1. Общие вопросы моделирования

1.1 Предмет теории моделирования.

Моделирование - это замещение одного объекта (оригинала) другим (моделью) и фиксация и изучение свойств модели. Замещение производится с целью упрощения, удешевления, ускорения изучения свойств оригинала.

В общем случае объектом-оригиналом может быть естественная или искусственная, реальная или воображаемая система. Она имеет множество параметров S_0 и характеризуется определёнными свойствами. Количественной мерой свойств системы служит множество характеристик Y_0, система проявляет свои свойства под влиянием внешних воздействий X.

Множество параметров S и их значений отражает её внутреннее содержание - структуру и принципы функционирования. Характеристики S - это в основном её внешние признаки, которые важны при взаимодействии с другими S.

Характеристики S находятся в функциональной зависимости от её параметров. Каждая характеристика системы $y_0 \subset Y_0$ определяется в основном ограниченным числом параметров $\{S_{0k}\} \subset S_0$. Остальные параметры не влияют на значение данной характеристики S. Исследователя интересуют, как правило, только некоторые характеристики S: $\{y\} \subset Y_0$ при конкретных воздействиях на систему $\{x_{mn}\} \subset X$.

Модель — это тоже система со своими множествами параметров S_m и характеристик Y_m. Оригинал и модель сходны по одним параметрам и различны по другим. Замещение одного объекта другим правомерны если интересующие исследователя характеристики оригинала и модели определяются однотипными подмножествами параметров и связаны одинаковыми зависимостями с этими параметрами:

$$y_{ok}=f(\{S_{oi}\},\{x_{on}\},T); \quad (1.1)$$

$$y_{mn}=f(\{S_{mi}\},\{x_{mn}\},T_m) \quad (1.2)$$

где, y_{mn} - к-ая характеристика модели, $y_{mn} \subset Y_m$

x_{mn} - внешнее воздействие на модель, $x_{mn} \subset X$

T_m - модельное время.

При этом $s_{oi}=\Psi(S_{mi})$; $x_{on}\omega(x_{mn})$, $T=mT_m$ (где m - масштабный коэффициент) на всём интервале $[0\text{-}T_m]$ или в отдельные периоды времени. Тогда с некоторым приближением можно сделать вывод о том, что характеристики O_p, связаны с характеристиками М зависимостями $y_{ok}=\varphi(y_{mk})$. Множество характеристик модели $Y_{mk}=\{y_{mk}\}$ является отображением множества интересующих характеристик оригинала $y_{ok}=\{ y_{ok}\}$, т.е. φ: $Y_{ok} \rightarrow y_{mk}$, т.е. φ: $Y_{ok} \rightarrow Y_{mk}$.

При исследовании сложных естественных S, у которых известны Y_{ok}, но мало изучен состав элементов и принципы их взаимодействия с помощью моделирования может решаться обратная задача. Строят предположительную модель, определяющая её характеристики Y_{mk} при эквивалентных внешних воздействиях $\{x_{mn}\}$ (ω: $\{x_{on}\} \rightarrow \{x_{mn}\}$) и, если оказывается, что имеет место отображение φ: $Y_{ok} \rightarrow Y_{mk}$ с некоторой известной функцией φ, то считается, что система-оригинал имеет такие же параметры.

Моделирование целесообразно, когда у модели отсутствуют те признаки оригинала, которые препятствуют его исследованию.

Теория моделирования — взаимосвязанная совокупность положений, определений, методов и средств создания моделей. Сами модели являются предметом теории моделирования.

Теория моделирования является основной составляющей общей теории систем - системологии, где в качестве главного принципа постулируются осуществимые модели: система представима конечным множеством моделей, каждая из которых отражает определённую грань её сущности.

1.2 Роль и место моделирования в исследовании систем.

Познание любой системы (S) сводится по существу к созданию её модели. Перед изготовлением каждого устройства или сооружения разрабатывается его модель - проект. Любое произведение искусства является моделью, фиксирующее действительность.

Достижения математики привели к распространению математических моделей различных объектов и процессов. Подмечено, что динамика функционирования разных по физической природе систем однотипными зависимостями, что позволяет моделировать их на ЭВМ.

На качественно новую ступень поднялась моделирование в результате разработки методологии имитационного моделирования на ЭВМ.

Сейчас трудно указать область человеческой деятельности, где бы применялось моделирование. Разработаны модели производства автомобилей, выращивания пшеницы, функционирования отдельных органов человека, жизнедеятельности Азовского моря, атомного взрыва, последствий атомный войны.

Специалисты считают, что моделирование становится основной функцией ВС. На практике широко используются АСУ технологическими процессами организационно-экономическими комплексами, процессами проектирования, банки данных и знаний. Но любая из этих систем нуждается в информации об управляемом объекте и модели управляемого объект, в моделировании тех или иных управляющих решений.

Сами ВС как сложные и дорогостоящие технические системы могут являться объектами моделирования.

Обычно процесс разработки сложной системы осуществляется итерационно с использованием моделирования проектных решений. Если характеристики не удовлетворяют предъявленным требованиям, то по результатам анализа производят корректировку проекта, затем снова проводят моделирование.

При анализе действующих систем с помощью моделирования определяют границы работоспособности системы, выполняют имитацию экспериментальных условий, которые могут возникнуть в процессе функционирования системы. Искусственное создание таких условий на действительной системе затруднено и может привести к катастрофическим последствиям.

Применение моделирования может быть полезным при разработке стратегии развития ВС, её усовершенствования при создании сетей ЭВМ.

1.3 Классификация моделей.

Физические модели. В основу классификации положена степень абстрагирования модели от оригинала. Предварительно все модели можно подразделить на 2 группы — физические и абстрактные (математические).

Ф.М. обычно называют систему, эквивалентную или подобную оригиналу, но возможно имеющую другую физическую природу. Виды Ф.М.:

– натуральные;
– квазинатуральные;
– масштабные;
– аналоговые;

Натуральные модели — это реальные исследуемые системы (макеты, опытные образцы). Имеют полную адекватность (соответствия) с системой оригиналом, но дороги.

Квазинатуральные модели — совокупность натуральных и математических моделей. Этот вид используется тогда, когда модель части системы не может быть математической из-за сложности её описания (модель человека оператора) или когда часть системы должна быть исследована во взаимодействии с другими частями, но их ещё не существует или их включение очень дорого. (вычислительные полигоны, АСУ)

Масштабная модель — это система той же физической природы, что и оригинал, но отличается от него масштабами. Методологической основой масштабного моделирования является теория подобия. При проектировании ВС масштабные модели могут использоваться для анализа вариантов компоновочных решений.

Аналоговыми моделями называют системы, имеющие физическую природу, отличающуюся от оригинала, но сходные с оригиналом процессы функционирования. Для создания аналоговой модели требуется наличие математического описания изучаемой системы. В качестве аналоговых моделей используются механические, гидравлические, пневматические и электрические системы. Аналоговое моделирование использует при исследовании средства ВТ на уровне логических элементов и электрических цепей, а так же на системном уровне, когда функционирование системы описывается например, дифференциальными или алгебраическими уравнениями.

Математические модели. Математические модели представляют собой формализованное представление системы с помощью абстрактного языка, с помощью математических соотношений, отражающих процесс функционирования системы. Для составления математических моделей можно использовать любые математические средства — алгебраическое, дифференциальное, интегральное исчисления, теорию множеств, теорию алгоритмов и т.д. По существу вся математика создана для составления и исследования моделей объектов и процессов.

К средствам абстрактного описания систем относятся также языки химических формул, схем, чертежей, карт, диаграмм и т.п. Выбор вида модели определяется особенностями изучаемой системы и целями моделирования, т.к. исследование модели позволяет получить ответы на определённую группу вопросов. Для получения другой информации может потребоваться модель другого вида. Математическое модели можно классифицировать на детерминированные и вероятностные, аналитические, численные и имитационные.

Аналитической моделью называется такое формализованное описание системы, которое позволяет получить решение уравнения (1.2) в явном виде, используя известный математический аппарат.

Численная модель характеризуется зависимостью (1.2) такого вида, который допускает только частные решения для конкретных начальных условий и количественных параметров моделей.

Имитационная модель — это совокупность описания системы и внешних воздействий, алгоритмов функционирования системы или правил изменения состояния системы под влиянием внешних и внутренних возмущений. Эти алгоритмы и правила не дают возможности использования имеющихся математических методов аналитического и численного решения, но позволяют имитировать процесс функционирования системы и производить вычисления интересующих характеристик. Имитационные модели могут быть созданы для гораздо более широкого класса объектов и процессов, чем аналитические и численные. Поскольку для реализации имитационных моделей служат ВС, средствами формализованного описания ИМ служат универсальные и специальные алгоритмические языки. ИМ в наибольшей степени подходят для исследования ВС на системном уровне.

2. Математические схемы моделирования систем.

2.1 Основные подходы к построению ММ систем.

Исходной информацией при построении ММ процессов функционирования систем служат данные о назначении и условиях работы исследуемой (проектируемой) системы S. Эта информация определяет основную цель моделирования, требования к ММ, уровень абстрагирования, выбор математической схемы моделирования.

Понятие **математическая схема** позволяет рассматривать математику не как метод расчёта, а как метод мышления, средства формулирования понятий, что является наиболее важным при переходе от словесного описания к формализованному представлению процесса её функционирования в виде некоторой ММ.

При пользовании мат. схемой в первую очередь исследователя системы должен интересовать вопрос об адекватности отображения в виде конкретных схем реальных процессов в исследуемой системе, а не возможность получения ответа (результата решения) на конкретный вопрос исследования.

Например, представление процесса функционирования ИВС коллективного пользования в виде сети схем массового обслуживания даёт возможность хорошо описать процессы, происходящие в системе, но при сложных законах входящих потоков и потоков обслуживания не даёт возможности получения результатов в явном виде.

Математическую схему можно определить как звено при переходе от содержательного к формализованному описанию процесса функционирования системы с учётом воздействия внешней среды. Т.е. имеет место цепочка: описательная модель — математическая схема — имитационная модель.

Каждая конкретная система S характеризуется набором свойств, под которыми понимаются величины, отображающие поведение моделируемого объекта (реальной системы) и учитываются условия её функционирования во взаимодействии с внешней средой (системой) E.

При построении ММ системы S необходимо решить вопрос о её полноте. Полнота моделирования регулируется, в основном, выбором границ "Система S — среда E". Также должна быть решена задача упрощения ММ, которая помогает выделить основные свойства системы, отбросив второстепенные в плане цели моделирования.

ММ объекта моделирования, т.е. системы S можно представить в виде множества величин, описывающих процесс функционирования реальной системы и образующих в общем случае следующие подмножества:

- совокупность X - входных воздействий на S $x_i \in X$, $i=1\dots n_x$;
- совокупность воздействий внешней среды $v_l \in V$, $l=1\dots n_v$;
- совокупность внутренних (собственных) параметров системы $h_k \in H$, $k=1\dots n_h$;

- совокупность выходных характеристик системы $y_j \in Y$, $j=1\ldots n_y$.

В перечисленных множествах можно выделить управляемые и неуправляемые величины. В общем случае X, V, H, Y не пересекаемые множества, содержат как детерминированные так и стохастические составляющие. Входные воздействия E и внутренние параметры S являются <u>независимыми (экзогенными) переменными</u>, $\overline{X}(t);\overline{V}(t);\overline{H}(t)$. Выходные характеристики - <u>зависимые переменные (эндогенные)</u> $\overline{Y}(t)$.

Процесс функционирования S описывается оператором F_S:

$$\vec{Y}(t) = F_S(\overline{X},\overline{V},\overline{H},t) \qquad (1)$$

$\vec{Y}(t)$ - выходная траектория. F_S - закон функционирования S. F_S может быть функция, функционал, логические условия, алгоритм, таблица или словесное описание правил.

<u>Алгоритм функционирования</u> A_S — метод получения выходных характеристик $\overline{Y}(t)$ с учётом входных воздействий $\overline{X}(t);\overline{V}(t);\overline{H}(t)$. Очевидно один и тот же F_S может быть реализован различными способами, т.е. с помощью множества различных A_S.

Соотношение (1) является математическим описанием поведения объекта S моделирования во времени t, т.е. отражает его <u>динамические свойства</u>. (1) - это динамическая модель системы S. Для статических условий ММ есть отображения X, V, H в Y, т.е. $\vec{Y} = f(\vec{X},\vec{V},\vec{H})$ (2)

Соотношения (1), (2) могут быть заданы формулами, таблицами и т.д.

Также соотношения в ряде случаев могут быть получены через свойства системы в конкретные моменты времени, называемые состояниями.

Состояния системы S характеризуются векторами:

$\vec{Z}^{l}(\vec{z}_1^{\,l},\ldots\vec{z}_k^{\,l})$ и $\vec{Z}^{ll}(\vec{z}_1^{\,ll},\ldots\vec{z}_k^{\,ll})$, где $z_1^{l} = z_1(t^{l})\ldots z_k^{l} = z_k(t^{l})$ в момент $t^l \in (t_0, T)$

$z_1^{ll} = z_1(t^{ll})\ldots z_k^{ll} = z_k(t^{ll})$ в момент $t^{ll} \in (t_0, T)$ и т.д. $к=1\ldots n_Z$.

$Z_1(t)$, $Z_2(t)\ldots$ $Z_k(t)$ - это координаты точки в к-мерном фазовом пространстве. Каждой реализации процесса будет соответствовать некоторая фазовая траектория.

Совокупность всех возможных значений состояний $\{\vec{Z}\}$ называется пространством состояний объекта моделирования Z, причём $z_k \in Z$.

Состояние системы S в интервале времени $t_0 < t \le T^l$ полностью определяется начальными условиями $\vec{Z}^0 = (z_1^0,\ldots z_k^0)$, где $z_1^0 = z_1(t_0)\ldots$ входными $\vec{X}(t)$, внутренними параметрами $\vec{H}(t)$ и воздействиями внешней среды $\vec{V}(t)$, которые имели место за промежуток времени t^* - t_0 с помощью 2-х векторных уравнений:

$$\vec{Z}(t) = \Phi(\vec{Z}^0,\vec{X},\vec{V},\vec{h},t); \qquad (3)$$

$$\vec{Y}(t) = F(\vec{Z},t). \qquad (4)$$

иначе: $$Y(t) = F(\Phi(\vec{Z}^0,\vec{X},\vec{V},\vec{h},t)). \qquad (5)$$

Время в мод. S может рассматриваться на интервале моделирования (t_0, T) как непрер., так и дискретное, т.е. квантованное на отрезке длин. Δt.

Таким образом под ММ объекта понимаем конечное множество переменных $\{\vec{X},\vec{Z},\vec{h}\}$ вместе с математическими связями между ними и характеристиками $\vec{Y}$.

Моделирование называется детерминированным, если операторы F, Ф детерминированные, т.е. для конкретного входа выход детерминированный. Детерминированное моделирование - частный случай стохастического моделирования. В практике моделирование объектов в области системного анализа на первичных этапах исследования рациональнее использовать типовые математические схемы: диф. уравнения, конечные и вероятностные автоматы, СМО и т.д.

Не облад. такой степенью общности, как модели (3), (4), типовые <u>математические схемы</u> имеют преимущество простоты и наглядности, но при существенном сужении возможности применения.

В качестве <u>детерминированных</u> моделей, когда при исследовании случайный факт не учитывается, для представления систем, функционирующих в непрерывном времени, используются дифференциальные, интегральные и др. уравнения, а для представления систем, функционирующих в дискретном времени — конечные автоматы и конечно разностные схемы.

В начале стохастических моделей (при учёте случайного фактора) для представления систем с дискретным временем используются вероятностные автоматы, а для представления систем с непрерывным временем — системы массового обслуживания (СМО). Большое практическое значение при исследовании сложных индивидуальных управленческих систем, к которым относятся АСУ, имеют так называемые агрегативные модели.

Агрегативные модели (системы) позволяют описать широкий круг объектов исследования с отображением системного характера этих объектов. Именно при агрегативном описании сложный объект расчленяется на конечное число частей (подсистем), сохраняя при этом связи, обеспечивая взаимодействие частей.

2.2 Непрерывно детерминированные модели (Д - схемы).

Рассмотрим особенности непрерывно детерминированного подхода на примере, используя в качестве ММ дифференциальные уравнения.

Дифференциальными уравнениями называются такие уравнения, в которых неизвестными будут функции одной переменной или нескольких переменных, причём в уравнение входят не только их функции но их производные различных порядков.

Если неизвестные - функции многих переменных, то уравнения называются — уравнения в частных производных. Если неизвестные функции одной независимой переменной, то имеют место обыкновенные дифференциальные уравнения.

Математическое соотношение для детерминированных систем в общем виде:

$$\vec{y}\,' = \vec{f}(\vec{y},t),\ \vec{y}(t_0) = \vec{y}_0 \qquad (7).$$

Например, процесс малых колебаний маятника описан обыкновенными дифференциальным уравнением $m_1 l_1^2 \frac{\partial^2 \Theta(t)}{\partial t^2} + m_2 g l \Theta(t) = 0$ где m_1, l_1 - масса, длина подвески маятника, Θ - угол отклонения маятника от положения равновесия. Из этого уравнения можно найти оценки интересующих характеристик, например период колебаний $T = 2\pi\sqrt{l/g}$

Диф. уравнения, Д - схемы являются математическим аппаратом теории систем автоматического регулирования, управления.

При проектировании и эксплуатации систем САУ необходимо выбрать такие параметры системы, которые бы обеспечивали требуемую точность управления.

Следует отметить, что часто используемые в САУ системы диф. уравнений определяются путём линеаризацией управления объекта (системы), более сложного вида, имеющего нелинейности:

$$F(y^n, y^{n-1}, \dots y, x^m, x^{n-1}, \dots x_n) = 0:$$

$$\frac{dF}{dy_0^n}\Delta y^n + \frac{dF}{dy_0^{n-1}}\Delta y^{n-1} \dots \frac{dF}{dy_0}\Delta y + \Delta y = \frac{dF}{dx_0^m}\Delta y^m + \dots \frac{dF}{dx_0}\Delta x + \Delta x$$

2.3 Дискретно – детерминированные модели (F-схемы)

ДДМ являются предметом рассмотрения теории автоматов (ТА). ТА - раздел теоретической кибернетики, изучающей устройства, перерабатывающие дискретную информацию и меняющего свои внутренние состояния лишь в допустимые моменты времени.

Конечный автомат имеет множество внутренних состояний и входных сигналов, являющихся конечными множествами. Автомат задаётся F- схемой: $F = \langle z, x, y, \varphi, \psi, z_0 \rangle$, (1)

где z,x,y - соответственно конечные множества входных, выходных сигналов (алфавитов) и конечное множество внутренних состояний (алфавита). $z_0 \in Z$ - начальное состояние; $\varphi(z,x)$ - функция переходов; $\psi(z,x)$ - функция выхода. Автомат функционирует в дискретном автоматном времени, моментами которого являются такты, т.е. примыкающие друг к другу равные интервалы времени, каждому из которых соответствуют постоянные значения входного, выходного сигнала и внутреннего состояния. Абстрактный автомат имеет один входной и один выходной каналы.

В момент t, будучи в состоянии z(t), автомат способен воспринять сигнал x(t) и выдать сигнал $y(t)=\psi[z(t),x(t)]$, переходя в состояние $z(t+1)=\varphi[z(t),z(t)]$, $z(t) \in Z$; $y(t) \in Y$; $x(t) \in X$. Абстрактный КА в начальном состоянии z_0 принимая сигналы x(0), x(1), x(2) … выдаёт сигналы y(0), y(1), y(2)… (выходное слово).

Существуют F- автомат 1-ого рода (Миля), функционирующий по схеме:

$$z(t+1) = \varphi[z(t),z(t)],\ t=0,1,2\dots \qquad (1)$$
$$y(t) = \psi[z(t),x(t)],\ t=0,1,2\dots \qquad (2)$$

F- автомат 2-ого рода:

$$z(t+1)=\varphi[z(t),z(t)],\ t=0,1,2\ldots \quad (3)$$

$$y(t)=\psi[z(t),x(t-1)],\ t=1,2,3\ldots \quad (4)$$

Автомат 2-ого рода, для которого $y(t)=\psi[z(t)],\ t=0,1,2,\ldots$ (5)
т.е. функция выходов не зависит от входной переменной x(t), называется автоматом Мура.
Т.о. уравнения 1-5 полностью задающие F- автомат, являются частным случаем уравнения

$$\vec{z}(t)=\Phi(\vec{z}_0,\vec{x},\vec{v},\vec{h},t) \quad (6)$$

где $\vec{z}$ - вектор состояния, $\vec{x}$ - вектор независимых входных переменных, $\vec{v}$ - вектор воздействий внешней среды, $\vec{h}$ - вектор собственных внутренних параметров системы, $\vec{z}_0$ - вектор начального состояния, t - время; и уравнение $\vec{y}(t)=F(\vec{z},t)$, (7)
когда система S - денорминированная и на её вход поступает дискретный сигнал x.

По числу состояний конечные автоматы бывают с памятью и без памяти. Автоматы с памятью имеют более одного состояния, а автоматы без памяти (комбинационные или логические схемы) обладают лишь одним состоянием. При этом согласно (2), работа комбинационной схемы заключается в том, что она ставит в соответствие каждому входному сигналу x(t) определённый выходной сигнал y(t), т.е. реализует логическую функцию вида:

$$y(t)=\psi[x(t)],\ t=0,1,2,\ldots$$

Эта функция называется булевой, если алфавиты X и Y, которым принадлежат значения сигналов x и y состоят из 2-х букв.

По характеру отсчёта времени (дискретному) F- автоматы делятся на синхронные и асинхронные. В синхронных автоматах моменты времени, в которые автомат "считывает" входные сигналы, определяются принудительно синхронизирующими сигналами. Реакция автомата на каждое значение входного сигнала заканчивается за один такт синхронизации. Асинхронный F- автомат считывает входной сигнал непрерывно и поэтому, реагируя на достаточно длинный водной сигнал постоянной величины x, он может, как это следует из 1-5, несколько раз изменить своё состояние, выдавая соответствующее число выходных сигналов, пока не перейдёт в устойчивое.

Для задания F- автомата необходимо описать все элементы множества $F=\langle z,x,y,\varphi,\psi,z_0\rangle$, т.е. входной, внутренний и выходной алфавиты, а также функции переходов и выходов. Для задания работы F- автоматов наиболее часто используются табличный, графический и матричный способ.

В табличном способе задания используется таблицы переходов и выходов, строки которых соответствуют входным сигналам автомата, а столбцы - его состояниям. При этом обычно 1-ый столбец слева соответствует начальному состоянию z_0. На пересечении i-ой строки и j-ого столбца таблицы переходов помещается соответствующее значение $\varphi(z_k,x_i)$ функции переходов, а в таблице выходов - $\psi(z_k, x_i)$ функции выходов. Для F- автомата Мура обе таблицы можно совместить, получив т.н. отмеченную таблицу переходов, в которой над каждым состоянием z_k автомата, обозначающим столбец таблицы, стоит соответствующий этому состоянию, согласно (5), выходной сигнал $\psi(z_i)$.

Описание работы F- автомата Мили таблицами переходов φ и выходов ψ иллюстрируется таблицей (1), а описание F- автомата Мура - таблицей переходов (2).

Таблица 1

x_j	z_k			
	z_0	z_1	…	z_k
Переходы				
x_1	$\varphi(z_0,x_1)$	$\varphi(z_1,x_1)$	…	$\varphi(z_k,x_1)$
x_2	$\varphi(z_0,x_2)$	$\varphi(z_1,x_2)$	…	$\varphi(z_k,x_2)$
…………………………………………………………				
x_l	…	…	…	…
Выходы				
x_1	$\psi(z_0,x_1)$	$\psi(z_1,x_1)$	…	$\psi(z_k,x_1)$
…………………………………………………………				
x_l	$\psi(z_0,x_l)$	$\psi(z_1,x_l)$	…	$\psi(z_k,x_l)$

Таблица 2

	$\psi(z_k)$

x_i	$\psi(z_0)$	$\psi(z_1)$	…	$\psi(z_k)$
	z_0	z_1	…	z_k
x_1	$\varphi(z_0,x_1)$	$\varphi(z_1,x_1)$	…	$\varphi(z_k,x_1)$
x_2	$\varphi(z_0,x_2)$	$\varphi(z_1,x_2)$	…	$\varphi(z_k,x_2)$
…………………………………………………………				
x_l	$\varphi(z_0,x_l)$	$\varphi(z_1,x_l)$	…	$\varphi(z_k,x_l)$

Примеры табличного способа задания F- автомата Мили F1 с тремя состояниями, двумя входными и двумя выходными сигналами приведены в таблице 3, а для F- автомата Мура F2 - в таблице 4.

Таблица 3

x_j	z_0		
	z_0	z_1	z_2
Переходы			
x_1	z_2	z_0	z_0
x_2	z_0	z_2	z_1
Выходы			
x_1	y_1	y_1	y_2
x_2	y_1	y_2	y_1

Таблица 4

x_i	y				
	y_1	y_1	y_3	y_2	y_3
	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4
x_1	z_1	z_4	z_4	z_2	z_2
x_2	z_3	z_1	z_1	z_0	z_0

При другом способе задания конечного автомата используется понятие направленного графа. Граф автомата представляет собой набор вершин, соответствующих различным состояниям автомата и соединяющих вершин дуг графа, соответствующих тем или иным переходам автомата. Если входной сигнал x_k вызывает переход из состояния z_i в состояние z_j, то на графе автомата дуга, соединяющая вершину z_i с вершиной z_j обозначается x_k. Для того, чтобы задать функцию переходов, дуги графа необходимо отметить соответствующими выходными сигналами. Для автоматов Мили эта разметка производиться так: если входной сигнал x_k действует на состояние z_i, то согласно сказанному получается дуга, исходящая из z_i и помеченная x_k; эту дугу дополнительно отмечают выходным сигналом $y=\psi(z_i, x_k)$. Для автомата Мура аналогичная разметка графа такова: если входной сигнал x_k, действуя на некоторое состояние автомата, вызывает переход в состояние z_j, то дугу, направленную в z_j и помеченную x_k, дополнительно отмечают выходным сигналом $y=\psi(z_j, x_k)$. На рис. 1 приведены заданные ранее таблицами F- автоматы Мили F1 и Мура F2 соответственно.

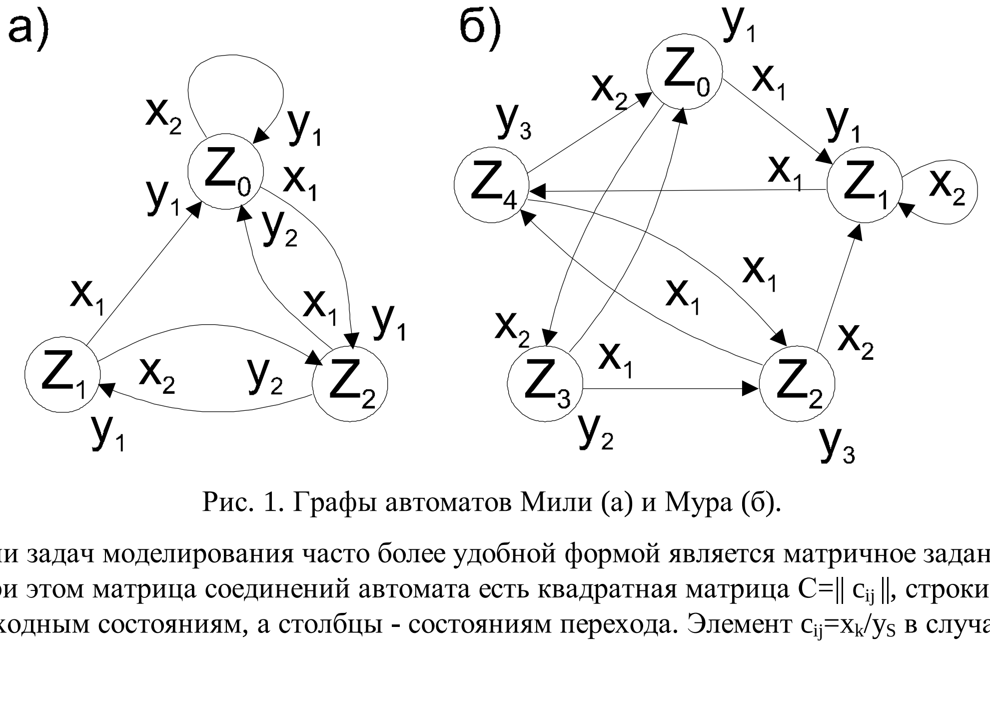


Рис. 1. Графы автоматов Мили (а) и Мура (б).

При решении задач моделирования часто более удобной формой является матричное задание конечного автомата. При этом матрица соединений автомата есть квадратная матрица $C=\| c_{ij} \|$, строки которой соответствуют исходным состояниям, а столбцы - состояниям перехода. Элемент $c_{ij}=x_k/y_S$ в случае автомата

Мили соответствует входному сигналу x_k, вызывающему переход из состояния z_i в состояние z_j и выходному сигналу y_S, выдаваемому при этом переходе. Для автомата Мили F1, рассмотренного выше, матрица соединений имеет вид:

$$C_1 = \begin{pmatrix} x_2/y_1 & - & x_1/y_1 \\ x_1/y_1 & - & x_2/y_2 \\ x_1/y_2 & x_2/y_1 & - \end{pmatrix}$$

Если переход из состояния z_i в состояние z_j происходит под действием нескольких сигналов, элемент матрицы c_{ij} представляет собой множество пар "вход/выход" для этого перехода, соединённых знаком дизъюнкции.

Для F- автомата Мура элемент c_{ij} равен множеству входных сигналов на переходе $(z_i z_j)$, а выход описывается вектором выходов:

$$\vec{y} = \begin{bmatrix} \Psi(z_0) \\ \Psi(z_1) \\ \ldots\ldots \\ \Psi(z_k) \end{bmatrix}$$ i-ая компонента которого выходной сигнал, отмечающий состояние z_i

Пример. Для рассмотренного ранее автомата Мура F2 запишем матрицу состояний и вектор выходов:

$$C_2 = \begin{pmatrix} - & x_1 & - & x_2 & - \\ - & x_2 & - & - & x_1 \\ - & x_2 & - & - & x_1 \\ x_2 & - & x_1 & - & - \\ x_2 & - & x_1 & - & - \end{pmatrix}; \qquad \vec{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

Для детерминированных автоматов переходы однозначны. Применительно к графическому способу задания F- автомата это означает, что в графе F- автомата из любой вершины не могут выходить 2 и более ребра, отмеченные одним и тем же входным сигналом. Аналогично этому в матрице соединений автомата C в каждой строке любой входной сигнал не должен встречаться более одного раза.

Рассмотрим вид таблицы переходов и графа асинхронного конечного автомата. Для F- автомата состояние z_k называется <u>устойчивым,</u> если для любого входа $x_i \in X$, для которого $\varphi(z_k,x_i)=z_k$ имеет место $\psi(z_k x_i)=y_k$. Т.о. F- автомат называется <u>асинхронным</u>, если каждое его состояние $z_k \in Z$ устойчиво.

На практике всегда автоматы являются асинхронными, а устойчивость их состояний обеспечивается тем или иным способом, например, введением сигналов синхронизации. На уровне абстрактной теории удобно часто оперировать с синхронными конечными автоматами.

Пример. Рассмотрим асинхронный F- автомат Мура, который описан в табл. 5 и приведён на рис. 2.

Таблица 5

x_i	y		
	y_1	y_2	y_3
	z_0	z_1	z_2
x_1	z_1	z_1	z_1
x_2	z_2	z_1	z_2
x_3	z_0	z_0	z_2

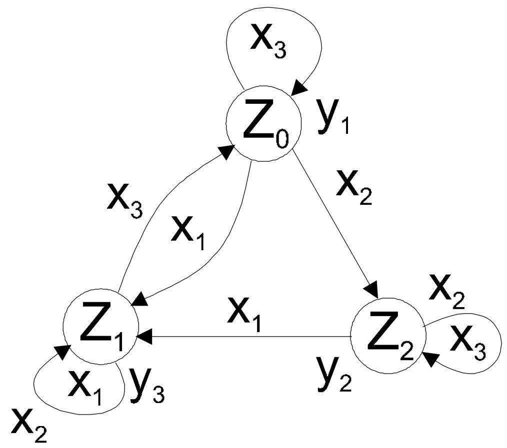


Рис. 2.Граф асинхронного автомата Мура.

Если в таблице переходов асинхронного автомата некоторое состояние z_k стоит на пересечении строки x_S и столбца $z_S(S\neq k)$, то это состояние z_k обязательно должно встретиться в этой же строке в столбце z_k.

С помощью F-схем описываются узлы и элементы ЭВМ, устройства контроля, регулирования и управления, системы временной и пространственной коммутации в технике обмена информацией. Широта применения F-схем не означает их универсальность. Этот подход непригоден для описания процессов принятия решений, процессов в динамических системах с наличием переходных процессов и стохастических элементов.

3. Непрерывно-стохастические модели (Q - схемы).

К ним относятся системы массового обслуживания (англ. queuing system), которые называют Q- схемами.

3.1 Методы теории массового обслуживания.

Предмет ТМО — системы массового обслуживания (СМО) и сети массового обслуживания. Под СМО понимают динамическую систему, предназначенную для эффективного обслуживания случайного потока заявок при ограниченных ресурсах системы. Обобщённая структура СМО приведена на рисунке 3.1.

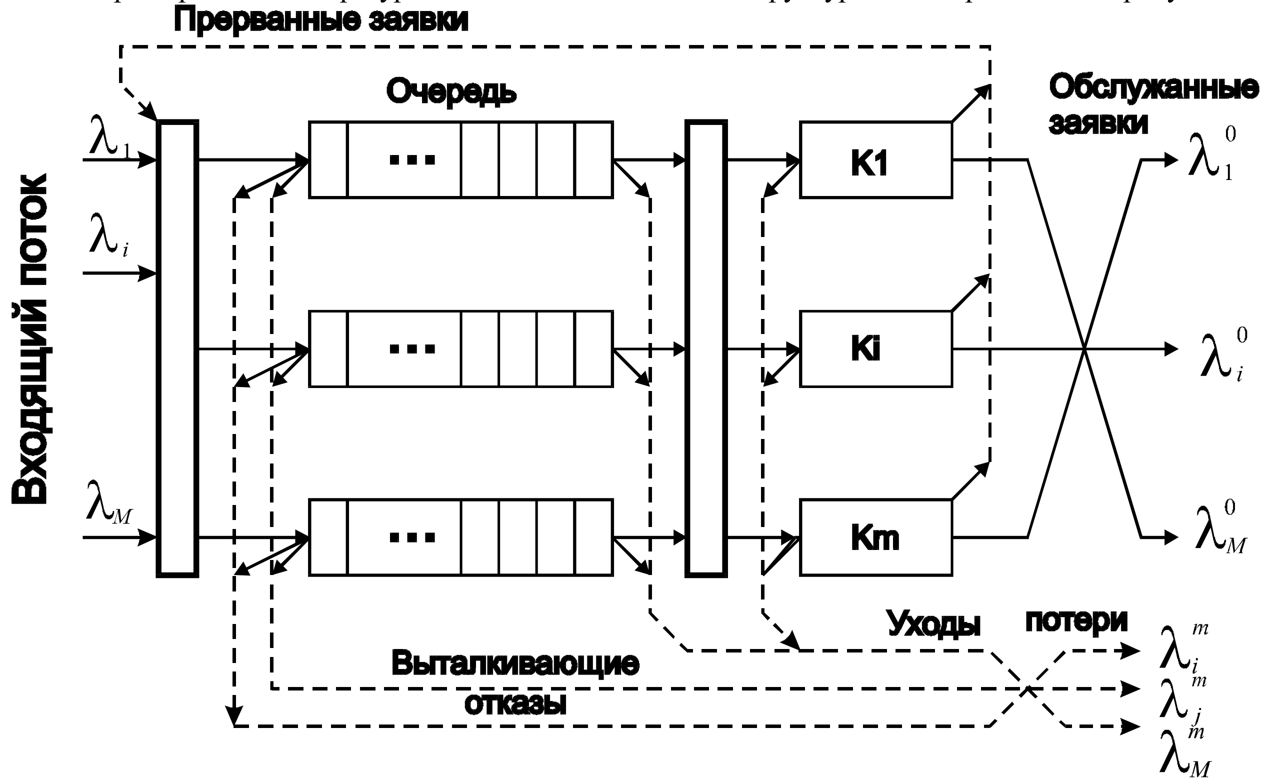


Рис. 3.1. Схема СМО.

Поступающие на вход СМО однородные заявки в зависимости от порождающей причины делятся на типы, интенсивность потока заявок типа i (i=1…M) обозначено λ_i. Совокупность заявок всех типов - входящий поток СМО.

Обслуживание заявок выполняется **m** каналами. Различают универсальные и специализированные каналы обслуживания. Для универсального канала типа j считается известными функции распределения $F_{ji}(\tau)$ длительности обслуживания заявок произвольного типа. Для специализированных каналов функции распределения длительности обслуживания каналов заявок некоторых типов являются неопределёнными, назначение этих заявок на данный канал.

В качестве процесса обслуживания могут быть представлены различные по своей физической природе процессы функционирования экономических, производственных, технических и других систем, например, потоки поставок продукции некоторому предприятию, потоки деталей и комплектующих изделий на сборочном конвейере цеха, заявки на обработку информации ЭВМ от удалённых терминалов и т.д. При этом характерным для работы таких объектов является случайное поведение заявок (требований) на обслуживание и завершение обслуживания в случайные моменты времени.

Q - схемы можно исследовать аналитически и имитационными моделями. Последнее обеспечивает большую универсальность.

Рассмотрим понятие массового обслуживания.

В любом элементарном акте обслуживания можно выделить две основные составляющие: ожидание обслуживания заявкой и собственно обслуживание заявки. Это можно отобразить в виде некоторого i-ого прибора обслуживания $П_i$, состоящего из накопителя заявок, в котором может находится одновременно $l_i=0…L_i^H$ заявок, где L_i^H - ёмкость i-ого накопителя, и канала обслуживания заявок, k_i.

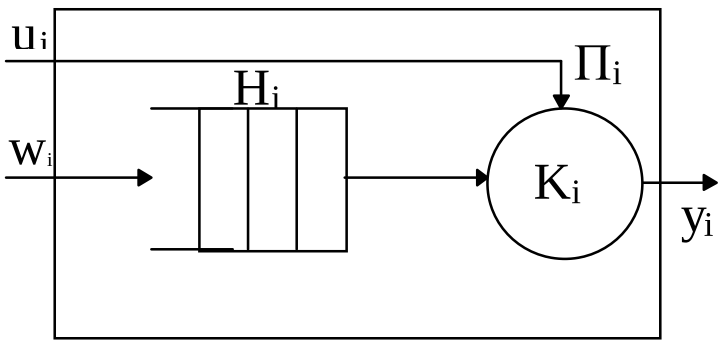


Рис. 3.2. Схема прибора СМО

На каждый элемент прибора обслуживания $П_i$ поступают потоки событий: в накопитель H_i поток заявок w_i , на канал k_i - поток обслуживания u_i.

<u>Потоком событий</u> (ПС) называется последовательность событий, происходящих одно за другим в какие-то случайные моменты времени. Различают потоки однородных и неоднородных событий. <u>Однородный</u> ПС характеризуется только моментами поступления этих событий (вызывающими моментами) и задаётся последовательностью $\{t_n\}=\{0\le t_1\le t_2\ldots\le t_n\le\ldots\}$, где t_n - момент поступления n- ого события - неотрицательное вещественное число. ОПС может быть также задан в виде последовательности промежутков времени между n-ым и n-1-ым событиями $\{\tau_n\}$.

<u>Неоднородным</u> ПС называется последовательность $\{t_n, f_n\}$, где t_n- вызывающие моменты; f_n- набор признаков события. Например, может быть задана принадлежность к тому или иному источнику заявок, наличие приоритета, возможность обслуживания тем или иным типом канала и т.п.

Рассмотрим ОПС, для которого $\tau_i\in\{\tau_n\}$- случайные величины, независимые между собой. Тогда ПС называется потоком с <u>ограниченным последействием.</u>

ПС называется <u>ординарным</u>, если вероятность того, что на малый интервал времени Δt, примыкающий к моменту времени t попадает больше одного события $P_{\ge 1}(t, \Delta t)$ пренебрежительно мала.

Если для любого интервала Δt событие $P_0(t, \Delta t) + P_1(t, \Delta t) + P_{\ge 1}(t, \Delta t)=1$, $P_1(t, \Delta t)$ - вероятность попадания на интервал Δt ровно одного события. Как сумма вероятностей событий, образующих полную группу и несовместных, то для ординарного потока событий $P_0(t, \Delta t) + P_1(t, \Delta t) \approx 1$, $P_{\ge 1}(t, \Delta t)=\Theta(\Delta t)$, где $\Theta(\Delta t)$- величина, порядок малости который выше, чем Δt, т.е. $\lim(\Theta(\Delta t))=0$ при $\Delta t\to 0$.

Стационарным ПС называется поток, для которого вероятность появления того или иного числа событий на интервале времени t зависит от длины этого участка и не зависит от того, где на оси времени 0 - t взят этот участок. Для ОПС справедливо $0*P_0(t, \Delta t) + 1*P_1(t, \Delta t)= P_1(t, \Delta t)$ - среднее число событий на интервале Δt. Среднее число событий, наступающих на участке Δt в единицу времени составляет $P_1(t, \Delta t)/\Delta t$. Рассмотрим предел этого выражения при $\Delta t \to 0$

$$\lim P_1(t, \Delta t)/\Delta t=\lambda(t)*(1/\text{един.вр.}).$$

Если этот предел существует, то он называется интенсивностью (плотностью) ОПС. Для стандартного ПС $\lambda(t)=\lambda=const$.

Применительно к элементарному каналу обслуживания k_i можно считать что поток заявок $w_i \in W$, т.е. интервалы времени между моментами появления заявок на входе k_i образуют подмножество неуправляемых переменных, а поток обслуживания $u_i \in U$, т.е. интервалы времени между началом и окончанием обслуживания заявки образуют подмножество управляемых переменных.

Заявки, обслуженные каналом k_i и заявки, покинувшие прибор $П_i$ по различным причинам не обслуженными, образуют выходной поток $y_i \in Y$.

Процесс функционирования прибора обслуживания $П_i$ можно представить как процесс изменения состояний его элементов во времени $Z_i(t)$. Переход в новое состояние для $П_i$ означает изменение кол-ва заявок, которые в нём находятся (в канале k_i и накопителе H_i). Т.о. вектор состояний для $П_i$ имеет вид :

$\overline{Z}_i = (Z_i^H, Z_i^K)$, где Z_i^H - состояния накопителя, (Z_i^H =0 - накопитель пуст, Z_i^H =1- в накопителе одна заявка…, $Z_i^H = L_i^H$ - накопитель занят полностью; Z_i^K - состояние канала k_i (Z_i^K =0 - канал свободен, Z_i^K =1 канал занят).

Q-схемы реальных объектов образуются композицией многих элементарных приборов обслуживания $П_i$. Если k_i различных приборов обслуживания соединены параллельно, то имеет место многоканальное обслуживание (многоканальная Q-схема), а если приборы $П_i$ и их параллельные композиции соединены последовательно, то имеет место многофазное обслуживание (многофазная Q-схема).

Т.о. для задания Q-схемы необходимо оператор сопряжения R, отражающий взаимосвязь элементов структуры.

Связи в Q-схеме изображают в виде стрелок (линий потока, отражающих направление движения заявок). Различают разомкнутые и замкнутые Q-схемы. В разомкнутой выходной поток не может снова поступить на какой-либо элемент, т.е. обратная связь отсутствует.

Собственными (внутренними) параметрами Q-схемы будут являться кол-во фаз $L_Ф$, количество каналов в каждой фазе, L_{kj}, j=1… $L_Ф$, количество накопителей каждой фазы L_{kj}, k=1… $L_Ф$, ёмкость i-ого накопителя L_i^H. Следует отметить, что в теории массового обслуживания в зависимости от ёмкости накопителя применяют следующую терминологию:

- системы с потерями (L_i^H=0, накопитель отсутствует);
- системы с ожиданием ($L_i^H \to \infty$);
- системы с ограниченной ёмкостью накопителя H_i (смешанные).

Обозначим всю совокупность собственных параметров Q-схемы как подмножество H.

Для задания Q-схемы также необходимо описать алгоритмы её функционирования, которые определяют правила поведения заявок в различных неоднозначных ситуациях.

В зависимости от места возникновения таких ситуаций различают алгоритмы (дисциплины) ожидания заявок в накопителе H_i и обслуживания заявок каналом k_i. Неоднородность потока заявок учитывается с помощью введения класса приоритетов.

В зависимости от динамики приоритетов Q-схемы различают статические и динамические. Статические приоритеты назначаются заранее и не зависят от состояний Q-схемы, т.е. они являются фиксированными в пределах решения конкретной задачи моделирования. Динамические приоритеты возникают при моделировании. Исходя из правил выбора заявок из накопитель H_i на обслуживание каналом k_i можно выделить относительные и абсолютные приоритеты. Относительный приоритет означает, что заявка с более высоким приоритетом, поступившая в накопитель H, ожидает окончания обслуживания представляющей заявки каналом k_i и только после этого занимает канал. Абсолютный приоритет означает, что заявка с более высоким приоритетом, поступившая в накопитель, прерывает обслуживание каналом k_i заявки с более низким приоритетом и сами занимает канал (при этом вытесненная из k_i заявка может либо покинуть систему, либо может быть снова записана на какое-то место в H_i).

Необходимо также знать набор правил, по которым заявки покидают H_i и k_i: для H_i – либо правила переполнения, либо правила ухода, связанные с истечением времени ожидания заявки в H_i; для k_i – правила выбора маршрутов или направлений ухода. Кроме того, для заявок необходимо задать правила, по которым они остаются в канале k_i, т.е. правила блокировок канала. При этом различают блокировки k_i по выходу и по входу. Такие блокировки отражают наличие управляющих связей в Q-схеме, регулирующих поток заявок в зависимости от состояний Q-схемы. Набор возможных алгоритмов поведения заявок в Q-схеме можно представить в виде некоторого оператора алгоритмов поведения заявок **A.**

Т.о. Q-схема, описывающая процесс функционирования СМО любой сложности однозначно задаётся в виде набора множеств: Q = <W, U, H, Z, R, A> .

4. Имитационное моделирование систем.

4.1 Процедура имитационного моделирования.

Определение метода имитационного моделирования. Метод ИМ заключается в создании логико-аналитической (математической модели системы и внешних воздействий), имитации функционирования системы, т.е. в определении временных изменений состояния системы под влиянием внешних воздействий и в поучении выборок значений выходных параметров, по которым определяются их основные вероятностные характеристики. Данное определение справедливо для стохастических систем.

При исследовании детерминированных систем отпадает необходимость изучения выборок значений выходных параметров.

Модель системы со структурным принципом управления представляет собой совокупность моделей элементов и их функциональные взаимосвязи. Модель элемента (агрегата, обслуживающего прибора) - это, в первую очередь, набор правил (алгоритмов) поведения устройства по отношению к выходным воздействиям (заявкам) и правил изменений состояний элемента. Элемент отображает функциональное устройство на том или ином уровне детализации. В простейшем случае устройство может находится в работоспособном состоянии или в состоянии отказа. В работоспособном состоянии устройство может быть занято, например, выполнение операции по обслуживанию заявки или быть свободным. К правилам поведения устройства относятся правила выборки заявок из очереди; реакция устройства на поступление заявки, когда устройство занято или к нему имеется очередь заявок; реакция устройства на возникновение отказа в процессе обслуживания заявки и некоторые другие.

Имитационное моделирование (ИМ) — это метод исследования, который основан на том, что анализируемая динамическая система заменяется имитатором и с ним производятся эксперименты для получения об изучаемой системе. Роль имитатора зачастую выполняет программа ЭВМ.

Основная идея метода ИМ состоит в следующем. Пусть необходимо определить функцию распределения случайной величины **y**. Допустим, что искомая величина **y** может быть представлена в виде зависимости: $\mathbf{y}=\mathbf{f}(a,b,\ldots,w)$ где $a,b,\ldots,w$ случайные величины с известными функциями распределения.

Для решения задач такого вида применяется следующий алгоритм:

1) по каждой из величин $a,b,\ldots,w$ производится случайное испытание, в результате каждого определяется некоторое конкретное значение случайной величины $a_i,b_i,\ldots,w_i$;
2) используя найденные величины, определяется одно частное значение $\mathbf{y}_i$ по выше приведённой зависимости;
3) предыдущие операции повторяются N раз, в результате чего определяется N значений случайной величины **y**;
4) на основании N значений величины находится её эмпирическая функция распределения.

4.2 Имитация функционирования системы.

Предположим, исследуется вычислительная система (ВС), состоящая из процессора 1 с основной памятью, устройство вода перфокарт 4, АЦПУ 2 и дисплея 3 (рис. 4.1.).

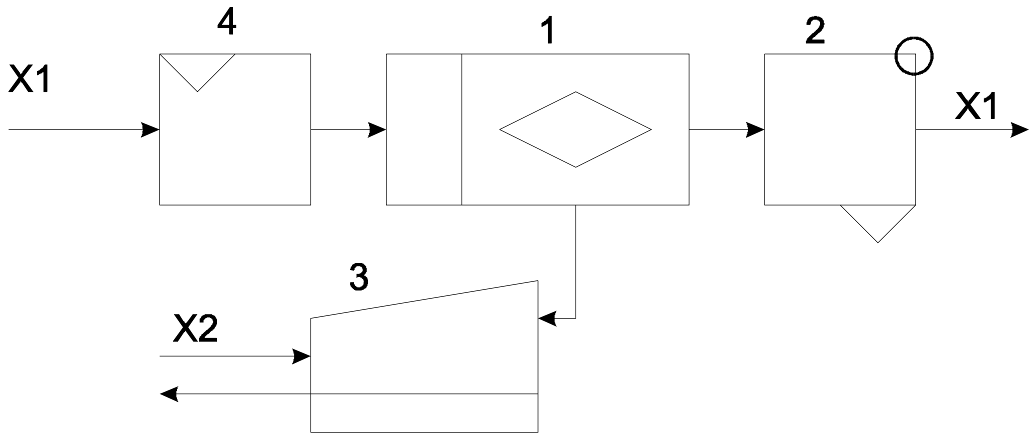


Рис. 4.1. Упрощённая схема моделируемой системы.

Через устройство 4 поступает поток заданий X1. Процессор обрабатывает задания и результаты выдаёт на АЦПУ 2. Одновременно с этим ВС используется, например, как информационно-справочная система. Оператор-пользователь, работающий за дисплеем, посылает в систему запросы X2, которые обрабатываются процессором и ответы выводятся на экран дисплея. Процессор работает в 2-х программном режиме: в одном разделе обрабатываются задания X1, в другом, с более высоким относительным приоритетом запросы X2. Представим данную ВС в упрощённом варианте в виде стохастической сети из 4-х СМО. Потоки заданий и запросы будем называть потоками заявок. Считаем потоки X1 и X2 независимыми. Известны ф.р. периодов следования заявок τ_1 и τ_2 и длительность обслуживания T_{1K}, T_{2K} заявок в к-ом устройстве. Требуется определить времена загрузки каждого устройства и времена реакции по каждому из потоков.

Вначале определяется момент поступления в систему 1-ой заявки потока X1 по результатам случайного испытания в соответствии с ф.р. периода следования заявок.

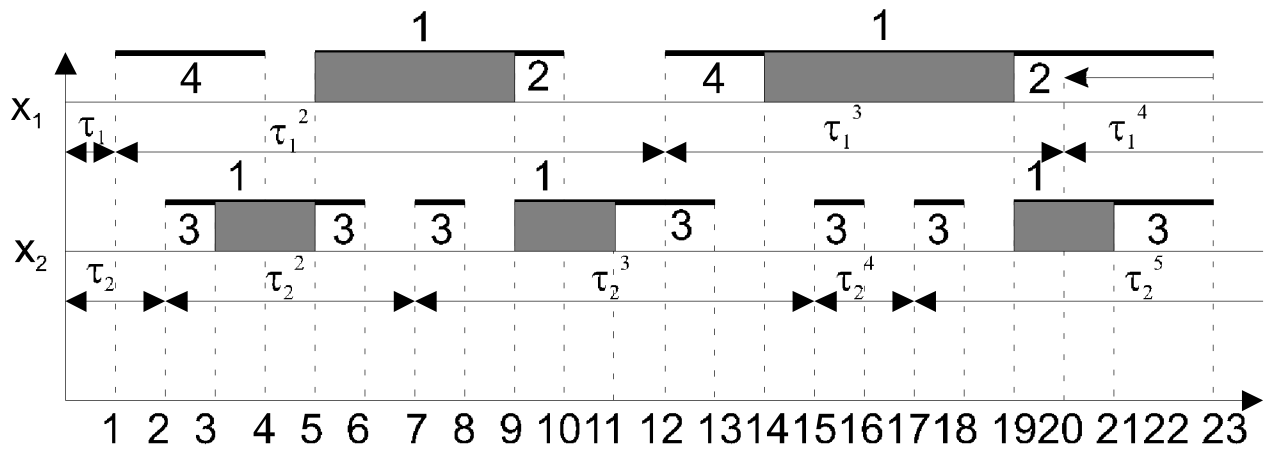


Рис. 4.2. Временная диаграмма функционирования ВС.

На рис. 2 это момент времени $t_1=0+\tau_1^1$ (здесь и далее верхний индекс обозначает порядковый номер заявки данного потока). То же самое делается для потока X2. На рис.2 момент поступления 1-ой заявки потока X2 $t_2=0+\tau_2^1$. Затем находится минимальное время, т.е. наиболее раннее событие. В примере это время t_1. Для 1-ой заявки потока X1определяется время обслуживания устройством ввода перфокарт T^1_{14} методом случайного испытания и отмечается момент окончания обслуживания $t_4=t_1+T^1_{14}$. На рис. показан переход устройства 4 в состояние "занято". Одновременно определяется момент поступления следующей заявки потока X1: $t_{12}=t_1+\tau_1^2$. Следующее минимальное время это момент поступления заявки потока X2 - t_2. Для этой заявки находится время обслуживания на дисплее T^1_{23} и отслеживается время окончания обслуживания $t_3=t_2+T^1_{23}$. Определяется момент поступления второй заявки потока X2: $t_7=t_2+\tau_2^2$. Снова выбирается минимальное время — это t_3. В этот момент заявка потока X2 начинает обрабатываться процессором. По результату случайного испытания определяется время её обслуживания T^1_{21} и отмечается момент $t_5=t_3+T^1_{21}$ окончания обслуживания. Следующее минимальное время t_4 - момент завершения обслуживания заявки потока X1 устройством 4. С этого момента заявка может начать обрабатываться процессором, но он занят обслуживанием потока X2. Тогда заявка потока X1 переходит в состояние ожидания, становиться в очередь. В следующий момент времени t_5 освобождается процессор. С этого момента процессор начинает обрабатывать заявку потока X1, а заявка потока X2 переходит на обслуживание дисплеем, т.е. ответ на запрос пользователя передаётся из основной памяти в буферный накопитель дисплея. Далее определяются соответствующие времена обслуживания: T^1_{11} и T^1_{23} и отмечаются моменты времени $t_9=t_5+T^1_{11}$ и $t_6=t_5+T^1_{23}$. В момент t_6 полностью завершается обработка первой заявки потока X2. По разности времени t_6 и t_2 вычисляется время реакции по этой заявке $u^1_2=t_6-t_2$. Следующий минимальный момент t_7 - это наступление 2-ой заявки потока X2. Определяет время поступления очередной заявки этого потока $t_{15}=t_7+\tau_2^3$. Затем вычисляется время обслуживания 2-ой заявки на дисплее T^2_{23} и отмечается момент $t_8=t_7+T^2_{23}$, после чего заявка становится в очередь, т.к. процессор занят. Эта заявка поступит на обслуживание в процессор только после его освобождения в момент t_9 . В этот момент заявка потока X1 начинает обслуживаться в АЦПУ. Определяются времена обслуживания T^2_{21} и T^1_{12} по результатам случайных испытаний и отмечаются моменты окончания обслуживания $t_{11}=t_9+T^2_{23}$ и $t_{10}=t_9+T^1_{12}$. В момент времени t_{10} завершается полное обслуживание 1-ой заявки потока X1. Разность между этим моментом и моментом времени t_1 даёт 1-ое значение времени реакции по потоку X1 $u^1_1=t_{10}-t_1$.

Указанные процедуры выполняются до истечения времени моделирования. В результате получается некоторое количество (выборка) случайных значений времени реакции (u_1) и (u_2) по 1-ому и 2-ому потокам. По этим значениям могут быть определены эмпирические функции распределения и вычислены количественные вероятностные характеристики времени реакции. В процессе моделирования можно суммировать продолжительности занятости каждого устройства обслуживанием всех потоков. Например, на рис. 2 занятость процессора 1 выделена заштрихованными ступеньками. Если результаты суммирования разделить на время моделирования, то получатся коэффициенты загрузки устройств.

Можно определить время ожидания заявок в очереди, обслуженных системой, среднюю и максимальную длину очереди заявок к каждому устройству, требуемая ёмкость памяти и др.

Имитация даёт возможность учесть надёжностные характеристики ВС. В частности, если известны времена наработки на отказ и восстановления всех входящих в систему устройств, то определяются моменты возникновения отказов устройств в период моделирования и моменты восстановления. Если устройство отказало, то возможны решения:

– снятие заявки без возврата;
– помещение заявки в очередь и дообслуживание после восстановления;
– поступление на повторное обслуживание из очереди;

5. Обобщённые алгоритмы имитационного моделирования.

5.1 <u>Алгоритм моделирования по принципу особых состояний.</u>

Оно использовалось в приведённом выше примере. В качестве событий выделены:

– поступление заявки в систему;
– освобождение элемента после обслуживания заявки;
– завершения моделирования;

* возникновение отказа устройств * завершение восстановления устройств	} другие типы событий

Процесс имитации развивался с использованием управляющих последовательностей, определяемых по функциям распределения вероятностей исходных данных путём проведения случайных испытаний. В качестве управляющих последовательностей использовались в примере последовательности значений периодов следования заявок по каждому i-ому потоку $\{\tau_i\}$ и длительности обслуживания заявок i-ого потока устройством $\{T_{ik}\}$. Моменты наступления будущих событий определялись по простым рекуррентным соотношениям. Эта особенность даёт возможность построить простой циклический алгоритм моделирования, который сводится к следующим действиям:

1) определяется событие с минимальным временем — наиболее раннее событие;
2) модельному времени присваивается значение времени наступления наиболее раннего события;
3) определяется тип события;
4) в зависимости от типа события предпринимаются действия, направленные на загрузку устройств и продвижение заявок в соответствии с алгоритмом их обработки, и вычисляются моменты наступления будущих событий; эти действия называют реакцией модели на события;
5) перечисленные действия повторяются до истечения времени моделирования.

В процессе моделирования производится измерение и статистическая обработка значений выходных характеристик. Обобщённая схема алгоритма моделирования по принципу особых состояний приведена на рисунке 5.1.

Рис. 5.1. Обобщённый алгоритм моделирования систем по принципу особых состояний

5.2 Алгоритм моделирования по принципу Dt.

Укрупнённая схема моделирующего алгоритма, который реализует принцип постоянного приращения модельного времени (принципа Δt), представлен на следующем рисунке:

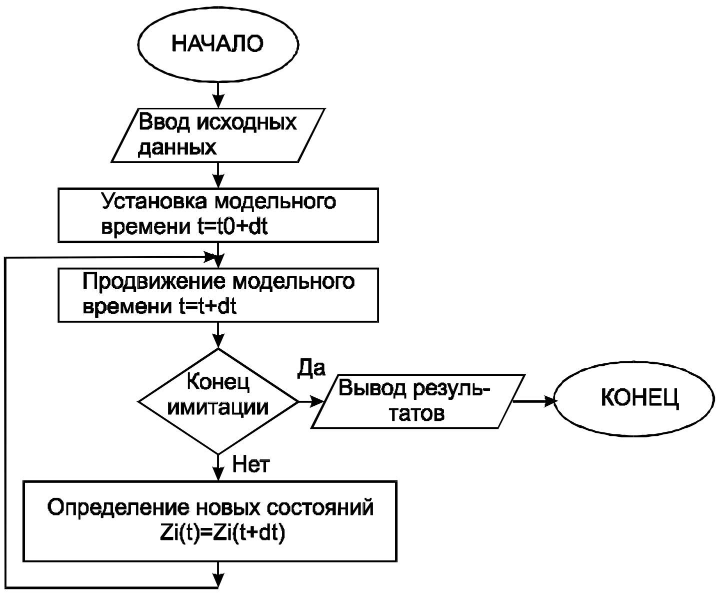


Рис. 5.2. Обобщённый алгоритм моделирования систем по принципу приращений "Δt"

В начале инициализируется программа, в частности вводятся значения $Z_i(t_0)$, i=1,2,…k. Которые характеризуют состояние системы в k-мерном фазовом пространстве состояний в начальный момент времени t_0. Модельное время устанавливается $t = t_0 = 0$. Основные операции по имитации системы осуществляется в цикле. Функционирование системы отслеживается по последовательной схеме состояний $Z_i(t)$. Для этого модельному даётся некоторое приращение dt. Затем по вектору текущих состояний определяются новые состояния $Z_i(t + dt)$, которые становятся текущими. Для определения новых состояний по текущим в формализованном описании системы должны существовать необходимые математические зависимости. По ходу имитации измеряются, вычисляются, фиксируются необходимые выходные характеристики. При моделировании стохастических систем вместо новых состояний вычисляются распределения вероятностей для возможных состояний. Конкретные значения вектора текущих состояний определяются по результатам случайных испытаний. В результате проведения имитационного эксперимента получается одна из возможных реализаций случайного многомерного процесса в заданном интервале времени (t_0, T_k).

Моделирующий алгоритм, основанный на применении dt применим для более широкого круга систем, чем алгоритм, построенный по принципу особых состояний. Однако при его реализации возникают проблемы определения величины dt. Для моделирования ВС на системном уровне в основном используются принцип особых состояний.

6. Методы определения характеристик моделируемых систем.

6.1 Измеряемые характеристики моделируемых систем.

При имитационном моделировании можно измерять значения любых характеристик, интересующих исследователя. Обычно по результатам вычислений определяются характеристики всей системы, каждого потока и устройства.

Для всей системы производится подсчёт поступивших в систему заявок, полностью обслуженных и покинувших систему заявок без обслуживания по тем или иным причинам. Соотношения этих величин характеризует производительность системы при определённой рабочей нагрузке.

По каждому потоку заявок могут вычисляться времена реакций и ожидания, количества обслуженных и потерянных заявок. По каждому устройству определяется время загрузки при обслуживании одной заявки м число обслуженным устройством заявок, время простоя устройства в результате отказов и количество отказов, возникших в процессе моделирования, дины очередей и занимаемые ёмкости памяти.

При статистическом моделировании большая часть характеристик — это случайные величины. По каждой такой характеристике **y** определяется N значений, по которым строится гистограмма относительных частот, вычисляется математическое ожидание, дисперсия и моменты более высокого порядка, определяются средние по времени и максимальные значения. Коэффициенты загрузки устройств вычисляются по формуле:

$$r_k = V_k * N_{ok} / T_m \qquad (1)$$

V_k- среднее время обслуживания одной заявки к-ым устройством;

N_{ok} - количество обслуженных заявок устройством за время моделирования T_m.

Определение условий удовлетворения стохастических ограничений при имитационном моделировании производится путём простого подсчёта количества измерений, вышедших и не вышедших за допустимые пределы.

6.2 Расчёт математического ожидания и дисперсии выходной характеристики.

В случае стационарного эргодического процесса функционирования системы вычисление М(y) и Д(y) выходной характеристики **y** производится усреднением не по времени, а по множеству $N_{знач.}$, измеренных по одной реализации достаточной длительности. В целях экономия ОЗУ ЭВМ М(y) и Д(y) вычисляются по рекуррентным формулам:

$$m_n = m_{n-1} * (n-1)/n + y/n; \qquad (2)$$

где m_{n-1} - математическое ожидание, вычисленное на предыдущем шаге.

$$d_n = d_{n-1} * (n-2)/(n-1) + 1/n * (y_n - m_{n-1})^2 \qquad (3)$$

здесь d_{n-1} - дисперсия, вычисленная на предыдущем шаге.

При большом количестве измерений эти оценки являются состоятельными и несмещёнными.

6.3 Расчёт среднего по времени значения выходной характеристики.

Например, средняя длина очереди к каждому устройству вычисляется по формуле:

$$l_N = \sum_{i=1}^{N} l_i t_i \Big/ T_m \qquad (4)$$

где i - номер очередного изменения состояния очереди (занесение заявки в очередь или исключение из очереди); N - количество изменений состояния очереди; t_i - интервал времени между двумя последними изменениями очереди.

Ёмкость накопитель:

$$q_n = \sum_{i=1}^{N} q_i t_i \Big/ T_m \qquad (5)$$

где q_i - ёмкость накопителя, занятая в интервале между двумя последними обращениями к накопителю для ввода-вывода заявки.

6.4 Построение гистограммы для стационарной системы.

Г - эмпирическая плотность распределения вероятностей. Задаются границы изменения интересующей характеристики. $y_i \rightarrow [y_н; y_в]$, числом интервалов N_g. Определяется ширина интервала $\Delta = (y_н - y_в)/N_g$.

Затем в процессе моделирования по мере появления значений y_i определяется число попаданий этой случайной величины в каждый из интервалов R_i гистограммы. По этим данным вычисляется относительная частота по каждому интервалу: $G_i = R_i/(N*\Delta)$, где N - общее число измерений **y**. Площадь гистограммы равна единице, равна сумме площадей:

$$S_i = \sum_{1}^{N_g} G_i \bullet \Delta = \sum \frac{R_i}{N \bullet \Delta} \bullet \Delta = \sum \frac{R_i}{N} = 1, \quad \text{т.к. } N = \sum_{1}^{N_g} R_i$$

При необходимости выдвигается гипотеза о том, что эмпирическое распределение согласуется с некоторым теоретическим распределением. Эта гипотеза проверяется по тому или иному критерию.

Например, при использовании критерия c^2 в качестве меры расхождения используется выражение

$$c^2 = \frac{\sum_{1}^{N_g} \left(R_i - N * P_i\right)^2}{N * P_i} \qquad (6);$$

где - P_i определяется из выбранного теоретического распределения вероятность попадания случайной величины в i-ый интервал.

$$P_i = \int_{y_i}^{y_{i+1}} j(x)dx = F(y_{i+1}) - F(y_i) \qquad (7).$$

Из теоремы Пирсона следует, что для любой функции распределения F(y) случайной величины **y** при $N \rightarrow \infty$ распределения величины c^2 имеет вид:

$$M_k(z) = p(c^2 < z) = \frac{1}{2^{k/2} * \Gamma(\kappa/2)} \int_0^z t^{k/2 - 1} * e^{-t/2} dt$$, где z - значение случайной величины c^2,

$k = N_g - (r+1)$ - число степеней свободы распределения c^2. r - количество параметров теоретического распределения, Г(к/2) - гамма функция.

Функция распределения c^2 табулирована. По вычисленному значению c^2 и числу степеней свободы с помощью таблиц определяется вероятность $P(c^2 < Z)$. Если она превышает заданный уровень значимости С, то выдвинутая гипотеза принимается.

7. Моделирование случайных воздействий.

Важной задачей в практике имитационного моделирования систем на ЭВМ является расчёт случайных величин. В языках программирования существуют датчики равномерно распределённых псевдослучайных величин в интервале {0,1}. Остановимся на вопросах преобразования последовательности псевдослучайных величин $\{X_i\}$ в последовательности $\{Y_i\}$ с заданным законом распределения и моделировании различных случайных событий.

7.1 Рассмотрим особенности моделирования случайных событий.

Пусть имеются случайные числа x_i, т.е. возможные значения случайной величины ξ, равномерно распределённой в интервале {0,1}. Необходимо реализовать случайное событие А, наступающее с заданной вероятностью Р. Определим А как событие, состоящее в том, что выбранное значение x_i удовлетворяет неравенству:

$$x_i \le P \qquad (1)$$

Тогда вероятность события А будет : $P(A)=\int_0^p dx = p$. Противоположное событию А состоит в том, что $x_i>p$. Тогда $P(\overline{A})=1-P$. Процедура моделирования состоит в этом случае в выборе значений x_i и сравнение их с р. При этом, если условие (1) удовлетворяется, то исходом испытания будет событие А.

Таким же образом можно рассмотреть группу событий. Пусть A_1, $A_2 \dots A_n$ – полная группа событий, наступающая с вероятностями P_1, P_2, … P_n соответственно. Определим A_m как событие, состоящее, в ом, что выбранное значение x_i случайной величины ξ удовлетворяет неравенству:

$$l_{m-1}<x_i<l_m, \text{ где } l_k=\sum_{i=1}^{k} p_i. \qquad (2)$$

Тогда $P(A_m)=\int_{l_{m-1}}^{l_m} dx = P_m$. Процедура моделирования испытаний в этом случае состоит в последовательности сравнений случайных чисел x_i со значениями l_k. Исходом испытания оказывается событие A_m, если выполняется условие (2). Эту процедуру называют определением исхода по жребию в соответствии с вероятностями P_1, P_2, … P_n.

При моделировании систем часто необходимо осуществить такие испытания, при которых искомый результат является сложным событием, зависящим от 2-х и более простых.

Пусть например, независимые события А и В имеют вероятности наступления P_A и P_B. Возможными исходами совместных испытаний в этом случае будут события $AA, \overline{A}B, A\overline{B}, \overline{A}\overline{B}$ с вероятностями P_AP_B, $(1-P_A)P_B$, $P_A(1-P_B)$, $(1-P_A)(1-P_B)$. Для моделирования совместных испытаний можно использовать последовательную проверку условия (1). Он требует двух чисел x_i.

Рассмотрим случай, когда события А и В являются зависимыми и наступают с вероятностями P_A и P_B. Обозначим через Р(В/А) условную вероятность события В при условии, что событие А произошло. Считаем, что Р(В/А) задана. Из последовательности случайных чисел $\{X_i\}$ извлекается определённое число x_m и проверяется справедливость неравенства $x_m<P_A$. Если это неравенство справедливо, то наступило событие А. Для испытания, связанного с событием В используется вероятность Р(В/А). Из совокупности чисел $\{X_i\}$ берётся очередное число x_{m+1} и проверяется условие $x_{m+1} \le P(B/A)$. В зависимости от того выполняется или нет это неравенство, исходом испытания является АВ или $\overline{AB}$. Если неравенство $x_m<P_A$ не выполняется, то наступило событие $\overline{A}$. Поэтому для испытания, связанного с событием В необходимо определить вероятность:

$$P(B/\overline{A})=[P(B)-P(A)/P(B/A)]/(1-P(A))$$

Выберем из совокупности $\{X_i\}$ число x_{m+1} и проверим справедливость неравенства $\chi_m \le P(B/\overline{A})$. В зависимости от того, выполняется оно или нет, получаем исходы испытания $\overline{A}B$. Алгоритм вычислений можно представить в виде схемы, которая изображена на рисунке 7.1.

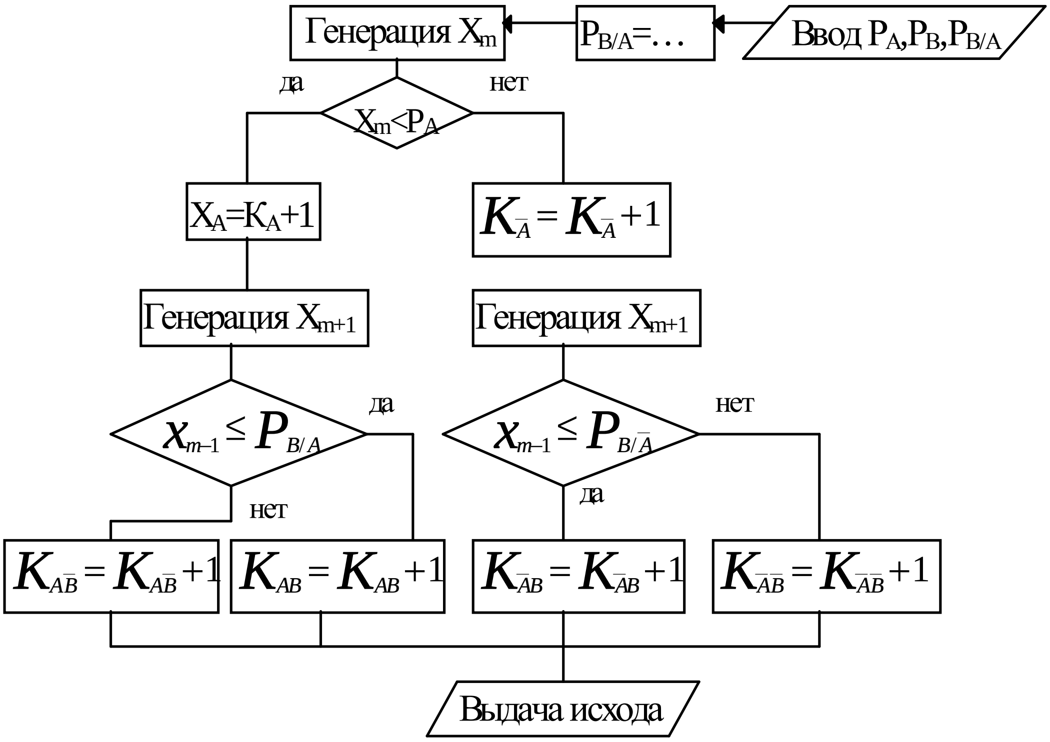


Рис.7.1. Схема моделирования группы случайных событий

7.2 Преобразование случайных величин.

Дискретная случайная величина η принимает значения $y_1 \le y_2\ y_3 \ldots\ y_l$ с вероятностями $P_1, P_2 \ldots, P_l$ составляющими дифференциальное распределение вероятностей:

y	$y_1\ y_2 \ldots\ldots\ y_j \ldots$	
$P(\eta=y)$	$P_1, P_2 \ldots\ldots P_j \ldots$	(3)

При этом интегральная функция распределения $F_h(y) = P(h \le y) = \sum_{j=1}^{m} P_j$; $y_m \le y_{m+1}$; m=1,2,...

$F_\eta(y)=0,\ y<y_1$. (4)

Для получения дискретных случайных величин можно использовать метод обратной функции. Если ξ - равномерно распределённая на интервале (0, 1), случайная величина η получается с помощью преобразования

$\eta=F_\eta^{-1}(\xi)$, где F_η^{-1} - функция, обратная F_η. (5)

Алгоритм вычисления по (4) и (5) сводится к выполнению следующих действий:

если $x_1<P_1$ то $\eta=y_1$ иначе,
если $x_2<P_1+P_2$ то $\eta=y_2$ иначе,
.... (6)
если $x_j<\sum_{j=1}^{m} P_j$ то $\eta=y_m$ иначе
....

При счёте по (6) среднее число циклов сравнения равняется $\sum_{j=1}^{\infty} j\,P_j$

Пример 1. Необходимо методом обратной функции на основании базовой последовательности случайных чисел $\{x_i\}$, равномерно распределённых в интервале (0,1), получить последовательность чисел $\{y_i\}$, имеющих биноминальное распределение, задающее вероятность y удачных исходов в N реализациях некоторого эксперимента:

$P(\tau_i=y)=P_N(y)=C_N^y P^y (1-P)^{N-y}$, где P=0.5 и N=6; $C_N^y=N!/y!(N-y)!$

Математическое ожидание и дисперсия биноминального распределения соответственно будут M[y]=np(1-P). Используя для P_j обозначения, принятые в (6), вычислим:

j	…	1	2	3	4	5	6	7

y_j	…	0	1	2	3	4	5	6
P_j	…	0.01562	0.09375	0.23438	0.3125	0.23438	0.09375	0.01562
$\sum_{j=1}^{m} P_j$	…	0.01562	0.10937	0.34375	0.65625	0.89063	0.98438	1.0000

Например, получив из равномерного распределения число X_i=0.89063 и проведя сравнения по алгоритму (6), найдём, что 0.85393<0.89063, т.е. y_i=4. При этом среднее число циклов сравнения
$\overline{m}$ =1*0.01562+2*0.09375+3*0.23438+4*0.31250+5*0.23438+6*(0.09375+0.01562)≈3.98.

7.3 Вычисление непрерывных случайных величин.

Непрерывная случайная величина η задана интегральной функцией распределения:

$$F_h(y) = P(h \le y) = \int_{-\infty}^{y} f_h(y)dy, \text{ где } f_h(y) \text{ - плотность вероятностей.}$$

Для получения непрерывных случайных величин с заданным законом распределения, как и для дискретных величин можно использовать метод обратной функции. Взаимно однозначная монотонная функция $\eta=F_\eta^{-1}(\xi)$, полученная решением относительно η управления $F_\eta(y)=\xi$ преобразует равномерно распределённую на интервале (0,1) величину ξ в η с требуемой плотностью $f_\eta(y)$.

Действительно, если случайная величина η имеет плотность распределения $f_\eta(y)$, то распределение случайной величины $x = \int_0^h f_h(y)dy$ является равномерным.

Т.о. чтобы получить число, принадлежащее последовательность случайных чисел {y}, имеющих функцию плотности $f_\eta(y)$, необходимо разделить относительно y_i управление

$$\int_{-\infty}^{y_i} f_h(y)dy = x_j \qquad (7)$$

Пример 2. Необходимо получить случайные числа y_i с показательным законом распределения.

$$f_\eta(y)=\lambda e^{-\lambda y},\ y>0.$$

В силу соотношения (7) получим $l\int_0^{y_i} e^{-ly}dy = x_i$, где x_i - случайное число, имеющее равномерное распределение в интервале (0,1), тогда $1-e^{l y_i} = x_j, y_j = -\ln(1-x_j)/l$.

Рассмотрим универсальный метод моделирования непрерывных случайных величин (**метод исключений**).

При моделировании случайной величины **y** с плотностью распределения вероятностей $f_\eta(y)$ в интервале a≤y≤b независимые значения x_m и x_{m+1} преобразуются в значения

$$y_{1m}=a+(b-a)*x_m \qquad (8)$$

$$z_{1m+1}=f_{1\eta}(y)*x_{m+1} \qquad (9)$$

где $f_{1\eta}(y)=\max|f_\eta(y)|$. При этом y_{1m} и z_{1m+1} - значения случайных величин, равномерно распределенных на интервале (a,b) и $(0,f_{1m})$. Эти значения можно рассматривать как абсциссы и ординаты случайных точек, равномерно распределяющихся внутри прямоугольника со сторонами b-a и f_{1m}, охватывающего кривую распределения $f_\eta(y)$ (см. рисунок 7.2.).

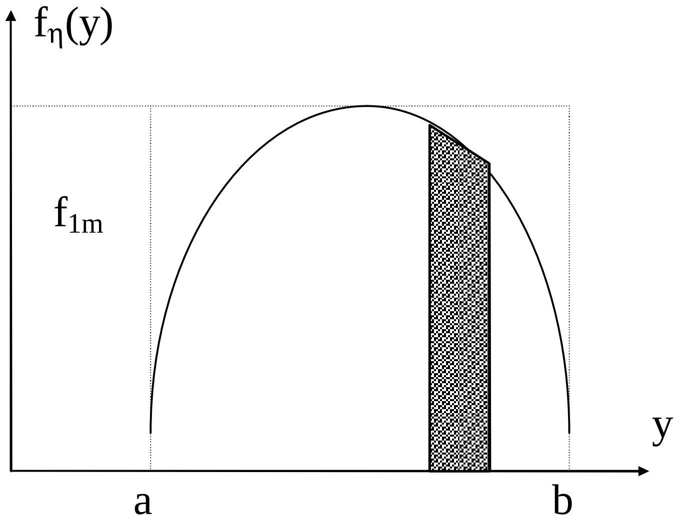


Рис. 7.2. Иллюстрация метода исключений

Если $z_{1m+1}\le f_\eta(y_{m1})$, (10)

тогда пара y_{1m}, z_{1m+1} определяет случайную точку под кривой f_η. Вероятность попадания случайной точки, удовлетворяющей условию (10) под кривую f_η равна единице, а вероятность попадания в заштрихованную элементарную площадку равна $f_\eta(y_{1m})*\Delta y_{1m}$. Это обозначает, что абсциссы y_{1m} случайных точек, попадающих под кривую f_η - значения случайной величины y с заданной плотностью вероятности $f_\eta(y)$. Моделируемый алгоритм состоит из функций : 1) получения x_{m1} и x_{m+1} от датчика; 2) расчёта y_{1v} и z_{1m+1} согласно (8) и (9); 3) вычисления $f_\eta(y_{1m})$; 4) сравнения z_{1m+1} с $f_\eta(y_{1m})$. Если условия (10) выполняются, то $y=y_{1m}$; если нет, то значения y_{1m} и z_{1m+1} исключаются и процесс повторяется, начиная с пункта 1. При моделировании системы 2-х случайных величин (y_1y_2) с плотностью вероятности $f(y_1,y2)$, $a_1\le y_1\le b_1$; $a_2\le y2\le b_2$, аналогично моделированию одной случайной величины, три значения: x_m, x_{m+1}, x_{m+2}, выданные датчиком E, преобразуются в значения:

$$y_{1m}=a_1+(b_1-a_1)x_m \quad (11)$$

$$y_{2m}=a_2+(b_2-a_2)x_{m+1} \quad (12)$$

$$z_{3m}=f_{\eta m}x_{m+2}, \text{ где } f_{\eta m}=\max[f(x_1,x_2)] \quad (13)$$

Если $z_{3m}\le f(y_{1m},y_{2m})$ (14)

то $y_1=y_{1m}$; $y_2=y_{2m}$.

В этом случае случайные точки с координатами y_{1m}, y_{2m}, z_{3m} - равномерно распределены в пределах параллепипеда со сторонами, равными $(b_1-a_1)(b_2-a_2)$, $f_{\eta m}$ и условие (14) означает попадание точки под поверхность f_η. Аналогично моделируется система n случайных величин $(y_1,y_2,\ldots,y_n)$.

7.4 Моделирование нормально распределённой случайной величины y.

Оно может быть осуществлено на основании центральной предельной теоремы, согласно которой закон распределения суммы независимых случайных величин стремится к нормальному с увеличением числа слагаемых. Для решения некоторых задач практически сумму $y=\sum_{i=1}^{n} y_i$ значений, выданных с генератором случайных чисел с характеристиками $f(x_i)=1$, $0\le x_i\le 1$, $m_x=0.5$, $s_{x_i}=0.5/\sqrt{3}$.

Можно считать значениями распределённой случайной величины $y=\sum_{i=1}^{n} x_i$ при $n\ge 8$. Так как все слагаемые x_i имеют одинаковые математические ожидания m_x и дисперсии D_x, то $m_y=nm_x$, $D_y=nD_x$. В таблице 1 приведены формулы для расчёта случайных величин для различных видов распределений на базе случайной величины с равномерным распределением.

Получение случайной величины с различными распределениями.

Таблица 1.

Нужное распределение	Плотность распределения	Способ получения случайной величины
Экспоненциальное	$f(y)=\lambda e^{-\lambda(y-\mu)}$, $\mu\le y\le\infty$	$y' = -\frac{1}{l}\ln(1-\chi_i)+m$
Гамма распределение (целочисленные значения η)	$f(y)=\frac{l^h}{\Gamma(h)}e^{-ly}y^{h-1}, 0<y<\infty$	$y' = -\frac{1}{l}\sum_{i=1}^{n}\ln(1-\chi_i)$
Распределение χ^2	$f(y)=\frac{1}{2^{g/2}\Gamma(g\ /2)}y^{(g/2)-1}e^{y/2}, 0\le y<\infty$	$y' = \sum_{i=1}^{g} R_N$; R_N - нормированная случ. величина с нормальным законом распределения
Логарифмические норм. Распределение	$f(y)=\frac{1}{\sqrt{2p}\,sy}\exp\left(-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\ln y-m}{s}\right)^2\right]\right), 0\le y<\infty$	$y' = e^{s R_N + m}$
Вейбулла	$f(y)=\frac{h}{s^h}y^{h-1}\exp\left[-\left(\frac{y}{s}\right)^h\right], 0\le y<\infty$	$y' = -s\left[\ln(1-\chi_i)\right]^{1/h}$

8. Моделирование систем с использованием типовых математических схем

8.1 Блочные иерархические модели процессов функционирования систем

Рассмотрим машинную модель M_m, системы S как совокупность блоков $\{m_i\}$, i=1,2…n. Каждый блок модели можно охарактеризовать конечным набором возможных состояний $\{Z_0\}$, в которых он может находиться. Пусть в течение рассматриваемого интервала времени (0,T) блок i изменяет состояние в моменты времени $t_i^j \le T$, где j - номер момента времени. Момент времени можно разделить на три группы:

- случайные, связанные с внутренними свойствами блока;
- случайные, связанные с изменением состоянием других блоков, имитирующая воздействие среды E;
- детерминированные моменты, связанные с заданным расписанием функционирования блока.

Моментами смены состояний модели $M_м$ в целом $t^{(k)} \le T$ будем считать все моменты изменения блоков $\{m_i\}$, рис. 8.1. см. ниже.

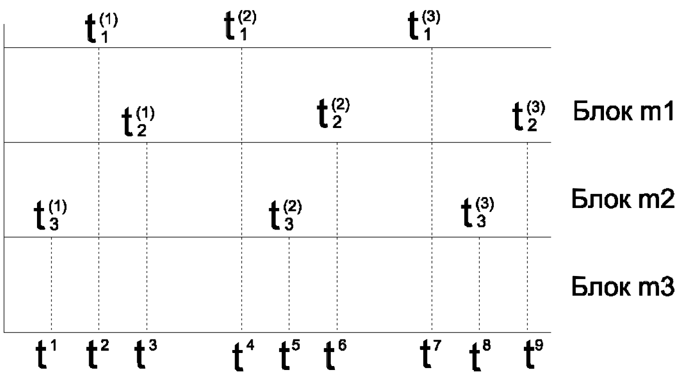


Рис. 8.1. Смена состояний модели для случаев 3-х блоков

При этом моменты $t_i^{(j)}$ и t^k являются моментами системного времени, т.е. времени, в котором функционирует система S. При машинной реализации модели $M_м$ её блки представляются соответствующими программными модулями.

8.2 Особенности реализации процессов с использованием Q-схем

При моделировании Q-схем следует адекватно учитывать как связи, отражающие движения заявок (сплошные линии) так и управляющие связи (пунктирные линии).

Рассмотрим фрагмент Q-схемы (Рис. 8.2.):

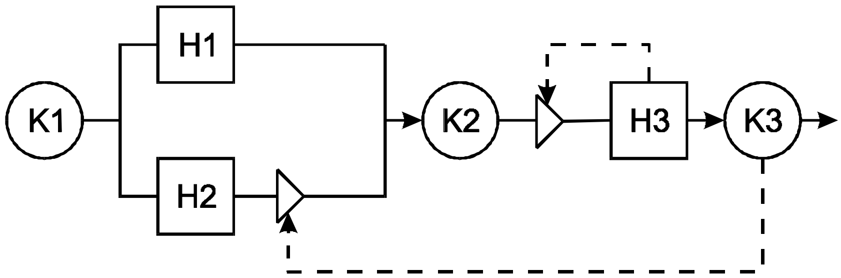


Рис. 8.2. Фрагмент Q-схемы.

Примерами управляющих связей являются различные блокировки обслуживающих каналов (по входу и по выходу): "клапаны" изображены в виде треугольников, а управляющие связи пунктирными линиями. Блокировка канала по входу означает, что этот канал отключается от входящего потока заявок, а блокировка канала по выходу указывает, что заявка обслуженная блокированным каналом, остаётся в этом канале до момента снятия блокировки. В этом случае, если перед накопителем нет "клапана", то при его переполнении будут иметь место потери заявок.

Моделирующий алгоритм должен отвечать следующим требованиям:

◊ обладать универсальностью относительно структуры, алгоритмов функционирования и параметров системы S;
◊ обеспечивать одновременную и независимую работу системы S;
◊ укладываться в приемлемые затраты ресурсов ЭВМ. (памяти, времени расчёта для реализации машинного эксперимента);
◊ проводить разбиение на достаточно автономные логические части (блоки);
◊ гарантировать выполнение рекуррентного правила расчётов;

При этом необходимо иметь виду, что появление одной заявки входящего потока в некоторый момент времени t_i может вызвать изменение состояния не более чем одного из элементов Q-схемы, а окончание обслуживания заявки в момент t_i в некотором канале К может привести в этот момент времени к последовательному изменению состояний нескольких элементов (Н,К), т.е. будет иметь место процесс распространения смены состояний в направлении противоположном движению заявки в системе S. Поэтому просмотр элементов Q-схемы должен быть противоположным движению заявок.

Все виды моделирующих алгоритмов Q-схемы можно классифицировать следующим образом (см. Рис. 8.3.):

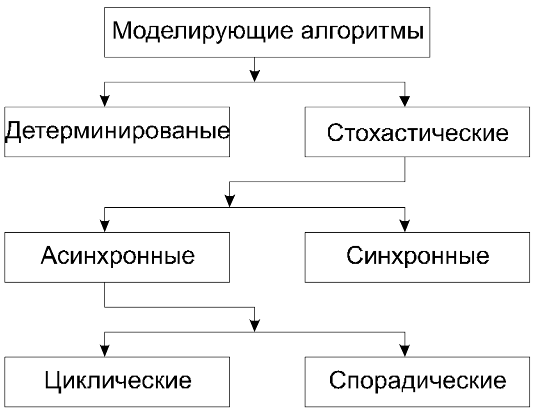


Рис. 8.3. Виды моделирующих алгоритмов Q-схемы.

Алгоритмы моделирующие Q-схему по принципу "Δt" являются детерминированными (по шагу), а по принципу особых состояний – стохастические. Последние могут быть реализованы синхронным и асинхронным способами.

При синхронном способе один из элементов Q-схемы (И, Н или К) выбирается в качестве ведущего и по нему "синхронизируется" весь процесс моделирования.

При асинхронном способе — ведущий (синхронизирующий) элемент не используется, а очередному шагу моделирования (просмотру элементов Q-схемы) может соответствовать любое особое состояние всего множества элементов И, Н и К. При этом просмотр элементов Q-схемы организован так, что при каждом особом состоянии либо циклически просматриваются все элементы, спорадически - только те элементы, которые в этом случае могут изменить своё состояние. (просмотр с прогнозированием)

8.3 Построение и реализация моделирующих алгоритмов Q-схем

Прежде чем использовать какой либо язык для моделирования Q-схемы, необходимо глубже вникнуть в суть процесса построения и реализации М.А.

Пример. Рассмотрим Q-схему (Рис. 8.4.):

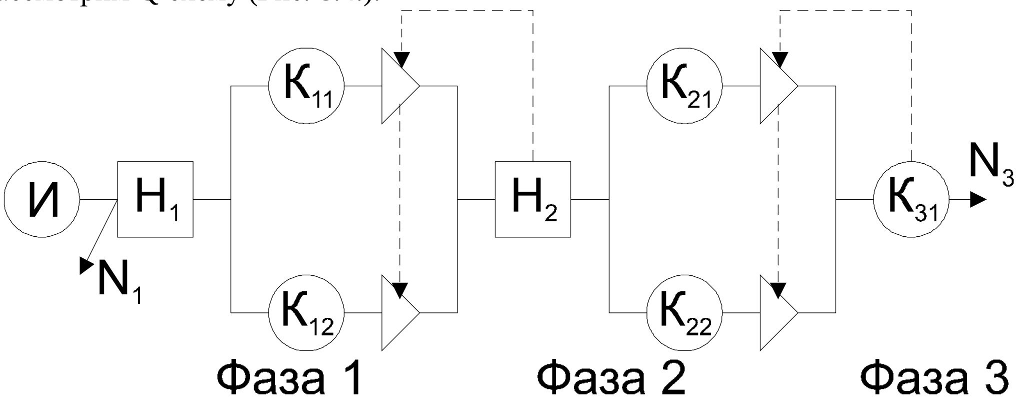


Рис. 8.4. Трехфазная Q-схема.

Примем обозначения:

P - вероятность потери заявки ($P=N_1/(N_1+N_3)$);

t_m - время появления очередной заявки из источника;

$t_{k,j}$ - время окончания обслуживания заявки каналом $K_{\kappa,j}$, k=1,2,3…; j=1,2…;

z_i, $z_{k,j}$ - состояния накопителей и каналов обслуживания;

t_n - текущее время моделирования;

L_i - ёмкость i-ого накопителя;

L_k^m - число каналов в к-ой фазе;

N_1, N_2 - число выходных заявок;

T - интервал моделирования;

При имитации Q-схемы на ЭВМ требуется организовать массив состояний:

$z_{k,j}$, $t_{k,j}$, $j=1, L_k^m$; z_i - число заявок в накопителе H_i; i=1,2; t_i - i-ая заявка из источника.

$z_{k,j}$ = {1- канал занят; 0 - канал свободен; 2 - заблокирован};

Укрупнённая схема детерминированного МА Q-схемы, построенного по "принципу Δt" представлена на рисунке 8.5.

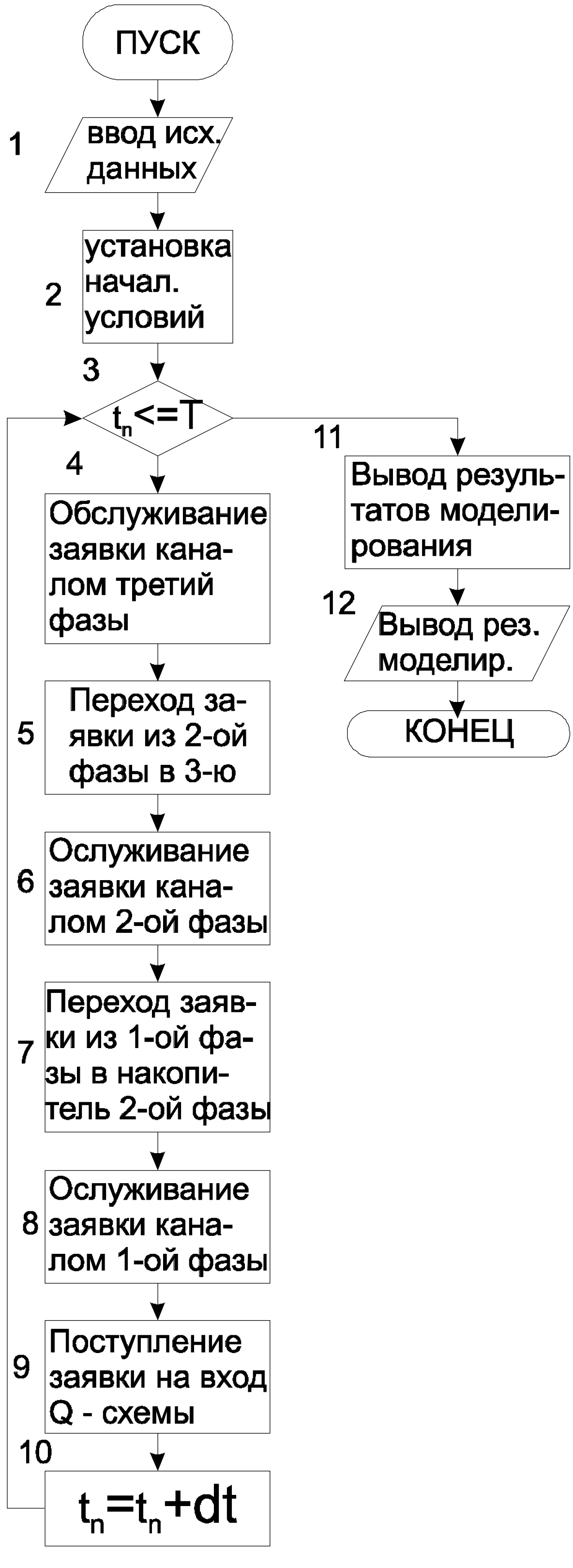
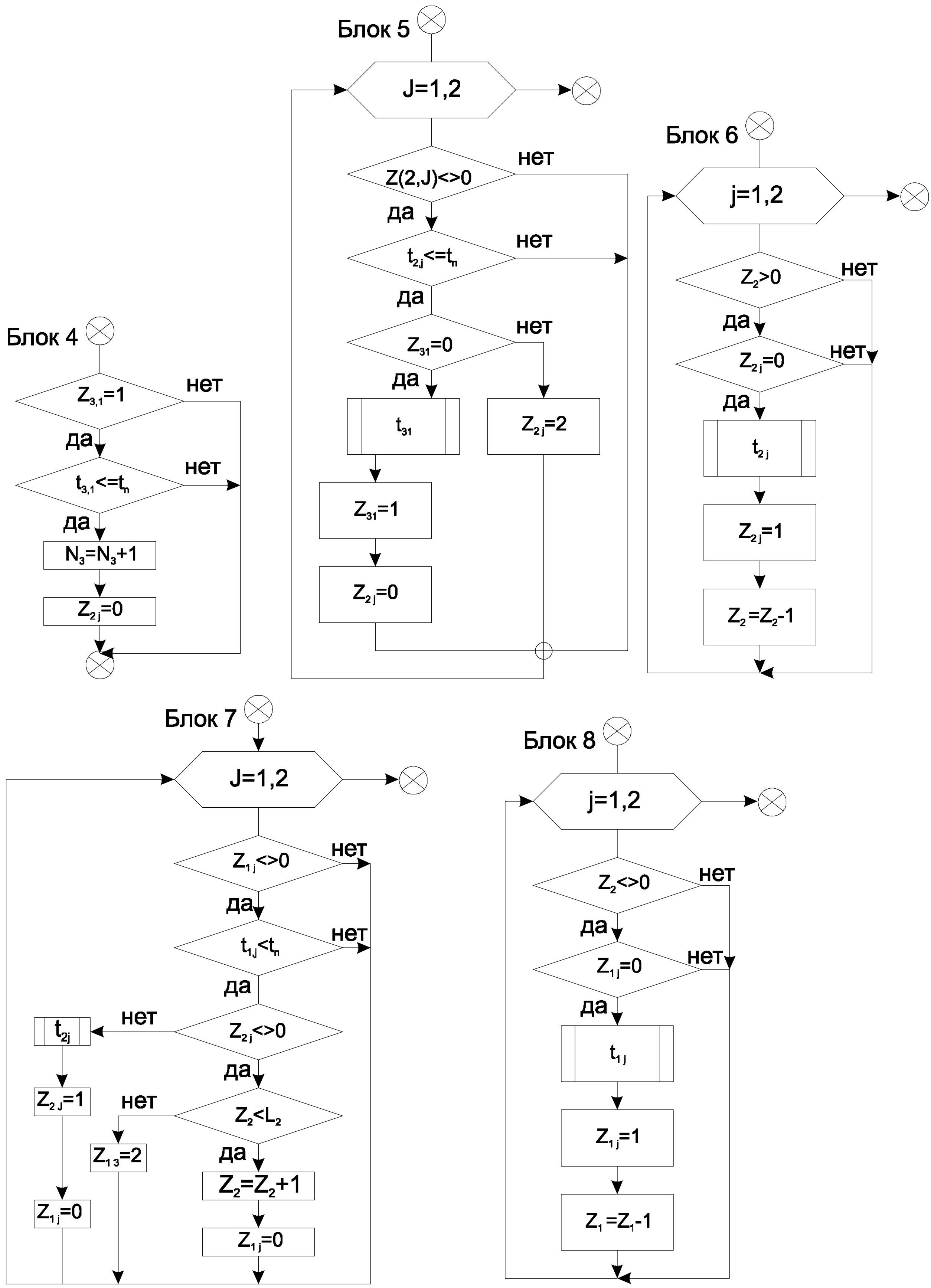
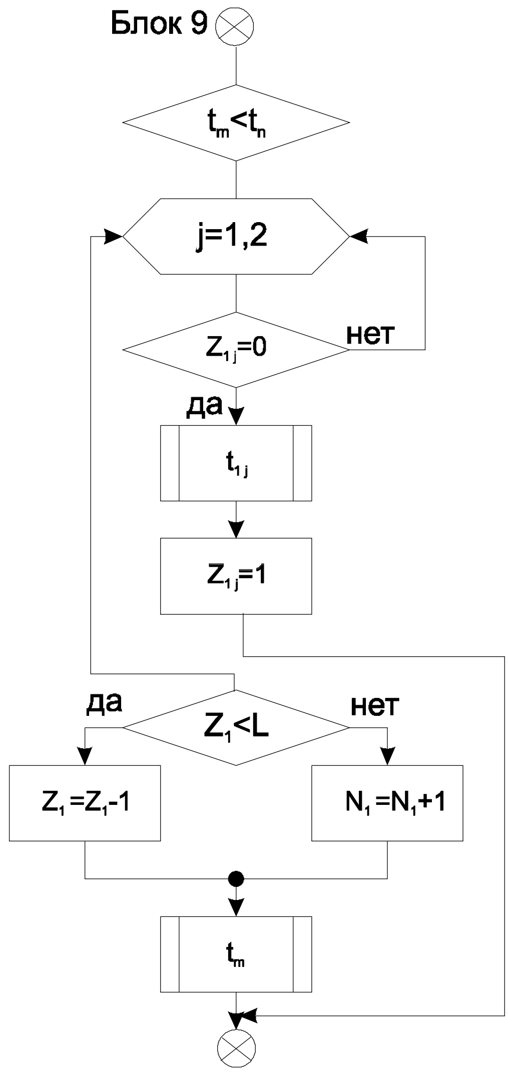


Рис. 8.5. Блок схема моделирования Q-схемы по принципу "Δt".

А далее более подробно рассмотрены алгоритмы блоков 4-9.


Блок 4
Z3,1=1
нет
да
t3,1<=tn
нет
да
N3=N3+1
Z2j=0
Блок 5
J=1,2
Z(2,J)<>0
нет
да
t2,j<=tn
нет
да
Z31=0
нет
да
t31
Z2j=2
Z31=1
Z2j=0
Блок 6
j=1,2
Z2>0
нет
да
Z2j=0
нет
да
t2j
Z2j=1
Z2=Z2-1
Блок 7
J=1,2
Z1j<>0
нет
да
t1,j<tn
нет
да
Z2j<>0
нет
t2j
да
Z2<L2
нет
Z2J=1
Z13=2
да
Z2=Z2+1
Z1j=0
Z1j=0
Блок 8
j=1,2
Z2<>0
нет
да
Z1j=0
нет
да
t1j
Z1j=1
Z1=Z1-1



9. Программные и технические средства моделирования систем.

9.1 <u>Моделирование систем и языки программирования.</u>

Большое значение при реализации модели на ЭВМ имеет вопрос правильного выбора языка программирования.

Язык программирования должен отражать внутреннюю структуру понятий при описании широкого круга понятий. Высокий уровень языка моделирования значительно упрощает программирование моделей. Основными моментами при выборе ЯМ является:

- проблемная ориентация;
- возможности сбора, обработки, вывода результатов;
- быстродействие;
- простота отладки;
- доступность восприятия.

Этими свойствами обладают процедурные языки высокого уровня. Для моделирования могут быть использованы языки Имитационного моделирования (ЯИМ) и общего назначения (ЯОМ).

Более удобными являются ЯИМ. Они обеспечивают:

- удобство программирования модели системы;
- проблемная ориентация.

Недостатки ЯИМ:

- неэффективность рабочих программ;
- сложность отладки;
- недостаток документации.

Основные функции языка программирования:

— управление процессами (согласование системного и машинного времени);

— управление ресурсами (выбор и распределение ограниченных средств описываемой системы).

Как специализированные языки, ЯИМ обладают некоторыми программными свойствами и понятиями, которые не встречаются в ЯОН. К ним относятся:

Совмещение. Параллельно протекающие в реальных системах S процессы представляются с помощью последовательно работающей ЭВМ. ЯИМ позволяют обойти эту трудность путём введения понятий системного времени.

Размер. ЯИМ используют динамическое распределение памяти (компоненты модели системы M появляются в ОЗУ и исчезают в зависимости от текущего состояния. Эффективность моделирования достигается так же использованием блочных конструкций: блоков, подблоков и т.д.

Изменения. ЯИМ предусматривают обработку списков, отражающих изменения состояний процесса функционирования моделируемой системы на системном уровне.

Взаимосвязь. Для отражения большого количества между компонентами модели в статике и динамике ЯИМ включаем системно организованные логические возможности и реализации теории множеств.

Стохастичность. ЯИМ используют специальные программные генерации последовательностей случайных чисел, программы преобразования в соответствующие законы распределения.

Анализ. ЯИМ предусматривают системные способы статистической обработки и анализа результатов моделирования.

Наиболее известными языками моделирования являются SIMULA, SIMSCRIPT, GPSS, SOL, CSL.

Для языков, используемых в задачах моделирования, можно составить классификацию следующего вида. (см. рис. 9.1.)

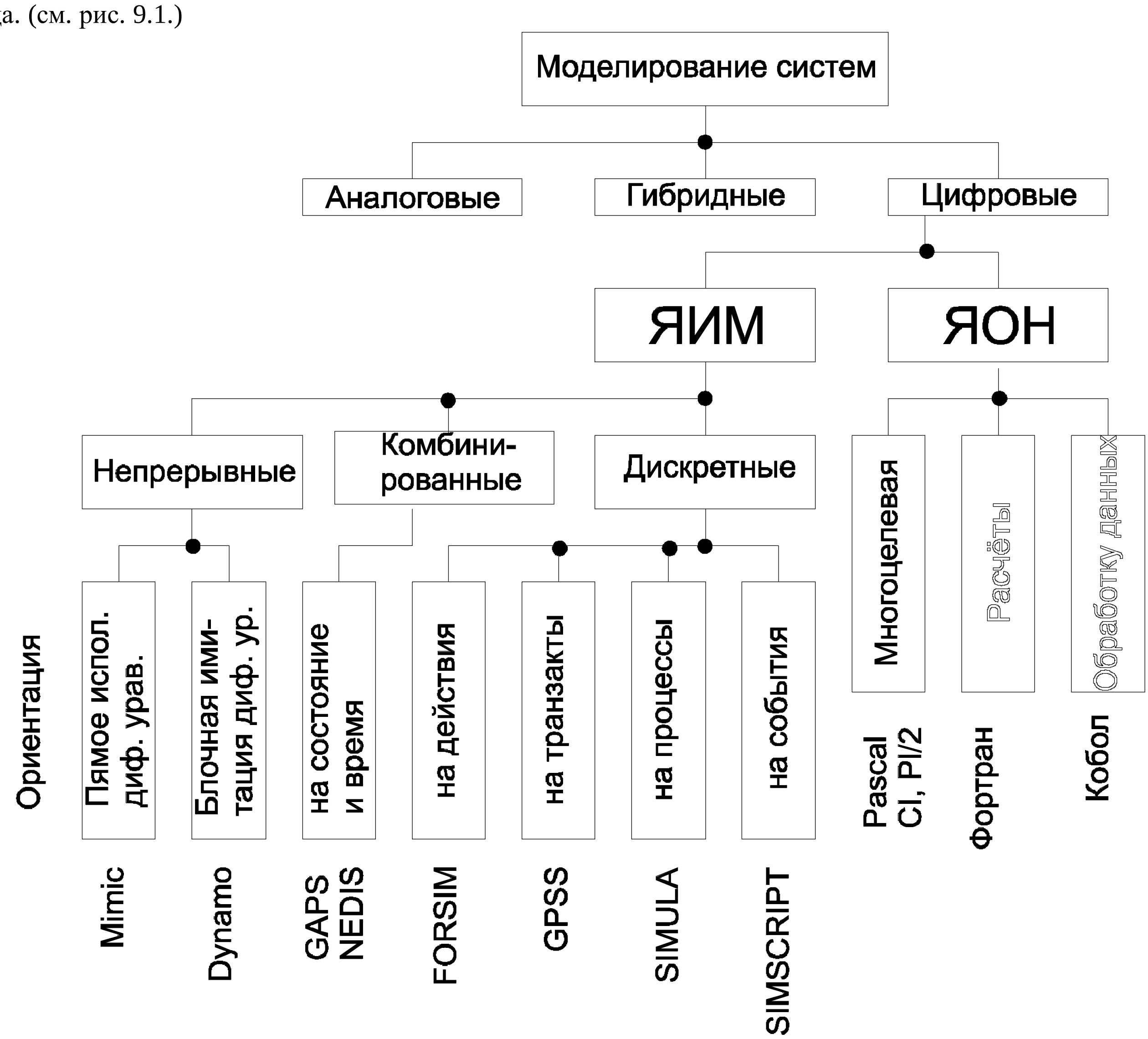


Рис. 9.1. Классификация языков моделирования.

Язык DYNAMO используется для решения разностных уравнений.

Представление системы S в виде типовой схемы, в которой участвуют как дискретные, так и непрерывные величины, называются комбинированными. Предполагается, что в системе могут наступать события двух видов: 1) события, от состоянии Z_i; 2) события, зависящие от времени t. При использовании языка GAPS на пользователь возлагается работа по составлению на яз. FORTRAN подпрограмм, в которых описываются условия наступления событий, законы изменения непрерывной величины, правил перехода из одного состояния в другое. SIMSCRIPT - язык событий, созданный на базе языка FORNRAN. Каждая модель M_j состоит из элементов, с которыми происходят события, представляющие собой последовательность формул, изменяющих состояние моделируемой системы с течением времени. Работа со списками, определяемые пользователем, последовательность событий в системном времени, работа с множествами. FORSIT - пакет ПП на языке FORNRAN позволяет оперировать только фиксированными массивами данных, описывающих объекты моделируемой системы. Удобен для описания систем с большим числом разнообразных ресурсов. Полное описание динамики модели можно получить с помощью ПП.

SIMULA - расширение языка ALGOL. Блочное представление моделируемой системы. Функционирование процесса разбивается на этапы, происходящие в системном времени. Главная роль в языке SIMULA отводится понятию параллельного оперирования с процессами в системном времени, универсальной обработки списков с процессами в роли компонент.

GPSS- интегрирующая языковая система, применяющаяся для описания пространственного движения объектов. Такие динамические объекты в языке GPSS называются транзактами и представляют собой элементы потока. Транзакты "создаются" и "уничтожаются". Функцию каждого из них можно представить как движение через модель М с поочерёдным воздействием на её блоки. Функциональный аппарат языка образуют блоки, описывающие логику модели, сообщая транзактам, куда двигаться и что делать дальше. Данные для ЭВМ подготавливаются в виде пакета управляющих и определяющих карт, которым составляется по схеме модели, набранной из стандартных символов. Созданная программа GPSS, работая в режиме интерпретации, генерирует и передаёт транзакты из блока в блок. Каждый переход транзакта приписывается к определенному моменту системного времени.

При моделировании предпочтение отдают языку, который более знаком, универсален. Вместе с увеличением числа команд возрастают трудности использования ЯИМ. Получены экспертные оценки ЯИМ по степени их эффективности.

Баллы	Возможности	Простота применения	Предпочтение пользователя
5	SIMULA	GPSS	SIMSCRIPT
4	SIMSCRIPT	SIMSCRIPT	GPSS
3	GPSS	SIMULA	SIMULA

Суммарный бал:

SIMULA -11

SIMSCRIPT -13

GPSS -12

Если предпочтение отдаётся блочной конструкции модели при наличии минимального опыта в моделировании, то следует выбрать язык GPSS, но при этом следует помнить, что он негибок, требует большого объёма памяти и затрат машинного времени для счёта.