representativos, ya que se quedan demasiado lejos de los valores obtenidos al utilizar unidades de tiempo más pequeñas. Por tanto, parece ser que, en caso de utilizar generadores de incremento fijo, lo suyo sería utilizar unidades de tiempo más pequeñas (es decir, que los valores sean grandes), ya que de esta forma se cometerá menos error.

Ahora, pasemos a estudiar el comportamiento del sistema para cada simulación. Vamos a ver qué resultados se han obtenido para el número de medio de clientes en cola y para el porcentaje de tiempo de ocio del servidor. Vamos a estudiar dicha evolución con gráficas, tal y como se mencionó anteriormente, para ver si hay mucha discrepancia entre los valores medios obtenidos. Vamos a realizar un estudio

de todos los resultados de forma conjunta.

A continuación se pueden ver las gráficas mencionadas en el párrafo anterior:



(a) Número medio de clientes en la cola. (b) Porcentaje de tiempo de ocio del servidor.

Figura 1: Variación de los resultados a lo largo de las simulaciones.

Vemos que, tal y como habíamos dicho antes, para unidades de tiempo más grandes que los minutos, los valores de $Q(n)$ y $PTO(n)$ están bastante alejados del resto. En aquellos casos en los que se usa como unidad de tiempo una que es el minuto o inferior a ésta los resultados sí que están próximos, y parece que se aproximan a los valores medios obtenidos. Vemos que en todos los casos existe cierta variabilidad entre los resultados de una simulación o de otra. Por tanto, no podríamos fiarnos solo de los resultados obtenidos por una simulación, sino que, tal y como llevamos haciendo hasta ahora, habría que hacer algunas simulaciones y promediar.

Por tanto, como pequeña conclusión de esta parte, podemos sacar que es importante escoger una unidad de tiempo adecuada, ya que si no lo es, va a provocar que los resultados no sean del todo buenos. Si hemos escogido una unidad de tiempo adecuada, los resultados que obtengamos serán buenos, ya que estarán bastante relacionados entre sí, justo como ha pasado aquí.

1.2. Método de incremento variable del tiempo

El siguiente método de incremento del tiempo que vamos a estudiar es el incremento variable. En este caso, el tiempo no se va incrementando de manera fija como sucedía anteriormente, si no que se incrementa hasta el suceso más próximo de una. Por tanto, este método parece ser mucho más eficiente, ya que evita tener que pegar demasiados saltos y evita errores como los que se producían anteriormente.

Para ver como funciona este tipo de incremento, vamos a realizar los mismos experimentos que en la sección anterior, de forma que tengamos resultados comparables. A continuación se puede ver una tabla con los resultados:

| tlleg | tserve | Num. medio clientes cola | % medio tiempo ocio servidor | Tiempo ejecución medio |
|-------|--------|-----------------------------|---------------------------------|---------------------------|
| 0.15 | 0.1 | 1.32894 | 33.3767 | 0.000731009 |
| 0.3 | 0.2 | 1.32033 | 33.4927 | 0.000986358 |
| 0.6 | 0.4 | 1.335 | 33.3979 | 0.000692968 |
| 9 | 6 | 1.32356 | 33.5117 | 0.000969834 |
| 540 | 360 | 1.35058 | 33.1523 | 0.000713056 |
| 5400 | 3600 | 1.33727 | 33.3192 | 0.000690027 |
| 54000 | 36000 | 1.34364 | 33.2906 | 0.000895026 |

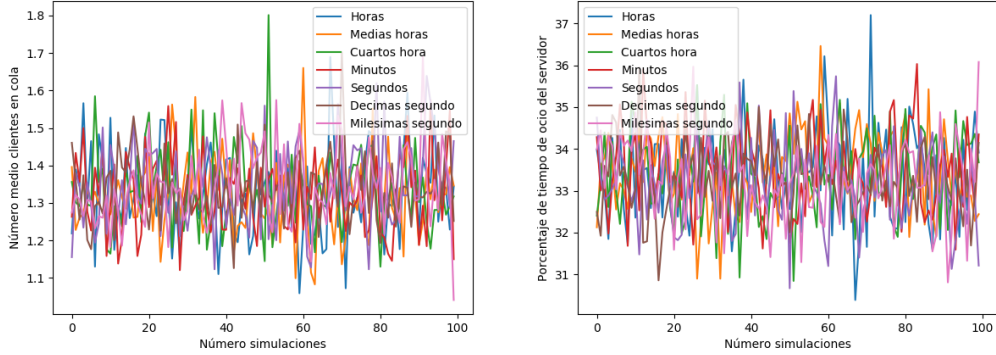
Cuadro 2: Resultados obtenidos por el incremento de tiempo variable.

Podemos ver que en general los resultados obtenidos en todos los casos son más o menos iguales, tanto para los valores de $Q(n)$ como de $PTO(n)$. Además, los tiempos de ejecución son casi los mismos en todos los casos, por lo tanto son independientes de la unidad de tiempo utilizada, a diferencia del caso anterior. Aquí los tiempos son casi constantes, ya que existe poca o muy poca variación entre éstos. Observando los tiempos de la tabla 1, vemos que, a medida que usamos medidas de tiempo más pequeñas, los tiempos medios se van haciendo más grandes, experimentando lo que parece ser un crecimiento lineal, ya que el número de veces que se incrementará el reloj aumenta. Aquí, los incrementos solo dependen del número de sucesos, mientras que en el caso anterior dependían de la unidad de medida de tiempo. Por tanto, de aquí podemos concluir que, efectivamente, el incremento variable del tiempo es muchísimo más eficiente que el incremento fijo del tiempo, ya que el primero es constante, independientemente de la unidad de medida utilizada, mientras que el segundo es lineal, ya que en función de la unidad de medida del tiempo utilizada tardará más o menos (será más rápido para las unidades más grandes).

Si comparamos la calidad de los resultados, vemos también que en general son mucho mejores. Vemos que incluso utilizando unidades de tiempo grandes, como por ejemplo horas, los valores medios obtenidos son muy parecidos a los que se obtienen con unidades más pequeñas, como por ejemplo las décimas de segundo. Esto es completamente lo opuesto a lo que sucedió anteriormente, ya que los resultados eran muy dispares. Por tanto, parece que el incremento de tiempo variable es independiente de la unidad de medida usada, a diferencia del incremento fijo del tiempo.

Si observamos los resultados obtenidos en cada una de las simulaciones, nos

encontramos con lo siguiente:



(a) Número medio de clientes en la cola. (b) Porcentaje de tiempo de ocio del servidor.

Figura 2: Variación de los resultados a lo largo de las simulaciones.

Tal y como pasaba antes, vemos que existen variaciones entre los resultados obtenidos para cada simulación. No obstante, vemos que son bastante parecidos en general. Parece que oscilan en torno a la media, tal y como pasaba antes. De nuevo, si hubiésemos tomado el resultado de una única simulación como el correcto, nos hubiésemos equivocado ya que, tal y como hemos visto, existe una ligera variación en los resultados.

Ahora que hemos visto los dos modelos, podemos hacer una comparación de cómo de buenos son los resultados ofrecidos. Para ello, nos podemos servir de las expresiones teóricas. Para hacer los cálculos, vamos a utilizar los tiempos expresados en minutos, para facilitar el cómputo. Primero tenemos que calcular ρ :

$$\rho = \frac{t_{serv}}{t_{lleg}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} = 0.\hat{6} \quad (1)$$

Ahora, podemos calcular el valor teórico de $Q(n)$:

$$Q(n) = \frac{\rho^2}{1 - \rho} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1.\hat{3} \quad (2)$$

Y también el de $PTO(n)$:

$$PTO(n) = 100 \cdot (1 - \rho) = 100 \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right) = 100 \cdot \frac{1}{3} = \frac{100}{3} = 33.\hat{3} \quad (3)$$

Si comparamos los resultados de la tabla 1 con los teóricos, vemos que el incremento fijo de tiempo solo ofrece resultados parecidos a los teóricos cuando las unidades de tiempo utilizadas son pequeñas. A partir de los segundos podríamos decir realmente que son resultados correctos. A excepción de los minutos, que ofrecen unos resultados aproximados aunque con cierto error, las medidas de tiempo más grandes nos ofrecerían valores con demasiado error como para considerarlos válidos.

En cambio, todos los resultados medios obtenidos por el incremento variable del tiempo, tal y como se pueden ver en la tabla 2, son muy próximos, por no decir casi iguales, a los resultados teóricos, independientemente de la unidad de medida del tiempo utilizada. Por tanto, la calidad de los resultados ofrece el incremento variable del tiempo es muy superior a la del incremento fijo del tiempo.

Como conclusión, podemos decir que, tras estudiar los dos casos, hemos visto que el incremento variable del tiempo es órdenes de magnitud más eficiente que el incremento fijo del tiempo, y además, permite obtener unos resultados de mayor calidad, independientemente de qué medida del tiempo se use.

1.3. Modelo dinámico discreto de m servidores con una única cola

En esta sección vamos a estudiar un modelo algo más complejo que el anterior, en el cuál tenemos m servidores con una única cola. Vamos a empezar a estudiar el sistema primero con $m = 1$, de forma que podamos verificar utilizando valores teóricos. Posteriormente, estudiaremos el sistema al aumentar m y haciendo que el tiempo de servicio de los servidores se mantenga constante; es decir, vamos a hacer que t_{serv} dividido m sea igual tanto para $m = 1$ como para valores más elevados. También probaremos a simular más de una vez, y además, cambiaremos los simuladores de datos, para ver qué efecto tiene dicho cambio sobre el sistema.

1.3.1. Verificación del sistema

Vamos a empezar experimentando con el servidor para ver si los resultados ofrecidos son buenos o no. Para ello, vamos a establecer una serie de condiciones:

- Como medida del tiempo utilizaremos los minutos, ya que no se especifica ninguna medida concreta con la que realizar las pruebas y porque el cálculo de los valores teóricos será más sencillo. Por tanto, tendremos que $tlleg = 9$ y $t_{serv} = 6$.
- Como al sistema se le tiene que especificar cuál es el tiempo de parada, vamos

a utilizar los siguientes tiempos: 100, 1000, 10000, 100000, 1000000. De esta forma, vamos a ver cómo evolucionan los resultados obtenidos al hacer la simulación más larga.

Una vez hechas las simulaciones correspondientes, se pueden ver los resultados a continuación:

| | Tiempo parada | | | | |
|---------------------------------------|---------------|--------|--------|--------|---------|
| | 100 | 1000 | 10000 | 100000 | 1000000 |
| T. medio espera en cola | 14.319 | 6.660 | 9.228 | 11.988 | 11.970 |
| T. medio estancia en sistema | 20.319 | 12.660 | 15.228 | 17.988 | 17.970 |
| Núm. medio clientes en cola | 2.233 | 0.770 | 1.022 | 1.332 | 1.328 |
| Núm. medio clientes en sistema | 3.128 | 1.355 | 1.682 | 1.998 | 1.992 |
| Long. media colas no vacías | 2.860 | 2.166 | 2.474 | 3.006 | 2.996 |
| % tiempo ocio servidor | 10.530 | 41.511 | 34.085 | 33.362 | 33.507 |
| Long. máx. cola | 5 | 7 | 10 | 17 | 26 |

Cuadro 3: Resultados experimentando con el tiempo de parada.

Para comparar dichos resultados, vamos a calcular los valores teóricos, los cuáles tienen sentido cuando el sistema está en funcionamiento un tiempo lo suficientemente grande como para aproximarse a infinito. Los resultados podemos verlos a continuación:

- Tiempo medio de espera en cola = $\frac{t_{serv}^2}{t_{lleg} - t_{serv}} = \frac{6^2}{9-6} = \frac{36}{3} = 12$
- Tiempo medio de estancia en el sistema = $\frac{t_{serv} \cdot t_{lleg}}{t_{lleg} - t_{serv}} = \frac{6 \cdot 9}{9-6} = \frac{54}{3} = 18$
- Número medio de clientes en cola = $\frac{t_{serv}^2}{t_{lleg}(t_{lleg} - t_{serv})} = \frac{6^2}{9 \cdot (9-6)} = \frac{36}{27} = 1.\bar{3}$
- Número medio de clientes en el sistema = $\frac{t_{serv}}{t_{lleg} - t_{serv}} = \frac{6}{9-6} = \frac{6}{3} = 2$
- Longitud media de colas no vacías = $\frac{t_{lleg}}{t_{lleg} - t_{serv}} = \frac{9}{9-6} = \frac{9}{3} = 3$

- Porcentaje de tiempo de ocio del servidor = $(1 - \frac{t_{serv}}{t_{lleg}}) \cdot 100 = (1 - \frac{6}{9}) \cdot 100 = \frac{100}{3} = 33.\hat{3}$

Ahora, pasemos a analizar los resultados obtenidos. Vemos que para un tiempo de simulación pequeño, los resultados obtenidos se alejan bastante de los teóricos, ya que éstos últimos son para cantidades de tiempo que tienden a infinito. Notamos, no obstante, que a medida que se aumenta el tiempo de simulación, los valores sí que empiezan a tender a los teóricos. A partir de un tiempo de simulación de 100000 unidades vemos que los resultados ya sí que casi iguales a los teóricos, con un cierto margen de error, obviamente. Por tanto, si quisiéramos obtener unos resultados acordes a los teóricos para cualesquiera valores de `tlleg` y `tserv`, deberíamos simular durante un tiempo lo suficientemente grande, siempre acorde al tamaño de las unidades de tiempo.

1.3.2. Aumento del número de servidores

Vamos a aumentar ahora el número de servidores que usamos, pero vamos a aumentar el valor de `tserv` de forma proporcional al número de servidores, tal y como se comentó anteriormente.

Para hacer la experimentación, vamos a probar con 2, 3, 4, 5 y 10 servidores, y por tanto, con unos valores de `tserv` de 12, 18, 24, 30 y 60. En cada caso simularemos durante 100000 unidades de tiempo, ya que antes ha permitido obtener unos resultados que se aproximaban a los teóricos.

| | Número de servidores | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 |
| T. medio espera en cola | 11.988 | 9.288 | 7.639 | 6.999 | 5.074 | 2.548 |
| T. medio estancia en sistema | 17.988 | 21.288 | 25.639 | 30.999 | 35.074 | 62.548 |
| Núm. medio clientes en cola | 1.332 | 1.016 | 0.851 | 0.780 | 0.554 | 0.284 |
| Núm. medio clientes en sistema | 1.998 | 2.317 | 2.854 | 3.450 | 3.819 | 6.914 |
| Long. media colas no vacías | 3.006 | 3.009 | 2.846 | 3.026 | 2.798 | 2.854 |
| % tiempo ocio servidor | 33.362 | 34.981 | 33.258 | 33.255 | 34.702 | 33.709 |
| Long. máx. cola | 17 | 21 | 15 | 19 | 16 | 12 |

Cuadro 4: Resultados variando el número de servidores.

Los resultados pueden verse en la tabla 4. Vemos que, en general, existen mejoras al aumentar el número de servidores. Vemos que los tiempos de espera en cola se reducen, al igual que el número medio de clientes en cola y la longitud media de las colas no vacías. Por otro lado, el tiempo de estancia en el sistema aumenta, al igual que el número medio de clientes en el sistema. No obstante, como podemos ver, la longitud máxima de la cola no experimenta mucha mejora (se podrían llevar a cabo tests estadísticos para ver si existe o no mejora significativa), y el porcentaje de tiempo de ocio del servidor se mantiene casi constante.

Por tanto, aumentar el número de servidores del que se dispone permite obtener en general mejores resultados. No obstante, el tiempo de ocio va a ser el mismo en todos los casos, con lo cuál habrá potencia de cómputo desaprovechada siempre. Por tanto, si quisiéramos recomendar la mejor opción, tendríamos que encontrar un equilibrio entre los resultados que queramos conseguir y el presupuesto del que dispongamos, ya que este último factor influirá mucho a la hora de decantarnos por una u otra opción.

1.3.3. Cálculo de valores medios

Lo siguiente que tenemos que hacer es modificar el sistema para que sea capaz de realizar más de una simulación. Para ello, hace falta llevar una cuenta de los valores que se van obteniendo, con el objetivo de poder sacar un valor medio final a partir de ellos, junto con su correspondiente desviación típica.

Después de realizar algunas modificaciones del sistema, vamos a ver qué resultados ofrece. Para ello, vamos a obtener una tabla parecida a las anteriores, en las que probaremos a simular 100 y 1000 veces para distintos tiempos de parada, como por ejemplo 1000 y 10000, para ver qué resultados medios se obtienen (si son mejores que los que había antes) junto con su desviación típica. Los tiempos son los mismos de antes, con lo cuál no los comentaremos.

Los resultados se pueden ver en la tabla 5. Podemos ver que al repetir las simulaciones una serie de veces, se consiguen mejores resultados de media. Para el caso del tiempo de parada de 1000, los resultados son peores que los de 10000. Además, la desviación típica es bastante grande, con lo cuál existe mucha variación de los resultados. Sin embargo, para el caso de 10000 unidades de tiempo, los resultados son bastante buenos, sobre todo si los comparamos con los de la tabla 3. En este caso se acercan más a la media, y tienen una desviación típica moderada, sin ser tan grande como en el caso de las 1000 unidades. Por tanto, de aquí podemos concluir que es importante realizar no una, si no un conjunto de simulaciones, y promediar los resultados obtenidos. Este acercamiento permite obtener resultados mucho más precisos que si simplemente se ejecuta una vez el sistema, ya que los procesos estocásticos son mucho más notables en una única simulación que en el

promedio de un conjunto de simulaciones.

| | Tiempo parada | | | |
|---------------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| | 1000 | | 10000 | |
| | Núm. simul. | | Núm. simul. | |
| | 100 | 1000 | 100 | 1000 |
| T. medio espera en cola | 10.012 ± 5.093 | 10.690 ± 6.705 | 11.646 ± 2.230 | 11.876 ± 2.496 |
| T. medio estancia en sistema | 16.012 ± 5.093 | 16.690 ± 6.705 | 17.646 ± 2.230 | 17.876 ± 2.496 |
| Núm. medio clientes en cola | 1.148 ± 0.645 | 1.229 ± 0.865 | 1.291 ± 0.258 | 1.326 ± 0.298 |
| Núm. medio clientes en sistema | 1.800 ± 0.710 | 1.883 ± 0.928 | 1.954 ± 0.276 | 1.992 ± 0.319 |
| Long. media colas no vacías | 2.557 ± 0.849 | 2.684 ± 1.104 | 2.905 ± 0.409 | 2.963 ± 0.471 |
| % tiempo ocio servidor | 34.823 ± 8.434 | 34.586 ± 8.560 | 33.677 ± 2.499 | 33.371 ± 2.803 |
| Long. máx. cola | 7.230 ± 2.730 | 7.463 ± 2.925 | 12.590 ± 2.656 | 12.872 ± 3.234 |

Cuadro 5: Resultados experimentando con el número de simulaciones.

1.3.4. Modificando los generadores de datos

Por último, vamos a experimentar modificando los generadores de datos para ver cómo influyen éstos en los resultados obtenidos. Se pide implementar un generador determinístico, el cuál devuelve siempre los valores medios, los cuáles son en este caso 9 para `tlleg` y para `tserv`; y un generador uniforme que tenga como media los dos valores anteriormente mencionados. Para conseguir esto, basta con generar un uniforme en el rango $[0, 1)$ y multiplicar dicho valor por dos veces el valor medio. De esta forma se obtiene un valor en el rango $[0, 2t)$, donde t es `tlleg` o `tserv`. Así nos aseguramos de que los dos valores anteriores son los centrales del intervalo, y por tanto, son el valor medio (recordemos que el valor medio de un intervalo uniforme $[a, b]$ es $\frac{1}{2}(a + b)$, de forma que aquí el valor medio es t).

Una vez implementados, para ver cómo se comportan, vamos a comparar los resultados obtenidos para un tiempo de simulación de 100000 unidades, ya que se considera un valor adecuado, con los obtenidos originalmente, los cuáles se pueden ver en la tabla 3.

Los resultados los podemos ver en la tabla 6. Vemos que para el generador determinístico los valores obtenidos son los ideales, los mejores que se podrían obtener, ya que ningún cliente espera en cola y el tiempo que está un cliente en el sistema es justamente lo que tarda en ser atendido. Sin embargo, los resultados son

irreales, ya que nunca o casi nunca nos encontraremos con una situación así, debido a que hay muchos factores que pueden alterar por ejemplo el tiempo de servicio (por ejemplo, que se produzca un fallo mientras se atiende a un cliente). Además, los resultados están casi totalmente alejados de los teóricos, excepto el porcentaje de tiempo de ocio del servidor. Por tanto, debemos evitar utilizar estos tipos de generadores, ya que no ofrecen resultados fiables.

El generador uniforme, por otra parte, obtiene resultados diferentes al determinístico, pero aun así, son bastante malos en general, ya que se quedan bastante lejos de los teóricos. El único valor obtenido que está más o menos cerca del valor teórico es el porcentaje de tiempo de ocio del servidor, aunque sucedía lo mismo con el generador determinístico. Por tanto, no podemos decir que sea la mejor de las ideas utilizar este generador para este problema, ya que no modela la realidad del todo bien.

| | Generador exponencial | Generador determinístico | Generador uniforme |
|---------------------------------------|------------------------------|---------------------------------|---------------------------|
| T. medio espera en cola | 11.988 | 0 | 3.398 |
| T. medio estancia en sistema | 17.988 | 6 | 9.398 |
| Núm. medio clientes en cola | 1.332 | 0 | 0.377 |
| Núm. medio clientes en sistema | 1.998 | 0.667 | 1.036 |
| Long. media colas no vacías | 3.006 | 0 | 1.468 |
| % tiempo ocio servidor | 33.362 | 33.339 | 34.062 |
| Long. máx. cola | 17 | 0 | 7 |

Cuadro 6: Resultados experimentando con el tipo de generador.

Por tanto, de aquí podemos concluir que es importante escoger un generador adecuado para el problema, uno que permita modelar de la mejor manera posible la realidad. Para este caso, por ejemplo, el generador exponencial es el que mejor modela los ratios de llegadas y servicio de un sistema, ya que nun nos encontraremos que los valores sean exactamente los medios, o que sigan una distribución uniforme, ya que no es el comportamiento típico.

2. MI TERCER MODELO DE SIMULACIÓN DISCRETO

En esta sección vamos a estudiar un nuevo modelo de simulación: el remolcador de un puerto. El objetivo principal es comprender el funcionamiento del modelo base y estudiar una serie de mejoras propuestas después, las cuáles serán comentadas más adelante.

2.1. Modelo base

Lo primero que haremos será estudiar el funcionamiento del modelo base. Para ello, vamos a realizar algunas ejecuciones y vamos a ver la salida que nos ofrece cada una. Vamos a repetir cada simulación 10, 100, 500 y 1000 veces y vamos a anotar los resultados medios obtenidos en cada caso.

A continuación podemos ver los resultados después de las pruebas realizadas:

| | Número de simulaciones | | | |
|---|------------------------|-----------|-----------|-----------|
| | 10 | 100 | 500 | 1000 |
| Núm. medio barcos cola llegadas | 1.399593 | 1.204157 | 1.181208 | 1.209925 |
| Núm. medio barcos cola salidas | 0.029396 | 0.028271 | 0.028591 | 0.028572 |
| Tiempo medio estancia puerto barcos tipo 1 | 34.717091 | 33.718605 | 33.383743 | 33.695980 |
| Tiempo medio estancia puerto barcos tipo 2 | 42.068489 | 39.607136 | 39.372013 | 39.640503 |
| Tiempo medio estancia puerto barcos tipo 3 | 53.770702 | 51.405556 | 51.160088 | 51.512184 |
| % tiempo remolcador desocupado | 80.660751 | 80.630157 | 80.610443 | 80.632378 |
| % tiempo remolcador viajando vacío | 1.258519 | 1.291953 | 1.269158 | 1.263484 |
| % tiempo remolcador remolcando barcos | 18.080725 | 18.077887 | 18.120363 | 18.104191 |
| % tiempo puntos atraque libres | 12.866133 | 13.152012 | 13.021187 | 13.011533 |
| % tiempo puntos atraque ocupados sin cargar | 0.979862 | 0.942353 | 0.953049 | 0.952398 |
| % tiempo puntos atraque ocupados cargando | 86.154007 | 85.905632 | 86.025764 | 86.036064 |

Cuadro 7: Resultados del sistema del puerto con remolcador base.

Si observamos la evolución de los resultados, vemos que a partir de las 100 simulaciones los resultados se estabilizan, ya que los valores obtenidos son muy parecidos, y podríamos decir que las diferencias no son lo suficientemente significativas. Por tanto, si quisiéramos obtener unos resultados que fuesen fiables, tendríamos que simular unas 100 o más veces. Con solo 10 simulaciones los resultados no es que sean del todo malos, ya que muchos de los valores obtenidos son similares a los otros. Sin embargo, hay algunos casos en los que sobreestima bastante, como por ejemplo en el número medio de barcos en la cola de llegadas o en los tiempos medios de estancia.

Ahora, si miramos los resultados obtenidos en general, vemos que el remolcador está bastante tiempo desocupado, con lo cuál en un principio se desaprovecharía bastante el servicio que ofrece. Sin embargo, esto es comprensible y lógico, ya que los barcos tardan mucho en ser cargados, con lo cuál realmente no tiene nada que hacer durante ese tiempo. Vemos también que de media hay aproximadamente un barco en la cola esperando para poder cargar, con lo cuál a lo mejor incrementar el número de puntos de atraque supondría una mejora en este sentido, ya que no se tendrían barcos esperando. Para salir, sin embargo, vemos que casi no hay problemas, ya que no hay casi ningún barco esperando. Vemos que en general los puntos de atraque son utilizados bastante bien, ya que pasan aproximadamente el 86 % del tiempo cargando los barcos, mientras que solo pasan un 0.95 % del tiempo total sin cargar.

Por tanto, en general, el sistema funciona bastante bien, aunque hay algunas cosas que podríamos mejorar, como por ejemplo disminuir el porcentaje de tiempo en el que el remolcador está desocupado o reducir el número medio de barcos en la cola de llegadas.

2.2. Mejoras del sistema

En esta sección vamos a estudiar algunas mejoras que se podrían aplicar sobre el sistema con tal de obtener mejores resultados. También se plantea utilizar una nueva medida de rendimiento, que es el total de toneladas cargadas, y que se use esta medida para comparar los nuevos sistemas.

Por tanto, lo que se va a hacer es implementar esta medida en el sistema base, y se tendrá posteriormente en las mejoras, de forma que se facilite la comparación. De esta forma, podremos hacer una comparación general de golpe, en vez de hacerla por partes. Para las mejoras, vamos a hacer lo siguiente:

- Aumentar el número de puntos de atraque a 4.
- Aumentar el número de puntos de atraque a 5.

- Cambiar el remolcador por uno que no se vea afectado por las tormentas. Esto se puede hacer eliminando el primer suceso de tormenta. Si no se genera el primero, no se generarán los siguientes.
- Cambiar el remolcador por uno ligeramente más rápido a la hora de hacer viajes sin barcos.

Vamos a simular cada mejora 100 veces y construiremos una tabla con los resultados. Añadiremos a esta tabla también la versión base del sistema, para ver si existe cierta mejora o no de los resultados.

Una vez contruidos los programas, se han recopilado los resultados en la siguiente tabla:

| | Sistema base | Puntos atraque = 4 | Puntos atraque = 5 | No tormentas | Remolcador rápido |
|---|--------------|--------------------|--------------------|------------------|-------------------|
| Núm. medio barcos cola llegadas | 1.228703 | <i>0.087190</i> | 0.047528 | 1.006400 | 1.225528 |
| Núm. medio barcos cola salidas | 0.028366 | 0.029285 | 0.029908 | 0.010902 | 0.028724 |
| Tiempo medio estancia puerto barcos tipo 1 | 33.818714 | <i>21.281456</i> | 20.855934 | 31.277277 | 33.802959 |
| Tiempo medio estancia puerto barcos tipo 2 | 39.892330 | <i>27.291992</i> | 26.852468 | 37.106529 | 39.952133 |
| Tiempo medio estancia puerto barcos tipo 3 | 51.759125 | <i>39.262413</i> | 38.857533 | 49.128735 | 51.683792 |
| % tiempo remolcador desocupado | 80.643372 | <i>78.209877</i> | 77.840446 | 80.512268 | 81.141968 |
| % tiempo remolcador viajando vacío | 1.270267 | 3.641019 | 4.000751 | 1.348367 | 0.756990 |
| % tiempo remolcador remolcando barcos | 18.086378 | 18.149103 | 18.158806 | 18.139357 | 18.101032 |
| % tiempo puntos atraque libres | 13.103617 | 34.538692 | 47.734127 | 13.457410 | 12.964047 |
| % tiempo puntos atraque ocupados sin cargar | 0.945520 | 0.732131 | 0.598164 | 0.363400 | 0.957480 |
| % tiempo puntos atraque ocupados cargando | 85.950890 | 64.729164 | 51.667721 | 86.179199 | 86.078484 |
| Total toneladas cargadas | 1780590.25 | 1788039.5 | 1781649.875 | 1783919.625 | 1782359.625 |

Cuadro 8: Resultados del sistema del puerto con remolcador aplicando mejoras. En negrita están los valores más destacados. En cursiva aquellos que pueden ser buenos si se consideran como diferencias no significativas respecto a los que están en negrita en la misma fila.

Podemos ver que, en general, cada modificación del sistema aporta mejoras en algunas medidas respecto al sistema base. Vemos que por ejemplo aumentar el número de puertos de atraque provoca que el número medio de barcos en la cola de llegadas sea casi 0, ya que hay suficientes lugares donde ponerlos a cargar. Consecuentemente, los barcos están una cantidad menor de tiempo en el puerto, ya que no tienen que esperar tanto tiempo en la cola. Adicionalmente, el porcentaje de tiempo en el que el remolcador está desocupado se reduce ligeramente, ya que aumenta el porcentaje de tiempo en el que tiene que estar viajando vacío. Y, adicionalmente, podemos ver una redistribución de los porcentajes de tiempo

relacionados al punto de atraque, ya que se encuentran un mayor porcentaje del tiempo libres y un menor porcentaje ocupados cargando. El porcentaje en el que están ocupados pero sin cargar también se ve reducido en los dos casos donde se ha incrementado el número de puntos de atraque.

Si hacemos que el remolcador no se vea afectado por las tormentas también se producen ciertas mejoras, aunque no son tan pronunciadas como el caso anterior. Vemos que el valor medio del número medio de barcos en la cola de llegadas se ve reducido, aunque sigue estando alrededor de 1. El valor medio del número medio de barcos en la cola de salidas se ve reducido a la mitad, aunque sigue tendiendo a 0. Además, los tiempos medios de estancia para los tres tipos de barcos se ven reducidos ligeramente. Y, aparte de eso, permite reducir el porcentaje de tiempo en el que los puntos de atraque están ocupados sin cargar. El resto de medidas no se ven afectadas de forma que se pueda considerar demasiado significativa, con lo cuál el grado de mejora ofrecido es bastante menor en este caso.

Por último, si observamos la modificación de tener un remolcador más rápido, vemos que las únicas mejoras son que el porcentaje de tiempo que el remolcador está viajando vacío es menor, y que el porcentaje de tiempo en el que los puntos de atraque están libres disminuye. El resto de medidas no experimentan una mejora demasiado significativa comparándolos con el sistema base.

Por tanto, parece que en un principio la mejor opción es aumentar el número de puntos de atraque, ya que es lo que permite obtener una mejora más grande en todos los aspectos. Las otras modificaciones tienen cierto grado de mejora en cuanto a los resultados, pero no es lo suficientemente buena.

Si ahora analizamos el total de toneladas cargadas, vemos que todas las modificaciones permiten cargar una mayor cantidad de petróleo. La que más permite es en la que se utilizan 4 puntos de atraque, y la que menos, en la que se usan 5 puntos de atraque. Las otras dos mejoras permiten obtener unos totales decentes, sin ser demasiado destacables tampoco.

Por lo tanto, sabemos que la mejor modificación que se puede hacer es aumentar el número de puntos de atraque, ya que es la modificación que permite mejorar una mayor cantidad de aspectos. Ahora bien, elegir entre cuál de las dos mejoras es la mejor no es fácil. Tener 5 puntos de atraque permite obtener unos resultados que a primera vista son mejores. Sin embargo, podría ser que estas diferencias no fuesen significativas, y entonces los dos sistemas tuviesen un comportamiento similar. Donde sí que hay una diferencia significativa es en el número total de toneladas cargadas, donde el puerto con 4 puntos de atraque permite cargar una mayor cantidad de combustible. Por tanto, si nuestro objetivo es maximizar este valor (ya que por ejemplo es lo que más beneficio nos trae), ésta sería la mejor modificación que podríamos hacer sobre el modelo que ya tenemos. En caso contrario, habría que

considerar otros factores y ver si realmente merece la pena tener 5 puntos de ataque en vez de 4. Por tanto, podemos decir que la **mejor alternativa** que tenemos ahora mismo es modificar el sistema que tenemos de forma que éste disponga de **4 puntos de ataque**.

3. ANÁLISIS DE SALIDAS Y EXPERIMENTACIÓN