

ВВЕДЕНИЕ

При создании и проектировании сложных систем возникают многочисленные задачи, требующие знаний количественных и качественных закономерностей, свойственных рассматриваемым системам. Особенное значение приобрели так называемые общесистемные вопросы, относящиеся к общей структуре системы, организации взаимодействия между ее элементами, совокупному взаимодействию элементов с внешней средой, централизованному управлению функционированием элементов и т.д. Эти вопросы составляют существо так называемого системного подхода к изучению свойств реальных объектов и содержание направления, получившего название системотехника.

Наиболее полное и всестороннее исследование сложной системы на всех этапах разработки, начиная с этапа постановки задачи, подготовки технического задания и заканчивая внедрением системы в эксплуатацию, невозможно без методов моделирования. Именно моделирование является средством, позволяющим без капитальных затрат решить проблемы построения больших систем.

Модель — это объект-заместитель объекта-оригинала, обеспечивающий изучение некоторых свойств оригинала.

Замещение одного объекта другим с целью получения информации о важнейших свойствах объекта-оригинала с помощью объекта-модели называется моделированием. Другими словами, моделирование может быть определено как представление объекта моделью для получения информации об этом объекте путем проведения экспериментов с его моделью. Теория замещения одних объектов (оригиналов) другими объектами (моделями) и исследования свойств объектов на их моделях называется теорией моделирования. Если результаты моделирования подтверждаются и могут служить основой для прогнозирования процессов, протекающих в исследуемых объектах, то говорят, что модель адекватна объекту. При этом адекватность модели зависит от цели моделирования и принятых критериев.

1. РОЛЬ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

1.1. ОБЩАЯ СХЕМА ПРОЦЕССА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Управляющие решения характеризуются тем, что выбор и реализация решений возлагаются на различные элементы единой, достаточно сложной системы. Принимается решение управляющим органом, а реализуется – исполнительным. Система, средствами которой принимается, а затем реализуется решение, может быть организационной, технической или смешанного типа. Примеры организационной системы: учебное учреждение, беспилотный самолет и т.д. Наиболее распространенными в настоящее время являются смешанные системы. К таким системам относятся современные промышленные предприятия.

Одним из важнейших атрибутов сложной системы является наличие целенаправленного поведения. В процессе достижения цели система так или иначе взаимодействует с внешней средой, которая может быть либо «дружелюбной», либо «враждебной», либо нейтральной.

Для того, что бы система выполняла функции принятия решений необходимо:

1. оценить качество всех возможных способов достижения цели.
2. выбирать из них наилучший с точки зрения достижения поставленной цели.

Для решения указанных задач разработана специальная теория – теория принятия решений.

В основе принятия решений лежит исследование операции. Под операцией в данном случае понимается процесс достижения цели системой. Исследование операции заключается в оценке и сравнении возможных способов ее проведения с учетом имеющихся ограничений. Ограничения, как правило, связаны с ограничениями на ресурсы (материальными, временными, людскими и т.п.), находящимися в распоряжении оперирующей стороны (субъект операции). Таким образом, способ проведения операции определяется стратегией использования имеющихся ресурсов. Поэтому вместо термина «способ проведения операции» используют термин **стратегия**. Стратегии, удовлетворяющие наложенным ограничениям, называются **допустимыми**. Понятие «допустимая стратегия» является относительным: множество допустимых стратегий изменится, если изменятся ограничения (или ресурсы).

Реализация той или допустимой стратегии приводит к различным **исходам операции**. Качество проведения операции оценивается с позиции **лица, принимающего решение** (ЛПР). Под этим термином в теории принятия решений понимается любой управляющий орган, персональный

или коллегиальный, имеющий биологическое или техническое воплощение. В указанном смысле оценка качества проведения операции всегда является субъективной. Тем не менее для получения такой оценки должны использоваться объективные методы.

Мерой эффективности проведения операции служит **показатель эффективности**. В общем случае он отражает результат проведения операции, который, в свою очередь, является функцией трех факторов: полезного эффекта операции (q), затрат ресурсов на проведение операции (c) и затрат времени на проведение операции (t):

$$Y_{on}=Y(q(u),c(u),t(u)).$$

В зависимости от того, какие стороны планируемой операции интересуют ЛПР, список аргументов в выражении показателя эффективности может изменяться. Например, если эффективность операции не зависит от времени, то фактор времени может быть опущен. И факторы, наиболее существенные с точки зрения ЛПР могут быть детализированы.

Необходимо отметить, что учитываемые факторы q , c , t могут носить не только количественный, но и качественный характер. Форма описания факторов зависит как от сферы деятельности, к которой относится рассматриваемая операция (предметная область), так и от возможных требований к точности их оценки. Количественные оценки во многих случаях являются более объективными, однако при решении многих задач они просто не нужны.

Показатель эффективности позволяет оценить (описать) результат операции, полученный при использовании некоторой стратегии. Однако даже если такие оценки будут получены для всего множества допустимых стратегий, этого еще не достаточно чтобы выбрать одну из них. Для выбора стратегии необходимо сформулировать правило, позволяющее сравнивать между собой стратегии, характеризующиеся различными показателями эффективности.

В теории принятия решений правило, на основании которого производится выбор стратегии, отвечающей интересам ЛПР, называется **критерием эффективности**.

Таким образом, показатель эффективности и критерий эффективности в совокупности отражают цели, которые преследует ЛПР при проведении данной операции, а также наиболее предпочтительный для него способ достижения этой цели.

Если система предпочтений ЛПР обладает свойством полноты и направленности, то может быть построена **модель предпочтений** ЛПР. Слово модель в данном случае отражает формализованное описание соответствующих категорий, которое обеспечивает повторение процедуры выбора в однотипных ситуациях при различных исходных данных. Кроме того, модель предпочтений может быть использована для автоматизации процесса поиска решений.

Рассмотрим смысл свойств полноты и направленности.

Система предпочтений ЛПР обладает **свойством полноты** на множестве D элементов выбора, если она позволяет сравнить между собой любые два элемента $d_1, d_2 \in D$ и вынести одно из трех альтернативных суждений:

- а) d_1 предпочтительнее d_2 ;
- б) d_1 и d_2 равноценны;
- с) d_2 предпочтительнее d_1 .

Свойство направленности означает следующее. Если, например, при сравнении элементов d_1 и d_2 ЛПР выносит решение « d_1 предпочтительнее d_2 », а при сравнении элементов d_2 и d_3 – « d_2 предпочтительнее d_3 », то при сравнении элементов d_1 и d_3 его вывод должен быть однозначен: « d_1 предпочтительнее d_3 ».

Необходимо отметить, что на практике предпочтения ЛПР непостоянны и могут меняться даже в одной и той же ситуации выбора. В связи с этим важное значение имеет понятие **концепции рационального поведения** ЛПР. Та линия поведения (концепция), которой придерживается ЛПР, и определяет выбор правила, на основе которого будут сравниваться стратегии.

Согласно теории принятия решений, ЛПР может использовать одну из трех концепций рационального поведения: пригодности, оптимальности и адаптивности.

При использовании **концепции пригодности** приемлемой считается любая стратегия, обеспечивающая значение показателя эффективности не хуже заданного.

Концепция оптимальности требует, чтобы из всего множества допустимых стратегий была только та, которая приводит к наилучшему (экстремальному) значению показателя эффективности.

Концепция адаптивного поведения предполагает, что правило выбора может изменяться в соответствии с изменяющимися характеристиками рассматриваемой ситуации.

Краткая сравнительная оценка двух первых концепций: концепция пригодности требует, как правило меньших затрат времени на поиск решения и обладает определенной гибкостью, зато концепция оптимальности гарантирует выбор наилучшего решения из числа допустимых.

Чтобы сравнивать между собой различные стратегии, необходимо располагать их количественными оценками (т.е. соответствующими значениями ПЭ). Самый надежный способ получения оценку ПЭ – измерение результата операции после ее реального проведения, что связано с рядом проблем.

1. Многие операции просто нельзя повторить в тех же условиях.
2. Многие операции нельзя повторить с использованием другой стратегии.
3. Реальное воплощение схемы, использующей при проведении операции, как правило, является весьма дорогостоящим и трудоемким делом.

Список проблем можно продолжить, но уже ясно: методу измерений должна существовать какая-то альтернатива. Этой альтернативой и является моделирование.

Моделирование – это замещение исследуемого объекта (оригинала) его условным образом или другим объектом (моделью) и изучение свойств оригинала путем исследования свойств модели.

Достаточно очевидно, что действительная польза от моделирования может быть получена только при соблюдении двух условий:

- модель обеспечивает корректное (или как говорят, адекватное) отображения свойств оригинала, существенных с точки зрения исследуемой операции;
- модель позволяет устранить проблемы, присущие поведению измерений на реальных объектах.

В зависимости от способа реализации все модели можно разделить на два больших класса: физические и математические.

Физические модели

предполагают, как правило, реальное воплощение тех физических свойств и оригинала, которые интересуют исследователя. В связи с этим физическое моделирование называют еще макетированием.

Математическая модель

представляет собой формальное описание системы (или операции) с помощью некоторого абстрактного языка, например, в виде совокупности математических соотношений или алгоритмов. В принципе, любое математическое соотношение, в котором фигурируют физические величины можно назвать математической моделью.

Изложенные положения могут быть проиллюстрированы схемой (рис. 1). Отметим, что процесс поиска (выбора) решения носит циклический характер. Имеется в виду, что любой



Рис. 1.

этап может повторяться неоднократно, до тех пор, пока не будет найдено приемлемое решение.

1.2. КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Одно из наиболее важных условий сокращения затрат времени и сил при поиске решения – это умение правильно выбрать метод поиска. За время существования теории принятия решений для наиболее часто встречающихся задач были разработаны методы, учитывающие их характерные особенности.

Практически любая ситуация, требующая принятия решения, может быть отнесена к тому или иному известному классу, и исследователю остается только «узнать» ее. Для этого требуется, по крайней мере, иметь представление о характерных признаках различных классов. В настоящее время отсутствует единая универсальная классификационная схема задач принятия решений, однако практически во всех изданиях, посвященных этим вопросам, фигурируют следующие классификационные признаки:

- лиц число, принимающих решение;
- вид показателя эффективности;
- степень определенности информации о проблемной ситуации;
- зависимость характеристик проблемной ситуации от времени.

По признаку числа ЛПР различают задачи индивидуального и группового принятия решений. При групповом выборе решений определяющую роль играет проблема согласования индивидуальных предпочтений членов группы.

По виду ПЭ задачи принятия подразделяют на задачи со скалярным и векторным ПЭ.

При использовании скалярного ПЭ предполагается, что ЛПР интересуется только одна из составляющих результата операции (т.е. только одна из характеристик стратегии), например, ее длительность. Это наиболее простой случай при выборе стратегии. Но это не означает, что определить значение скалярного ПЭ тоже легко. Практически все методы математического программирования предназначены для поиска решений именно по скалярному показателю. Необходимо отметить, что при использовании этих методов в роли показателя эффективности выступает целевая функция.

При сравнении стратегий по векторному ПЭ могут быть использованы специальные методы, позволяющие свести векторный показатель к скалярному. Некоторые из них будут рассмотрены в следующем разделе.

Вообще же выбор показателя эффективности является одним из наиболее важных этапов поиска решения и требует от исследователя не только опыта и знания рассматриваемой предметной области, но и элементов творчества. Наиболее распространенные и полезные в практическом смысле формы ПЭ также будут рассмотрены в следующем разделе.

По степени определенности информации о проблемной ситуации различают задачи принятия решений в условиях определенности и задачи принятия решений в условиях неопределенности.

Задачи принятия решений в **условиях определенности** характеризуются наличием полной и достоверной информации о проблемной ситуации, целях, ограничениях и последствиях принимаемых решений. В таких задачах заранее, до начала операции, известно, к какому исходу приведет каждая из стратегий. Это, в частности, означает, что все внешние факторы известны, учтены, и они не могут каким-либо непредвиденным образом повлиять на исход операции.

Характерная особенность всех задач ПР в **условиях неопределенности** состоит в том, что исход операции не только от стратегий ЛПР и фиксированных факторов, но и от неопределенных факторов, не контролируемых ЛПР и не известных ему в момент принятия решений (или недостоверно известных). В результате каждая стратегия оказывается связанной с множеством возможных исходов операции, что существенно осложняет процесс выработки решения.

Задачи принятия решений в условиях неопределенности подразделяют на задачи стохастической и нестохастической неопределенности.

В случае **стохастической неопределенности** каждой стратегии соответствует некоторое конечное множество исходов, причем исследователю известны их вероятные характеристики. Но даже если он будет ориентироваться на наиболее вероятный исход, это не означает, что операция будет развиваться именно по данному сценарию. Поэтому задачи такого типа называют также принятием решений в условиях риска. Они имеют место в тех случаях, когда на исход операции могут повлиять те или иные случайные факторы. Например, если встречаются две примерно равные по силам футбольные команды, то возможны три различных исхода матча (либо побеждает первая команда, либо вторая, либо встреча заканчивается вничью); вероятность каждого из исходов известна (равна $1/3$), но какой именно будет реализован, остается загадкой практически до окончания игры.

Задачи ПР в условиях **нестохастической неопределенности** подразделяются, в свою очередь, на задачи ПР в условиях природной и поведенческой неопределенности.

Такие задачи возникают в тех случаях, когда ЛПР не располагает вероятностными характеристиками возможных исходов операции, либо они вообще не являются случайными. В лучшем случае известны лишь диапазоны их значений.

Если ограниченность информации обусловлена недостаточной изученностью природы рассматриваемых явлений, то говорят о задачах с «природной» неопределенностью. Если же недостаток информации обусловлен влиянием на ход операции других субъектов помимо ЛПР, то имеет место задача «поведенческой» неопределенности. Для решения задач с «поведенческой» неопределенностью используются методы теории игр.

По характеру зависимости проблемной ситуации от времени различают статические и динамические задачи ПР. В динамических задачах параметры (характеристики) проблемной ситуации изменяются во времени.

Классификация задач ПР по перечисленным признакам приводит к различным комбинациям типов задач. Например, выбор варианта атаки летчиком истребителя-перехватчика может быть классифицирован как динамическая скалярная задача индивидуального принятия решения в условиях поведенческой неопределенности, поскольку в данном случае в качестве ПЭ используется вероятность уничтожения цели и для любой выбранной стратегии исходы случайны, что обусловлено наличием фактора неопределенности - поведением противника.

1.3. ОПИСАНИЕ ПРЕДПОЧТЕНИЙ ЛИЦА, ПРИНИМАЮЩЕГО РЕШЕНИЕ

Как было показано в предыдущем разделе, модель предпочтений ЛПР служит основой для принятия решения, т.е. для выбора такой стратегии, которая в наибольшей степени соответствует его интересам в планируемой операции. В свою очередь, предпочтения ЛПР могут быть выражены посредством выбора соответствующих показателя и критерия эффективности.

В простейшем варианте каждой стратегии может быть поставлено в соответствие значение скалярного ПЭ (здесь применимы методы математического программирования). Более сложная (и более распространенная на практике) ситуация – когда каждая из допустимых стратегий характеризуется векторным ПЭ. Трудности выбора еще более возрастают в условиях неопределенности, при отсутствии однозначного соответствия между стратегиями и их векторными оценками.

Но в любом случае для успешного решения задачи выбора необходимо выявить и измерить предпочтения ЛПР.

Под *выявлением предпочтений ЛПР* понимают процесс получения информации о суждениях ЛПР относительно возможных исходов операции. Существует два подхода к выявлению предпочтений ЛПР:

- на основе информации о ранее принятых решениях (при многократном повторении выбора в неизменных условиях);
- до принятия решения ЛПР - посредством специальной процедуры опроса.

Измерение предпочтений есть отображение альтернативных вариантов решений на числовую ось.

В случае описания стратегий с помощью скалярного ПЭ измерение предпочтений не вызывает трудностей. Иногда может быть получена функциональная зависимость между частными ПЭ и результатом операции, что позволяет представить результат в виде скалярной величины.

В более сложных случаях используются другие способы измерения предпочтений.

Прежде чем перейти к их описанию, введем понятие шкалы измерений.

Шкала измерений – это система обозначений, позволяющая поставить в соответствие объекту некоторый признак и использовать его в дальнейшем для сравнения объектов между собой.

Наибольшее распространение получили метрические, порядковые и номинальные шкалы. Рассмотрим их в порядке возрастания возможностей.

Номинальная шкала (или шкала наименований) – это, по существу, качественная шкала. Ее применяют для обозначения принадлежности объектов к определенным классам. Она позволяет описать отношение эквивалентности и различия между объектами. Однако предпочтение между объектами и между классами не устанавливается. Числа в этой шкале используются только для обозначения класса объектов. Пример использования номинальной шкалы – номера цеха или производственного участка на предприятии.

Порядковая (ранговая) шкала применяются для измерения упорядоченности объектов по одному признаку или по их совокупности. Числа в ней задают только порядок следования объектов, но не позволяют определить, насколько один объект предпочтительнее другого.

Примерами применения ранговой шкалы являются: распределение мест в эстафетной гонке (когда интерес представляет только порядковый номер на финише, а не разница во времени); назначение приоритетов заявкам, поступающим на обслуживание во вычислительную систему и т.д.

Метрические шкалы являются наиболее совершенными. На практике применяются следующие их виды:

- *шкала интервалов*, которая используется для описания различия свойств в виде разности. Измерения в данной шкале позволяют определить, насколько один лучше другого. При этом обязательно задаются масштаб измерений и начало отсчета. В шкале интервалов измеряются, например, сроки выполнения различных работ, гарантийные сроки службы устройства, объем затрат на проведение операции;
- *шкала отношений* – частный случай шкалы интервалов при выборе нулевой точки отсчета. Она является более совершенной, поскольку позволяет определять не только разность, но и отношение между значениями ПЭ. Показатели, измеренные в шкале отношений, наиболее распространены в технике и математике. К ним относятся, например, для, масса, напряжение и т.д.;
- *абсолютная шкала*, принято считать наиболее совершенной. В этой шкале используется нулевая точка отсчета и единичный масштаб. Это означает, что измерения в ней могут быть произведены единственным способом (в отличие, например, от шкалы отношений).

В абсолютной шкале определяется, в частности, количество объектов (предметов, событий), которое может быть измерено единственным образом

с помощью ряда натуральных чисел. Абсолютными являются, например, шкала температур по Кельвину, шкала значений вероятности события и т.п.

Ниже рассмотрены некоторые виды показателей эффективности, наиболее часто используемые на практике. Выбор конкретной формы ПЭ во многом зависит от способа описания исхода операции.

1. Цель операции описывается случайным событием A , наступление которого является желательным результатом (целью) операции. Вероятность наступления этого события $P_u(A)$ зависит от стратегии u . В этом случае ПЭ есть вероятность наступления A : $W(u) = P(A)$.

В качестве примера такого ПЭ можно назвать вероятность выигрыша в программе «Русское лото».

Часто рассматриваемое событие A заключается в истинности одного из соотношений:

$$F = Y_{on}(u) < Y_{mp} \text{ или } A = Y_{mp1} < Y_{on}(u) < Y_{mp2},$$

т.е. операция сочетается успешной, если ее результат лежит в некотором заданном диапазоне (вспомните критерий пригодности).

При этом ПЭ трактуется как **вероятностная гарантия** выполнения поставленной задачи:

$$W(u) = P(Y_{on}(u) \leq Y_{mp}).$$

Такой показатель может быть использован для оценки эффективности рассматриваемой операции с точки зрения сроков ее проведения: в качестве Y_{mp} выступает заданная длительность выполнения работ, а в качестве Y_{on} – реальные затраты времени.

2. Если цель операции выражается числовой переменной, зависящей от случайных факторов, то может быть использована еще один показатель эффективности – **показатель среднего результата**: $W_u(u) = M[Y_{on}(u)]$.

Зная диапазон изменения ПЭ, исследователь может сравнивать значение среднего результата с граничными (допустимыми) значениями результата операции.

Как было отмечено ранее, выбор стратегии значительно усложняется, если исход операции оценивается с помощью **векторного ПЭ** (или множества скалярных ПЭ). Это объясняется тем, что некоторое решение может превосходить остальные по одним показателям и уступать им по другим. В таких условиях трудно определить, которая из стратегий более предпочтительна, не говоря уже об ее оптимальности. Если в задачах ПР по скалярному показателю основания сложность состоит в разработке или выборе метода поиска экстремума, то в задачах ПР по векторному показателю главное внимание уделяется выработке **решающего правила**, основанного на компромиссе между значениями компонент векторного показателя.

Таким образом, сложность проблемы ПР по векторному показателю даже в условиях определенности связана не столько с трудностями

вычисления, сколько с обоснованностью выбора «наилучшего» решения. Невозможно строго математически доказать, что выбранное решение является наилучшим: любое решение из числа недоминируемых (не улучшаемых одновременно по всем показателям) может оказаться наилучшим для конкретного ЛПР в конкретных условиях. Это является основной аксиомой ПР по нескольким показателям.

В зависимости от способа формирования решающего правила методы ПР по векторному показателю можно условно разделить на две группы. К первой группе относятся *эвристические методы*, в которых ЛПР определяет вид свертки компонент векторного ПЭ в скалярный на основе «здравого смысла» (или интуиции). Методы второй группы – *аксиоматические* – основаны на использовании дополнительной информации о компонентах векторного ПЭ.

Рассмотрим некоторые наиболее распространенные методы, относящиеся к первой группе.

1. Метод обобщенного показателя.

Если исходя из характера задачи можно допустить, что абсолютное уменьшение одного из показателей компенсируется суммарным абсолютным увеличением других (показатели однородные), то в качестве обобщенного показателя может быть принята сумма такого вида:

$$W_0 = \sum_i^m g_i \cdot W_i,$$

где g_i - коэффициент относительной важности частного показателя W_i .

Иногда допустимой считается не абсолютная, а относительная компенсация изменения одних показателей другими.

Пример: При оценке эффективности два частных показателя – математическое ожидание (МОЖ) числа уничтоженных целей (W_1) и МОЖ потерь своих самолетов (W_2):

$$W_0 = \sum_i g_i \cdot W_i$$

где $i = 1, 2$.

2. Метод «затраты – эффект».

Если из сущности задачи следует, что одни показатели желательно увеличивать, а другие уменьшать, то в качестве обобщенного ПЭ используют следующее отношение:

$$W_0 = \prod_{i=1}^{m_1} W_i / \prod_{i=m_1+1}^m W_i$$

где $i=1, \dots, m_1$, - номера показателей, значения которых желательно увеличивать;

$i=m_1+1, \dots, m$ - номера показателей, значения которых желательно уменьшать.

Часто первая группа показателей отождествляется с целевым эффектом, а вторая – с затратами на его достижение. При этом показатели не обязательно должны быть однородными.

3. Метод целевого программирования.

Основой метода является свертывание частных ПЭ в обобщенный показатель, имеющий смысл расстояния до «идеальной» точки в пространстве значений показателя эффективности. В качестве «идеальной» обычно выбирают точку, отвечающую представлениям ЛПР об идеальном исходе операции.

В этом случае W_0 вычисляется, как правило, следующим образом:

$$W_0 = \sum_i^m g_i \cdot (W_i \cdot W_{in})^2$$

где W_{in} – идеальное значение частного ПЭ W_i .

В качестве ситуации, иллюстрирующей применение данного подхода, рассмотрим выбор одного из двух мест работы, каждое из которых характеризуется величиной зарплаты (W_1), длительностью отпуска (W_2) и временем, затрачиваемым на дорогу (W_3). Если выбирающий определил для себя желаемое значение для каждого из этих показателей (соответственно W_{1n} , W_{2n} и W_{3n}), то обобщенный ПЭ будет выглядеть так:

$$W_0 = \sum_{i=1}^3 g_i \cdot (W_i \cdot W_{in})^2$$

В этом случае будет выбрано такое место работы, для которого отклонение реальных характеристик от желаемых является наименьшим.

4. Метод главного показателя.

Если ЛПР считает, что целевой эффект достижим в основном вследствие увеличения одного («главного») частного ПЭ, то исходная задача может быть сведена к задаче оптимизации по этому показателю при условии, что значения остальных будут не ниже заданных.

Общим недостатком перечисленных методов является то, что они основаны на некоторых эвристических допущениях, задаваемых ЛПР, и могут не обеспечить действительно лучшей стратегии. Их достоинство – относительная простота реализации.

В тех случаях, когда невозможно произвести свертку векторного ПЭ, необходимо использовать один из аксиоматических методов.

Эти методы основаны на использовании понятия *парето - оптимальности* (по фамилии итальянского экономиста В. Парето). Стратегия называется прето - оптимальной (эффективной), если она по всем показателям не хуже любой стратегии из допустимого множества и лучше хотя бы по одному из них (при взаимной не зависимости частных ПЭ). Для того чтобы выбрать одну из нескольких эффективных стратегий, необходимо располагать дополнительной информацией. Это информация должна позволить ЛПР упорядочить частные ПЭ по их важности, после чего могут быть использованы, например, методы свертки, рассмотренные выше.

1.4. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Итак, чтобы сравнить между собой различные стратегии проведения операции (или решения), необходимо получить для них ожидаемые значения показателя эффективности. Для этого, в свою очередь, полезно иметь математическую модель исследуемой операции. Таким образом, основная проблема заключается в том, где ее взять. Конечно, можно попросить у знакомых или у родственников, но вряд ли у них есть под рукой именно то, что вам нужно. В любом случае лучше всего рассчитывать на собственные силы, точнее – на собственные знания и опыт. И если опыт приходит только со временем, то соответствующие знания можно получить прямо сейчас.

Начнем с того, что рассмотрим основные принципы моделирования, в сжатой форме отражающие тот достаточно богатый опыт, который накоплен к настоящему времени в области разработки и использования математических моделей.

Принцип информационной достаточности. При полном отсутствии информации об исследуемой системе построение ее модели невозможно. При наличии полной информации о системе ее моделирование лишено смысла. Существует некоторый критический уровень априорных сведений о системе (уровень информационной достаточности), при достижении которого может быть построена ее адекватная модель.

Принцип осуществимости. Создаваемая модель должна обеспечить достижение поставленной цели исследования с вероятностью, существенно отличающейся от нуля, и за конечное время. Обычно задают некоторое пороговое значение P_0 вероятности достижения цели моделирования $P(t)$, а также приемлемую границу t_0 времени достижения этой цели. Модель считают осуществимой, если одновременно выполнены два неравенства:

$$P(t) \geq P_0; t \leq t_0$$

Принцип множественности моделей. Данный принцип, несмотря на его порядковый номер, является ключевым. Речь идет о том, что создаваемая модель должна отражать в первую очередь те свойства реальной системы (или явления), которые влияют на выбранный показатель эффективности. Соответственно при использовании любой конкретной модели познаются лишь некоторые стороны реальности. Для более полного ее исследования необходим ряд моделей, позволяющих с разных сторон и с разной степенью детальности отражать рассматриваемый процесс.

Принцип агрегирования. В большинстве случаев сложную систему можно представить состоящей из агрегатов (подсистем), для адекватного математического описания которых оказываются пригодными некоторые стандартные математические схемы. Принцип агрегирования позволяет,

кроме того, достаточно гибко перестраивать модель в зависимости от задач исследования.

Принцип параметризации. В ряде случаев моделируемая система имеет в своем составе некоторые относительно изолированные подсистемы, характеризующиеся определенным параметром, в том числе векторным. Такие подсистемы можно заменять в модели соответствующими числовыми величинами, а не описывать процесс их функционирования. При необходимости зависимость значений этих величин от ситуации может задаваться в виде таблицы, графика или аналитического выражения (формулы). Принцип параметризации позволяет сократить объем и продолжительность моделирования. Однако надо иметь в виду, что параметризация снижает адекватность модели.

Степень реализации перечисленных принципов в каждой конкретной модели может быть различной, причем это зависит не только от желания разработчика, но и от соблюдения им технологии моделирования. А любая технология предполагает наличие определенной последовательности действий.

Слово «компьютер» пока в нашем повествовании не использовалось. Тем не менее рано или поздно оно должно было появиться. Начнем со словосочетания «компьютерное моделирование», которое все чаще используется в соответствующей литературе. Само по себе это понятие весьма широкое, и каждый автор трактует его по – своему. Встречаются, например, такие выражения: «компьютерное моделирование верхней одежды», «компьютерное моделирование причесок» и т. п. В связи с этим есть необходимость уточнить, что же мы будем понимать под этим термином. Так вот, в данном случае *компьютерное моделирование - это математическое моделирование с использованием средств вычислительной техники.* Соответственно, технология компьютерного моделирования предполагает выполнение следующих действий:

- 1) определение цели моделирования;
- 2) разработка концептуальной модели;
- 3) формализация модели;
- 4) программная реализация модели;
- 5) планирование модельных экспериментов;
- 6) реализация плана эксперимента;
- 7) анализ и интерпретация результатов моделирования.

Содержание первых двух этапов практически не зависит от математического метода, положенного в основу моделирования (и даже наоборот – их результат определяет выбор метода). А вот реализация остальных шести существенно различается для каждого из двух основных подходов к построению модели. Именуются эти подходы в разных книгах по – разному, мы используем для их обозначения термины «аналитическое» и «имитационное» моделирование.

Аналитическое моделирование предполагает использование математической модели реального объекта в форме алгебраических,

дифференциальных, интегральных и других уравнений, связывающих выходные переменные с входными, дополненной системой ограничений. При этом предполагается наличие однозначной вычислительной процедуры получения точного решения уравнений.

При **имитационном моделировании** используемая математическая модель воспроизводит логику («алгоритм») функционирования исследуемой системы во времени при различных сочетаниях значений параметров системы и внешней среды.

Примером простейшей аналитической модели может служить уже упоминавшееся уравнение прямолинейного движения. При исследовании такого процесса с помощью имитационной модели должно быть реализовано наблюдение за изменением пройденного пути с течением времени.

Очевидно, в одних случаях более предпочтительным является аналитическое моделирование, в других – имитационное (или сочетание того и другого). Чтобы выбор был удачным, необходимо ответить на два вопроса:

- с какой целью проводится моделирование;
- к какому классу может быть отнесено моделируемое явление.

Ответы на оба эти вопроса могут быть получены в ходе выполнения двух первых этапов моделирования.

Общая цель моделирования в процессе принятия решения была сформулирована в разделе 1.1 – это определение (расчет) значений выбранного показателя эффективности для различных стратегий проведения операции (или вариантов реализации проектируемой системы). При разработке конкретной модели цель моделирования должна уточняться с учетом используемого критерия эффективности. Для критерия пригодности модель, как правило, должна обеспечивать расчет значений ПЭ для всего множества допустимых стратегий. При использовании критерия оптимальности модель должна позволять непосредственно определять параметры исследуемого объекта, дающие экстремальное значение ПЭ.

Таким образом, цель моделирования определяется как целью исследуемой операции, так и планируемым способом использования результатов исследования.

Например, проблемная ситуация, требующая принятия решения, формулируется следующим образом: найти вариант построения вычислительной сети, который обладал бы минимальной стоимостью при соблюдении требований по производительности и по надежности. В этом случае целью моделирования является отыскание параметров сети, обеспечивающих минимальное значение ПЭ, в роли которого выступает стоимость.

Задача может быть сформулирована иначе: из нескольких вариантов конфигурации вычислительной сети выбрать наиболее надежный. Здесь в качестве ПЭ выбирается один из показателей надежности (средняя наработка на отказ, вероятность безотказной работы и т.д.), а целью моделирования является сравнительная оценка вариантов сети по этому показателю.

Приведенные примеры позволяют напомнить о том, что сам по себе выбор показателя эффективности еще не определяет «архитектуру» будущей модели, поскольку на этом этапе не сформулирована ее концепция, или, как говорят, не определена концептуальная модель исследуемой системы.

Концептуальная (содержательная) **модель** - это абстрактная модель, определяющая структуру моделируемой системы, свойства ее элементов и причинно – следственные связи, присущие системе и существенные для достижения цели моделирования.

Построение концептуальной модели включает следующие этапы:

- 1) определение типа системы;
- 2) описание рабочей нагрузки;
- 3) декомпозиция системы.

На первом этапе осуществляется сбор фактических данных (на основе работы с литературой и технической документацией, проведения натурных экспериментов, сбора экспертной информации и т.д.), а также выдвижение гипотез относительно значений параметров и переменных, отсутствует возможность получения фактических данных. Если полученные результаты соответствуют принципам информационной достаточности и осуществимости, то они могут служить основой для отнесения моделируемой системы к одному из известных типов (классов).

Наиболее важные в этом отношении классификационные признаки приведены ниже.

Одним из них является мощность **множества состояний** моделируемой системы. По этому признаку системы делят на статические и динамические. Система называется статической, если множество ее состояний содержит один элемент. Если состояний больше одного, и они могут изменяться во времени, система называется динамической.

Различают два основных типа динамических систем:

- с дискретными состояниями (множество состояний конечно или счетно);
- с непрерывным множеством состояний.

Возможны смешанные случаи.

Процесс смены состояний называется **движением системы**.

Смена состояний может происходить либо в фиксированные моменты времени, множество которых дискретно и заранее определено (например, поступление новых партий товара на склад), либо непрерывно (изменение курсов валюты в ходе торгов). При этом различают детерминированные системы и стохастические. В детерминированных системах новое состояние зависит только от времени и текущего состояния системы. Другими словами, если имеются условия, определяющие переход системы в новое состояние, то для детерминированной системы можно однозначно указать, в какое именно состояние она перейдет.

Для стохастической системы можно указать лишь множество возможных состояний перехода и, в некоторых случаях, вероятности перехода в каждое из этих состояний.

Рассмотренная схема классификации систем важна не сама по себе. На этапе разработки концептуальной модели она, во – первых, позволяет уточнить цели и задачи моделирования и, во – вторых, облегчает переход к этапу формализации модели, знание классификационных признаков дает возможность оценить степень ее соответствия первоначальному замыслу разработчика.

Необходимо отметить, что рассмотренные классификационные признаки применимы и для определения типа разрабатываемой модели. При этом исследуемая система и ее модель могут относиться как к одному, так и к разным классам. Например, реальная система может быть подвержена воздействию случайных факторов и, соответственно, будет относиться к классу стохастических систем. Если разработчик модели считает, что влиянием этих факторов можно пренебречь, то создаваемая модель будет представлять собой детерминированную систему. Аналогичным образом возможно отображение системы с непрерывным временем смены состояний в модель с дискретными переходами и т. д. Разумеется, принадлежность реальной системы и ее модели к одному классу говорит о корректности модели, однако с точки зрения интересов исследования такое «зеркальное отображение» далеко не всегда является полезным (вспомните принцип множественности моделей). Подробнее этот вопрос будет рассмотрен при обосновании этапа декомпозиции системы.

При исследовании эффективности операции весьма важную роль играет корректное описание условий ее протекания. Как правило, оно представляет собой перечень и характеристики внешних факторов, воздействующих на исполнительную подсистему, используемую ЛПР для достижения целей операции. Если при сравнении различных стратегий другие виды материальных ресурсов не рассматриваются, то задача исследования эффективности операции может быть сформулирована как задача оценки эффективности исполнительной подсистемы (именно в этом смысле ранее наряду с понятием «эффективность операции» использовалось понятие «эффективность системы»). В этом случае вместо условий проведения операции удобнее рассматривать рабочую нагрузку соответствующей системы.

Итак, **рабочая нагрузка** – это совокупность внешних воздействий, оказывающих влияние на эффективность применения данной системы в рамках проводимой операции,

Например, пусть оценивается производительность бортовой вычислительной системы (ВС) при управлении полетом космического корабля. В качестве параметров рабочей нагрузки такой ВС целесообразно рассматривать поток информации, подлежащей обработке, и поток отказов, приводящий к нарушению вычислительного процесса. Оценки производительности ВС будут иметь смысл только в том случае, если известно, для какой рабочей нагрузки они получены. Это утверждение справедливо для любой задачи принятия решения, к какой бы предметной области она ни относилась. Нельзя говорить о прочности моста, не указывая,

на какую максимальную нагрузку он рассчитан; точно так же некорректно сообщать максимальную скорость автомобиля, не уточнив, в каких условиях она была достигнута.

Описание рабочей нагрузки является не только важной, но и достаточно сложной задачей. Особенно в тех случаях, когда приходится учитывать влияние случайных факторов, или когда идет о рабочей проектируемой принципиальной новой системы. В связи с этим многие вводят понятие модели рабочей нагрузки, подчеркивая сопоставимость уровня сложности описания собственно системы и ее рабочей нагрузки.

Модель рабочей нагрузки (РН) должна обладать следующими основными свойствами:

- совместимостью с моделью системы;
- представительностью;
- управляемостью;
- системной независимостью.

Свойство **совместимости** предполагает, что, во – первых степень детализации описания РН соответствует детализации описания системы; во – первых, модель РН должна быть сформулирована в тех же категориях предметной области, что и модель системы. Например, если в модели системы исследуется использование ресурсов, РН должна быть выражена в запросах на ресурсы;

Представительность модели РН определяется ее способностью адекватно представить РН в соответствии с целями исследования. Другими словами, модель РН должна отвечать целям исследования системы. Например, если оценивается пропускная способность, должна выбирать РН, «насыщающая» систему.

Под **управляемостью** понимается возможность изменения параметров модели РН в некотором диапазоне, определяемом целями исследования.

Системная независимость – это возможность переноса модели РН с одной системы на другую с сохранением ее представительности. Данное свойство наиболее важно при решении задачи сравнения различных систем или различных модификаций одной системы. Если модель РН зависит от конфигурации исследуемой системы или других ее параметров, то использование такой модели для решения задачи выбора невозможно.

И наконец, обратимся к этапу, завершающему построение концептуальной модели системы – ее декомпозиции.

Декомпозиция системы производится исходя из выбранного уровня детализации модели, который, в свою очередь, определяется тремя факторами:

- целями моделирования;
- объемом априорной информации о системе;
- требованиями к точности и достоверности результатов моделирования.

Уровни детализации иногда называют *стратами*, а процесс выделения уровней – *стратификацией*.

Детализация системы должна производиться до такого уровня, чтобы для каждого элемента были известны или могли быть получены зависимости его выходных характеристик от входных воздействий, существенные с точки зрения выбранного показателя эффективности.

Повышение уровня детализации описания системы позволяет получить более точную ее модель, но усложняет процесс моделирования и ведет к росту затрат времени на проведение.

Например, если моделируется дискретная система, то более детальное ее описание означает увеличение числа различных состояний системы, учитываемых в модели, и, как следствие – неизбежный рост объема вычислений.

Поэтому при выборе уровня описания системы целесообразно руководствоваться следующим правилом: в модель должны войти все параметры, которые обеспечивают определение интересующих исследователя характеристик системы не заданном временном интервале ее функционирования; остальные параметры по возможности следует исключить из модели.

При имитационном моделировании для оценки выбранного уровня детализации можно использовать специальные критерии.

Первый из них – отношение реального времени функционирования системы к времени моделирования (т. е. к затратам машинного времени, необходимого на проведение модельного эксперимента). Например, если при одних и тех же подходах к программной реализации модели моделирование одного часа работы системы требует в одном случае 3 минуты машинного времени, а в другом – 10 минут, то во втором случае степень детализации описания выше (соотношение 3:10).

Второй критерий – разрешающая способность модели, в том числе:

разрешающая *способность по времени* – может быть определена как кратчайший интервал модельного времени между соседними событиями;

разрешающая *способность по информации* – наименьшая идентифицируемая порция информации, представимая в модели (для вычислительных систем, например, такими порциями могут быть слово, страница, программа, задание).

Третий критерий – число различных моделируемых состояний системы (или типов).

Для тех компонентов, относительно которых известно или предполагается, что они сильнее влияют на точность результатов, степень детальности может быть выше других.

Необходимо отметить, что с увеличением детальности возрастает устойчивость модели, но возрастают и затраты машинного времени на проведение модельного эксперимента.