UNIVERSIDAD
DE GRANADA

Visión por Computador
grado en ingeniería informática

Trabajo 3

Cuestiones de teoría

Autor
Vladislav Nikolov Vasilev

Rama
Computación y Sistemas Inteligentes

Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación

Curso 2019-2020

Índice

Ejercicio 1

¿Cuál es la transformación más fuerte de la geometría de una escena que puede introducirse al tomar una foto de ella? Dar algún ejemplo.

Solución

La transformación más fuerte de la geometría de una escena que puede introducirse al tomar una foto es la **transformación proyectiva**, también conocida como **transformación de perspectiva**. Esta transformación es capaz de conservar las líneas rectas, pero no conserva ni los ángulos, ni los tamaños de los objetos de la escena ni las líneas paralelas, ya que estos elementos dependen de la perspectiva del observador dentro de la escena. Dos observadores situados en la misma escena pero en distintos lugares no tomarán la misma foto si observan al mismo punto.

Un ejemplo muy claro de esto es la típica foto de las vías del tren. En la realidad, las vías forman líneas rectas, pero al tomar una fotografía de ellas desde el suelo, las líneas no son paralelas; es más, parece que se cortan en el infinito (cosa que en la realidad no sucede). Otro ejemplo sería por ejemplo una foto tomada en un pasillo. Las líneas que separan el suelo de las paredes de cada lado del pasillo no se juntan en la realidad en ningún momento, pero por la perspectiva con la que se ha tomado la foto, tal y como pasó en el caso de las vías, podría parecer que las líneas se juntasen en el infinito.

Ejercicio 2

¿Por qué es necesario usar el plano proyectivo para estudiar las transformaciones en las imágenes de fotos de escenas? Dar algún ejemplo.

Solución

Necesitamos utilizar el plano proyectivo para estudiar las transformaciones en las imágenes de fotos de escenas porque existen ciertas transformaciones, como por ejemplo las cambios de perspectiva, los cuáles se dan al tomar fotos de una misma escena desde distintas posiciones, que no se pueden estudiar en el plano afín, ya que son un tipo de transfomración que rompe con ciertas propiedades geométricas que tienen los planos afines, como por ejemplo la conservación del paralelismo.

Por tanto, para estudiar dichas transformaciones necesitamos hacerlo en el plano proyectivo, ya que ahí las transformaciones se pueden representar como **homografías**. Ĺas homografías, no obstante, no solo representan transformaciones de perspectiva, sino que también se pueden utilizar para representar transformaciones afines. Por tanto, realmente se puede estudiar cualquier tipo de transformación en el plano proyectivo, lo cuál lo hace más adecuado y preferente sobre el afín.

Ejercicio 3

Sabemos que en el plano proyectivo un punto no existe en el sentido del plano afín, sino que se define por una clase de equivalencia de vectores definida por $\{k(x, y, 1), k \neq 0\}$. Razone usando las coordenadas proyectivas de los puntos afines de una recta que pase por el $(0, 0)$ del plano afín y verifique que los punto de la recta del infinito del plano proyectivo son necsariamente vectores del tipo $(*, *, 0)$ con $*$ =cualquier número.

Solución

Ejercicio 4

¿Qué propiedades de la geometría de un plano quedan invariantes cuando se toma una foto de él? Justificar la respuesta.

Solución

Cuando tomamos una fotografía de un plano, se conservan las siguientes propiedades:

- **Líneas rectas**: Las líneas rectas se conservan, ya que tomar una foto de un plano desde un punto u otro no produce una deformación de estas.
-

Ejercicio 5

En coordenadas homogéneas los puntos y rectas del plano se representan por vectores de tres coordenadas (notados x y l respectivamente), de manera que si una recta contiene a un punto se verifica la ecuación $x^T l = 0$, es decir $(x_1, x_2, x_3) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$. Considere una homografía H que transforma vectores de puntos, $x' = Hx$. Dado que una homografía

transforma vectores de tres coordenadas también existen homografías G para transformar vectores de rectas $l' = Gl$. Suponga una recta l y un punto x que verifican $x^T l = 0$ en el plano proyectivo y suponga que conoce una homografía H que transforma vectores de puntos. En estas condiciones ¿cuál es la homografía G que transforma los vectores de las rectas? Deducirla matemáticamente.

Solución

Ejercicio 6

¿Cuál es el mínimo número de escalares necesarios para fijar una homografía general? ¿Y si la homografía es afín? Justificar la respuesta.

Solución

Ejercicio 7

Defina una homografía entre planos proyectivos que haga que el punto $(3, 0, 2)$ del plano proyectivo-1 se transforme en un punto de la recta del infinito del plano proyectivo-2? Justificar la respuesta.

Solución

Partiendo de que los puntos del plano proyectivo-2 son de la forma $(x', y', 0)$, tenemos que encontrar una homografía que nos permita llevar el punto $(3, 0, 2)$ a una recta de dicho plano, haciendo que el último valor sea por tanto un 0 en vez de un 2. Para ello, vamos a plantear esta transformación de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

donde la homografía **H** es:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \tag{2}$$

Realmente de aquí solo nos interesa calcular los valores de g, h e i que nos permiten transformar el 2 que se tiene en un principio a 0. Para ello, vamos a reescribir la última parte como una ecuación. La expresión es la siguiente:

$$3g + 0h + 2i = 0 \tag{3}$$

Simplificando la expresión anterior, obtenemos lo siguiente:

$$3g + 2i = 0 \tag{4}$$

La expresión anterior tiene realmente infinitas soluciones, aunque todas ellas se pueden expresar de la siguietne forma:

$$g = 2k \ , \ i = -3k \ , \ donde \ k \in \mathbb{Z}$$

Por tanto, podríamos escoger como una solución simple $g = 2$ e $i = -3$. El valor de h sería $h = 0$, y el resto de elementos de $\mathbf{H}$ podríamos ponerlos como la matriz identidad. Por tanto, tendríamos lo siguiente:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix} \tag{5}$$

Ahora, si queremos calcular las coordenadas del nuevo punto, simplemente tenemos que palicar la homografía calculada anteriormente, y obtendríamos que:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{6}$$

Ejercicio 8

Una homografía general $\mathbf{H} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{t} \\ \mathbf{v}^T & v \end{bmatrix}$, $\det(\mathbf{H}) \neq 0$ admite una descomposición única en movimiento elementales de la siguiente forma $\mathbf{H} = \mathbf{H}_S\mathbf{H}_A\mathbf{H}_P$ donde $\mathbf{H}_S$ representa la homografía de una similaridad

(escala, giro y traslación), $\mathbf{H}_A$ la homografía de un movimiento afín puro y $\mathbf{H}_P$ una transformación proyectiva pura. Es decir,

$$\mathbf{H}_S = \begin{pmatrix} s\cos\theta & -s\sin\theta & t_x \\ s\sin\theta & s\cos\theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \equiv \begin{bmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}, s > 0$$

$$\mathbf{H}_A = \begin{pmatrix} a & c & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \equiv \begin{bmatrix} s\mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}, \det(\mathbf{K} = 1$$

$$\mathbf{H}_P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ v_1 & v_2 & v \end{pmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{v}^T & v \end{bmatrix}, v \neq 0$$

(Notación: en negrita son vectores o matrices)

Describir un algoritmo que permite encontrar las matrices de la descomposición de una matriz H dada. Aplicarlo para encontrar la descomposición de

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1.707 & 0.586 & 1.0 \\ 2.707 & 8.242 & 2.0 \\ 1.0 & 2.0 & 1.0 \end{pmatrix}$$

Solución

Para empezar, voy a decir que he consultado el libro *Multiple View Geometry in Computer Vision*[1] para extraer información y para guiarme, ya que el problema planteado puede ser encontrado ahí. En la solución primero mostraremos cuáles son las bases de lo que vamos a hacer, y después mostraremos un pseudocódigo junto con el resultado de la descomposición propuesta.

Vamos a empezar sacando la información más inmediata. Si miramos la expresión $\mathbf{H} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{t} \\ \mathbf{v}^T & v \end{bmatrix}$ podemos deducir una serie de cosas:

1. $\mathbf{A}$ tiene que ser una matriz 2×2, y tiene que equivaler a $\begin{pmatrix} a & b \\ d & e \end{pmatrix}$.

2. $\mathbf{t}$ es, por la notación, un vector columna. Por tanto, tiene que tener el mismo número de filas que $\mathbf{A}$, y por tanto, tiene que tener un tamaño de 2×1. De esta forma, tendríamos que $\mathbf{t} = \begin{pmatrix} c \\ f \end{pmatrix}$.

3. $\mathbf{v}^T$ es, por la notación, un vector fila. Por tanto, tiene que tener el mismo número de columnas que $\mathbf{A}$, y por tanto, tiene que tener un tamaño de 1×2. De esta forma, tendríamos que $\mathbf{v}^T = \begin{pmatrix} g & h \end{pmatrix}$.

4. v es un único valor, ya que no está expresado en notación de vector y/o matriz. Por tanto, el único caso que puede darse es $v = i$.

Por tanto, de aquí ya podemos extraer algunos elementos de la descomposición, los cuáles son $\mathbf{t}$, $\mathbf{v}^T$ y v. $\mathbf{A}$, en un principio, también lo tenemos, pero si nos fijamos en las matrices que forman parte de la descomposición, vemos que no aparece por ninguna parte. En su lugar, aparecen otras expresiones, como $s\mathbf{R}$ y $\mathbf{K}$. Por tanto, tenemos que encontrar alguna manera de calcular estas dos matrices, de manera que, con las expresiones que obtengamos, podamos crear un algoritmo para hacer la descomposición.

Si miramos el libro, podemos encontrar una expresión para obtener $\mathbf{A}$, la cuál es la siguiente:

$$\mathbf{A} = s\mathbf{R}\mathbf{K} + \mathbf{t}\mathbf{v}^T \tag{7}$$

donde $\mathbf{K}$ es una matriz triangular superior con $\det(\mathbf{K}) = 1$.

Esta expresión surge de ir multiplicando las expresiones que aparecen entre corchetes. Para demostrarlo, vamos a ver dicho desarrollo:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{t} \\ \mathbf{v}^T & v \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s\mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{v}^T & v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s\mathbf{R}\mathbf{K} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{v}^T & v \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} s\mathbf{R}\mathbf{K} + \mathbf{t}\mathbf{v}^T & \mathbf{t}v \\ \mathbf{v}^T & v \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Como podemos ver, la expresión anterior aparece dentro de la matriz resultante.

Nuestro objetivo es determinar las expresiones para calcular $s\mathbf{R}$ y $\mathbf{K}$. Para obtener dichos valores, nos vamos a ayudar de aquellos que ya conocemos, que son $\mathbf{t}$, $\mathbf{v}^T$, v y $\mathbf{A}$.

Para empezar, vamos a reescribir la expresión que se ve en (7) con el objetivo de simplificar cálculos futuros:

$$s\mathbf{RK} = \mathbf{A} - \mathbf{t}\mathbf{v}^T \tag{8}$$

Ahora, si desarrollamos la expresión anterior con toda la información que conocemos, obtenemos lo siguiente:

$$\begin{gathered}
s\mathbf{RK} = \mathbf{A} - \mathbf{t}\mathbf{v}^T \\
\begin{pmatrix} s\cos\theta & -s\sin\theta \\ s\sin\theta & s\cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_a & k_c \\ 0 & k_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ d & e \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c \\ f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g & h \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} k_a s\cos\theta & k_c s\cos\theta - k_b s\sin\theta \\ k_a s\sin\theta & k_c s\sin\theta + k_b s\cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ d & e \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} cg & ch \\ fg & fh \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} k_a s\cos\theta & k_c s\cos\theta - k_b s\sin\theta \\ k_a s\sin\theta & k_c s\sin\theta + k_b s\cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a - cg & b - ch \\ d - fg & e - fh \end{pmatrix}
\end{gathered}$$

Podemos plantear dicha expresión como un sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{gathered}
k_a s\cos\theta = a - cg \\
k_c s\cos\theta - k_b s\sin\theta = b - ch \\
k_a s\sin\theta = d - fg \\
k_c s\sin\theta + k_b s\cos\theta = e - fh
\end{gathered}\right\} \tag{9}$$

De aquí, nuestro objetivo es obtener los valores de s, θ, k_a, k_b y k_c. Si nos fijamos, de momento tenemos un sistema con cuatro ecuaciones y cinco incógnitas. En un principio, tendríamos muchísimos problemas para resolverlo, ya que nos faltaría una ecuación más. Afortunadamente, tiene que cumplirse que el determinante de $\mathbf{K}$ tiene que ser 1. Para que esto suceda, tiene que darse que $k_a k_b = 1$. Por tanto, tiene que cumplirse que

$$k_b = \frac{1}{k_a}$$

Sustituyendo, obtenemos lo siguiente:

$$\left.\begin{gathered}
k_a s\cos\theta = a - cg \\
k_c s\cos\theta - \tfrac{1}{k_a} s\sin\theta = b - ch \\
k_a s\sin\theta = d - fg \\
k_c s\sin\theta + \tfrac{1}{k_a} s\cos\theta = e - fh
\end{gathered}\right\} \tag{10}$$

Ahora tenemos un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas. Sin embargo, obtener las soluciones nos va a llevar bastante trabajo, ya que queremos que todas ellas sean genéricas para cualquier homografía **H**, de forma que de aquí podamos sacar algún algoritmo que nos pueda servir para cualquier matriz que cumpla con las restricciones impuestas.

Lo primero que podemos intentar hacer es obtener el valor de θ, ya que parece ser lo más "fácil" de sacar. Para hacerlo, vamos a utilizar la primera y la tercer ecuación, ya que ambas tienen k_a en ellas.

Si dejamos la primera ecuación en función de k_a, obtenemos lo siguiente:

$$k_a = \frac{a - cg}{s \cos\theta} \tag{11}$$

Si dejamos la tercera ecuación en función de k_a, obtenemos la siguiente expresión:

$$k_a = \frac{d - fg}{s \sin\theta} \tag{12}$$

Si igualamos, obtenemos que:

$$\begin{aligned}
\frac{a - cg}{s \cos\theta} &= \frac{d - fg}{s \sin\theta} \\
s \sin\theta (a - cg) &= s \cos\theta (d - fg) \\
\frac{s \sin\theta}{s \cos\theta} &= \frac{d - fg}{a - cg} \\
\frac{\sin\theta}{\cos\theta} &= \frac{d - fg}{a - cg} \\
\tan\theta &= \frac{d - fg}{a - cg}
\end{aligned}$$

Ya que tenemos el valor de la tangente de θ, para obtener el valor de θ solo tenemos que aplicar la función inversa, la cuál es el arco tangente. Por tanto, tenemos que θ tiene el siguiente valor:

$$\theta = \arctan\left(\frac{d - fg}{a - cg}\right) \tag{13}$$

Ahora que ya tenemos θ, aun nos resta encontrar los valores de k_a, k_c y s. Lo primero que podemos hacer es dejar el valor de s en función de k_a. Para hacer esto, podemos aislar en la primera ecuación, y obtendríamos la siguiente expresión:

$$s = \frac{a - cg}{k_a \cos\theta} \tag{14}$$

Ahora, vamos a intentar obtener el valor de k_a. Para ello podemos intentar utilizar la segunda y la cuarta ecuación, aunque para eso, vamos a simplificarlas antes:

$$\left.\begin{array}{c} k_a s\cos\theta = a - cg \\ s\Big(k_c\cos\theta - \frac{1}{k_a}\sin\theta\Big) = b - ch \\ k_a s\sin\theta = d - fg \\ s\Big(k_c\sin\theta + \frac{1}{k_a}\cos\theta\Big) = e - fh \end{array}\right\} \tag{15}$$

Ahora podemos coger la segunda y la cuarta ecuación, teniendo por tanto el siguiente par de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{c} s\Big(k_c\cos\theta - \frac{1}{k_a}\sin\theta\Big) = b - ch \\ s\Big(k_c\sin\theta + \frac{1}{k_a}\cos\theta\Big) = e - fh \end{array}\right\} \tag{16}$$

Si aislamos s en cada lado, obtenemos:

$$\left.\begin{array}{c} s = \frac{b-ch}{k_c\cos\theta - \frac{1}{k_a}\sin\theta} \\ s = \frac{e-fh}{k_c\sin\theta + \frac{1}{k_a}\cos\theta} \end{array}\right\} \tag{17}$$

Antes de continuar, para facilitar el trabajo, vamos a hacer la siguiente sustitución de variables:

$$t_1 = b - ch, t_2 = e - fh$$

Ahora, si sustituimos por las variables anteriores e igualamos las dos expresiones, obtenemos lo siguiente:

$$
\begin{gathered}
\frac{t_1}{k_c \cos\theta - \frac{1}{k_a}\sin\theta} = \frac{t_2}{k_c \sin\theta + \frac{1}{k_a}\cos\theta} \\
t_1 k_c \sin\theta + \frac{t_1 \cos\theta}{k_a} = t_2 k_c \cos\theta - \frac{t_2 \sin\theta}{k_a} \\
t_1 k_a k_c \sin\theta + t_1 \cos\theta = t_2 k_a k_c \cos\theta - t_2 \sin\theta \\
t_2 k_a k_c \cos\theta - t_1 k_a k_c \sin\theta = t_1 \cos\theta + t_2 \sin\theta \\
k_a k_c = \frac{t_1 \cos\theta + t_2 \sin\theta}{t_2 \cos\theta - t_1 \sin\theta} \\
k_c = \frac{t_1 \cos\theta + t_2 \sin\theta}{t_2 \cos\theta - t_1 \sin\theta} \cdot \frac{1}{k_a} \\
k_c = \frac{(b - ch)\cos\theta + (e - fh)\sin\theta}{(e - fh)\cos\theta - (b - ch)\sin\theta} \cdot \frac{1}{k_a}
\end{gathered}
$$

Ahora si sustituimos s y k_c en la segunda ecuación por las expresiones que hemos obtenido hasta ahora, tenemos lo siguiente:

$$
\begin{gathered}
\frac{a - cg}{k_a \cos\theta}\left(\frac{t_1 \cos\theta + t_2 \sin\theta}{t_2 \cos\theta - t_1 \sin\theta} \cdot \frac{\cos\theta}{k_a} - \frac{\sin\theta}{k_a}\right) = t_1 \\
\frac{a - cg}{k_a^2 \cos\theta}\left(\frac{t_1 \cos\theta + t_2 \sin\theta}{t_2 \cos\theta - t_1 \sin\theta} \cdot \cos\theta - \sin\theta\right) = t_1 \\
\frac{a - cg}{k_a^2}\left(\frac{t_1 \cos\theta + t_2 \sin\theta}{t_2 \cos\theta - t_1 \sin\theta} - \tan\theta\right) = t_1 \\
k_a^2 = \frac{a - cg}{t_1}\left(\frac{t_1 \cos\theta + t_2 \sin\theta}{t_2 \cos\theta - t_1 \sin\theta} - \tan\theta\right) \\
k_a = \sqrt{\frac{a - cg}{t_1}\left(\frac{t_1 \cos\theta + t_2 \sin\theta}{t_2 \cos\theta - t_1 \sin\theta} - \tan\theta\right)} \\
k_a = \sqrt{\frac{a - cg}{b - ch}\left(\frac{(b - ch)\cos\theta + (e - fh)\sin\theta}{(e - fh)\cos\theta - (b - ch)\sin\theta} - \tan\theta\right)}
\end{gathered}
$$

Y con esto, ya tendríamos las expresiones necesarias para calcular todas las incógnitas. Si nos fijamos en las expresiones anteriores, vemos que algunas de ellas están en azul. Esto se debe a que estas serán las expresiones que utilizaremos en nuestro algoritmo para calcular la descomposición.

Por tanto, sin más dilación, vamos a ver un pseudocódigo del algoritmo para calcular la descomposición de la matriz $\mathbf{H}$:

Algorithm 1 Pseudocódigo de la descomposición de $\mathbf{H}$

function DESCOMPONERH($\mathbf{H}$)

$a, b, c, d, e, f, g, h, i \leftarrow \mathbf{H}_{11}, \mathbf{H}_{12}, \mathbf{H}_{13}, \mathbf{H}_{21}, \mathbf{H}_{22}, \mathbf{H}_{23}, \mathbf{H}_{31}, \mathbf{H}_{32}, \mathbf{H}_{33}$

$\theta \leftarrow \arctan\left(\frac{d-fg}{a-cg}\right)$

$k_a \leftarrow \sqrt{\frac{a-cg}{b-ch}\left(\frac{(b-ch)\cos\theta+(e-fh)\sin\theta}{(e-fh)\cos\theta-(b-ch)\sin\theta} - \tan\theta\right)}$

$k_b \leftarrow \frac{1}{k_a}$

$k_c \leftarrow \frac{(b-ch)\cos\theta+(e-fh)\sin\theta}{(e-fh)\cos\theta-(b-ch)\sin\theta} \cdot \frac{1}{k_a}$

$s \leftarrow \frac{a-cg}{k_a\cos\theta}$

$\mathbf{H}_S \leftarrow \begin{pmatrix} s\cos\theta & -s\sin\theta & c \\ s\sin\theta & s\cos\theta & f \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\mathbf{H}_A \leftarrow \begin{pmatrix} k_a & k_c & 0 \\ 0 & k_b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\mathbf{H}_P \leftarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ g & h & i \end{pmatrix}$

return $\mathbf{H}_S$, $\mathbf{H}_A$, $\mathbf{H}_P$

Vamos a aplicar ahora el algoritmo para descomponer la matriz siguiente:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1.707 & 0.586 & 1.0 \\ 2.707 & 8.242 & 2.0 \\ 1.0 & 2.0 & 1.0 \end{pmatrix}$$

1. Obtenemos los valores iniciales:

$$a = 1.707, b = 0.586, c = 1.0, d = 2.707, e = 8.242, f = 2.0, g = 1.0, h = 2.0, i = 1.0$$

2. Calculamos θ:

$$\theta = \arctan\left(\frac{2.707 - 2.0}{1.707 - 1.0}\right) = \arctan\left(\frac{0.707}{0.707}\right) = \arctan(1) = \frac{\pi}{4}$$

3. Calculamos k_a:

$$k_a = \sqrt{\frac{1.707 - 1}{0.586 - 2}\left(\frac{(0.586 - 2)\cos\frac{\pi}{4} + (8.242 - 4)\sin\frac{\pi}{4}}{(8.242 - 4)\cos\frac{\pi}{4} - (0.586 - 2)\sin\frac{\pi}{4}} - \tan\frac{\pi}{4}\right)} = 0.5$$

4. Calculamos k_b:

$$k_b = \frac{1}{0.5} = 2$$

5. Calculamos k_c:

$$k_c = \frac{(0.586 - 2)\cos\frac{\pi}{4} + (8.242 - 4)\sin\frac{\pi}{4}}{(8.242 - 4)\cos\frac{\pi}{4} - (0.586 - 2)\sin\frac{\pi}{4}} \cdot \frac{1}{0.5} = 1$$

6. Calculamos s:

$$s = \frac{1.707 - 1}{0.5 \cdot \cos\frac{\pi}{4}} = 1.99969 \approx 2$$

7. Obtenemos las matrices:

$$\mathbf{H}_S = \begin{pmatrix} 2\cos\frac{\pi}{4} & -2\sin\frac{\pi}{4} & 1 \\ 2\sin\frac{\pi}{4} & 2\cos\frac{\pi}{4} & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{H}_A = \begin{pmatrix} 0.5 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{H}_P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 9

¿Cuáles son las propiedades necesarias y suficientes para que una matriz defina un movimiento geométrico no degenerado entre planos? Justificar la respuesta.

Solución

Ejercicio 10

¿Qué información de la imagen usa el detector de Harris para seleccionar puntos? ¿El detector de Harris detecta patrones geométricos o fotométricos? Justificar la contestación.

Solución

Ejercicio 11

¿Sería adecuado usar como descriptor de un punto Harris los valores de los píxeles de su región de soporte? Identifique ventajas, inconvenientes y mecanismos de superación de estos últimos.

Solución

Ejercicio 12

Describa un par de criterios que sirvan para seleccionar parejas de puntos en correspondencias ("matching") a partir de descriptores de regiones extraídos de dos imágenes. ¿Por qué no es posible garantizar que todas las parejas son correctas?

Solución

Ejercicio 13

¿Cuál es el objetivo principal del uso de la técnica RANSAC en el cálculo de una homografía? Justificar la respuesta.

Solución

Ejercicio 14

Si tengo 4 imágenes de una escena de manera que se solapan la 1-2, 2-3 y 3-4. ¿Cuál es el número mínimo de parejas de puntos en correspon-

dencias necesarios para montar un mosaico? Justificar la respuesta.

Solución

Ejercicio 15

¿En la confección de un mosaico con proyección rectangular es esperable que aparezcan deformaciones geométricas de la escena real? ¿Cuáles y por qué? ¿Bajo qué condiciones esas deformaciones podrían no estar presentes? Justificar la respuesta.

Solución

Referencias

[1] Richard Hartley and Andrew Zisserman. *Multiple View Geometry in Computer Vision.* Cambridge University Press, New York, NY, USA, 2 edition, 2003.