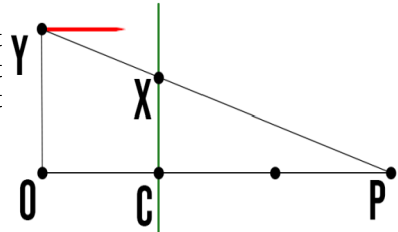


Comment calculer une grille en 3 dimension ou, comment calculer la perspective centrale informatiquement

Durant le 15^e siècle (Renaissance italienne) les peintres italiens développèrent des méthodes, des techniques afin de transposer un point d'un espace en 3 dimensions (tel qu'une cour, un bâtiment, un jardin) et ses coordonnées 3D (vector3 float) en coordonnées 2D (vector2 float). Pour cela il s'imaginèrent (leurs yeux) dans l'espace 3D pointant une direction. Ils s'imaginèrent également une toile de peintre (canvas), plan traversé par les segments reliant le point et les yeux du peintre.

Document 1 :

On considère **O** comme l'origine, **Y** comme les yeux du peintre pointant en (1, 0, 0), **P** comme le point visé, **C** en tant que canvas, et, **X** comme le point symbolisé par l'intersection du segment **YP** et du plan (canvas). **C** est le point correspondant à la position du plan (canvas).



On en déduit une situation de Thalès. Par conséquent :

$$\frac{YO}{XC} = \frac{OP}{CP} = \frac{PY}{PY} \quad (\text{théorème de Thalès})$$

Donc :

$$XC = \frac{YO \times CP}{OP} = Y_{onScreen} = \frac{Y_{camera} \times X_{canvas}}{X_{point}} \quad (\text{règle de trois})$$

ATTENTION : LES NOMS

Les yeux sont ici remplacés par l'objet **Camera**, la toile par le **Canvas**, le point par **Point** et enfin le point d'intersection du canvas et de YP par **onScreen**

XC correspondant à la position **Y** (ordonnée) du point transposé sur notre écran. Nous obtenons donc la position en Y de notre point transposé à l'écran.

En procédant de la même manière pour les coordonnées Y d'un point on obtient :

$$Y_{onScreen} = \frac{Z_{point} \times X_{canvas}}{X_{canvas}}$$

Cependant un problème survient. Les résultats des opérations sont bien trop petite pour pouvoir être utilisés sur un ordinateur, en effet, la plupart des résultats ne seront guère supérieurs à 1, il est donc préférable / nécessaire de le multiplier par 100 ou tout autre multiplicateur correspondant à l'usage. En plus de cela, les points représentés seront inversés, effectivement en informatique le comptage des coordonnées se fait de haut en bas c'est pour cela que nous soustrairons à la taille de notre fenêtre (W_{frame} pour la largeur de notre fenêtre : de l'anglais Width et, H_{frame} pour la hauteur de notre fenêtre : de l'anglais Height) le résultat précédent (multiplié par 100 ou tout autre multiplicateur correspondant à l'usage). Enfin, nous ajouterons à X_{camera} X_{canvas} effectivement, le canvas se veut parenté/attaché aux yeux du peintre : ici notre camera.

Donc :

$$X_{onScreen} = W_{frame} - \frac{Z_{point} \times (X_{camera} + X_{canvas})}{X_{camera} + X_{canvas}} \times 100$$

$$Y_{onScreen} = H_{frame} - \frac{Y_{camera} \times (X_{camera} + X_{canvas})}{X_{point}} \times 100$$

Exemple avec les grandeur du document 1 et une fenêtre de 500x500 :

$$X_{onScreen} = 500 - \frac{1 \times (0+1)}{0+1} \times 100 = 400 \quad Y_{onScreen} = 500 - \frac{1 \times (0+1)}{3} \times 100 = 66,6666666\dots$$

DONC : onScreen = [400, 66.66666]

25/09/2018