



**UNIVERSIDAD
DE GRANADA**

**METAHEURÍSTICAS
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA**

PRÁCTICA 3

**ENFRIAMIENTO SIMULADO, BÚSQUEDA LOCAL REITERADA
Y EVOLUCIÓN DIFERENCIAL PARA EL PROBLEMA DEL
APRENDIZAJE DE PESOS EN CARACTERÍSTICAS**

Autor

Vladislav Nikolov Vasilev

NIE

X8743846M

E-Mail

vladis890@gmail.com

Grupo de prácticas

MH3 Jueves 17:30-19:30

Rama

Computación y Sistemas Inteligentes



**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍAS INFORMÁTICA Y DE
TELECOMUNICACIÓN**

CURSO 2018-2019

Índice

1. Descripción del problema	2
2. Descripción de los algoritmos	3
2.1. Consideraciones previas	3
2.2. Algoritmos de comparación	7
2.2.1. Clasificador 1-NN	7
2.2.2. Algoritmo greedy <i>RELIEF</i>	8
2.2.3. Búsqueda Local	10
2.3. Algoritmos implementados	12
2.3.1. Enfriamiento Simulado	12
2.3.2. ILS: Búsqueda Local Iterativa	15
2.3.3. Evolución Diferencial	17
3. Desarrollo de la práctica	19
4. Manual de usuario	21
5. Análisis de resultados y experimentación	23
5.1. Descripción de los casos del problema	23
5.2. Análisis de los resultados	23
5.3. Experimentación realizada	28
5.4. Conclusiones	29
Referencias	30

1. Descripción del problema

El problema que se aborda en esta práctica es el Aprendizaje de Pesos en Características (APC). Es un problema típico de *machine learning* en el cuál se pretende optimizar el rendimiento de un clasificador basado en vecinos más cercanos. Esto se consigue mediante la ponderación de las características de entrada con un vector de pesos W , el cuál utiliza codificación real (cada $w_i \in W$ es un número real), con el objetivo de modificar sus valores a la hora de calcular la distancia. Cada vector W se expresa como $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$, siendo n el número de dimensiones del vector de características, y cumpliéndose además que $\forall w_i \in W, w_i \in [0, 1]$.

El clasificador considerado para este problema es el 1-NN (genéricamente, un clasificador k -NN, con k vecinos, siendo en este caso $k = 1$), es decir, aquél que clasifica un elemento según su primer vecino más cercano utilizando alguna medida de distancia (en este caso, utilizando la distancia Euclídea). Cabe destacar que no en todos los casos se usará el clasificador 1-NN ya que se pueden dar casos en los que el vecino más cercano de un elemento sea él mismo. Por ese motivo, en algunas técnicas/algoritmos se usará un 1-NN con el criterio de *leave-one-out*, es decir, que se busca el vecino más cercano pero excluyéndose a él mismo.

El objetivo propuesto es aprender el vector de pesos W mediante una serie de algoritmos, de tal forma que al optimizar el clasificador se mejore tanto la precisión de éste como su complejidad, es decir, que se considere un menor número de características. Estos dos parámetros, a los que llamaremos *tasa_clas* y *tasa_red*, respectivamente, se pueden expresar de la siguiente forma:

$$tasa_clas = 100 \cdot \frac{n^\circ \text{ instancias bien clasificadas en } T}{n^\circ \text{ instancias en } T}$$

$$tasa_red = 100 \cdot \frac{n^\circ \text{ valores } w_i < 0.2}{n^\circ \text{ características}}$$

siendo T el tamaño del conjunto de datos sobre el que se evalúa el clasificador.

Por tanto, al combinarlos en una única función a la que llamaremos $F(W)$, la cuál será nuestra función objetivo a optimizar (maximizar), tenemos que:

$$F(W) = \alpha \cdot tasa_clas(W) + (1 - \alpha) \cdot tasa_red(W)$$

siendo α la importancia que se le asigna a la tasa de clasificación y a la de reducción, cumpliendo que $\alpha \in [0, 1]$. En este caso, se utiliza un $\alpha = 0.5$ para dar la misma importancia a ambos, con lo cuál se pretende que se reduzcan al máximo el número de características conservando una *tasa_clas* alta.

2. Descripción de los algoritmos

2.1. Consideraciones previas

Antes de empezar con la descripción formal de los algoritmos implementados, vamos a describir algunos aspectos comunes, como por ejemplo cómo se representan e inicializan las soluciones en todos los casos, cómo se representa la función objetivo o *fitness* y cómo se evalúan las soluciones. También vamos a comentar brevemente otros aspectos, como por ejemplo cómo mantener las soluciones factibles después de aplicarles alguna mutación o transformación (es decir, que se mantengan en el rango dado), entre otros. Cabe destacar que muchos de los pseudocódigos que aparecen a continuación no se han implementado exactamente igual o no aparecen en el código, ya que o bien son operaciones que se han vectorizado o bien ya hay funciones que hacen eso.

Como se dijo al principio, cada solución es un vector de valores reales W en el que $\forall w_i \in W, w_i \in [0, 1]$. En el caso de la **Evolución Diferencial** se tendrá un conjunto de vectores que formarán la población, ya que sigue un esquema basado en poblaciones. Esto se volverá a comentar más adelante, cuando se hable con más detenimiento de esta técnica.

Para evitar que las soluciones se salgan de este intervalo, se ha implementado una función que se encarga de normalizar los valores de W en el rango. La función se ha usado, por ejemplo, en la búsqueda local, para hacer que al aplicar el operador de generación de un nuevo vecino la solución siguiese siendo válida. La implementación de esta función es la siguiente:

Algorithm 1 Función que normaliza un vector de pesos W

```

1: function NORMALIZARW( $W$ )
2:   for each  $w_i \in W$  do
3:     if  $w_i < 0$  then
4:        $w_i \leftarrow 0$ 
5:     else if  $w_i > 1$  then
6:        $w_i \leftarrow 1$ 
7:   return  $W$ 
```

Para generar las soluciones iniciales se han seguido dos esquemas. En uno de ellos, el cuál es utilizado por el **Enfriamiento Simulado** y la **ILS**, se genera un único vector de pesos inicial con valores aleatorios dados por una distribución uniforme en el rango $[0, 1]$. En el otro esquema, el cuál es seguido por la **Evolución Diferencial** se lleva a cabo algo muy parecido, solo que en vez de generar una única solución inicial, se generan una serie de M soluciones iniciales, donde M es

el tamaño de la población. Los pseudocódigos de estos dos esquemas se pueden ver a continuación:

Algorithm 2 Inicialización de un vector de pesos W

```

1: function GENERARWALEATORIO( $N$ )
2:    $W \leftarrow \text{vector}[N]$ 
3:   for each  $w_i \in W$  do
4:      $w_i \leftarrow \text{ValorAleatorioUniformeRango0-1}()$ 
5:   return  $W$ 

```

Algorithm 3 Generación de una población inicial en **Evolución Diferencial**

```

1: function GENERARPOBLACIONINICIAL( $\text{numCrom}, \text{numGenes}$ )
2:    $\text{poblacion} \leftarrow \text{NuevaMatrizVacia}(\text{numCrom}, \text{numGenes})$ 
3:   for  $i \leftarrow 0$  to  $\text{numCrom} - 1$  do
4:     for  $j \leftarrow 0$  to  $\text{numGenes} - 1$  do
5:        $\text{poblacion}[i][j] \leftarrow \text{ValorAleatorioUniformeRango0-1}()$ 
6:   return  $\text{poblacion}$ 

```

Vamos a comentar ahora algunos detalles extra. Es importante saber como se calcula la distancia a un vecino, ya que esto juega un factor muy importante a la hora de encontrar cuál es el vecino más cercano a un elemento (o el vecino más cercano por el criterio *leave-one-out*). En la implementación de la práctica se ha utilizado un KDTree, que es una estructura de datos parecida a un árbol binario, solo que de K dimensiones. Por dentro, esta estructura utiliza la distancia Euclídea (distancia en línea recta entre dos elementos) para determinar cuál es el elemento más próximo a otro. No hace falta conocer como se implementa esta estructura de datos, pero sí es importante conocer cómo se realiza el cálculo de la distancia Euclídea. En el siguiente pseudocódigo se puede ver el cálculo:

Algorithm 4 Cálculo de la distancia Euclídea entre dos puntos

```

function DISTANCIAEUCLIDEA( $e_1, e_2$ )
   $\text{distancia} \leftarrow \sqrt{\sum_{i=1}^N (e_1^i - e_2^i)^2}$ 
  return  $\text{distancia}$ 

```

Para la **Evolución Diferencial** sería interesante intentar mantener la población ordenada por valor *fitness*, ya que eso nos va a simplificar bastante el trabajo para uno de los procesos de mutación. Para hacer esto, se ha creado una función que recibe la lista de valores *fitness* y la población, obtiene los índices que dan el orden de forma ascendente de la lista y con estos índices ordena la población y la lista de *fitness*. Aquí se puede ver como funciona:

Algorithm 5 Función para ordenar la población según su valor *fitness*

```

1: function ORDENARPOBLACION(fitness , poblacion)
2:   indicesOrden  $\leftarrow$  ObtenerIndicesOrdenados(fitness)
3:   fitnessOrdenado  $\leftarrow$  NuevoVectorVacioMismaCapacidad(fitness)
4:   poblacionOrdenada  $\leftarrow$  NuevaMatrizVaciaMismaCapacidad(poblacion)
5:   for each indice  $\in$  indicesOrden do
6:     fitnessOrdenado  $\leftarrow$  fitness[indice]
7:     poblacionOrdenada  $\leftarrow$  poblacion[indice]
8:   return fitnessOrdenado, poblacionOrdenada

```

Pasemos a ver ahora la función objetivo, $F(W)$, que es lo que se pretende optimizar. Para evaluar la función objetivo, necesitamos calcular *tasa_clas* y *tasa_red*. Para calcular lo primero, podemos seguir la idea detrás del siguiente pseudocódigo:

Algorithm 6 Cálculo de la tasa de clasificación

```

1: function CALCULOTASACLAS(etiq, etiqPred, N)
2:   bienClasificados  $\leftarrow$  0
3:   for i  $\leftarrow$  1 to N do
4:     if etiqi = etiqPredi then
5:       bienClasificados  $\leftarrow$  bienClasificados + 1
6:   tasa_clas  $\leftarrow$  bienClasificados / N
7:   return tasa_clas

```

Para calcular *tasa_red*, suponiendo que queremos saber el número de características por debajo de 0.2 podemos seguir un esquema como el siguiente:

Algorithm 7 Cálculo de la tasa de reducción (I)

```

1: function CALCULOTASARED(W, N)
2:   caracRed  $\leftarrow$  0
3:   for each wi  $\in$  W do
4:     if wi < 0.2 then
5:       caracRed  $\leftarrow$  caracRed + 1
6:   tasa_red  $\leftarrow$  caracRed / N
7:   return tasa_red

```

Y finalmente, para poder calcular la función a optimizar (nuestra función *fitness* u objetivo), teniendo en cuenta que usamos un $\alpha = 0.5$ para ponderar las dos tasas, y que anteriormente hemos calculado ambas tasas, podemos seguir el siguiente esquema:

Algorithm 8 Cálculo de la función objetivo o *fitness*

```

1: function CALCULOFUNCIONFITNESS(tasa_clas, tasa_red,  $\alpha$ )
2:    $fitness \leftarrow \alpha \cdot tasa\_clas + (1 - \alpha) \cdot tasa\_red$ 
3:   return fitness

```

Para acabar, y antes de pasar a ver la implementación de los algoritmos, veamos otra funcionalidad que se usa en todos los algoritmos, que es la forma en la que se evalúa la función objetivo. Podemos evaluar la función objetivo tanto para una solución como para una población de soluciones. Por tanto, vamos a tener dos funciones que nos permitan evaluar las soluciones: una para una única solución y una para toda una población de individuos (soluciones), la cuál por debajo utilizará la evaluación simple tantas veces como individuos tenga la población. Vamos a ver el funcionamiento de estas funciones comenzando primero por la que evalúa una única solución, y veamos luego la función que evalúa toda una población de soluciones:

Algorithm 9 Función para evaluar un vector de pesos *W*

```

1: function EVALUAR(datos, etiquetas, W)
2:   datosPesos  $\leftarrow$  aplicar  $w_i \in W$  sobre los  $x_i \in datos$  donde  $w_i > 0.2$ 
3:   arbolKD  $\leftarrow$  KDTree(datosPesos)
4:   vecinos  $\leftarrow$  arbolKD.ObtenerVecinosMasCercanoL1O(datosPesos)
5:   pred  $\leftarrow$  etiquetas[vecinos]
6:   tasa_clas  $\leftarrow$  CalcularTasaClas(etiquetas, pred, num. etiquetas)
7:   tasa_red  $\leftarrow$  CalcularTasaRed(W, num. características)
8:   fitness  $\leftarrow$  CalculoFuncionFitness(tasa_clas, tasa_red)
9:   return fitness

```

Algorithm 10 Función para evaluar una población

```

1: function EVALUARPOBLACION(datos, etiquetas, poblacion)
2:   listaFitness  $\leftarrow$  NuevoVector()
3:   for each W  $\in$  poblacion do
4:     listaFitness.Añadir(Evaluar(datos, etiquetas, W))
5:   return listaFitness

```

2.2. Algoritmos de comparación

2.2.1. Clasificador 1-NN

El primer algoritmo con el que compararemos es el 1-NN que utiliza todas las características, tal como hacíamos en la práctica anterior.

Este clasificador lo que hace es, dado un conjunto de valores X que pertenecen a una muestra y un elemento e , decir cuál es el $x \in X$ más cercano a e , y por tanto, decir que e pertenece a la misma clase x . Para determinar cuál es el elemento más cercano se puede usar alguna métrica de distancia, como por ejemplo la distancia Euclídea, descrita anteriormente. A la hora de implementarlo, para poder acelerar los cálculos, se puede usar un KDTree, ya que permite realizar una consulta rápida (en los casos más favorables su complejidad temporal es $\mathcal{O}(\log n)$, mientras que en el peor caso es $\mathcal{O}(n)$) utilizando la distancia Euclídea para determinar el vecino más cercano, con la penalización de que tarda un tiempo $\mathcal{O}(n)$ en ser construido. Para poder ver un esquema de su funcionamiento, se ofrece el siguiente pseudocódigo:

Algorithm 11 Clasificador 1-NN

```
1: function KNN( $X, y, e$ )
2:    $arbolKD \leftarrow \text{KDTree}(X)$ 
3:    $x \leftarrow arbolKD.\text{VecinoMasCercano}(e)$ 
4:    $etiqueta \leftarrow y[x]$ 
5:   return  $etiqueta$ 
```

2.2.2. Algoritmo greedy *RELIEF*

Otro algoritmo con el que vamos a comparar es el algoritmo para el cálculo de pesos *RELIEF*. Es un algoritmo greedy que, comenzando con un W cuyos pesos valen 0, actualiza W para cada $x_i \in X$, buscando para cada x_i cuál es su aliado más cercano (elemento que tiene la misma etiqueta que x_i con el criterio de *leave-one-out*, ya que él mismo podría ser su vecino más cercano) y su enemigo más cercano (elemento que tiene diferente etiqueta a la que tiene x_i).

A la hora de implementarlo, vamos a utilizar 2 KDTree en cada iteración que se van a construir sobre la marcha. En uno se encontrarán todos los aliados de e y en el otro estarán todos sus enemigos. Esto puede suponer una gran penalización por el tiempo de creación de los árboles, pero es un tiempo insignificante ya que el algoritmo es muy rápido. Después de construir los árboles, se buscará en el caso del aliado más cercano, por el criterio de *leave-one-out*, cuál es el índice de este aliado. En el caso del enemigo más cercano, como este no puede ser él mismo, se buscará el índice del vecino más cercano en ese árbol. Una vez hecho eso, obtendremos los respectivos aliado y enemigo del conjunto de aliados y enemigos. Una vez teniéndolos, ya se puede actualizar el valor de W .

Cuando se ha terminado de iterar sobre todos los elementos de X , se normaliza W para que esté en el rango $[0, 1]$ eligiendo el $w_i \in W$ que sea más grande. Todos aquellos valores por debajo de 0 se truncan a 0, y el resto se normaliza dividiéndolos entre w_m (el w_i más grande).

Antes de ver su implementación, veamos como se inicializa una solución:

Algorithm 12 Inicialización de un vector de pesos W en *RELIEF*

```

1: function GENERARWRELIEF( $N$ )
2:    $W \leftarrow \text{VectorVacioCapacidad}(N)$ 
3:   for each  $w_i \in W$  do
4:      $w_i \leftarrow 0$ 
5:   return  $W$ 

```

Una vez dicho esto, veamos cómo sería la implementación:

Algorithm 13 Cálculo de los pesos mediante *RELIEF* (I)

```

1: function RELIEF( $X, Y$ )
2:    $N \leftarrow \text{ObtenerNumElementos}(Y)$ 
3:    $\text{numCarac} \leftarrow \text{ObtenerNumCarac}(X)$ 
4:    $W \leftarrow \text{GenerarWRelief}(\text{numCarac})$ 

```

Algorithm 14 Cálculo de los pesos mediante *RELIEF* (II)

```

5:   for  $i \leftarrow 0$  to  $N - 1$  do
6:      $x, y \leftarrow X[i], Y[i]$ 
7:      $aliados \leftarrow e_a \subset X : \text{etiqueta}(e_a) = y$ 
8:      $enemigos \leftarrow e_e \subset X : \text{etiqueta}(e_e) \neq y$ 
9:      $arbolAliados \leftarrow \text{KDTree}(aliados)$ 
10:     $arbolEnemigos \leftarrow \text{KDTree}(enemigos)$ 
11:     $aliadoCercano \leftarrow arbolAliados.\text{ObtenerVecinoMasCercanoL1O}(x)$ 
12:     $enemigoCercano \leftarrow arbolEnemigos.\text{ObtenerVecinoMasCercano}(x)$ 
13:     $aliado \leftarrow aliados[aliadoCercano]$ 
14:     $enemigo \leftarrow enemigos[enemigoCercano]$ 
15:     $W \leftarrow W + |x - enemigo| - |x - aliado|$ 
16:   $w_m \leftarrow \max(W)$ 
17:  for each  $w_i \in W$  do
18:    if  $w_i < 0$  then
19:       $w_i \leftarrow 0$ 
20:    else
21:       $w_i \leftarrow w_i / w_m$ 
22:  return  $W$ 

```

2.2.3. Búsqueda Local

En la primera práctica se implementó una búsqueda local (búsqueda basada en trayectorias), así que vamos a rescatarla para tener un algoritmo más de comparación, además de que los AM la necesitarán luego, aunque ligeramente modificada. Esta búsqueda, como debemos recordar, está basada en el primer mejor (Simple Hill Climbing).

La búsqueda local parte de un vector W con valores aleatorios y busca optimizarlo mediante la exploración de los vecinos. Esta exploración se realiza modificando con un valor aleatorio generado a partir de una distribución normal con $\mu = 0$ y $\sigma = 0.3$ un $w_i \in W$, quedándose con el cambio en caso de mejorar la función objetivo, o descartándolo en otro caso.

Para realizar lo explicado anteriormente, se genera una permutación del conjunto $\{0, 1, \dots, N - 1\}$, donde N es el número de características, y se van escogiendo las características según el orden de la permutación, aplicándoles el cambio anteriormente descrito. Si no se produce una mejora, se descarta el cambio realizado. Si no se ha producido mejora en la función objetivo con la permutación, se escoge una nueva permutación y se repite el proceso, hasta un máximo de $20 \cdot N$ evaluaciones sin éxito seguidas de la función objetivo. Si se produce mejora, se acepta el cambio y se genera una nueva permutación, repitiendo el proceso. Todo esto se realiza hasta que se hayan realizado 15000 evaluaciones de la función objetivo, o hasta que se dé la condición anterior (demasiadas iteraciones sin mejora).

El pseudocódigo de la búsqueda local se puede ver aquí:

Algorithm 15 Cálculo de los pesos mediante la Búsqueda Local (I)

```

1: function BUSQUEDALOCAL(datos, etiquetas)
2:    $N \leftarrow \text{ObtenerNumCaracteristicas}(\textit{datos})$ 
3:    $W \leftarrow \text{GenerarWAleatorio}(N)$ 
4:    $\textit{evaluaciones} \leftarrow 0$ 
5:    $\textit{evaluacionesMalas} \leftarrow 0$ 
6:    $\textit{fitness} \leftarrow \text{Evaluar}(\textit{datos}, \textit{etiquetas}, W)$ 
7:   while  $\textit{evaluaciones} < 15000$  do
8:      $W_{\text{actual}} \leftarrow W$ 
9:      $\textit{ordenCaracteristicas} \leftarrow \text{Permutacion}(0 \text{ to } N - 1)$ 
10:    for each  $\textit{carac} \in \textit{ordenCaracteristicas}$  do
11:       $W[\textit{carac}] \leftarrow W[\textit{carac}] + \text{GenerarValorDistribucionNormal}(\mu, \sigma)$ 
12:       $W \leftarrow \text{NormalizarW}(W)$ 
13:       $\textit{evaluaciones} \leftarrow \textit{evaluaciones} + 1$ 
14:       $\textit{nuevoFitness} \leftarrow \text{Evaluar}(X, Y, W)$ 

```

Algorithm 16 Cálculo de los pesos mediante la Búsqueda Local (II)

```
15:      if nuevoFitness > fitness then
16:          fitness  $\leftarrow$  nuevoFitness
17:          evaluacionesMalas  $\leftarrow$  0
18:          break
19:      else
20:          evaluacionesMalas  $\leftarrow$  evaluacionesMalas + 1
21:          W[carac]  $\leftarrow$  Wactual[carac]
22:      if evaluaciones > 15000 or evaluacionesMalas > 20 · N then
23:          return W
24:  return W
```

2.3. Algoritmos implementados

2.3.1. Enfriamiento Simulado

La primera técnica que se ha implementado en esta práctica es el **Enfriamiento Simulado**. Esta es una búsqueda basada en trayectorias que se inspira en la termodinámica. Esta técnica, al igual que la Búsqueda Local, explora el entorno de la solución actual con el objetivo de intentar encontrar una solución mejor. Sin embargo, a diferencia de esta última, el **Enfriamiento Simulado** puede seleccionar soluciones peores que la actual con una cierta probabilidad, la cuál tendrá en cuenta a la temperatura. A mayor temperatura, mayor será la posibilidad de aceptar una solución peor, y a menor temperatura, menor probabilidad de hacerlo. Por tanto, es una técnica que permite explorar más al principio, ya que al aceptar soluciones peores se pueden salir por ejemplo de zonas de óptimos locales, mientras que al final permite explotar más, ya que habrá menos probabilidad de aceptar una solución que empeore a la actual.

El esquema de enfriamiento que sigue este algoritmo es el **esquema modificado de Cauchy**, el cuál permitirá realizar enfriamientos de forma proporcional a un parámetro β . Este esquema se puede ver en el siguiente pseudocódigo:

Algorithm 17 Esquema de enfriamiento de Cauchy modificado

```

1: function ESQUEMACAUCHYMODIFICADO( $T_K, \beta$ )
2:    $T_{K+1} \leftarrow T_K / (1 + \beta \cdot T_K)$ 
3:   return  $T_{K+1}$ 

```

El valor de β depende de la temperatura inicial, de la temperatura final que se quiere alcanzar y de un valor M , que es el número de enfriamientos que se quieren hacer. Esto se puede ver en el siguiente pseudocódigo:

Algorithm 18 Cálculo del valor de β

```

1: function CALCULARBETA( $T_0, T_f, M$ )
2:    $\beta \leftarrow (T_0 - T_f) / (M \cdot T_0 \cdot T_f)$ 
3:   return  $\beta$ 

```

La temperatura inicial se ha especificado que se calcule de la siguiente forma, donde C es el coste de la solución inicial y $\phi \in [0, 1]$ es la probabilidad de aceptar un μ por 1 peor que la inicial. Se ha especificado en este problema que $\phi = 0.3$ y que $\mu = 0.3$.

Algorithm 19 Cálculo de la temperatura inicial

```

1: function CALCULARTEMPINICIAL( $C, \mu, \phi$ )
2:    $T_0 \leftarrow (\mu \cdot C) / -\ln(\phi)$ 
3:   return  $T_0$ 

```

También es importante saber como se generan los vecinos de una solución. Para ello, hace falta modificar una característica aleatoria del vector de pesos añadiéndole un valor aleatorio generado mediante una distribución normal de $\mu = 0$ y $\sigma = 0.3$. Es importante destacar que este vecino tiene que normalizarse después de añadirle el valor aleatorio, ya que se tiene que dar que $\forall w_i \in W, w_i \in [0, 1]$. Esto se puede ver en el siguiente pseudocódigo:

Algorithm 20 Operador de generación de vecino

```

1: function OPERADORVECINDARIO( $W, N$ )
2:    $carac \leftarrow \text{ValorEnteroAleatorio}(N)$ 
3:    $vecino[carac] \leftarrow vecino[carac] + \text{GenerarValorDistribucionNormal}(\mu, \sigma)$ 
4:    $\text{NormalizarW}(vecino)$ 
5:   return  $vecino$ 

```

Antes de ver finalmente el pseudocódigo del Enfriamiento Simulado, hace falta comentar unos aspectos muy breves sobre él. Se ha especificado que el **número máximo de evaluaciones** sea 15000. Además, se ha modificado el bucle externo para que se hagan M iteraciones, siempre y cuando ha habido algún éxito, que es entrar dentro del bloque condicional, debido a que se ha encontrado una solución mejor o se ha aceptado una peor con una cierta probabilidad dada por un valor aleatorio uniforme en el rango $[0, 1]$. Y otra cosa importante es que, ya que estamos en un problema de maximización, el valor de Δf tiene que ser positivo, y al ser este valor positivo, dentro de la exponencial se tiene que eliminar el signo negativo que viene en la versión original.

Con esto ya dicho, pasemos a ver finalmente el pseudocódigo de esta técnica:

Algorithm 21 Función de cálculo de pesos mediante Enfriamiento Simulado (I)

```

1: function ENFRIAMIENTOSIMULADO( $X, y, maxEvaluaciones$ )
2:    $T_f \leftarrow 0.001$ 
3:    $N \leftarrow \text{ObtenerNumCaracteristicas}(X)$ 
4:    $W \leftarrow \text{GenerarWAleatorio}(N)$ 
5:    $mejorW \leftarrow W$ 
6:    $maxVecinos \leftarrow 10 \cdot N$ 
7:    $maxExitos \leftarrow \text{Redondear}(0.1 \cdot maxVecinos)$ 
8:    $M \leftarrow \text{Redondear}(maxEvaluaciones / maxVecinos)$ 

```

Algorithm 22 Función de cálculo de pesos mediante Enfriamiento Simulado (II)

```

9:  numEvaluaciones  $\leftarrow$  0
10: numIteraciones  $\leftarrow$  0
11: numExitos  $\leftarrow$  1
12: C  $\leftarrow$  Evaluar(X, y, W)
13: mejorFitness  $\leftarrow$  C
14: fitness  $\leftarrow$  C
15: numEvaluaciones  $\leftarrow$  numEvaluaciones + 1
16: T  $\leftarrow$  CalcularTempInicial(C,  $\mu$ ,  $\phi$ )
17:  $\beta$   $\leftarrow$  CalcularBeta(T, Tf, M)
18: while numIteraciones < M and numExitos > 0 do
19:   numExitos  $\leftarrow$  0
20:   numVecinos  $\leftarrow$  0
21:   while numVecinos < maxVecinos and numExitos < maxExitos do
22:     W'  $\leftarrow$  OperadorVecindario(W, N)
23:     fitness'  $\leftarrow$  Evaluar(X, y, W')
24:     numEvaluaciones  $\leftarrow$  numEvaluaciones + 1
25:      $\Delta f$   $\leftarrow$  fitness' - fitness
26:     if  $\Delta f$  > 0 or ValorAleatorioUniformeRango0-1()  $\leq e^{\Delta f / T}$  then
27:       numExitos  $\leftarrow$  numExitos + 1
28:       W  $\leftarrow$  W'
29:       fitness  $\leftarrow$  fitness'
30:       if fitness > mejorFitness then
31:         mejorW  $\leftarrow$  W
32:         mejorFitness  $\leftarrow$  fitness
33:       numVecinos  $\leftarrow$  numVecinos + 1
34:     T  $\leftarrow$  EsquemaCauchyModificado(T,  $\beta$ )
35:     numIteraciones  $\leftarrow$  numIteraciones + 1
36: return mejorW

```

2.3.2. ILS: Búsqueda Local Iterativa

La segunda técnica que se ha implementado es la **ILS**, o como se conoce en español, **Búsqueda Local Iterativa**. Esta es una búsqueda basada en trayectorias que, a diferencia de la búsqueda local, permite evitar óptimos locales, reiniciando la búsqueda con una nueva solución inicial. Se parte de una solución inicial y se aplica una búsqueda local sobre ella, y el resultado se guarda como la mejor solución hasta el momento. A continuación se aplica una mutación sobre la mejor solución actual, modificando una parte de los valores de la solución y se vuelve a aplicar una búsqueda local sobre esta modificación. aceptando o no esta nueva solución como la mejor actual según algún criterio, y se repite este proceso hasta que se dé un cierto de parada.

En este problema, el operador de mutación que se aplica sobre la solución modifica un 10 % de las características de forma aleatoria añadiéndoles un valor aleatorio generado por una distribución normal de $\mu = 0$ y $\sigma = 0.4$. Esto se puede ver en el siguiente pseudocódigo:

Algorithm 23 Operador de mutación en ILS

```

1: function MUTACION( $W, N$ )
2:    $caracteristicas \leftarrow$  GenerarSecuenciaAleatoriaEnteros( $N, 0.1$ )
3:   for  $carac \in caracteristicas$  do
4:      $W[carac] \leftarrow W[carac] +$  GenerarValorDistribucionNormal( $\mu, \sigma$ )
5:    $W \leftarrow$  NormalizarW( $W$ )
6:   return  $W$ 
```

En este problema, se piden hacer de nuevo 15000 evaluaciones de la función objetivo. Además, se utiliza la búsqueda local de la sección 2.2.3, modificándola para que acepte un número máximo de iteraciones de 1000 (que es el número de evaluaciones que se pide que haga la búsqueda local) y un vector de pesos de entrada, de forma que no tiene que generarlo ella, aunque sí que debe evaluarlo. Además, se elimina toda la parte que implica parar antes de tiempo por no mejorar. También se hace que devuelva el *fitness* de la solución a la que ha llegado, para así evitar tener que volver a calcularlo posteriormente. A continuación se puede ver un pseudocódigo del ILS:

Algorithm 24 Cálculo de los pesos mediante la ILS (I)

```

1: function ILS( $X, y, maxEvaluaciones$ )
2:    $N \leftarrow$  ObtenerNumCaracteristicas( $X$ )
3:    $numEvaluaciones \leftarrow 0$ 
4:    $evalsBL \leftarrow 1000$ 
5:    $W_0 \leftarrow$  GenerarWAleatorio( $N$ )
```

Algorithm 25 Cálculo de los pesos mediante la ILS (II)

```
6:  mejorW, mejorFitness  $\leftarrow$  BusquedaLocal(X, y, W0, evalsBL)
7:  numEvaluaciones  $\leftarrow$  numEvaluaciones + evalsBL
8:  while numEvaluaciones < maxEvaluaciones do
9:    W'  $\leftarrow$  mejorW
10:   W'  $\leftarrow$  Mutacion(W', N)
11:   W', fitness  $\leftarrow$  BusquedaLocal(X, y, W', evalsBL)
12:   if fitness > mejorFitness then
13:     mejorW  $\leftarrow$  W'
14:     mejorFitness  $\leftarrow$  fitness
15:  return mejorW
```

2.3.3. Evolución Diferencial

La tercera y última técnica que se ha pedido implementar es la **Evolución Diferencial**. Esta es una metaheurística basada en poblaciones, al igual que los Algoritmos Genéticos. Sin embargo, esta técnica está especialmente diseñada para problemas con variables reales, ya que las mutaciones y recombinaciones están especialmente pensados para éstos. Estos operadores permiten combinar tanto la capacidad explorativa de los AG como su capacidad explotativa con tal de conseguir unos mejores resultados.

En este problema se utilizan dos mutaciones. Una de ellas es el *rand/1*, donde se escogen 3 padres aleatorios y se combinan entre ellos. El otro es el *current-to-best/1*, donde se escogen dos padres aleatorios, el mejor elemento de la población y el elemento *i*-ésimo sobre el que se está haciendo la mutación, y se combinan entre ellos. Esto se puede ver en los siguientes pseudocódigos:

Algorithm 26 Esquema de mutación *rand/1*

```

1: function MUTACIONRAND(p1, p2, p3, f gen)
2:   mutacion  $\leftarrow p1[gen] + f(p2 - p3)$ 
3:   return mutacion

```

Algorithm 27 Esquema de mutación *current-to-best/1*

```

1: function MUTACIONCURRENTTOBEST(mejor, actual, p1, p2, f gen)
2:   mutacion  $\leftarrow mejor[gen] + f(mejor[gen] - actual[gen]) + f(p1[gen] - p2[gen])$ 
3:   return mutacion

```

Esta mutación, sin embargo, no se hace siempre, si no que viene por una tasa de cruce (*CR*). Se genera un número aleatorio y, en caso de obtener un valor más pequeño que *CR*, se realiza la mutación en el gen. En caso contrario, se copia la información genética del cromosoma sobre el que se están realizando las operaciones.

Una vez que se han generado todos los descendientes, éstos tienen que competir contra sus padres directos. Los descendientes solo pueden entrar en la población si su valor *fitness* es mejor que el de sus padres. En caso contrario, serán ignorados.

Para facilitar un poco el trabajo, la población estará ordeanda según su valor *fitness*, ya que uno de los modelos de mutación utiliza el mejor cromosoma. Por tanto, para tener un acceso más rápido a él, lo más adecuado sería tener toda la población ordenada.

Para este problema se tienen que realizar de nuevo 15000 evaluaciones a la función objetivo. Los valores de CR y f son ambos 0.5, con lo cuál hay bastante probabilidad de cruce.

Con todo esto dicho, vamos a ver un pseudocódigo de la Evolución Diferencial:

Algorithm 28 Evolución Diferencial

```

1: function AGG( $X, Y, opMutacion$ )
2:    $numGenes \leftarrow$  ObtenerNumCaracteristicas( $datos$ )
3:   Determinar  $numPadres$  en función de  $opMutacion$ 
4:    $numEvaluaciones \leftarrow 0$ 
5:    $poblacion \leftarrow$  GenerarPoblacionInicial( $numCrom, numGenes$ )
6:    $fitness \leftarrow$  EvaluarPoblacion( $datos, etiquetas, poblacion$ )
7:    $fitness, poblacion \leftarrow$  OrdenarPoblacion( $fitness, poblacion$ )
8:    $numEvaluaciones \leftarrow numEvaluaciones + tamPob$ 
9:   while  $numEvaluaciones < 15000$  do
10:     $descendientes \leftarrow$  NuevoVectorVacio()
11:    for  $i \leftarrow 1$  to  $tamPob$  do
12:       $indicesPadres \leftarrow$  GenerarIndicesExcluyendoValorI( $N, i$ )
13:      Escoger  $numPadres$  de  $indicesPadres$  de forma aleatoria
14:       $descendiente \leftarrow$  NuevoVectorVacio()
15:      for  $gen \leftarrow 1$  to  $numGenes$  do
16:        if GenerarValorAleatorioUniforme01()  $< CR$  then
17:           $descendiente[gen] \leftarrow$  Aplicar mutación según  $opMutacion$ 
18:        else
19:           $descendiente[gen] \leftarrow poblacion[i][gen]$ 
20:       $descendiente \leftarrow$  NormalizarW( $descendiente$ )
21:       $descendientes.Insertar(descendiente)$ 
22:       $fitnessDesc \leftarrow$  EvaluarPoblacion( $X, y, descendientes$ )
23:       $numEvaluaciones \leftarrow numEvaluaciones + numCrom$ 
24:      for  $i \leftarrow 1$  to  $tamPob$  do
25:        if  $fitnessDesc[i] > fitness[i]$  then
26:           $poblacion[i] \leftarrow descendientes[i]$ 
27:           $fitness[i] \leftarrow fitnessDesc[i]$ 
28:       $fitness, poblacion \leftarrow$  OrdenarPoblacion( $fitness, poblacion$ )
29:       $W \leftarrow poblacion[0]$ 
30:    return  $W$ 

```

3. Desarrollo de la práctica

La práctica se ha implementado en **Python3** y ha sido probada en la versión 3.7.1. Por tanto, se recomienda encarecidamente utilizar un intérprete de Python3 al ejecutar el código y no uno de la versión 2.X, debido a problemas de compatibilidad con ciertas funciones del lenguaje. Se ha probado el código sobre Linux Mint 19 y al estar basado en Ubuntu 18 no debería haber problemas de compatibilidad con otros sistemas, además de que Python es un lenguaje muy portable. No se ha probado en el entorno **conda**, pero si se consiguen instalar los módulos necesarios, no debería haber problemas.

A la hora de implementar el software, se han utilizado tanto módulos ya incluidos en Python, como el módulo **time** para la medición de tiempos, como módulos científicos y para *machine learning*, como por ejemplo **numpy** y **sklearn**. Este último se ha utilizado para poder dividir los datos para el **5 Fold Cross Validation** y para obtener un clasificador KNN que poder utilizar para poder probar los resultados obtenidos por cada uno de los algoritmos. Para la visualización de datos se ha utilizado **pandas**, ya que permite conseguir una visualización rápida de estos gracias a los DataFrames.

Adicionalmente, la estructura de **KDTree** utilizada ha sido sacada de un módulo externo llamado **pykdtree**[1]. Este módulo está implementado en **Cython** y **C** y también utiliza **OMP**, con lo cuál su rendimiento va a ser muy superior a otras implementaciones como por ejemplo el **cKDTree** de **scipy**¹. En cuanto a su uso, las funciones y la forma de construirlo son las mismas que las de cKDTree, con lo cuál se puede consultar su documentación[2] para obtener más información sobre su uso.

Siendo ahora más concretos en cuanto a la implementación, se ha creado un módulo que contiene tanto código reutilizado de la práctica anterior (creación de particiones, búsqueda local, función de normalización de los datos, función para generar una solución inicial aleatoria y funciones objetivo y de evaluación de los datos) como código referente a esta práctica (es decir, la implementación del Enfriamiento Simulado, la de la ILS y la de la Evolución Diferencial). Se ha implementado un algoritmo para las dos versiones de la Evolución Diferencial. Además, se ha implementado una función a la que se ha llamado clasificador, la cuál se encarga de recorrer las particiones creadas, de ejecutar los respectivos algoritmos pasándoles los datos, entrenar luego un clasificador 1-NN con los pesos calculados y predecir las clases, además de recopilar información estadística para mostrarla luego por pantalla.

¹De hecho, pykdtree está basado en cKDTree y libANN, cogiendo lo mejor de cada implementación y paralelizando el código con OMP para conseguir unos rendimientos muy superiores a ambos, tanto a la hora de crear el árbol como para hacer consultas.

Se han utilizado dos semillas aleatorias las cuáles están fijas en el código: una para dividir los datos, y otra para los algoritmos implementados, que se fija al justo antes de llamar a la función que le pasa los datos al algoritmo que se vaya a ejecutar. Los ficheros ARFF proporcionados se han convertido al formato CSV con un script propio, con el objetivo de facilitar la lectura de los datos. Estos archivos también se proporcionan junto con el código fuente implementado.

4. Manual de usuario

Para poder ejecutar el programa, se necesita un intérprete de **Python3**, como se ha mencionado anteriormente. Además, para poder satisfacer las dependencias se necesita el gestor de paquetes **pip** (preferiblemente **pip3**).

Se recomienda instalar las dependencias, las cuáles vienen en el archivo **requirements.txt**, ya que sin ellas, el programa no podrá funcionar. Se recomienda utilizar el script de bash incluido para realizar la instalación, ya que se encarga de instalarlo en un entorno virtual para no causar problemas de versiones con paquetes que ya se tengan instaladas en el equipo o para no instalar paquetes no deseados. Una vez instalados², para poder utilizar el entorno creado se debe ejecutar el siguiente comando:

```
$ source ./env/bin/activate
```

Para desactivar el entorno virtual, simplemente basta con ejecutar:

```
(env) $ deactivate
```

Para ejecutar el programa basta con ejecutar el siguiente comando:

```
$ python3 practica3.py [archivo] [algoritmo]
```

Los argumentos **archivo** y **algoritmo** son obligatorios, y sin ellos el programa lanzará una excepción. En cuanto a sus posibles valores:

- **archivo** puede ser: **colposcopy**, **ionosphere** o **texture**.
- **algoritmo** puede ser:
 - * Para Enfriamiento Simulado: **sa**.
 - * Para ILS: **ils**.
 - * Para Evolución Diferencial: **der** para la mutación *Rand* y **de** para la mutación *current-to-best/1*.

A continuación, para ilustrar mejor lo explicado hasta el momento, se ofrece una captura de un ejemplo de ejecución del programa. En la imagen se puede ver la siguiente información:

²Si se produce algún error durante la instalación de los paquetes, puede ser debido a pykdtree, ya que al necesitar un compilador que soporte OMP puede fallar en los sistemas OSX. Para evitar estos problemas, el programa puede utilizar un cKDTree de scipy en caso de que a la hora de importar pykdtree se produzca un error, suponiendo a cambio una penalización en el tiempo de ejecución.

- Se muestra primero el conjunto de datos sobre el que se va a ejecutar y el clasificador que se va a ejecutar.
- Se puede ver una tabla en la que aparecen los datos referentes a cada partición (tasa de clasificación, tasa de reducción, agrupación y tiempo).
- Se muestran valores estadísticos para cada variable (valores máximo, mínimo, medio, mediana y desviación típica).

```

x vladislav@vladislav-OMEN-by-HP-Laptop-15-ce0xx ~/Universidad/Tercero/ugr_metaheuristica/P3/software/FUENTES master
python3 practica3.py ionosphere de
/home/vladislav/Universidad/Tercero/ugr_metaheuristica/P3/software/FUENTES/algorithms/kfold.py:24: RuntimeWarning: invalid value
  new_sample = (sample - sample_min) / sample_diff
Conjunto de datos: ionosphere
Clasificador utilizado: SearchAlgorithm.DE
Tiempo total: 26.265313386917114

Resultados de las ejecuciones

Particion 1  % clas  % red  Agr.  T
Particion 2  87.323944  88.235294  87.779619  4.803299
Particion 3  84.285714  82.352941  83.319328  6.012843
Particion 4  84.285714  91.176471  87.731092  5.085990
Particion 5  87.142857  88.235294  87.689076  5.135127
Particion 6  88.571429  88.235294  88.403361  5.228055

Valores estadísticos

% clas  % red  Agr.  T
Maximo  88.571429  91.176471  88.403361  6.012843
Minimo  84.285714  82.352941  83.319328  4.803299
Media  86.321932  87.647059  86.984495  5.253063
Mediana  87.142857  88.235294  87.731092  5.135127
Desv. típica  1.733813  2.881753  1.851091  0.405463

```

Figura 1: Ejemplo de salida de la ejecución con los datos **ionosphere** y la Evolución Diferencial con *current-to-best/1*.

5. Análisis de resultados y experimentación

5.1. Descripción de los casos del problema

Para analizar el rendimiento de los algoritmos, se han realizado pruebas sobre 3 conjuntos de datos:

- **Colposcopy**: Conjunto de datos de colposcopias adquirido y anotado por médicos profesionales del Hospital Universitario de Caracas. Las imágenes fueron tomadas al azar de las secuencias colposcópicas. 287 ejemplos con 62 características que deben ser clasificados en 2 clases.
- **Ionosphere**: Conjunto de datos de radar que fueron recogidos por un sistema en *Goose Bay*, Labrador. 352 ejemplos con 34 características que deben ser clasificados en 2 clases.
- **Texture**: Conjunto de datos de extracciones de imágenes para distinguir entre 11 texturas diferentes (césped, piel de becerro prensada, papel hecho a mano, rafia en bucle a una pila alta, lienzo de algodón,...). 550 ejemplos con 40 características que deben ser clasificados en 11 clases.

5.2. Análisis de los resultados

Se han realizado distintas ejecuciones con los datos para cada uno de los algoritmos. Cada conjunto de datos se ha dividido con una función de **sklearn**, y se han mezclado con la **semialla aleatoria** 40. Antes de ejecutar cada uno de los algoritmos con la primera partición de datos se ha fijado como **semilla** el valor 8912374 (la misma que la práctica anterior para realizar un análisis más justo, ya que si no podría pasar que alguno de los nuevos algoritmos es mejor). Ambas están fijadas en el código y se pueden comprobar. Es muy importante destacar que todas las gráficas que se vean proceden de la primera partición de cada conjunto de datos, con el objetivo de el análisis sea sobre los mismos datos, en vez de sobre diferentes particiones.

A continuación se muestran los resultados obtenidos para cada algoritmo y para cada uno de los conjuntos de datos, rescatando las tablas de la práctica anterior. Se han medido los valores de tasa de clasificación, tasa de reducción, agrupación (función objetivo) y tiempo que ha tardado (en segundos). Además se ofrece información extra sobre los valores máximo, mínimo, medio, mediana y desviación típica de cada uno de los datos, para poder comparar los datos más fácilmente. Y, como extra, se ha añadido una tabla en la que aparecen los valores medios de cada algoritmo, para facilitar la comparación. Estas tablas se pueden ver a continuación:

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
Partición 1	79.66	0	39.83	0,00049	85.92	0	42.96	0,00045	91.82	0	45.91	0,00056
Partición 2	66.67	0	33.33	0,00037	85.71	0	42.86	0,00037	91.82	0	45.91	0,00048
Partición 3	71.93	0	35.96	0,00035	88.57	0	44.29	0,00036	93.64	0	46.82	0,00044
Partición 4	82.46	0	41.23	0,00035	87.14	0	43.57	0,00039	93.64	0	46.82	0,00046
Partición 5	73.68	0	36.84	0,00035	84.29	0	42.14	0,00039	90.91	0	45.45	0,00049
Media	74.88	0	37.44	0,00038	86.33	0	43.16	0,00039	92.36	0	46.18	0,00049
Máximo	82.46	0	41.23	0,00049	88.57	0	44.29	0,00048	93.64	0	46.82	0,00056
Mínimo	66.67	0	33.33	0,00035	84.29	0	42.14	0,00036	90.91	0	45.45	0,00044
Mediana	73.68	0	36.84	0,00035	85.92	0	42.96	0,00039	91.82	0	45.91	0,00048
Desv. Típica	5.62	0	2.81	0,000056	1.44	0	0.72	0,000033	1.09	0	0.55	0,00004

Cuadro 1: Resultados obtenidos por el algoritmo 1-NN en el problema del APC.

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
Partición 1	72.88	29.03	50.96	0.04223180	87.32	2.94	45.13	0.04617286	93.64	7.50	50.57	0.09011912
Partición 2	70.18	25.81	47.99	0.03592849	91.43	2.94	47.18	0.04701781	94.55	15.00	54.77	0.08130646
Partición 3	68.42	48.39	58.40	0.03983450	91.43	2.94	47.18	0.03659153	95.45	7.50	51.48	0.08078218
Partición 4	77.19	64.52	70.85	0.03201556	90.00	2.94	46.47	0.03484225	97.27	5.00	51.14	0.08749294
Partición 5	82.46	29.03	55.74	0.03293490	84.29	2.94	43.61	0.03472829	93.64	2.50	48.07	0.09723902
Media	74.23	39.35	56.79	0.03658905	88.89	2.94	45.92	0.03987055	94.91	7.50	51.20	0.08738794
Máximo	82.46	64.52	70.85	0.04223180	91.43	2.94	47.18	0.04701781	97.27	15.00	54.77	0.09723902
Mínimo	68.42	25.81	47.99	0.03201556	84.29	2.94	43.61	0.03472829	93.64	2.50	48.07	0.08078218
Mediana	72.88	29.03	55.74	0.03592849	90.00	2.94	46.47	0.03659153	94.55	7.50	51.14	0.08749294
Desv. Típica	5.07	14.91	7.91	0.00392631	2.75	0.00	1.37	0.00553680	1.36	4.18	2.15	0.00608498

Cuadro 2: Resultados obtenidos por el algoritmo *RELIEF* en el problema del APC.

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
Partición 1	81.36	83.87	82.61	2.47677159	88.73	85.29	87.01	0.74606109	92.73	77.50	85.11	0.81571221
Partición 2	71.93	82.26	77.09	2.88534594	88.57	79.41	83.99	0.83731246	89.09	85.00	87.05	0.86508775
Partición 3	70.18	82.26	76.22	2.59485793	80.00	94.12	87.06	0.42965746	95.45	82.50	88.98	1.02096820
Partición 4	71.93	82.26	77.09	2.90626860	88.57	91.18	89.87	0.75856829	90.91	85.00	87.95	1.56289935
Partición 5	64.91	75.81	70.36	2.81053543	85.71	91.18	88.45	0.62555575	87.27	82.50	84.89	1.22837043
Media	72.06	81.29	76.68	2.73475590	86.32	88.24	87.28	0.67943101	91.09	82.50	86.80	1.09860759
Máximo	81.36	83.87	82.61	2.90626860	88.73	94.12	89.87	0.83731246	95.45	85.00	88.98	1.56289935
Mínimo	64.91	75.81	70.36	2.47677159	80.00	79.41	83.99	0.42965746	87.27	77.50	84.89	0.81571221
Mediana	71.93	82.26	77.09	2.81053543	88.57	91.18	87.06	0.74606109	90.91	82.50	87.05	1.02096820
Desv. Típica	5.31	2.81	3.89	0.16968432	3.35	5.26	1.95	0.14206914	2.84	2.74	1.59	0.27312796

Cuadro 3: Resultados obtenidos por el algoritmo BL en el problema del APC.

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
Partición 1	77.97	72.58	75.27	10.26	83.1	85.29	84.2	5.0	90.91	85.0	87.95	6.29
Partición 2	66.67	72.58	69.62	10.79	82.86	88.24	85.55	4.36	86.36	82.5	84.43	6.63
Partición 3	78.95	59.68	69.31	13.95	88.57	85.29	86.93	4.69	93.64	77.5	85.57	6.88
Partición 4	77.19	74.19	75.69	9.55	91.43	91.18	91.3	3.88	89.09	85.0	87.05	6.26
Partición 5	71.93	72.58	72.26	10.97	81.43	76.47	78.95	5.98	89.09	82.5	85.8	6.28
Media	74.54	70.32	72.43	11.1	85.48	85.29	85.39	4.78	89.82	82.5	86.16	6.47
Máximo	78.95	74.19	75.69	13.95	91.43	91.18	91.3	5.98	93.64	85.0	87.95	6.88
Mínimo	66.67	59.68	69.31	9.55	81.43	76.47	78.95	3.88	86.36	77.5	84.43	6.26
Mediana	77.19	72.58	72.26	10.79	83.1	85.29	85.55	4.69	89.09	82.5	85.8	6.29
Desv. Típica	4.63	5.36	2.7	1.51	3.84	4.92	4.01	0.7	2.4	2.74	1.22	0.25

Cuadro 4: Resultados obtenidos por el AGG con cruce BLX- α en el problema del APC.

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
Partición 1	81.36	58.06	69.71	18.7	87.32	61.76	74.54	9.83	93.64	75.0	84.32	8.72
Partición 2	73.68	51.61	62.65	17.91	85.71	70.59	78.15	9.98	90.91	77.5	84.2	8.04
Partición 3	66.67	54.84	60.75	14.76	90.0	64.71	77.35	9.03	92.73	62.5	77.61	10.16
Partición 4	78.95	54.84	66.89	16.96	91.43	64.71	78.07	8.22	90.91	67.5	79.2	9.85
Partición 5	71.93	48.39	60.16	18.4	81.43	61.76	71.6	10.36	90.91	55.0	72.95	12.62
Media	74.52	53.55	64.03	17.35	87.18	64.71	75.94	9.48	91.82	67.5	79.66	9.88
Máximo	81.36	58.06	69.71	18.7	91.43	70.59	78.15	10.36	93.64	77.5	84.32	12.62
Mínimo	66.67	48.39	60.16	14.76	81.43	61.76	71.6	8.22	90.91	55.0	72.95	8.04
Mediana	73.68	54.84	62.65	17.91	87.32	64.71	77.35	9.83	90.91	67.5	79.2	9.85
Desv. Típica	5.2	3.29	3.69	1.42	3.5	3.22	2.54	0.76	1.15	8.22	4.28	1.57

Cuadro 5: Resultados obtenidos por el AGG con cruce aritmético en el problema del APC.

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
Partición 1	69.49	72.58	71.04	11.01	88.73	91.18	89.95	5.58	88.18	80.0	84.09	8.03
Partición 2	71.93	70.97	71.45	11.7	85.71	88.24	86.97	6.71	85.45	75.0	80.23	7.94
Partición 3	68.42	64.52	66.47	13.99	81.43	82.35	81.89	8.23	94.55	85.0	89.77	6.83
Partición 4	77.19	80.65	78.92	10.92	80.0	85.29	82.65	5.73	94.55	67.5	81.02	10.15
Partición 5	71.93	70.97	71.45	11.41	84.29	79.41	81.85	6.69	91.82	77.5	84.66	8.06
Media	71.79	71.94	71.86	11.81	84.03	85.29	84.66	6.59	90.91	77.0	83.95	8.2
Máximo	77.19	80.65	78.92	13.99	88.73	91.18	89.95	8.23	94.55	85.0	89.77	10.15
Mínimo	68.42	64.52	66.47	10.92	80.0	79.41	81.85	5.58	85.45	67.5	80.23	6.83
Mediana	71.93	70.97	71.45	11.41	84.29	85.29	82.65	6.69	91.82	77.5	84.09	8.03
Desv. Típica	3.03	5.16	4.0	1.13	3.1	4.16	3.26	0.94	3.59	5.79	3.37	1.07

Cuadro 6: Resultados obtenidos por el AGE con cruce BLX- α en el problema del APC.

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
Partición 1	74.58	59.68	67.13	15.52	85.92	61.76	73.84	10.09	95.45	72.5	83.98	9.33
Partición 2	68.42	66.13	67.28	13.6	87.14	64.71	75.92	11.17	90.0	75.0	82.5	9.81
Partición 3	68.42	67.74	68.08	14.62	90.0	73.53	81.76	8.93	89.09	70.0	79.55	9.6
Partición 4	77.19	69.35	73.27	12.62	85.71	64.71	75.21	11.07	82.73	70.0	76.36	10.9
Partición 5	70.18	69.35	69.77	11.34	84.29	70.59	77.44	11.03	91.82	72.5	82.16	10.52
Media	71.76	66.45	69.1	13.54	86.61	67.06	76.84	10.46	89.82	72.0	80.91	10.03
Máximo	77.19	69.35	73.27	15.52	90.0	73.53	81.76	11.17	95.45	75.0	83.98	10.9
Mínimo	68.42	59.68	67.13	11.34	84.29	61.76	73.84	8.93	82.73	70.0	76.36	9.33
Mediana	70.18	67.74	68.08	13.6	85.92	64.71	75.92	11.03	90.0	72.5	82.16	9.81
Desv. Típica	3.53	3.59	2.29	1.47	1.92	4.32	2.72	0.86	4.16	1.87	2.68	0.59

Cuadro 7: Resultados obtenidos por el AGE con cruce aritmético en el problema del APC.

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
Partición 1	69.49	85.48	77.49	7.15	80.28	88.24	84.26	3.91	88.18	85.0	86.59	4.74
Partición 2	68.42	80.65	74.53	8.19	87.14	88.24	87.69	3.57	87.27	85.0	86.14	5.23
Partición 3	80.7	83.87	82.29	7.56	75.71	88.24	81.97	3.82	93.64	82.5	88.07	5.51
Partición 4	84.21	83.87	84.04	7.8	85.71	94.12	89.92	3.43	91.82	85.0	88.41	5.39
Partición 5	78.95	83.87	81.41	7.79	84.29	91.18	87.73	3.68	92.73	82.5	87.61	5.75
Media	76.35	83.55	79.95	7.7	82.63	90.0	86.31	3.68	90.73	84.0	87.36	5.32
Máximo	84.21	85.48	84.04	8.19	87.14	94.12	89.92	3.91	93.64	85.0	88.41	5.75
Mínimo	68.42	80.65	74.53	7.15	75.71	88.24	81.97	3.43	87.27	82.5	86.14	4.74
Mediana	78.95	83.87	81.41	7.79	84.29	88.24	87.69	3.68	91.82	85.0	87.61	5.39
Desv. Típica	6.28	1.58	3.46	0.34	4.15	2.35	2.83	0.17	2.53	1.22	0.87	0.34

Cuadro 8: Resultados obtenidos por el AM con cruce BLX- α y Búsqueda Local sobre toda la población en el problema del APC.

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
Partición 1	72.88	83.87	78.38	5.88	90.14	91.18	90.66	2.94	87.27	85.0	86.14	4.31
Partición 2	71.93	83.87	77.9	6.73	90.0	91.18	90.59	2.97	90.91	87.5	89.2	4.22
Partición 3	70.18	83.87	77.02	6.62	94.29	82.35	88.32	3.85	95.45	87.5	91.48	4.35
Partición 4	75.44	80.65	78.04	8.95	90.0	82.35	86.18	4.7	85.45	87.5	86.48	4.48
Partición 5	59.65	82.26	70.95	7.66	87.14	91.18	89.16	2.75	81.82	85.0	83.41	4.58
Media	70.01	82.9	76.46	7.17	90.31	87.65	88.98	3.44	88.18	86.5	87.34	4.39
Máximo	75.44	83.87	78.38	8.95	94.29	91.18	90.66	4.7	95.45	87.5	91.48	4.58
Mínimo	59.65	80.65	70.95	5.88	87.14	82.35	86.18	2.75	81.82	85.0	83.41	4.22
Mediana	71.93	83.87	77.9	6.73	90.0	91.18	89.16	2.97	87.27	87.5	86.48	4.35
Desv. Típica	5.45	1.29	2.79	1.06	2.28	4.32	1.66	0.73	4.67	1.22	2.77	0.13

Cuadro 9: Resultados obtenidos por el AM con cruce BLX- α y Búsqueda Local sobre el mejor de la población en el problema del APC.

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
Partición 1	72.88	83.87	78.38	5.88	90.14	91.18	90.66	2.94	87.27	85.0	86.14	4.31
Partición 2	71.93	83.87	77.9	6.73	90.0	91.18	90.59	2.97	90.91	87.5	89.2	4.22
Partición 3	70.18	83.87	77.02	6.62	94.29	82.35	88.32	3.85	95.45	87.5	91.48	4.35
Partición 4	75.44	80.65	78.04	8.95	90.0	82.35	86.18	4.7	85.45	87.5	86.48	4.48
Partición 5	59.65	82.26	70.95	7.66	87.14	91.18	89.16	2.75	81.82	85.0	83.41	4.58
Media	70.01	82.9	76.46	7.17	90.31	87.65	88.98	3.44	88.18	86.5	87.34	4.39
Máximo	75.44	83.87	78.38	8.95	94.29	91.18	90.66	4.7	95.45	87.5	91.48	4.58
Mínimo	59.65	80.65	70.95	5.88	87.14	82.35	86.18	2.75	81.82	85.0	83.41	4.22
Mediana	71.93	83.87	77.9	6.73	90.0	91.18	89.16	2.97	87.27	87.5	86.48	4.35
Desv. Típica	5.45	1.29	2.79	1.06	2.28	4.32	1.66	0.73	4.67	1.22	2.77	0.13

Cuadro 10: Resultados obtenidos por el AM con cruce BLX- α y Búsqueda Local sobre un cromosoma aleatorio de la población en el problema del APC.

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
Partición 1	69.49	83.87	76.68	1.27	87.32	88.24	87.78	0.65	91.82	85.00	88.41	0.89
Partición 2	73.68	83.87	78.78	1.32	87.14	91.18	89.16	0.60	90.00	82.50	86.25	0.86
Partición 3	66.67	85.48	76.08	1.22	80.00	88.24	84.12	0.71	90.00	87.50	88.75	0.91
Partición 4	70.18	83.87	77.02	1.40	88.57	91.18	89.87	0.62	88.18	82.50	85.34	0.87
Partición 5	70.18	80.65	75.41	1.46	87.14	88.24	87.69	0.67	87.27	85.00	86.14	0.85
Media	70.04	83.55	76.79	1.34	86.04	89.41	87.72	0.65	89.45	84.50	86.98	0.88
Máximo	73.68	85.48	78.78	1.46	88.57	91.18	89.87	0.71	91.82	87.50	88.75	0.91
Mínimo	66.67	80.65	75.41	1.22	80.00	88.24	84.12	0.60	87.27	82.50	85.34	0.85
Mediana	70.18	83.87	76.68	1.32	87.14	88.24	87.78	0.65	90.00	85.00	86.25	0.87
Desv. Típica	2.24	1.58	1.13	0.08	3.06	1.44	1.98	0.04	1.59	1.87	1.35	0.02

Cuadro 11: Resultados obtenidos por el Enfriamiento Simulado en el problema del APC.

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
Partición 1	72.88	88.71	80.80	4.74	85.92	91.18	88.55	2.79	90.00	87.50	88.75	4.20
Partición 2	75.44	85.48	80.46	6.00	91.43	88.24	89.83	2.96	85.45	85.00	85.23	4.98
Partición 3	77.19	90.32	83.76	6.17	88.57	88.24	88.40	2.79	92.73	87.50	90.11	4.89
Partición 4	80.70	88.71	84.71	6.22	90.00	88.24	89.12	3.12	93.64	85.00	89.32	5.15
Partición 5	75.44	87.10	81.27	6.52	85.71	94.12	89.92	3.12	85.45	85.00	85.23	4.64
Media	76.33	88.06	82.20	5.93	88.33	90.00	89.16	2.95	89.45	86.00	87.73	4.77
Máximo	80.70	90.32	84.71	6.52	91.43	94.12	89.92	3.12	93.64	87.50	90.11	5.15
Mínimo	72.88	85.48	80.46	4.74	85.71	88.24	88.40	2.79	85.45	85.00	85.23	4.20
Mediana	75.44	88.71	81.27	6.17	88.57	88.24	89.12	2.96	90.00	85.00	88.75	4.89
Desv. Típica	2.58	1.64	1.71	0.62	2.24	2.35	0.63	0.15	3.48	1.22	2.09	0.33

Cuadro 12: Resultados obtenidos por la ILS en el problema del APC.

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
Partición 1	66.10	93.55	79.83	7.03	85.92	91.18	88.55	4.88	88.18	87.50	87.84	5.97
Partición 2	73.68	91.94	82.81	7.28	85.71	88.24	86.97	4.93	91.82	87.50	89.66	6.05
Partición 3	68.42	93.55	80.98	6.93	78.57	94.12	86.34	4.78	90.91	87.50	89.20	6.17
Partición 4	84.21	93.55	88.88	6.42	85.71	91.18	88.45	5.03	92.73	87.50	90.11	6.23
Partición 5	71.93	93.55	82.74	6.29	85.71	94.12	89.92	4.81	85.45	87.50	86.48	6.92
Media	72.87	93.23	83.05	6.79	84.33	91.76	88.05	4.88	89.82	87.50	88.66	6.27
Máximo	84.21	93.55	88.88	7.28	85.92	94.12	89.92	5.03	92.73	87.50	90.11	6.92
Mínimo	66.10	91.94	79.83	6.29	78.57	88.24	86.34	4.78	85.45	87.50	86.48	5.97
Mediana	71.93	93.55	82.74	6.93	85.71	91.18	88.45	4.88	90.91	87.50	89.20	6.17
Desv. Típica	6.26	0.65	3.12	0.37	2.88	2.20	1.26	0.09	2.66	0.00	1.33	0.34

Cuadro 13: Resultados obtenidos por la Evolución Diferencial con mutación *rand/1* en el problema del APC.

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
Partición 1	72.88	87.10	79.99	6.19	87.32	88.24	87.78	4.59	82.73	85.00	83.86	6.14
Partición 2	70.18	83.87	77.02	6.61	84.29	82.35	83.32	5.78	91.82	87.50	89.66	5.79
Partición 3	68.42	80.65	74.53	7.77	84.29	91.18	87.73	4.49	91.82	85.00	88.41	6.30
Partición 4	78.95	85.48	82.22	6.49	87.14	88.24	87.69	4.69	83.64	87.50	85.57	6.09
Partición 5	75.44	83.87	79.65	7.02	88.57	88.24	88.40	4.86	87.27	85.00	86.14	6.18
Media	73.17	84.19	78.68	6.82	86.32	87.65	86.98	4.88	87.45	86.00	86.73	6.10
Máximo	78.95	87.10	82.22	7.77	88.57	91.18	88.40	5.78	91.82	87.50	89.66	6.30
Mínimo	68.42	80.65	74.53	6.19	84.29	82.35	83.32	4.49	82.73	85.00	83.86	5.79
Mediana	72.88	83.87	79.65	6.61	87.14	88.24	87.73	4.69	87.27	85.00	86.14	6.14
Desv. Típica	3.75	2.14	2.65	0.55	1.73	2.88	1.85	0.47	3.87	1.22	2.06	0.17

Cuadro 14: Resultados obtenidos por la Evolución Diferencial con mutación *current-to-best/1* en el problema del APC.

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
1-NN	74.88	0	37.44	0.000388717651367	86.33	0	43.16	0.000394868850708	92.36	0	46.18	0.00048770904541
RELIEF	74.23	39.35	56.79	0.03658905	88.89	2.94	45.92	0.03987055	94.91	7.50	51.20	0.08738794
BL	72.06	81.29	76.68	2.73475590	86.32	88.24	87.28	0.67943101	91.09	82.50	86.80	1.09860759
AGG-BLX	74.54	70.32	72.43	11.1	85.48	85.29	85.39	4.78	89.82	82.5	86.16	6.47
AGG-CA	74.52	53.55	64.03	17.35	87.18	64.71	75.94	9.48	91.82	67.5	79.66	9.88
AGE-BLX	71.79	71.94	71.86	11.81	84.03	85.29	84.66	6.59	90.91	77.0	83.95	8.2
AGE-CA	71.76	66.45	69.1	13.54	86.61	67.06	76.84	10.46	89.82	72.0	80.91	10.03
AM-(10,1,0)	76.35	83.55	79.95	7.7	82.63	90.0	86.31	3.68	90.73	84.0	87.36	5.32
AM-(10,0,1)	73.87	83.23	78.55	6.14	86.03	88.82	87.43	3.22	89.27	86.0	87.64	4.52
AM-(10,0,1mej)	70.01	82.9	76.46	7.17	90.31	87.65	88.98	3.44	88.18	86.5	87.34	4.39
ES	70.04	83.55	76.79	1.34	86.04	89.41	87.72	0.65	89.45	84.50	86.98	0.88
ILS	76.33	88.06	82.20	5.93	88.33	90.00	89.16	2.95	89.45	86.00	87.73	4.77
DE/rand/1	72.87	93.23	83.05	6.79	84.33	91.76	88.05	4.88	89.82	87.50	88.66	6.27
DE/current-to-best/1	73.17	84.19	78.68	6.82	86.32	87.65	86.98	4.88	87.45	86.00	86.73	6.10

Cuadro 15: Resultados medios obtenidos en el problema del APC.

5.3. Experimentación realizada

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
Partición 1	74.58	91.94	83.26	6.04	85.92	91.18	88.55	4.82	88.18	87.50	87.84	5.92
Partición 2	68.42	91.94	80.18	5.61	87.14	91.18	89.16	4.73	92.73	87.50	90.11	6.07
Partición 3	59.65	93.55	76.60	5.76	77.14	94.12	85.63	4.51	95.45	87.50	91.48	5.94
Partición 4	73.68	93.55	83.62	5.70	85.71	91.18	88.45	4.60	91.82	87.50	89.66	6.12
Partición 5	78.95	90.32	84.63	5.73	88.57	91.18	89.87	4.81	86.36	90.00	88.18	5.89
Media	71.06	92.26	81.66	5.77	84.90	91.76	88.33	4.69	90.91	88.00	89.45	5.99
Máximo	78.95	93.55	84.63	6.04	88.57	94.12	89.87	4.82	95.45	90.00	91.48	6.12
Mínimo	59.65	90.32	76.60	5.61	77.14	91.18	85.63	4.51	86.36	87.50	87.84	5.89
Mediana	73.68	91.94	83.26	5.73	85.92	91.18	88.55	4.73	91.82	87.50	89.66	5.94
Desv. Típica	6.61	1.21	2.93	0.15	4.01	1.18	1.44	0.12	3.25	1.00	1.33	0.09

Cuadro 16: Resultados obtenidos por la Evolución Diferencial con mutación *current-to-best5-rand/1* en el problema del APC.

	Colposcopy				Ionosphere				Texture			
	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T	% clas	%red	Agr.	T
1-NN	74.88	0	37.44	0.000388717651367	86.33	0	43.16	0.000394868850708	92.36	0	46.18	0.00048770904541
RELIEF	74.23	39.35	56.79	0.03658905	88.89	2.94	45.92	0.03987055	94.91	7.50	51.20	0.08738794
BL	72.06	81.29	76.68	2.73475590	86.32	88.24	87.28	0.67943101	91.09	82.50	86.80	1.09860759
AGG-BLX	74.54	70.32	72.43	11.1	85.48	85.29	85.39	4.78	89.82	82.5	86.16	6.47
AGG-CA	74.52	53.55	64.03	17.35	87.18	64.71	75.94	9.48	91.82	67.5	79.66	9.88
AGE-BLX	71.79	71.94	71.86	11.81	84.03	85.29	84.66	6.59	90.91	77.0	83.95	8.2
AGE-CA	71.76	66.45	69.1	13.54	86.61	67.06	76.84	10.46	89.82	72.0	80.91	10.03
AM-(10,1,0)	76.35	83.55	79.95	7.7	82.63	90.0	86.31	3.68	90.73	84.0	87.36	5.32
AM-(10,0,1)	73.87	83.23	78.55	6.14	86.03	88.82	87.43	3.22	89.27	86.0	87.64	4.52
AM-(10,0,1mej)	70.01	82.9	76.46	7.17	90.31	87.65	88.98	3.44	88.18	86.5	87.34	4.39
ES	70.04	83.55	76.79	1.34	86.04	89.41	87.72	0.65	89.45	84.50	86.98	0.88
ILS	76.33	88.06	82.20	5.93	88.33	90.00	89.16	2.95	89.45	86.00	87.73	4.77
DE/rand/1	72.87	93.23	83.05	6.79	84.33	91.76	88.05	4.88	89.82	87.50	88.66	6.27
DE/current-to-best/1	73.17	84.19	78.68	6.82	86.32	87.65	86.98	4.88	87.45	86.00	86.73	6.10
DE/current-to-best5-rand/1	71.06	92.26	81.66	5.77	84.90	91.76	88.33	4.69	90.91	88.00	89.45	5.99

Cuadro 17: Resultados medios obtenidos en el problema del APC.

5.4. Conclusiones

Referencias

- [1] Repositorio de GitHub de pykdtree.
`https://github.com/storpipfugl/pykdtree`
- [2] Documentación de cKDTree.
`https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.spatial.cKDTree.html`