# ВВЕДЕНИЕ

***Модель — это объект-заместитель объекта-оригинала, обеспечивающий изучение некоторых свойств оригинала.***

***Моделирование -- представление объекта моделью для получения информации об этом объекте путем проведения экспериментов с его моделью.***

**ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ**

**Понятие сложной системы.**

**Задачи исследования сложных систем.**

При проектировании сложных систем задача может быть решена одним из следующих методов:

* методом синтеза оптимальной структуры системы с заданными характеристиками;
* методом анализа различных вариантов структуры системы для обеспечения требуемых технических характеристик.

Методы анализа показателей эффективности систем и исследования динамики их функционирования:

* аналитический метод;
* метод натуральных испытаний;
* метод полунатурального моделирования;
* моделирование процесса функционирования системы на ЭВМ.

***Основной метод исследования сложных систем -- математическое моделирование, в том числе имитация процессов функционирования Сложная система на ЭВМ (машинный эксперимент).***

***Концепция применения методов математического моделирования*** для решения задачи исследования и проектирования сложных систем базируется на следующих основных принципах:

1. Для любой технической системы можно создать математическую модель, которая будет описывать необходимые свойства системы, или ряд моделей.
2. Техническую систему можно исследовать с помощью натурного эксперимента или с помощью математического моделирования.
3. Не всякий натурный эксперимент можно произвести, но всякий эксперимент можно промоделировать.
4. Инженерные решения можно принимать на основе адекватных математических моделей.
5. Для получения адекватных математических моделей необходим эксперимент.
6. Чтобы научиться разрабатывать адекватные математические модели можно применять сравнение численных результатов с теоретическими результатами на основе аналитических решений.
7. Математическая модель состоит из: уравнений, параметров, граничных условий.
8. Ошибка в любом компоненте математической модели даст ошибку в результате математического моделирования.
9. Конечным подтверждением принятого технического решения является натурный эксперимент.

**Основные принципы моделирования**

***Принцип информационной достаточности*.**

***Принцип осуществимости.*** Модель считают осуществимой, если одновременно выполнены два неравенства:

*P*(*t*) ≥*P0* ;

*t* ≤ *t*0

***Принцип множественности моделей.***

***Принцип агрегирования.*** В

***Принцип параметризации.***

***Компьютерное моделирование - это математическое моделирование с использованием******средств вычислительной техники.***

Технология компьютерного моделирования предполагает выполнение следующих действий:

1. определение цели моделирования;
2. разработка концептуальной модели;
3. формализация модели;
4. программная реализация модели;
5. планирование модельных экспериментов;
6. реализация плана эксперимента;
7. анализ и интерпретация результатов моделирования.

***Аналитическое моделирование***

***Имитационноемоделированиу***

**Концептуальная модель**

***Концептуальная*** (содержательная) ***модель*** - это абстрактная модель, определяющая структуру моделируемой системы, свойства ее элементов и причинно – следственные связи, присущие системе и существенные для достижения цели моделирования.

Построение концептуальной модели включает следующие этапы:

1. определение типа системы;
2. описание рабочей нагрузки;
3. декомпозиция системы.

***классификационные признаки***.

***1. множество*** ***состояний*** моделируемой системы. По этому признаку системы делят на *статические* и *динамические*.

Различают *два основных типа динамических* систем:

* с дискретными состояниями (множество состояний конечно или счетно);
* с непрерывным множеством состояний.

2. ***движением*** ***системы --*** процесс смены состояний.

3. ***рабочая*** ***нагрузка*** – это совокупность внешних воздействий, оказывающих влияние на эффективность применения данной системы в рамках решаемой задачи,

Модель рабочей нагрузки (РН) должна обладать следующими основными свойствами:

* совместимостью с моделью системы;
* представительностью;
* управляемостью;
* системной независимостью.

***4. Декомпозиция*** ***системы*** производится исходя из выбранного уровня детализации модели, который, в свою очередь, определяется тремя факторами:

* целями моделирования;
* объемом априорной информации о системе;
* требованиями к точности и достоверности результатов моделирования.

# 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Состояния системы *z1(t), z2(t), …, zn(t)* являются функциями времени *t.*

***Под математической моделью реальной системы будем пони­мать совокупность соотношений (например, формул, уравнений, неравенств, логических условий, операторов и т. д.), определяю­щих характеристики состояний системы (а через них и выход­ные сигналы) в зависимости от параметров системы, входных сигналов, начальных условий и времени.***

1. *Однозначность*
2. *Выбор совокупности пара­метров*,
3. *Определение совокупности начальных условий*.

## Формализация процессов функционирования сложных систем

* совокупность ***входных воздействий*** на систему*х∈Х, i=1,..nx;*
* совокупность ***воздействий внешней сред****ы vi∈V, i=1, ..,пv***;**
* совокупность ***внутренних (собственных) параметров*** системы *hi∈H, i=1, ..,пh***;**
* совокупность ***выходных характеристик*** системы *yi∈Y, i=1, ..,пy***;**

***закон функ­ционирования системы S* -- *Fs.***

***алгоритма функционирования-- As***

**Математические схемы**

### Непрерывно-детерминированные модели (D-схемы)

,

где:

и  -- n-мерные векторы,

-- вектор-функция, которая определена на некотором (n+1)—мерном множестве (ŷ,t) и является непрерывной.

### Дискретно-детерминированные модели (f-схемы)

Абстрактный конечный автомат (finite automata) можно представить как математическую схему ***(F-схему****),* характеризующуюся шестью элементами:

* конечным множеством Х входных сигналов (входным алфавитом);
* конечным множеством Y выходных сигналов (выходным алфавитом);
* конечным множеством Z внутренних состояний (внутренним алфавитом или алфавитом состояний);
* начальным состоянием z0, z0∈Z;
* функцией переходов *ϕ(z,x);*
* функцией выходов *ψ(z, x).*

Автомат, задаваемый *F-схемой,* принято обозначать*:*

F=*<****Z, X, Y****,ϕ,ψ,z0>.*

*у(t)*=*ψ[z(t), x(t)],*

*z(t+1)=* =*ϕ[z(t),x(t)],*

*z(t)∈****Z****, y(t)∈****Y****.*

для F-автомата первого рода (автомат Мили)

*z(t+1)=* =*ϕ[z(t),x(t)],*

*у(t)*=*ψ[z(t), x(t)], t*=0,1,2,...;

для F-автомата второго рода (автомат Мура)

*z(t+1)=ϕ[z(t),x(t)],*

*у(t)*=*ψ[z(t), x(t-1)], t*=0,1,2,...;

**Дискретно-стохастические модели (Р-схемы)**

**Непрерывно-стохастические модели (q-схемы)**

***Системы массового обслуживания****,* (queueing system)



С дискретным временем: переходы из состояния в состояние могут происходить только в строго определенные, разделенные конечными интервалами моменты времени t1, t2 … .

С непрерывным временем: переход системы из состояния в состояние возможен в любой момент времени.

**Обобщенные модели (А-схемы)**

Такая схема должна выполнять следующие функции:

* являться адекватным математическим описанием объекта моделирования;
* служить основой для построения алгоритмов и программ, реализующих модель;
* позволять в упрощенном варианте проводить аналитические исследования.

Любой агрегат характеризуется следующими множествами:

* моментами времени Т;
* входными сигналами Х;
* выходными сигналами У;
* состояниями на каждый момент времени Z(t).

Описание агрегата

* Переход агрегата из состояния в состояние происходит за малый интервал времени **δt z(t2)≠z(t1).**
* Изменение состояния определяется скачком **δz.**
* Агрегат из состояния в состояние переходит в зависимости от собственных (внутренних) параметров **h(t)** и входных сигналов **x(t).**
* В начальный момент времени агрегат находится в состоянии **z(t0)=z0,** которое задается законом **L(z(t0)).**
* Процесс функционирования агрегата в случае воздействия сигнала xn описывается случайным оператором **V**. Пусть в момент времени tn поступил сигнал xn. Состояние агрегата определиться так:

**Z(tn+0)=V(tn,z(tn),xn).**

* Если в течение времени (tn,tn+1) не пришло ин одного входного сигнала, то агрегат может перейти в другое состояние за счет изменение внутреннего состояния в соответствии со случайным оператором U: **z(t)=U(t,tn,z(tn+0)).**
* Для описания скачков в особые моменты используется оператор W, представляющий собой частный случай оператора U: ***z(tδ)=W(tδ,z(tδ)).***
* В множестве состояний агрегата выделяется подмножество **Z(Y),** которое является подмножеством выдачи выходного сигнала: ***Y=G(tδ,z(tδ)).***

Множества **T, X, Y, Z, Z(Y), H**

случайные операторы **V, U, W, G.**

Закономерности функционирования агрегата

* взаимодействие между А-схемой и внешней средой Е, а также между отдельными агрегатами внутри системы осуществляется при передаче сигналов, причем взаимные влияния, имеющие место вне механизма передачи сигналов не учитываютяся;
* для описания сигнала достаточно некоторого конечного набора характеристик;
* элементарные сигналы мгновенно передаются в А-схеме независимо друг от друга по элементарным каналам;
* ко входному контакту любого элемента А-схемы подключается не более чем один элементарный канал, к выходному контакту – любое конечное число элементарных каналов.

# 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

**3.1. Понятие СМО**

*Системой массового обслуживания* (СМО) называется любая система предназначенная для обслуживания каких-либо заявок (требований), посту­пающих на нее в случайные моменты времени.

***Характеристиками эффективности***ра­боты СМО:

* среднее число заявок ***А****,* обслуживаемое СМО в единицу времени, или *абсолютная пропускная способность* СМО;
* вероятность обслуживания поступившей заявки Q или *относительная пропускная способность* СМО;*;*
* вероятность отказа Ротк т.е вероятность того, что поступившая заявка не будет обслужена, получит отказ; Ротк = 1 - q;

**3.2.Мнемоническое обозначение СМО.**

(обозначения Кендалла)

СМО с отказами А/В/N,

где:

А — описывает распределение (или задает характер закона распределения) интервалов поступления заявок;

В — описывает распределение длительностей обслуживания заявок;

N — задает количество обслуживающих приборов в СМО.

СМО с Очередью

А/В/N/К,

К -- задает емкость накопителя (количество мест ожидания).

а) M, если распределение интервалов поступления или длительностей обслуживания заявок является экспоненциальным (М — от слова Markovian — Марковский);

б) D, если интервалы поступления или длительности обслуживания являются детерминированными (D — Determinate);

в) Ek, если соответствующие распределения являются Эрланговскими порядка k (E — Erlang);

г) Hk, в случае гиперэкспоненциальных распределений порядка k (H — Hyperexponential);

д) G, в случае распределений общего (произвольного) вида (G — General — общий, общего вида);

е) U — при равномерных распределениях соответствующих случайных величин (U — Uniform distribution — равномерное распределение).

М/М/1 означает СМО с простейшим потоком на входе и экспоненциально распределенной длительностью обслуживания заявок в приборе (один)

D/Е2/3/5 — СМО с регулярным потоком на входе, длительностью обслуживания, распределенной по закону Эрланга 2-го порядка, тремя обслуживающими приборами и пятью местами ожидания;

**3.3. СМО с отказами**

*z0* – свободны все каналы;

*z1* – занят один канал;

. . . . . . . . . . . . . . . . . . .

*zk* – заняты k каналов;

. . . . . . . . . . . . . . . . ..

*zn* – заняты все n каналов.



*pn(t)=Pотк* – вероятность отказа

q(t)=1-pn(t) -- пропускная способностью системы.

α=λ/μ -- *приведенной плотностью потока заявок*.





откуда



 (0≤k≤n).

Вероятность отказа (все каналы заняты):



Для одноканальной системы (n=1):

.

Относительная пропускная способность :



**3.4. СМО с ожиданием**

* ограничение на время пребывания заявки в очереди;
* ограничение на длину очереди;
* ограничение на время пребывания заявки в системе.

Вероятности состояния системы

* для любого k≤n 
* для любого s≥1: 

В приведенных выше формулах в качестве сомножителя присутствует вероятность p0. Определим эту вероятность из дополнительного условия:



Введем обозначения:

λ/μ=λmtобсл= α; ν/μ=νmtобсл=β.

В новых обозначениях:

 (0<k≤n)

; (s≥1).





Относительная пропускная способность системы: q=1-Pн.

Полагая, что α<n, найдем предельные вероятности состояния системы (β→0):



Отсюда найдем:

 (0≤k≤n).

 (s≥0).

Среднее число заявок в очереди:



**3.8 Простейшая многофазовая СМО с очередью.**

**4. ПРИНЦИПЫ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

**4.1. Понятие статистического эксперимента**

«ИМИТАЦИОННАЯ» МОДЕЛЬ следующим основным требованиям:

* Отражать логику функционирования исследуемой системы во времени;
* Обеспечить возможность проведения статистического эксперимента.

**4.2. Область применения и классификация имитационных моделей**

***Имитационная модель*** (ИМ) — это формальное (то есть выполненное на не­котором формальном языке) описание логики функционирования исследуемой си­стемы и взаимодействия отдельных ее элементов во времени, учитывающее наибо­лее существенные причинно-следственные связи, присущие системе, и обеспечивающее проведение статистических экспериментов.

* + ***способ представления в модели динамики (дви­жения) системы.***
  + ***способ изменения модельного времени.***

**4.3. Описание поведения системы**

К ним относятся:

• определение принадлежности моделируемой системы одному из известных классов;

• описание рабочей нагрузки системы;

• выбор уровня детализации представления системы в модели и ее декомпозиция.

**5. РАЗРАБОТКА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ**

**5.1. Управление модельным временем**

три представления времени:

• реальное время, в котором происходит функционирование имитируемой системы;

• модельное (или, как его еще называют, системное) время, в масштабе которо­го организуется работа модели;

• машинное время, отражающее затраты времени ЭВМ на проведение ими­тации.

Метод ***постоянного шага*** :

• события появляются регулярно, их распределение во времени достаточно рав­номерно;

• число событий велико и моменты их появления близки;

• невозможно заранее определить моменты появления событий.



Выбор величины шага :

• принимать величину шага равной средней интенсивности возникновения со­бытий различных типов;

• выбирать величину Δt равной среднему интервалу между наиболее частыми (или наиболее важными) событиями.

Моделирование ***по особым состояниям***

Моделирование по особым состояниям целесообразно использовать, если:

• события распределяются во времени неравномерно или интервалы между ними велики;

• предъявляются повышенные требования к точности определения взаимного положения событий во времени;

• необходимо реализовать квазипараллельную обработку одновременных событий.

**5.2. Моделирование параллельных процессов**

**5.2.1.Виды параллельных процессов в сложных системах**

***Асинхронный параллельный процесс***

***Синхронный ПП***

***Подчиненный ПП***

***Независимый ПП***

***«Взаимное исключение»***

***Синхронизация***

**5.2.2. Методы описания параллельных процессов в системах**

**и языках моделирования**

***Список текущих событий.***

***Список будущих событий.***

***Список прерываний.***



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***t*** | ***Список текущих событий*** | ***Список будущих событий*** |
| ***0*** | *0* | *C11, C21,C31* |
| ***t11*** | *C11* | *C21, C31, C12* |
| ***t21*** | *C21* | *C31, C12, C22* |
| ***t31*** | *C31* | *C12, C22, C32* |
| ***t12*** | *C12* | *C22, C32, C13* |
| ***t22*** | *C22* | *C32, C13, C23* |
| ***t32*** | *C32* | *C13, C23, C33* |
| ***t13*** | *C13* | *C23, C33* |

**5.2.3. Применение сетевых моделей для описания параллельных процессов**

***сети Петри.***



*P=(B,D,I,0,M),*

где ***В =***{bi} — конечное непустое множество позиций;

***D***= ***{di}*** — конечное непустое множество переходов;

***I : B*х*D ->*** *0,1* — входная функция (прямая функция инцидентности), которая для каждого перехода задает множество его входных позиций;

***О : D*x*B* ->** 0,1 — выходная функция (обратная функция инцидентности), кото­рая для каждого перехода задает множество его входных позиций;

***М*** *—* функция разметки сети, ***М : В ->***0, 1, 2,... — ставит каждой позиции сети в соответствие неотрицательное целое число.

С учетом введенных обозначений необходимое условие срабатывания перехода *dj* может быть записано следующим образом:

***∀bi ∈ I(di) {M(bi)≥1}***

(*для всех входных позиций разметка должна быть >1*).

Срабатывание перехода *dj* изменяет разметку сети *М(В)* на разметку *М’(В)* по следующему правилу:

***M’(B)=M(B)-I(dj)+O(dj),***

то есть переход *dj* изымает по одной метке из каждой своей входной позиции и добав­ляет по одной метке в каждую из выходных позиций. Смену разметки обозначают так:

***dj***

***Mo⎪⎯M’***

Входная и выходная функции сети Петри (***I*** и ***О***) позволяют описать любую сеть с помощью двух матриц размера *т х п* (матриц входных и выходных позиций), имеющих следующую структуру:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | d1 | d2 | ... | dj | ... | dn |
| b1 | 0 | 1 | ... | 0 | ... | 0 |
| b2 | 1 | 1 | ... | 0 | ... | 1 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| bj | 0 | 1 | ... | 0 | ... | 1 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| bm | 1 | 0 | ... | 1 | ... | 0 |

Основные направления анализа сети Петри следующие:

1. *Проблема достижимости*

2. *Свойство живости.*

3. *Безопасность сети.*

***E-сети***:

1) имеются несколько типов вершин-позиций: простые позиции, позиции-оче­реди, разрешающие позиции;

2) фишки (метки) могут снабжаться набором признаков (атрибутов);

3) с каждым переходом может быть связана ненулевая задержка и функция пре­образования атрибутов фишек;

4) введены дополнительные виды вершин-переходов.

5) в любую позицию может входить не более одной дуги и выходить также не более одной.

В связи с этим любой переход может быть описан тройкой параметров:

***dj=(S,t(dj),ρ(dj)),***

где S — тип перехода,

*t(dj), —* функция задержки,

*ρ(dj)* — функция преобразования атрибутов.

**5. РАЗРАБОТКА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ**

**5.1. Управление модельным временем**

три представления времени:

• реальное время, в котором происходит функционирование имитируемой системы;

• модельное (или, как его еще называют, системное) время, в масштабе которо­го организуется работа модели;

• машинное время, отражающее затраты времени ЭВМ на проведение ими­тации.

Метод ***постоянного шага*** :

• события появляются регулярно, их распределение во времени достаточно рав­номерно;

• число событий велико и моменты их появления близки;

• невозможно заранее определить моменты появления событий.



Выбор величины шага :

• принимать величину шага равной средней интенсивности возникновения со­бытий различных типов;

• выбирать величину Δt равной среднему интервалу между наиболее частыми (или наиболее важными) событиями.

Моделирование ***по особым состояниям***

Моделирование по особым состояниям целесообразно использовать, если:

• события распределяются во времени неравномерно или интервалы между ними велики;

• предъявляются повышенные требования к точности определения взаимного положения событий во времени;

• необходимо реализовать квазипараллельную обработку одновременных событий.

**5.2. Моделирование параллельных процессов**

**5.2.1.Виды параллельных процессов в сложных системах**

***Асинхронный параллельный процесс***

***Синхронный ПП***

***Подчиненный ПП***

***Независимый ПП***

***«Взаимное исключение»***

***Синхронизация***

**5.2.2. Методы описания параллельных процессов в системах**

**и языках моделирования**

***Список текущих событий.***

***Список будущих событий.***

***Список прерываний.***



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***t*** | ***Список текущих событий*** | ***Список будущих событий*** |
| ***0*** | *0* | *C11, C21,C31* |
| ***t11*** | *C11* | *C21, C31, C12* |
| ***t21*** | *C21* | *C31, C12, C22* |
| ***t31*** | *C31* | *C12, C22, C32* |
| ***t12*** | *C12* | *C22, C32, C13* |
| ***t22*** | *C22* | *C32, C13, C23* |
| ***t32*** | *C32* | *C13, C23, C33* |
| ***t13*** | *C13* | *C23, C33* |

**5.2.3. Применение сетевых моделей для описания параллельных процессов**

***сети Петри.***



*P=(B,D,I,0,M),*

где ***В =***{bi} — конечное непустое множество позиций;

***D***= ***{di}*** — конечное непустое множество переходов;

***I : B*х*D ->*** *0,1* — входная функция (прямая функция инцидентности), которая для каждого перехода задает множество его входных позиций;

***О : D*x*B* ->** 0,1 — выходная функция (обратная функция инцидентности), кото­рая для каждого перехода задает множество его входных позиций;

***М*** *—* функция разметки сети, ***М : В ->***0, 1, 2,... — ставит каждой позиции сети в соответствие неотрицательное целое число.

С учетом введенных обозначений необходимое условие срабатывания перехода *dj* может быть записано следующим образом:

***∀bi ∈ I(di) {M(bi)≥1}***

(*для всех входных позиций разметка должна быть >1*).

Срабатывание перехода *dj* изменяет разметку сети *М(В)* на разметку *М’(В)* по следующему правилу:

***M’(B)=M(B)-I(dj)+O(dj),***

то есть переход *dj* изымает по одной метке из каждой своей входной позиции и добав­ляет по одной метке в каждую из выходных позиций. Смену разметки обозначают так:

***dj***

***Mo⎪⎯M’***

Входная и выходная функции сети Петри (***I*** и ***О***) позволяют описать любую сеть с помощью двух матриц размера *т х п* (матриц входных и выходных позиций), имеющих следующую структуру:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | d1 | d2 | ... | dj | ... | dn |
| b1 | 0 | 1 | ... | 0 | ... | 0 |
| b2 | 1 | 1 | ... | 0 | ... | 1 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| bj | 0 | 1 | ... | 0 | ... | 1 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| bm | 1 | 0 | ... | 1 | ... | 0 |

Основные направления анализа сети Петри следующие:

1. *Проблема достижимости*

2. *Свойство живости.*

3. *Безопасность сети.*

***E-сети***:

1) имеются несколько типов вершин-позиций: простые позиции, позиции-оче­реди, разрешающие позиции;

2) фишки (метки) могут снабжаться набором признаков (атрибутов);

3) с каждым переходом может быть связана ненулевая задержка и функция пре­образования атрибутов фишек;

4) введены дополнительные виды вершин-переходов.

5) в любую позицию может входить не более одной дуги и выходить также не более одной.

В связи с этим любой переход может быть описан тройкой параметров:

***dj=(S,t(dj),ρ(di)),***

где S — тип перехода,

*t(dj), —* функция задержки,

*ρ(dj)* — функция преобразования

**6. МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ФАКТОРОВ**

**6.1.Построение датчиков БСВ**

**6.1.1. Датчики БСВ**





***Табличный*** датчик БСВ

***Физический*** датчик БСВ

***Программный*** датчик БСВ

**6.1.2.Метод середины квадрата**

1. Возьмем произвольное *n*-разрядное число.
2. Возведем полученное число в квадрат и, если необходимо, добавим к результату слева нули до 2*n*-разрядного числа.
3. Возьмем n цифр
4. из середины 2*n*-разрядного в качестве нового случайного *n*-разрядного числа.
5. Если нужны еще случайные числа, то перейдем к пункту 2.

**6.1.3. Мультипликативный конгруэнтный метод**

*Ai* = (*kAi -1*) mod *m*, *i* = 1, 2,...,                      (6.1)

*zi = Ai / m*,

где *m * модуль,

*k * множитель,

*A0*  начальное значение,

mod  операция вычисления остатка от деления *kAi -1* на *m*.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Место использования датчика  (программный продукт или публикация) | модуль  *m* | множитель  *k* |
| Язык моделирования СИМУЛА | 2*35* | 5*16* |
| Пакеты LLRANDOM, IMSL | 2*31*  1 (простое число) | 16807 |
| Язык моделирования SIMSCRIPT | 2*31*  1 | 63036001 |

6.2. Характеристики датчиков базовых случайных величин

**6.2.1. Тестирование равномерности**

1. Разобьем интервал (0,1) на *K* равных отрезков (например, *K* = 10).

2. Сгенерируем *n* чисел *z1*,..., *zn* с помощью тестируемого датчика БСВ (например, *n* = 100).

3. Подсчитаем, сколько чисел попало в каждый из *k* отрезков, т.е. найдем числа попаданий *n1*,...,*nk*.

1. Рассчитаем относительные частоты попаданий в отрезки:



5. Построим гистограмму частот на *K* отрезках интервала (0,1).

6. Повторим действия (2)  (5) для большего значения *n* (например, для *n* =10 000).

7. Оценим по полученным гистограммам сходимость каждой частоты к вероятности *p* = 1/*K* того, что БСВ попадет в *i*-й отрезок. Согласно закону больших чисел должно быть



**6.2.2. Тестирование стохастичности**

**

**6.2.3. Тестирование независимости**



**6.3. Случайные события и их имитация**

**6.3.1.Имитация случайного события**



1. С помощью датчика случайных чисел (СЧ) получают СЧ *Х*;

2. Проверяют выполнение неравенства Х меньше, либо равно ;

3. Если оно выполняется, то событие А – произошло, если нет – то произошло 

**6.3.2. Имитация сложного события**

,

где  и – вероятности событий А и В,

*х1* и *х2* – СЧ с равномерным законом распределения.

В зависимости от исхода проверки неравенств делается вывод какой из вариантов: имеет место.

**6.3.3. Имитация сложного события, состоящего из зависимых событий****.**

В зависимости от того, какая из этих четырех систем неравенств выполняется, делается вывод о том, какой из этих четырех возможных исходов  имеет место.

В качестве исходных данных задаются, и условная вероятность , вероятность  может быть вычислена. По формуле полной вероятности:

,

где

, отсюда легко выразить 

**4.3.4. Имитация событий, составляющих полную группу**

Пусть событие Аi (i=1,n) составляют полную группу, тогда их вероятности Рi, таковы что:









**6.4. Имитация непрерывных случайных величин**

**6.4.1. Метод обратной функции**

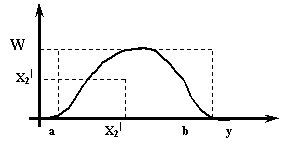
Пусть непрерывная случайная величина Y задана своим законом распределения:

,


**6.4.2. Метод Неймана (режекции)**

 и , где 



**6.5.** **Алгоритмы получения значений систем случайных величин (случайных векторов).**

**6.5.1. Метод аналитических преобразований.**

*f(x1, x2, . . . xn)=f1(x1) f2(x2|x1) f3(x3|x1x2) . . . f1(xn| x1,x2, . . ., xn-1).*

Вычисление частной функции плотности для *x1*:





**6.5.2. Метод разложения по координатным случайным величинам.**

, 



(6.12)

 (6.13)

Алгоритм получения значений СНСВ сводится к следующему:

* Решение системы нелинейных уравнений (6.13).
* Получение *n* значений *zi* нормированных, центрированных СВ, распределенных нормально.
* Вычисление xi i=(1,…,n) значений СВ, образующих систему непрерывных случайных величин в соответствии с (6.12).

**6.5.3. Алгоритм получения значений системы дискретных случайных величин**

, где Pij – вероятность совместного появления i-ого и j-ого значений соответственной первой и второй компоненты.

.

б) {Ai}, {Bi}, .

* Вычисляют суммы , , .

,

* Выбирают k-ую строку , вычисляют , s=1,…n

