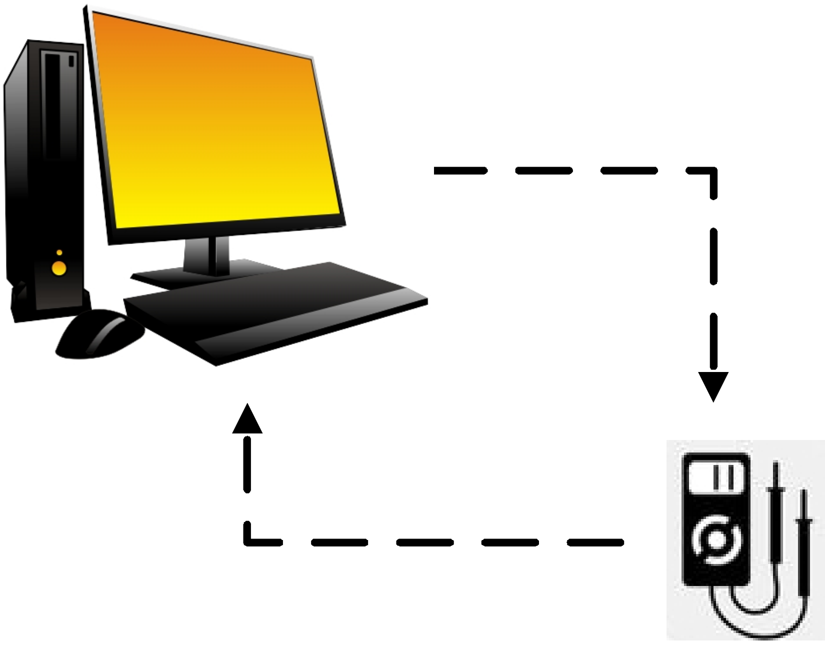
Министерство образования и науки Российской Федерации
Казанский (Приволжский) федеральный университет
Набережночелнинский институт (филиал)

Д. Н. Демьянов, И. Ю. Мышкина

Планирование эксперимента и обработка данных

Часть 1

Учебно-методическое пособие



Набережные Челны
2016

УДК 519.242
ББК 22.172

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Набережночелнинского института (филиала)
Казанского (Приволжского) федерального университета

Рецензенты:
Асанов А. З., докт. техн. наук, профессор
Каримов В. С., канд. техн. наук, доцент

Демьянов Д. Н. Планирование эксперимента и обработка данных. Часть 1: учебно-методическое пособие / Д. Н. Демьянов, И. Ю. Мышкина. – Набережные Челны : изд.-полиграф. центр Набережночелнинского ин-та Казан. федер. ун-та, 2016. – 64 с.

В учебно-методическом пособии приведены необходимые теоретический, алгоритмический, программный материалы для получения знаний и навыков планирования эксперимента и обработки экспериментальных данных, выполнения лабораторных работ по дисциплинам «Планирование эксперимента и обработка данных», «Компьютерная обработка результатов экспериментов».

Пособие разработано на кафедре "Системный анализ и информатика" и предназначено для организации и проведения лабораторных работ студентов по направлению подготовки 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и направлению подготовки 27.03.03 "Системный анализ и управление".

Ил. 4, табл. 12, список лит. 14 назв.

УДК 519.242
ББК 22.172

Оглавление

Введение

Предлагаемое учебно-методическое пособие предназначено для студентов, стремящихся закрепить теоретические знания и овладеть практическими навыками планирования эксперимента и обработки экспериментальных данных. В пособии рассмотрены различные типы планов эксперимента, а также способы обработки экспериментальных данных при различных условиях проведения опытов. Подробно описаны основные этапы построения факторных моделей: предварительная обработка данных и удаление промахов, оценка однородности дисперсий экспериментов, определение коэффициентов факторной модели и оценка их значимости, оценка адекватности факторной модели.

Для удобства использования пособие разбито на две части. Первая часть включает в себя три раздела, посвящённых построению цифровой модели динамической системы, планированию и обработке результатов вычислительного и физического эксперимента. В каждом разделе приводится краткая теоретическая справка, разбирается методический пример, а также даются варианты заданий для самостоятельного выполнения.

Лабораторная работа № 1.
Создание цифровой модели динамической системы

Цель работы: построение цифровой модели для определения показателей качества переходного процесса в заданной динамической системе.

Задание: разработать приложение с графическим интерфейсом, позволяющее вычислять время переходного процесса и величину перерегулирования для заданной динамической системы, отображать полученный результат на графике и сохранять полученные результаты в файл.

Этапы работы:

1. Изучить необходимый теоретический материал.
2. Изучить электрическую схему заданного устройства.
3. Составить математическую модель исследуемой системы.
4. Разработать цифровую модель исследуемой системы.
5. Оформить отчет по лабораторной работе.

Отчет о работе должен содержать:

1. Электрическую схему исследуемого устройства.
2. Математическую модель динамической системы.
3. Цифровую модель динамической системы в виде распечатки кода программы.
4. Пример выполнения разработанной программы.
5. Выводы и заключения по лабораторной работе.

Варианты заданий.

Электрические схемы исследуемых устройств представлены в приложении. Номер варианта задаются преподавателем.

Теоретическая справка

Достаточно часто процесс исследования динамических систем включает в себя определение их реакции на некоторые типовые воздействия и анализ полученных результатов.

Переходной характеристикой (переходной функцией) принято называть функцию, описывающую изменения выходного сигнала системы при подаче на вход единичного ступенчатого воздействия 1(t) при нулевых начальных условиях.

По реакции динамической системы на ступенчатый сигнал можно определить целый ряд параметров, важнейшими из которых являются время переходного процесса и перерегулирование (рисунок 1.1).

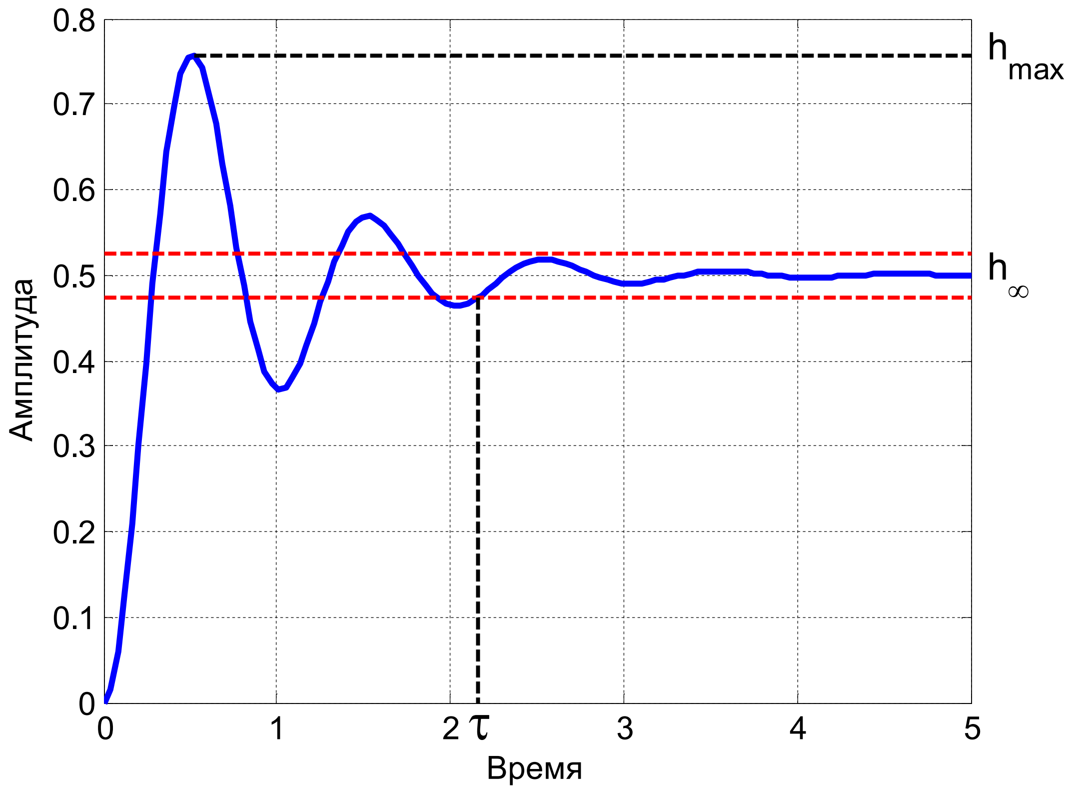


Рисунок 1.1 – Показатели качества переходного процесса

Время переходного процесса представляет собой время, за которое произойдёт окончательное вхождение переходной характеристики в коридор шириной 2Δ вокруг установившегося значения. Формально это условие записывается следующим образом:

$$\tau : \left| h(t) - h_\infty \right| \le \Delta \quad \forall t \ge \tau .$$

Как правило, величину Δ выбирают равной 5% от установившегося значения выходной величины (h_∞).

Перерегулирование является мерой превышения максимального значения переходной характеристики её установившегося значения.

Оно определяется по формуле:

$$\sigma = \frac{h_{\max} - h_{\infty}}{h_{\infty}} \cdot 100\%.$$

Для переходного процесса, график которого представлен на рисунке 1.1, время переходного процесса $\tau = 2{,}159\ c$, а перерегулирование $\sigma = 51{,}42\%$.

На практике исследование динамики различных объектов, процессов и явлений в настоящее время, как правило, осуществляется с использованием ЭВМ. При этом могут использоваться как стандартные программы для проведения простейших расчётов, так и специализированные системы компьютерной математики, среди которых одной из наиболее известных является MATLAB.

Управляемая графика в MATLAB. Управляемая графика в MATLAB основана на объектно-ориентированном подходе, где используются понятия класса, объекта класса, иерархии классов, наследования, свойств и методов объектов. Однако смысл и реализация некоторых из этих понятий в MATLAB заметно отличаются от общепринятых в универсальных объектно-ориентированных языках программирования (таких как Object Pascal, C++).

Все графические элементы, используемые при построении графиков и создании элементов пользовательского интерфейса (UI), являются объектами соответствующих классов. В основе всех манипуляций с объектами, таких как изменение свойств, вызов методов, лежит понятие дескриптора (handle) (указатель, ссылка на объект). Рассмотрим кратко основные классы графических объектов.

Объект класса **Figure** представляет собой графическое окно. В окнах может выводиться различная графика. Окна могут выступать в роли форм при разработке графического интерфейса в пользовательских приложениях. На количество одновременно выводимых окон ограничений не накладывается. В любой момент времени один из существующих объектов **Figure** (если есть), является текущим.

Объект класса **Axes** представляет собой координатную область графического построения, расположенную в окне **Figure**. Этот объект управляет ориентацией и отображением своих дочерних объектов. В одном окне **Figure** может создаваться несколько областей **Axes**. В любой момент времени один из существующих объектов **Axes** (если есть) является текущим.

Объекты классов **Uicontrol**, **Uimenu**, **Uicontextmenu** представляют собой элементы графического интерфейса при разработке пользовательских приложений. Подробнее работу с этими классами рассмотрим позднее.

Доступ к графическим объектам и их свойствам. В каждый момент времени могут существовать три вида активных (текущих) объектов: **Figure**, **Axes**, дочерний для **Axes** объект. Для получения дескрипторов текущих объектов используют три функции: **gcf**, **gca**, **gco**, возвращающие дескрипторы текущей фигуры, текущих координатных осей и текущего дочернего для **Axes** объекта. Если соответствующего объекта не существует, то функции создают его (и все требуемые родительские объекты) и возвращают дескриптор созданного объекта.

Полученное значение дескриптора используется для доступа к свойствам объектов и для вызова соответствующих методов.

Любой графический объект обладает набором определенных свойств, влияющих на его внешний вид и поведение. Для доступа к свойствам используется пара функций **get** и **set**.

Синтаксис функций:

```
v = get(h, 'Свойство')
set(h, 'Свойство', НовоеЗначение)
```

Функция **get** возвращает текущее значение указанного свойства объекта с дескриптором **h**. Если функцию **get** вызвать в виде

```
get(h)
```

то она выведет значения всех свойств указанного объекта в виде пар

```
Свойство – Значение.
```

Функция **set** устанавливает новое значение свойства объекта с дескриптором **h**.

Можно вызывать функцию **set**, указывая произвольное количество пар аргументов **Свойство**, **НовоеЗначение**, в виде:

```
set(h, 'Свойство1', НовоеЗначение1, ..., 'СвойствоN', НовоеЗначениеN)
```

Параметр **h** может являться вектором – тогда действие осуществляется для группы объектов с соответствующими дескрипторами. Параметр **Свойство** может являться вектором ячеек. В этом случае функция **get** вернет вектор ячеек со значениями указанных свойств, а **set** задаст для указанных свойств новые значения из массива ячеек **НовоеЗначение**.

Для поиска объекта с определенными свойствами, если неизвестен его дескриптор, используется функция **findobj**. Синтаксис функции:

```
h = findobj('Свойство1', Значение1, ...)
```

Функция возвращает дескриптор **h** (или вектор дескрипторов) объектов, с указанным набором значений свойств. Если объектов не найдено, возвращается пустая матрица.

Объекты каждого из классов обладают большими наборами свойств (их полный перечень приводится в справочной системе MATLAB).

Создание элементов интерфейса. Создание окон и элементов интерфейса приложения может выполняться двумя способами. Первый способ называется динамическим и означает, что элементы создаются в процессе выполнения программы путем вызова соответствующих конструкторов. Второй способ подразумевает использование специального средства MATLAB для визуальной разработки приложений. Создание интерфейса в GUIDE сводится к размещению в окне различных элементов управления, меню, настройке их свойств. Кодирование заключается в написании функций-обработчиков событий, заготовки которых также создаются автоматически. В случае работы в среде GUIDE описание параметров каждого окна и его элементов управления сохраняется в специальном бинарном файле с расширением .fig. Совместно с ним создается текстовый файл с функцией, создающей окно и содержащей функции-обработчики событий окна.

Создание элементов управления. Для создания элементов управления следует выполнить вызов конструктора **uicontrol**, имеющей синтаксис:

```
   hUIC = uicontrol([hFig,]
'Style','тип_компонента', ...
                          'Свойство_1', Значение_1, ...
                          'Свойство к', Значение_к);
```

hFig – дескриптор окна, на котором создается элемент управления. Если не указан, то элемент создается в текущем окне (или в новом, если нету текущего). Значение свойства **Style**, обозначенное **тип_компонента**, задается в соответствии с таблицей 1.1.

Помимо обязательного свойства **Style** можно при создании элемента управления задать произвольное число других свойств. Все разновидности элементов **uicontrol** обладают одинаковым набором свойств, причем не все свойства для каждого вида объекта являются актуальными. Свойства определят внешний вид, функциональность объекта и пользовательские данные, хранимые (и отображаемые) в объекте.

Таблица 1.1 – Типы элементов управления в MATLAB

Значение свойства Style	**Назначение**
pushbutton	Простая кнопка
togglebutton	Кнопка с фиксацией нажатия
radiobutton	Групповой переключатель
checkbox	Переключатель типа "флажок"
edittext	Поле для вывода, ввода и редактирования текста
statictext	Статичный текст (метка)
slider	Ползунок, полоса прокрутки
panel	Рамка, контейнер для интерфейсных компонентов
buttongroup	Рамка для кнопок типа Radio Button и Toggle Button
listbox	Список, окно для отображения массива строк
popupmenu	Комбинированный выпадающий список

Создание меню выполняется путем вызова конструктора **uimenu**, имеющего синтаксис:

```
handle = uimenu('Свойство1',Значение1,...)
handle = uimenu(РодитМенюДескр,'Свойство1',...
                                          Значение1,...)
```

Первый вариант вызова создает пункт главного меню с заданным набором свойств, и возвращает его дескриптор.

Второй вариант создает пункт подменю главного меню (или вложенное подменю пункта меню) с дескриптором **РодитМенюДескр**, с заданным набором свойств, и возвращает его дескриптор.

Структура приложения с графическим интерфейсом пользователя. Приложение с графическим интерфейсом пользователя может быть создано двумя способами.

Первый способ подразумевает, что приложение представляет собой совокупность m-файлов, сгруппированных в каталоге, хранящих главную функцию приложения, функции для прочих окон, обработчики событий и вспомогательные функции. В этом случае возникает задача обмена данными, для решения которой принято переменные, хранящие дескрипторы, объявлять глобальными в каждой функции, где они используются. Имена этих переменных принято создавать информативными и уникальными для каждого объекта.

Второй способ подразумевает, что обработчики событий элементов формы являются подфункциями главной функции, создающей окно. Этот способ задействуется по умолчанию при создании интерфейса приложений в среде GUIDE. В этом случае в каждую подфункцию-обработчик события через формальные аргументы передаются дескриптор объекта-владельца события, вспомогательная информация о событии и структура дескрипторов элементов управления, имена полей которой совпадают со значениями полей **'Tag'** каждого элемента управления. Некоторые детали функционирования интерфейса оказываются скрытыми от пользователя, т.к. для создания окна используется соответствующий ранее созданный файл .fig.

Пример

Требуется построить цифровую модель динамической системы, электрическая схема которой приведена на рисунке 1.2. Разработанное приложение должно определять по заданным параметрам (сопротивление, ёмкость, индуктивность) время переходного процесса и величину перерегулирования.

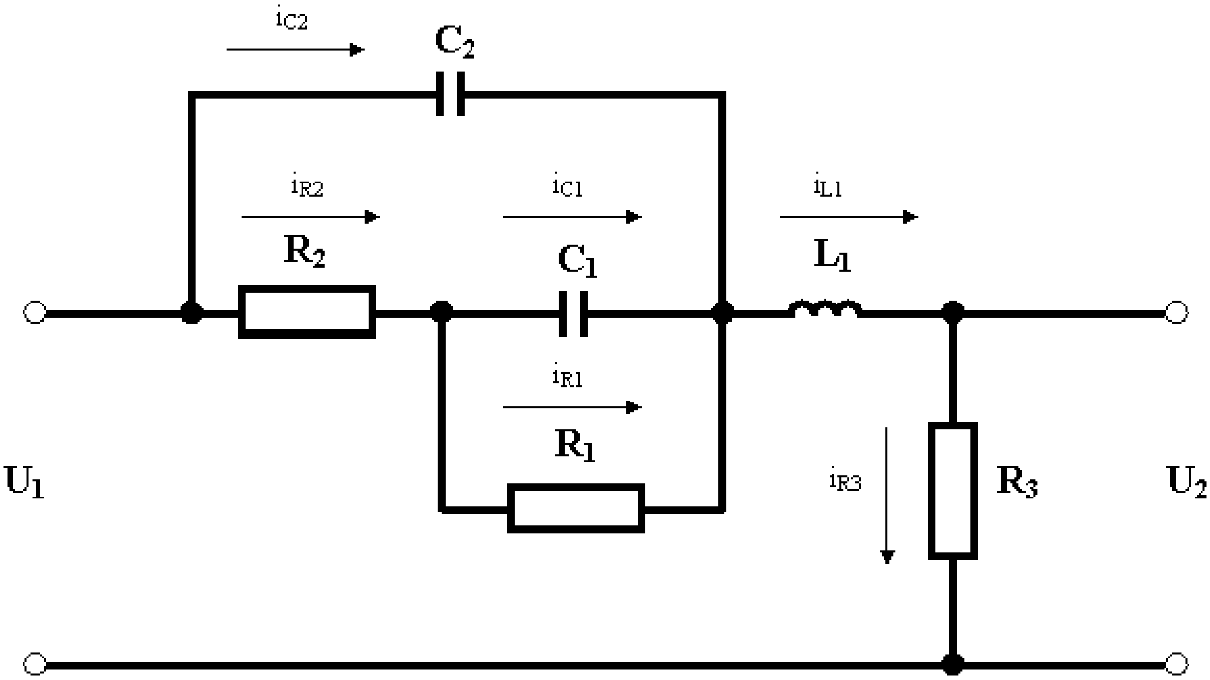


Рисунок 1.2 – Схема исследуемой электрической цепи

Применив законы Ома и Кирхгофа для описания процессов в электрической цепи, получим для исследуемого устройства математическую модель в пространстве состояний:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{R_2+R_1}{C_1R_1R_2} & \dfrac{1}{R_2C_1} & 0 \\ \dfrac{1}{R_2C_2} & -\dfrac{1}{R_2C_2} & \dfrac{1}{C_2} \\ 0 & -\dfrac{1}{L_1} & -\dfrac{R_3}{L_1} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{1}{L_1} \end{pmatrix} U_1; \\ U_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & R_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + (0)U_1. \end{cases}$$

Здесь в качестве переменных состояния выступают напряжения на конденсаторах и ток через катушку.

На основе полученной математической модели сформируем цифровую модель системы в виде программы на языке MATLAB.

```
function stend
ht=figure;
axes('visible','off');
ht1=uicontrol(ht,'style','edit','position',[100,350,100,30]
,'backgroundcolor','white','tag','editBoxR1');
ht2=uicontrol(ht,'style','edit','position',[100,300,100,30]
,'backgroundcolor','white','tag','editBoxR2');
ht3=uicontrol(ht,'style','edit','position',[100,250,100,30]
,'backgroundcolor','white','tag','editBoxR3');
ht4=uicontrol(ht,'style','edit','position',[400,350,100,30]
,'backgroundcolor','white','tag','editBoxC1');
ht5=uicontrol(ht,'style','edit','position',[400,300,100,30]
,'backgroundcolor','white','tag','editBoxC2');
ht6=uicontrol(ht,'style','edit','position',[400,250,100,30]
,'backgroundcolor','white','tag','editBoxL1');
ht7=uicontrol(ht,'style','pushbutton','string','Вычислить',
'position',[100,170,180,30],'fontsize',14,'callback',@funCa
lc,'tag','cmdCalc');
ht8=uicontrol(ht,'style','pushbutton','string','Показать
график','position',[320,170,180,30],'fontsize',14,'callback
',@funGraph,'tag','cmdGraph');
ht9=text('position',[0,0.925],'string','R_1=','tag','txtBox
R1','fontsize',18,'HorizontalAlignment','center');
ht10=text('position',[0,0.775],'string','R_2=','tag','txtBo
xR2','fontsize',18,'HorizontalAlignment','center');
ht11=text('position',[0,0.625],'string','R_3=','tag','txtBo
xR3','fontsize',18,'HorizontalAlignment','center');
ht12=text('position',[0.7,0.925],'string','C_1=','tag','txt
BoxR1','fontsize',18,'HorizontalAlignment','center');
ht13=text('position',[0.7,0.775],'string','C_2=','tag','txt
BoxR2','fontsize',18,'HorizontalAlignment','center');
ht14=text('position',[0.7,0.625],'string','L_1=','tag','txt
BoxR3','fontsize',18,'HorizontalAlignment','center');
ht15=text('position',[0.3,0.2],'string','\tau
=','tag','txtBoxT','fontsize',20,'HorizontalAlignment','cen
ter');
ht16=text('position',[0.3,0.1],'string','\sigma =','tag',
'txtBoxS','fontsize',18,'HorizontalAlignment','center');
```

```
ht17=text('position',[0.5,0.2],'interpreter','latex',
'string','-','tag','txtBoxTau','fontsize',18,
'HorizontalAlignment', 'center');
ht18=text('position',[0.5,0.1],'interpreter','latex',
'string','-','tag','txtBoxSigma','fontsize',18,
'HorizontalAlignment','center');

function funCalc(src,evt)
handles=guihandles(src);
[t,y]=funData(handles);
yinf=y(end);
eps=0.05*abs(yinf);
n=size(y,1);
for i=1:n
    if abs(y(n-i)-yinf)>=eps
        tau=t(n-i+1);
        break;
    end
end
sigma=(max(y)-yinf)/yinf*100;
set(handles.txtBoxTau,'string',tau);
set(handles.txtBoxSigma,'string',sigma);

function funGraph(src,evt)
handles=guihandles(src);
[t,y]=funData(handles);
figure
plot(t,y)
grid on

function [t,y]=funData(h)
r1=str2double(get(h.editBoxR1,'string'));
r2=str2double(get(h.editBoxR2,'string'));
r3=str2double(get(h.editBoxR3,'string'));
c1=str2double(get(h.editBoxC1,'string'));
c2=str2double(get(h.editBoxC2,'string'));
l1=str2double(get(h.editBoxL1,'string'));
a=[-(r1+r2)/(c1*r1*r2) 1/(r2*c1) 0; 1/(r2*c2) -1/(r2*c2)
1/c2; 0 -1/l1 -r3/l1];
b=[0; 0; 1/l1];
c=[0 0 r3];
d=0;
sys=ss(a,b,c,d);
[y,t]=step(sys);
```

В основной функции происходит формирование графического окна, создание и настройка его основных элементов.

Во вспомогательной функции **funCalc** происходит вычисление времени переходного процесса и величины перерегулирования с выводом полученных значений на экран.

Во вспомогательной функции **funGraph** происходит построение графика переходного процесса с использованием встроенных функций системы MATLAB.

Во вспомогательной функции **funData** происходит вычисление матриц коэффициентов модели в пространстве состояний и определение переходной характеристики с использованием встроенных функций системы MATLAB.

Пример запуска разработанной программы (главное окно с исходными данными и результатами) представлен на рисунке 1.3.

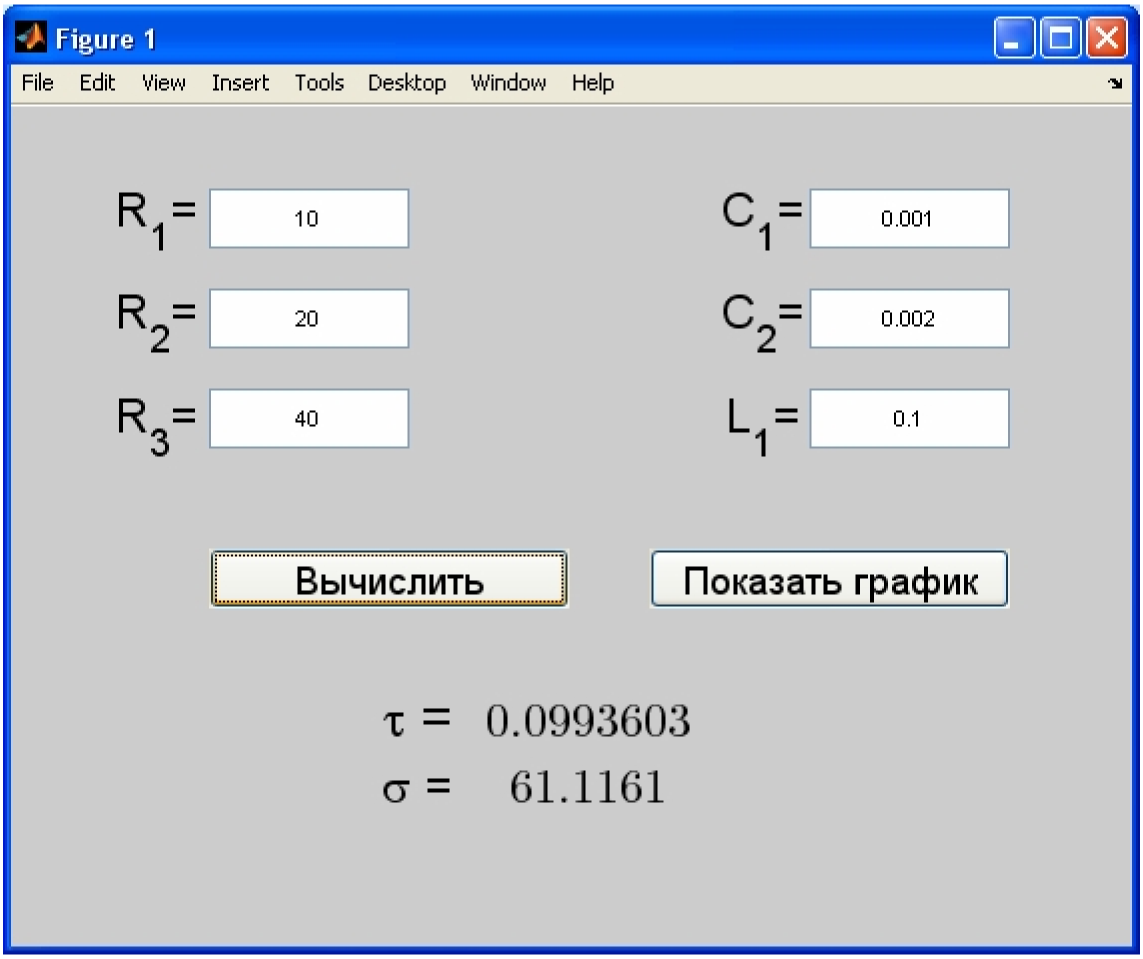


Рисунок 1.3 – Главное окно программы

Ни рисунке 1.4 показано вспомогательное окно, в котором отображается график переходного процесса (результат нажатия на кнопку «Показать график»).

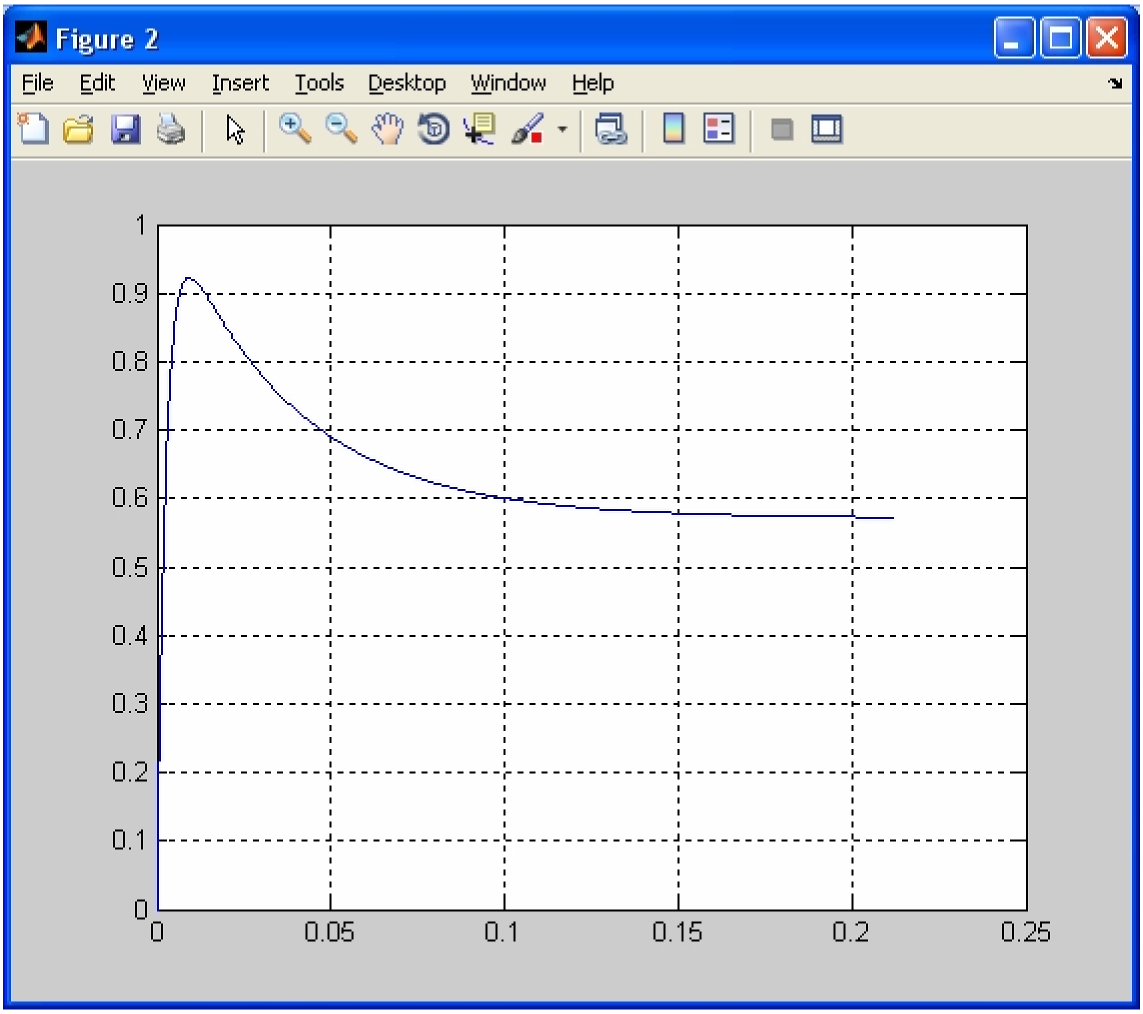


Рисунок 1.4 – Вспомогательное окно с графиком переходного процесса

Таким образом, была разработана программа, которая может быть использована для исследования изучаемого устройства.

Контрольные вопросы

1. Что называется переходной характеристикой?
2. Как определяется время переходного процесса?
3. Как определяется величина перерегулирования?
4. Каким образом создаётся приложение с графическим интерфейсом в системе MATLAB?
5. Каким образом можно задавать и считывать свойства объектов?

Лабораторная работа № 2.
Построение и исследование модели с использованием полного факторного эксперимента

Цель работы: практическое применение знаний в области математики для обработки экспериментальных данных.

Задача: разработать факторную модель динамической системы и провести её исследование.

Этапы работы:

1. Изучить необходимый теоретический материал.
2. Для выбранных факторов определить центр эксперимента и интервалы варьирования каждого из факторов.
3. Составить таблицу полного факторного эксперимента.
4. Используя цифровую модель, разработанную в лабораторной работе № 1, провести полный факторный эксперимент типа $2^к$ для определения зависимости времени переходного процесса или перерегулирования от выбранных факторов.
5. Обработать полученные результаты и определить коэффициенты факторной модели для кодированных значений факторов и для их натуральных значений.
6. Выбрать случайным образом 5 различных сочетаний уровней факторов в пределах принятых интервалов варьирования и вычислить оценки значений функции отклика.
7. Для выбранных в п. 6 сочетаний уровней факторов провести цифровой эксперимент и получить истинные значения функции отклика.
8. Сравнить результаты, полученные в п. 6 и п. 7. и сделать выводы.
9. Оформить отчет по лабораторной работе.

Отчет о работе должен содержать:

1. Электрическую схему исследуемого устройства.
2. Список факторов, их основных уровней и интервалов варьирования.

3. Таблицу полного факторного эксперимента.
4. Уравнение факторной модели в зависимости от кодированных значений факторов и от их натуральных значений.
5. Истинные значения и оценки величины функции отклика для выбранных сочетаний уровней факторов.
6. Выводы и заключения по лабораторной работе.

Варианты заданий.

Совпадают с тем, что были заданы при выполнении лабораторной работы № 1.

Список факторов, влияние которых на значение функции отклика следует оценить, задаётся преподавателем.

Показатель качества переходного процесса (время переходного процесса или перерегулирование), который следует использовать в качестве функции отклика, задаётся преподавателем.

Теоретическая справка

При изучении различных объектов и систем достаточно часто используются так называемые факторные математические модели.

Факторная модель – математическая модель, отражающая зависимости между выходными переменными системы и входными воздействиями, базирующаяся на анализе экспериментальных данных.

Для получения факторных моделей используется метод планирования эксперимента и регрессионный анализ. Эксперименты для получения исходных данных могут проводиться на самих объектах, на физических моделях (макетах и стендах), на полных математических моделях.

Различают эксперимент пассивный и активный.

Пассивный эксперимент – эксперимент, в ходе которого нельзя (нет возможности) управлять величинами входных воздействий (факторов) и они принимают случайные значения. В этом случае в каждом опыте измеряют значения внешних и выходных параметров, а после проведения N опытов, полученная информация обрабатывается по правилам регрессионного анализа.

Активный эксперимент – эксперимент, в ходе которого исследователь может произвольно задавать величины входных воздействий (факторов). Проведение таких экспериментов и обработка их результатов осуществляется по правилам теории планирования эксперимента.

План эксперимента – совокупность данных, определяющих число, условия и порядок реализации опытов.

Планирование эксперимента – выбор плана эксперимента, удовлетворяющего заданным требованиям. Целью планирования эксперимента является создание таких планов изменения входных воздействий, которые обеспечивают более быстрое и точное построение модели объекта.

Общая форма факторной модели: $\mathbf{Y} = \mathbf{F}(\mathbf{Q})$,

где Y – вектор выходных параметров (отклик системы), Q – вектор внешних (управляемых) воздействий (факторы).

Как правило, методами планирования эксперимента осуществляется построение факторных моделей в форме полинома. Это обусловлено тем, что для таких моделей методы расчёта неизвестных коэффициентов являются наиболее простыми.

На первом этапе планирования для аппроксимации неизвестной функции отклика целесообразно использовать полином 1 порядка. В дальнейшем, при необходимости, порядок полинома можно увеличить.

К составлению факторной модели приступают при наличии некоторых результатов предварительных исследований изучаемого объекта. Прежде всего, путём анализа априорной информации выбирают область эксперимента. В области эксперимента устанавливают основные уровни и интервалы варьирования факторов.

Основным (нулевым) уровнем фактора называется его значение, принятое за исходное в плане эксперимента. Основные уровни выбирают таким образом, чтобы их сочетание отвечало интересующей исследователя области функционирования систем. Сочетание основных уровней принимают за **исходную точку (центр) эксперимента**.

Интервалом варьирования фактора называется число (своё для каждого фактора), прибавление которого к основному уровню даёт **верхний уровень**, а вычитание – **нижний уровень** фактора. Интервал варьирования должен быть больше той ошибки, с которой фиксируется уровень фактора, но, в то же время, не должен быть излишне большим (верхний или нижний уровень фактора не должны выходить за пределы области эксперимента). Слишком большой интервал варьирования затрудняет возможность линейной аппроксимации функции отклика.

Для удобства записи условий эксперимента и обработки экспериментальных данных уровни факторов кодируют. Кодированное значение фактора определяется по формуле:

$$x_i = \frac{X_i - X_{0i}}{n_i},$$

где x_i – кодированное значение i-го фактора; X_i – натуральное значение i-го фактора; X_{0i} – натуральное значение основного уровня i-го фактора; n_i – интервал варьирования i-го фактора.

В результате кодирования факторов получают следующие результаты:

+1 (или +) обозначает верхний уровень;

–1 (или –) обозначает нижний уровень;

0 обозначает основной уровень.

Факторный эксперимент осуществляется на основе матрицы планирования эксперимента, в которой используются кодированные значения факторов.

Эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов, называется **полным факторным экспериментом**.

Полный факторный эксперимент позволяет количественно оценить линейные эффекты и все эффекты взаимодействия факторов.

Линейным называется эффект, характеризующий линейную зависимость функции отклика от соответствующего фактора.

Эффектом взаимодействия называется эффект, характеризующий совместное влияние нескольких факторов на функцию отклика.

Если целью эксперимента является получение линейной факторной модели, то при проведении экспериментов можно обойтись варьированием факторов на двух уровнях. В этом случае, число всех сочетаний уровней факторов определяется выражением $N = 2^k$, где k – количество факторов.

Так, если требуется определить факторную модель по результатам полного факторного эксперимента в случае трёх факторов, то общее число опытов $N = 2^3 = 8$. При этом поученная модель будет иметь вид:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3.$$

Значения коэффициентов в этом уравнении определяются с помощью специальной математической обработки значений функции отклика y_i, полученных в результате проведения опытов.

Матрица планирования полного факторного эксперимента для рассматриваемого случая представлена в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Матрица планирования ПФЭ

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_3$	$x_2 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$	y_i
1	+	+	+	+	+	+	+	+	y_1
2	+	–	+	+	–	–	+	–	y_2
3	+	+	–	+	–	+	–	–	y_3
4	+	–	–	+	+	–	–	+	y_4
5	+	+	+	–	+	–	–	–	y_5
6	+	–	+	–	–	+	–	+	y_6
7	+	+	–	–	–	–	+	+	y_7
8	+	–	–	–	+	+	+	–	y_8

Условия проведения опытов заданы в столбцах x_1, x_2, x_3, результаты опытов отражены в столбце y_i, остальные столбцы являются вспомогательными.

При построении столбцов факторов (x_1, x_2, x_3) матрицы планирования использовано правило чередования знаков столбцах: в столбце x_1 знаки чередуются через 1, в столбце x_2 – через 2, в столбце

x_3 – через 4 и т.д. Столбцы $x_i \cdot x_j$ получены поэлементным умножением элементов столбцов x_i и x_j и т.д. Столбец x_0 – столбец фиктивной переменной, все элементы которого равны +1 (введён для унификации формул расчета коэффициентов).

Матрица планирования ПФЭ обладает полезных рядом свойств.

1. Симметричность относительно центра эксперимента:

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij} = 0,$$

где i – номер фактора, j – номер опыта, N – число опытов.

2. Нормировка:

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij}^2 = N,$$

где i – номер фактора, j – номер опыта, N – число опытов.

3. Ортогональность:

$$\sum_{j=1}^{N} \left(x_{ij} \cdot x_{pj} \right) = 0,$$

где i, p – номера факторов, j – номер опыта, N – число опытов.

4. Ротатабельность – точность предсказания значений параметра одинакова на равных расстояниях от центра эксперимента и не зависит от направления.

Коэффициенты факторной модели вычисляются по формулам:

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \left(x_{ij} \cdot y_j \right), \qquad i = 0 \ldots k.$$

$$b_{ip} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \left(x_{ij} \cdot x_{pj} \cdot y_j \right), \quad i = 1 \ldots k; \;\; p = 1 \ldots k.$$

Эти коэффициенты указывают на силу влияния факторов на функцию отклика: чем больше численная величина коэффициента (по модулю), тем большее влияние оказывает фактор на функцию отклика. Знак коэффициента указывает на то, как влияет фактор – увеличивает или уменьшает функцию отклика.

Следует иметь в виду, что полученные коэффициенты соответствуют вкладу фактора в функцию отклика при переходе фактора с нулевого уровня на верхний или нижний уровень в данной точке (центре) эксперимента. В другом центре эксперимента они могут быть другими.

Построение факторной модели путём применения только приведённых выше расчётных формул возможно лишь в тех случаях, когда проводится обработка результатов вычислительного эксперимента (т. е. существует однозначная связь между исходными данными и результатами работы программы). В этом случае речь идёт, фактически, о решении задачи аппроксимации.

Если исходные данные получены в результате натурных или стендовых испытаний, то требуется их дополнительная обработка методами математической статистики, а процедура построения факторной модели существенно усложняется.

Пример

Требуется построить факторную модель динамической системы, электрическая схема которой приведена на рисунке 1.2, с использованием полного факторного эксперимента.

1. Выберем *факторы*, влияние которых на значение функции отклика следует оценить, и *показатель* качества переходного процесса (время переходного процесса или перерегулирование), который следует использовать в качестве функции отклика.

Будем использовать в качестве функции отклика время переходного процесса в динамической системе, электрическая схема которой приведена на рисунке 1.2.

Оценим влияние на значение функции отклика трёх $(k=3)$ факторов (параметров исследуемой электрической цепи): сопротивления R_1 (*натуральное* значение этого фактора обозначим X_1), сопротивления R_2 (*натуральное* значение этого фактора обозначим X_2) и ёмкости C_1 (*натуральное* значение этого фактора обозначим X_3).

Значения остальных параметров примем фиксированными. Пусть $R_3 = 40$ Ом, $C_2 = 0{,}002$ Ф, $L_1 = 0{,}1$ Гн.

2. Для выбранных факторов определим центр эксперимента и интервалы варьирования каждого из факторов.

Так как целью эксперимента является получение линейной факторной модели, то при проведении экспериментов можно обойтись варьированием факторов на двух уровнях. Значения факторов в центре эксперимента и их интервалы варьирования выберем произвольно, исходя из физического смысла решаемой задачи.

Сведения об изменении факторов в процессе эксперимента представлены в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Сведения об изменении факторов

Характеристика	Первый фактор	Второй фактор	Третий фактор
Натуральное значение основного уровня, X_0	30 Ом	40 Ом	0,001 Ф
Интервал варьирования, *n*	20 Ом	25 Ом	0,0005 Ф
Верхний уровень	50 Ом	65 Ом	0,0015 Ф
Нижний уровень	10 Ом	15 Ом	0,0005 Ф

3. Составим таблицу полного факторного эксперимента.

Так как требуется определить факторную модель по результатам полного факторного эксперимента в случае трёх факторов, то общее число опытов (все возможные сочетания значений трёх факторов на двух уровнях) $N = 2^k = 2^3 = 8$.

Матрица планирования полного факторного эксперимента для рассматриваемого случая представлена в таблице 2.3 (где x_i – *кодированное* значение *i*-го фактора).

4. Для заполнения последнего столбца таблицы ПФЭ используем цифровую модель, разработанную в лабораторной работе № 1.

Таблица 2.3 – Матрица планирования ПФЭ

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_3$	$x_2 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$	y_i
1	+	+	+	+	+	+	+	+	0,277751
2	+	–	+	+	–	–	+	–	0,182275
3	+	+	–	+	–	+	–	–	0,246633
4	+	–	–	+	+	–	–	+	0,086119
5	+	+	+	–	+	–	–	–	0,250640
6	+	–	+	–	–	+	–	+	0,184060
7	+	+	–	–	–	–	+	+	0,190140
8	+	–	–	–	+	+	+	–	0,080451

Условия проведения опыта определяются столбцами x_1, x_2, x_3 матрицы планирования. В случае, когда значение в ячейке равно ‘+’ (или +1), необходимо использовать верхний уровень фактора, т.е. $X_1 = 50$ Ом, $X_2 = 65$ Ом, $X_3 = 0{,}0015$ Ф соответственно. Если значение в ячейке равно ’–‘ (или –1), необходимо использовать нижний уровень фактора, т.е. $X_1 = 10$ Ом, $X_2 = 15$ Ом, $X_3 = 0{,}0005$ Ф соответственно. Значения остальных сопротивлений, ёмкостей и индуктивностей являются фиксированными и во всех опытах равны: $R_3 = 40$ Ом, $C_2 = 0{,}002$ Ф, $L_1 = 0{,}1$ Гн.

Так, для получения y_1 (первая строка таблицы – первый опыт), следует задать $R_1 = 50$ Ом, $R_2 = 65$ Ом, $R_3 = 40$ Ом, $C_1 = 0{,}0015$ Ф, $C_2 = 0{,}002$ Ф, $L_1 = 0{,}1$ Гн. Установив эти значения в качестве параметров разработанной в лабораторной работе № 1 цифровой модели, получим время переходного процесса, являющееся результатом первого опыта $y_1 = 0{,}277751$ с.

5. Определим коэффициенты факторной модели для кодированных значений факторов и для их натуральных значений.

Модель, полученная с помощью ПФЭ, будет иметь вид:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3.$$

Значения коэффициентов будут определяться выражениями:

$$b_0 = \frac{1}{8}\cdot(0,277751 + 0,182275 + 0,246633 + 0,086119 + 0,25064 +$$
$$+ 0,18406 + 0,19014 + 0,080451) = 0,187259.$$

$$b_1 = \frac{1}{8}\cdot(0,277751 - 0,182275 + 0,246633 - 0,086119 + 0,25064 -$$
$$- 0,18406 + 0,19014 - 0,080451) = 0,054032.$$

$$b_2 = \frac{1}{8}\cdot(0,277751 + 0,182275 - 0,246633 - 0,086119 + 0,25064 +$$
$$+ 0,18406 - 0,19014 - 0,080451) = 0,036423.$$

$$b_3 = \frac{1}{8}\cdot(0,277751 + 0,182275 + 0,246633 + 0,086119 - 0,25064 -$$
$$- 0,18406 - 0,19014 - 0,080451) = 0,010936.$$

$$b_{12} = \frac{1}{8}\cdot(0,277751 - 0,182275 - 0,246633 + 0,086119 + 0,25064 -$$
$$- 0,18406 - 0,19014 + 0,080451) = -0,013518.$$

$$b_{13} = \frac{1}{8}\cdot(0,277751 - 0,182275 + 0,246633 - 0,086119 - 0,25064 +$$
$$+ 0,18406 - 0,19014 + 0,080451) = 0,009965.$$

$$b_{23} = \frac{1}{8}\cdot(0,277751 + 0,182275 - 0,246633 - 0,086119 - 0,25064 -$$
$$- 0,18406 + 0,19014 + 0,080451) = -0,004604.$$

$$b_{123} = \frac{1}{8}\cdot(0,277751 - 0,182275 - 0,246633 + 0,086119 - 0,25064 +$$
$$+ 0,18406 + 0,19014 - 0,080451) = -0,002741.$$

Если требуется найти зависимость значения функции отклика от натуральных значений факторов, то используется формула, связывающая кодированные (x_i) и натуральные (X_i) значения факторов. Получим:

$$x_1 = \frac{X_1 - 30}{20}, \quad x_2 = \frac{X_2 - 40}{25}, \quad x_3 = \frac{X_3 - 0{,}001}{0{,}0005}.$$

Подставляя эти выражения в полученное ранее выражение, определим факторную модель для натуральных значений:

$$y = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + B_3 X_3 + B_{12} X_1 X_2 + B_{13} X_1 X_3 + B_{23} X_2 X_3 + B_{123} X_1 X_2 X_3,$$

где

$B_0 = 0{,}021938;$

$B_1 = 0{,}002348;$

$B_2 = 0{,}002307;$

$B_3 = -6{,}447000;$

$B_{12} = -0{,}000016;$

$B_{13} = 1{,}435060;$

$B_{23} = -0{,}039400;$

$B_{123} = -0{,}010964.$

6. Выберем случайным образом 5 различных сочетаний уровней факторов в пределах принятых интервалов варьирования и вычислим оценки значений функции отклика (см. 4-ый столбец таблицы 2.4).

7. Для выбранных в п. 6 сочетаний уровней факторов проведем цифровой эксперимент и получим истинные значения функции отклика $y_{\text{экс}}$ (см. 5-ый столбец таблицы 2.4).

Таблица 2.4 – Оценки и истинные значения функции отклика

X_1, Ом	X_2, Ом	X_3, Ф	y, с	$y_{\text{эксп}}$, с	$\lvert y - y_{\text{эксп}} \rvert$, с
34	42	0,0008	0,195843	0,194031	0,001812
43	20	0,0014	0,218343	0,232773	0,014430
17	38	0,0012	0,150427	0,156462	0,006035
45	33	0,0014	0,236738	0,244987	0,008249
47	58	0,0005	0,236898	0,234254	0,002644

8. Сравним результаты, полученные в п. 6 и п. 7, вычислив $\left|y - y_{\text{эксп}}\right|$ (см. последний столбец таблицы 2.4). Полученные значения свидетельствуют о хорошем совпадении полученной факторной модели с экспериментальными данными.

Следует отметить, что при получении факторной модели в данной лабораторной работе предполагалось возможность получения абсолютно точных значений функции отклика. Это предположение справедливо, если речь идёт об обработке результатов цифрового моделирования, когда входные данные однозначно определяют значение функции отклика. Однако, если речь идёт об обработке данных физического эксперимента, процедура построения факторной модели значительно усложняется, так как при этом необходимо учитывать влияние погрешностей.

Контрольные вопросы

1. Что называют факторной моделью?
2. В чём суть пассивного и активного эксперимента при получении факторных моделей?
3. Что называют планированием эксперимента и в чём состоит его основная цель?
4. Каким образом выбираются факторы, их уровни, интервалы варьирования факторов?
5. Что называют полным факторным экспериментом?
6. Как определяется число опытов при полном факторном эксперименте?
7. Как строится матрица планирования полного факторного эксперимента?
8. Каковы основные свойства матрицы планирования полного факторного эксперимента?
9. Как вычисляются коэффициенты факторной модели при полном факторном эксперименте?

Лабораторная работа № 3.
Обработка результатов эксперимента при равномерном дублировании опытов

Цель работы: практическое применение знаний в области математики при обработке экспериментальных данных в случае равномерного дублирования опытов.

Задача: разработать факторную модель динамической системы в случае равномерного дублирования опытов и провести её исследование.

Этапы работы:

1. Изучить необходимый теоретический материал.
2. Для выбранных факторов определить центр эксперимента и интервалы варьирования каждого из факторов.
3. Провести полный факторный эксперимент для определения зависимости времени переходного процесса или перерегулирования от выбранных факторов, продублировав каждый из опытов 3 раза.
4. Сымитировать влияние случайной погрешности, добавив к каждому из результатов, полученных в п. 3, малую по модулю случайную величину.
5. Обработать полученные результаты и определить коэффициенты факторной модели для кодированных значений факторов и для их натуральных значений.
6. Выбрать случайным образом 5 различных сочетаний уровней факторов в пределах принятых интервалов варьирования и вычислить оценки значений функции отклика.
7. Для выбранных в п. 6 сочетаний уровней факторов провести цифровой эксперимент и получить истинные значения функции отклика.
8. Сравнить результаты, полученные в п. 6 и п. 7, и сделать выводы.
9. Оформить отчет по лабораторной работе.

Отчет о работе должен содержать:

1. Электрическую схему исследуемого устройства.
2. Список факторов, их основных уровней и интервалов варьирования.
3. Таблицу полного факторного эксперимента.
4. Пошаговое описание процедуры обработки экспериментальных данных.
5. Уравнение факторной модели в зависимости от кодированных значений факторов и от их натуральных значений.
6. Истинные значения и оценки величины функции отклика для выбранных сочетаний уровней факторов.
7. Выводы и заключения по лабораторной работе.

Варианты заданий.

Совпадают с тем, что были заданы при выполнении лабораторной работы № 1.

Список факторов, влияние которых на значение функции отклика следует оценить; показатель качества переходного процесса (время переходного процесса или перерегулирование), который следует использовать в качестве функции отклика; тип и характеристики распределения случайных величин, имитирующих возникновение погрешностей, задаются преподавателем.

Теоретическая справка

При проведении физического эксперимента всегда имеет место некоторая случайная погрешность, вызванная влиянием внешних условий (т. е. результатом измерения будет являться не истинное значение измеряемой величины, а некоторое близкое к нему число). Для компенсации влияния погрешностей каждый эксперимент рекомендуется проводить несколько раз.

Эксперименты, повторенные несколько раз при одних и тех же значениях факторов, называются **параллельными**. Постановку параллельных экспериментов также называют **дублированием опытов**. Обычно число параллельных экспериментов равно 2-3, но может быть и больше.

Возможно 3 варианта проведения параллельных экспериментов:

1. с равномерным дублированием;
2. с неравномерным дублированием;
3. без дублирования.

Равномерное дублирование – для всех строк матрицы планирования проводится одинаковое количество параллельных экспериментов.

Неравномерное дублирование – для каждой из строк матрицы планирования число параллельных экспериментов различно.

Отсутствие дублирования означает, что параллельные эксперименты не проводятся (каждый опыт проводится только 1 раз).

Наиболее предпочтительным из трех вариантов дублирования является вариант с равномерным дублированием опытов. В этом случае эксперимент отличается повышенной точностью, а математическая обработка результатов эксперимента – простотой.

Матрица планирования эксперимента в случае дублирования опытов будет содержать в себе несколько дополнительных столбцов. В качестве примера в таблице 3.1 представлена матрица планирования полного факторного эксперимента для случая двух факторов и трёхкратного дублирования опытов.

Столбцы $\boldsymbol{x_1}$ и $\boldsymbol{x_2}$ определяют условия проведения опытов, а остальные являются вспомогательными и служат для облегчения процесса обработки данных.

Таблица 3.1 – Равномерное дублирование опытов

Номер опыта	$\boldsymbol{x_0}$	$\boldsymbol{x_1}$	$\boldsymbol{x_2}$	$\boldsymbol{x_1 \cdot x_2}$	$\boldsymbol{y_i}$			$\boldsymbol{\overline{y}}$	$\boldsymbol{s^2}$	$\boldsymbol{s}$
1	+	+	+	+	y_{11}	y_{12}	y_{13}	$\overline{y}_1$	s_1^2	s_1
2	+	–	+	–	y_{21}	y_{22}	y_{23}	$\overline{y}_2$	s_2^2	s_2
3	+	+	–	–	y_{31}	y_{32}	y_{33}	$\overline{y}_3$	s_3^2	s_3
4	+	–	–	+	y_{41}	y_{42}	y_{43}	$\overline{y}_4$	s_4^2	s_4

Обработка результатов эксперимента при равномерном дублировании опытов осуществляется по следующей схеме.

1. Для каждой строки матрицы планирования по результатам n параллельных экспериментов находят среднее арифметическое значения функции отклика:

$$\overline{y}_j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_{ji} .$$

Здесь i – номер параллельного эксперимента, j – номер строки матрицы планирования.

2. Для каждой строки матрицы планирования вычисляют дисперсию эксперимента:

$$s_j^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(y_{ji} - \overline{y}_j\right)^2$$

и ошибку эксперимента (в статистике ее называют также стандартным отклонением):

$$s_j = \sqrt{s_j^2} .$$

3. Для каждой строки матрицы планирования проверяют наличие резко выделяющихся результатов. Если выборка, по которой ведется расчет статистических характеристик, имеет небольшой объем ($n \le 25$), то можно воспользоваться методом вычисления максимального относительного отклонения.

Для каждой строки матрицы планирования вычисляются величины $\tau_{\max}$ и $\tau_{\min}$:

$$\tau_{\max} = \frac{y_{j\max} - \overline{y}_j}{s_j};\ \tau_{\min} = \frac{\overline{y}_j - y_{j\min}}{s_j} .$$

Полученные значения сравнивают с соответствующим табличным показателем τ_{α} (максимальное относительное отклонение) и, если они оказывается больше, сомнительные результаты эксперимента исключаются из рассмотрения, а сам эксперимент проводится заново. После этого осуществляется обработка новых экспериментальных данных по схеме, начиная с первого пункта.

Величина τ_α есть функция от объема выборки n и принятого значения уровня значимости α. **Уровень значимости** α – это вероятность того, что отброшенный при проверке результат на самом деле не является промахом. С ним связано понятие **доверительной вероятности** – вероятности того, что отброшенный результат является промахом: $P = 1 - \alpha$. Чаще всего, α выбирается равным 0,05 (т. е. доверительная вероятность составляет 95%).

Значения максимального относительного отклонения в зависимости от объёма выборки и принятого уровня значимости, приведены в приложении 2.

Если повторное проведение экспериментов невозможно или нежелательно, то резко выделяющийся результат просто отбрасывают, а дальнейший расчет проводят по оставшейся выборке. При этом имеет место ситуация неравномерного дублирования опытов, при которой обработка данных осуществляется по иной схеме.

4. Проверяется однородность дисперсий экспериментов для всех строк матрицы планирования по критерию Кохрена. При этом вычисляется коэффициент:

$$G_p = \frac{s_{\max}^2}{\sum_{j=1}^{N} s_j^2}.$$

Значение параметра G_p сравнивают с табличным значением G_T при выбранном числе степеней свободы и уровне значимости. Если $G_p < G_T$, то дисперсии однородны.

Значения G_T в зависимости от количества проверяемых на однородность дисперсий (N) и количество экспериментов в каждой строке матрицы планирования (n) приведены в приложении 3.

Если дисперсии оказались неоднородны, то эксперимент следует провести заново и осуществить обработку результатов, начиная с первого пункта схемы.

5. Если дисперсии оказались однородными, то вычисляется дисперсия воспроизводимости по формуле:

$$s_y^2 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} s_j^2,$$

где N – число строк матрицы планирования.

6. По средним значениям функции отклика вычисляются коэффициенты факторной модели:

$$b_i = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left(x_{ij}\cdot \overline{y}_j\right), \qquad i = 0\ldots k.$$

$$b_{ip} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left(x_{ij}\cdot x_{pj}\cdot \overline{y}_j\right), \quad i = 1\ldots k;\ \ p = 1\ldots k.$$

7. Вычисляется дисперсия отдельного коэффициента факторной модели:

$$s_b^2 = \frac{s_y^2}{nN}$$

и ошибка определения коэффициентов:

$$s_b = \sqrt{s_b^2}.$$

8. Проверяется значимость коэффициентов факторной модели. Это можно сделать двумя способами:

- сравнением абсолютных величин коэффициентов с доверительным интервалом;
- с помощью t-критерия Стьюдента.

Величину доверительного интервала вычисляют по формуле:

$$\Delta b = \pm t_\tau s_b.$$

Величина t_τ – табличное значение критерия Стьюдента при принятом уровне значимости α и количестве степеней свободы $f = (n-1)N$.

Значения t_τ в зависимости от принятого уровня значимости и количестве степеней свободы приведены в приложении 4.

Коэффициент факторной модели значим, если его абсолютная величина больше доверительного интервала.

Во втором случае для каждого коэффициента факторной модели вычисляется величина:

$$\tau_p = \frac{|b_i|}{s_b}.$$

Коэффициент считается значимым, если полученное значение τ_p превосходит соответствующее табличное значение t_τ при принятом уровне значимости и количестве степеней свободы.

После проведения анализа статистически незначимые коэффициенты из модели удаляются (приравниваются к нулю).

9. Вычисляется дисперсия адекватности по формуле:

$$s_{ад}^2 = \frac{n}{N-P}\sum_{j=1}^{N}\left(\overline{y}_j - \widehat{y}_j\right)^2.$$

Здесь $\overline{y}_j$ – среднее значение функции отклика в j-ом опыте, $\widehat{y}_j$ – значение функции отклика, вычисленное по модели для условий j-го опыта, P – количество коэффициентов факторной модели, признанных значимыми.

Если $N = P$, то приведенная выше формула может служить для проверки правильности расчетов – в числителе все слагаемые должны быть равны нулю.

Дисперсия адекватности характеризует рассеяние эмпирических значений относительно расчетных, определенных по найденной факторной модели.

10. Проверяется адекватность полученной факторной модели по критерию Фишера. Для этого вычисляется величина:

$$F_p = \frac{s_{ад}^2}{s_y^2}.$$

Значение параметра F_p сравнивают с табличным значением F_T при выбранном числе степеней свободы и уровне значимости (таблица значений F_T приведена в Приложении 5).

Если $F_p < F_T$, то для принятого уровня значимости α и соответствующего числа степеней свободы (для $s_{ад}^2$: $f = N - P$, для s_y^2: $f = (n-1)N$) полученная факторная модель считается адекватной.

При $F_p > F_T$ гипотеза адекватности модели отвергается. В этом случае необходимо повторное проведение эксперимента.

Причинами неадекватности модели могут быть:

- неправильно выбранные интервалы варьирования факторов (как правило, они оказываются чрезмерно большими) и, как следствие, значительная кривизна поверхности отклика;
- большие погрешности установки значений факторов, измерений функции отклика.

Если факторная модель прошла проверку на адекватность, то она может быть использована для решения практических задач.

Пример

Требуется построить факторную модель динамической системы, электрическая схема которой приведена на рисунке 1.2, с использованием полного факторного эксперимента при наличии случайных погрешностей и равномерном дублировании опытов.

Проведем полный факторный эксперимент для определения зависимости времени переходного процесса от выбранных во 2-ой лабораторной работе факторов, продублировав каждый из опытов 3 раза. Влияние случайной погрешности имитируется добавлением к результату каждого опыта (полученному во 2-ой лабораторной работе), малых по модулю случайных величин (см. таблицу 3.2).

Таблица 3.2 – ПФЭ при равномерном дублировании опытов

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_3$	$x_2 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$	y_i		
1	+	+	+	+	+	+	+	+	0,274403	0,279178	0,281797
2	+	–	+	+	–	–	+	–	0,185883	0,181590	0,190904
3	+	+	–	+	–	+	–	–	0,242350	0,245888	0,255507
4	+	–	–	+	+	–	–	+	0,088971	0,085969	0,071849
5	+	+	+	–	+	–	–	–	0,257706	0,250592	0,245359
6	+	–	+	–	–	+	–	+	0,188253	0,183524	0,164587
7	+	+	–	–	–	–	+	+	0,196232	0,189504	0,190886
8	+	–	–	–	+	+	+	–	0,078561	0,079846	0,081248

Обработку результатов эксперимента проведем по следующей схеме:

1. Для каждой строки матрицы планирования по результатам n параллельных экспериментов находим среднее арифметическое значения функции отклика:

$$\overline{y}_j = \frac{y_{j1} + y_{j2} + y_{j3}}{3}.$$

2. Для каждой строки матрицы планирования вычисляем дисперсию эксперимента:

$$s_j^2 = \frac{\left(y_{j1} - \overline{y}_j\right)^2 + \left(y_{j2} - \overline{y}_j\right)^2 + \left(y_{j3} - \overline{y}_j\right)^2}{2}.$$

и ошибку эксперимента:

$$s_j = \sqrt{s_j^2}.$$

Результаты расчетов приведены в соответствующих столбцах таблицы 3.3.

Таблица 3.3 – Результаты предварительной обработки данных

Номер опыта	$\overline{y}$	s^2	s
1	0,278459	0,000014	0,003742
2	0,186126	0,000022	0,00469
3	0,247915	0,000046	0,006782
4	0,082263	0,000084	0,009165
5	0,251219	0,000038	0,006164
6	0,178788	0,000157	0,01253
7	0,192207	0,000013	0,003606
8	0,079885	0,000002	0,001414
max		**0,000157**	
sum		**0,000376**	

3. Для каждой строки матрицы планирования вычислим величины $\tau_{\max}$ и $\tau_{\min}$. Результаты расчётов приведены в соответствующих столбцах таблицы 3.4.

Таблица 3.4 – Результаты расчетов $\tau_{\max}$ и $\tau_{\min}$

Номер опыта	$y_{\max}$	$y_{\min}$	$\bar{y}$	s	$\tau_{\max}$	$\tau_{\min}$
1	0,281797	0,274403	0,278459	0,003742	0,892036	1,083912
2	0,190904	0,18159	0,186126	0,00469	1,018763	0,967164
3	0,255507	0,24235	0,247915	0,006782	1,119434	0,820554
4	0,088971	0,071849	0,082263	0,009165	0,731915	1,136279
5	0,257706	0,245359	0,251219	0,006164	1,052401	0,950681
6	0,188253	0,164587	0,178788	0,01253	0,755387	1,13336
7	0,196232	0,189504	0,192207	0,003606	1,116195	0,749584
8	0,081248	0,078561	0,079885	0,001414	0,963932	0,936351

Полученные значения $\tau_{\max}$ и $\tau_{\min}$ сравним с табличным показателем τ_α. При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ и $n = 3$ получим $\tau_\alpha = 1{,}41$ (см. приложение 2). Все значения $\tau_{\max}$ и $\tau_{\min}$ меньше табличного показателя. Это означает, что эксперимент не содержит «сомнительных» результатов, которые следует отбросить.

4. Проверим однородность дисперсий экспериментов для всех строк матрицы планирования по критерию Кохрена. Вычислим коэффициент:

$$G_p = \frac{s_{\max}^2}{\sum\limits_{j=1}^{N} s_j^2} = \frac{0{,}000157}{0{,}000376} \approx 0{,}4176.$$

Значение параметра G_p сравним с табличным значением G_T (см. приложение 3). При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$, $N = 8$, $n = 3$ получим $G_T = 0{,}5157$. Так как $G_p < G_T$, то дисперсии однородны, эксперимент проводить заново не следует.

5. Так как дисперсии оказались однородными, то вычисляем дисперсию воспроизводимости по формуле:

$$s_y^2 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} s_j^2 = \frac{1}{8}\cdot 0{,}000376 \approx 0{,}000047.$$

6. По средним значениям функции отклика вычисляем

коэффициенты факторной модели:

$$b_0 = \frac{1}{8} \cdot (0,278459 + 0,186126 + 0,247915 + 0,082263 + 0,251219 +$$
$$+ 0,178788 + 0,192207 + 0,079885) \approx 0,187108.$$

$$b_1 = \frac{1}{8} \cdot (0,278459 - 0,186126 + 0,247915 - 0,082263 + 0,251219 -$$
$$- 0,178788 + 0,192207 - 0,079885) \approx 0,055342.$$

$$b_2 = \frac{1}{8} \cdot (0,278459 + 0,186126 - 0,247915 - 0,082263 + 0,251219 +$$
$$+ 0,178788 - 0,192207 - 0,079885) \approx 0,036540.$$

$$b_3 = \frac{1}{8} \cdot (0,278459 + 0,186126 + 0,247915 + 0,082263 - 0,251219 -$$
$$- 0,178788 - 0,192207 - 0,079885) \approx 0,011583.$$

$$b_{12} = \frac{1}{8} \cdot (0,278459 - 0,186126 - 0,247915 + 0,082263 - 0,251219 -$$
$$- 0,178788 - 0,192207 + 0,079885) \approx -0,014151.$$

$$b_{13} = \frac{1}{8} \cdot (0,278459 - 0,186126 + 0,247915 - 0,082263 - 0,251219 +$$
$$+ 0,178788 - 0,192207 + 0,079885) \approx 0,009154.$$

$$b_{23} = \frac{1}{8} \cdot (0,278459 + 0,186126 - 0,247915 - 0,082263 - 0,251219 -$$
$$- 0,178788 + 0,192207 + 0,079885) \approx -0,002939.$$

$$b_{123} = \frac{1}{8} \cdot (0,278459 - 0,186126 - 0,247915 + 0,082263 - 0,251219 +$$
$$+ 0,178788 + 0,192207 - 0,079885) \approx -0,004179.$$

7. Вычислим дисперсию отдельного коэффициента факторной модели:

$$s_b^2 = \frac{s_y^2}{nN} = \frac{0,000047}{3 \cdot 8} \approx 0,000002$$

и ошибку определения коэффициентов:

$$s_b = \sqrt{s_b^2} = \sqrt{0,000002} \approx 0,001399\,.$$

8. Проверим значимость коэффициентов факторной модели с помощью t-критерия Стьюдента.

Для этого для каждого коэффициента факторной модели вычислим величину τ_p. Результаты расчёта приведены в таблице 3.5.

Таблица 3.5 – Значения τ_p

№	b_i	τ_p
1	0,187108	133,7441
2	0,055342	39,55826
3	0,03654	26,11866
4	0,011583	8,279485
5	–0,01415	10,11508
6	0,009154	6,543245
7	–0,002939	2,100786
8	–0,00418	2,987134

Коэффициент считается значимым, если полученное значение τ_p превосходит соответствующее табличное значение t_τ. При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ и количестве степеней свободы $f = (n-1)N = (3-1)\cdot 8 = 16$ величина $t_\tau = 2{,}12$ (см. приложение 4).

В нашем случае коэффициент $b_{23} = -0{,}002939$ является статистически незначимым ($\tau_p = 2{,}100786 < 2{,}12$) и из модели удаляется (приравнивается к нулю).

В итоге получим:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{123}x_1x_2x_3.$$

9. Вычислим дисперсию адекватности по формуле:

$$s^2_{\text{ад}} = \frac{n}{N-P}\sum_{j=1}^{N}\left(\bar{y}_j - \hat{y}_j\right)^2 = \frac{3}{8-7}\cdot 0{,}000069 \approx 0{,}000207.$$

Здесь $\bar{y}_j$ – среднее значение функции отклика в j-ом опыте, $\hat{y}_j$ – значение функции отклика, вычисленное по модели для условий j-го опыта, P – количество коэффициентов факторной модели, признанных значимыми.

Результаты вспомогательных расчётов представлены в таблице 3.6.

Таблица 3.6 – Расчёт дисперсии адекватности

Номер опыта	x_1	x_2	x_3	$\overline{y}_j$	$\hat{y}_j$	$\left(\overline{y}_j - \hat{y}_j\right)^2$
1	**1**	**1**	**1**	0,278459	0,281398	0,000008638
2	**–1**	**1**	**1**	0,186126	0,189065	0,000008638
3	**1**	**–1**	**1**	0,247915	0,244977	0,000008632
4	**–1**	**–1**	**1**	0,082263	0,079325	0,000008632
5	**1**	**1**	**–1**	0,251219	0,248281	0,000008632
6	**–1**	**1**	**–1**	0,178788	0,175850	0,000008632
7	**1**	**–1**	**–1**	0,192207	0,195146	0,000008638
8	**–1**	**–1**	**–1**	0,079885	0,082824	0,000008638
sum						**0,000069**

10. Проверим адекватность полученной факторной модели по критерию Фишера. Для этого вычислим величину:

$$F_p = \frac{s_{\text{ад}}^2}{s_{\text{у}}^2} = \frac{0,000207}{0,000047} = 4,40925.$$

Значение параметра F_p сравниваем с табличным значением F_T (см. приложение 5). При уровне значимости $\alpha = 0,05$, числе степеней свободы $f = N - P = 8 - 7 = 1$ для $s_{\text{ад}}^2$ и $f = (n-1)N = (3-1)\cdot 8 = 16$ для $s_{\text{у}}^2$ получим $F_T = 4,5$.

Так как $F_p < F_T$ гипотеза адекватности модели принимается. Следовательно, полученная факторная модель может быть использована на практике.

Найдём коэффициенты модели в зависимости от натуральных значений факторов так же, как это делалось ранее в лабораторной работе 2.

Получим:

$$y = B_0 + B_1X_1 + B_2X_2 + B_3X_3 + B_{12}X_1X_2 + B_{13}X_1X_3 + B_{23}X_2X_3 + B_{123}X_1X_2X_3\ ,$$

где

$B_0 = 0{,}036024;$

$B_1 = 0{,}002315;$

$B_2 = 0{,}001809;$

$B_3 = -24{,}355200;$

$B_{12} = -0{,}000012;$

$B_{13} = 1{,}584040;$

$B_{23} = 0{,}501480;$

$B_{123} = -0{,}016716.$

Выберем случайным образом 5 различных сочетаний уровней факторов в пределах принятых интервалов варьирования и вычислим оценки значений функции отклика (см. 4-ый столбец таблицы 3.7).

Таблица 3.7 – Оценки и истинные значения функции отклика

X_1, Ом	X_2, Ом	X_3, Ф	y, с	$y_{эксп}$, с	$\lvert y - y_{эксп} \rvert$, с
34	42	0,0008	0,197223	0,194031	0,003192
43	20	0,0014	0,219578	0,232773	0,013195
17	38	0,0012	0,150963	0,156462	0,005499
45	33	0,0014	0,238162	0,244987	0,006825
47	58	0,0005	0,240640	0,234254	0,006386

Сравним оценки и истинные значения времени переходного процесса, вычислив $\lvert y - y_{эксп} \rvert$ (см. последний столбец таблицы 3.7). Полученные результаты показывают, что отклонения расчётных значений от реальных не превосходят нескольких процентов.

Контрольные вопросы

1. Почему при построении факторных моделей необходимо дублировать опыты?
2. Каковы основные этапы обработки результатов эксперимента?
3. Как можно выделить среди полученных результатов резко выделяющиеся значения (промахи)?

4. Как определить коэффициенты факторной модели при ПФЭ с равномерным дублированием?
5. Как можно проверить адекватность полученной факторной модели?
6. По каким причинам разработанная факторная модель может оказаться неадекватной?

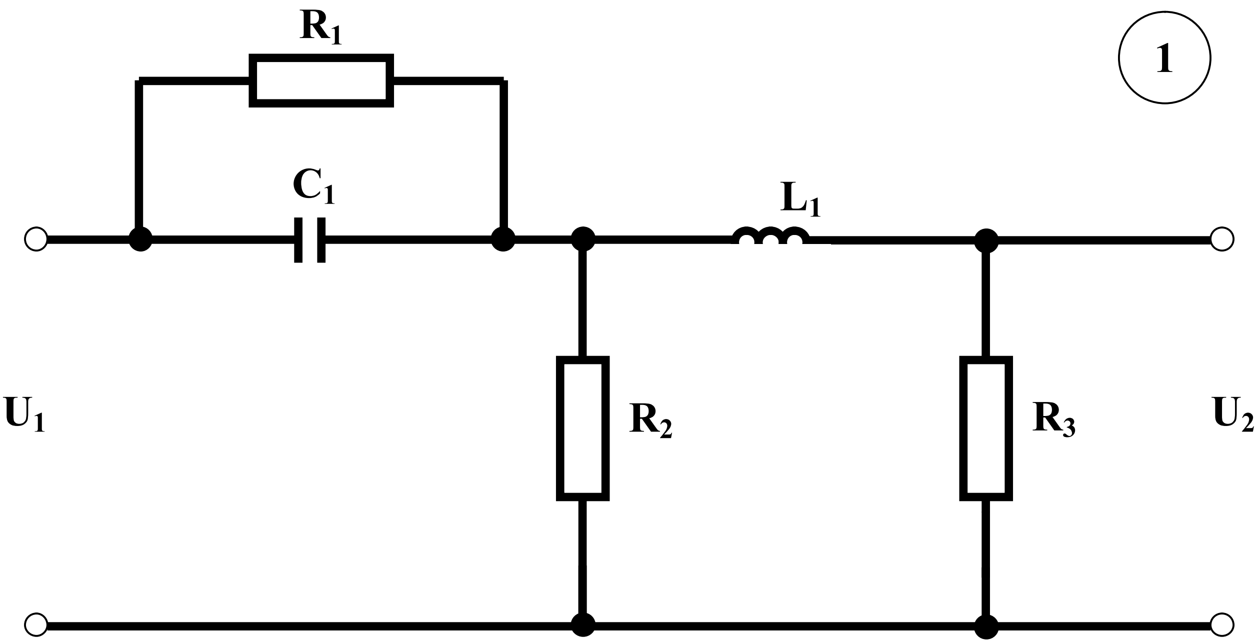
Список источников

1. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1976. 280 с.
2. Блохин В. Г., Глудкин О. П., Гуров А. И., Ханин М. А. Современный эксперимент: подготовка, проведение, анализ результатов. М.: Радио и связь, 1997. 232 с.
3. Волосухин В. А., Тищенко А. И. Планирование научного эксперимента. М.: Инфра-М РИОР, 2014. 175 с.
4. Григорьев Ю. Д. Методы оптимального планирования эксперимента. Линейные модели. М. Лань, 2015. 320 с.
5. Дьяконов В. П. Matlab 6.5 SP1/7.0 + Simulink 5/6 в математике и моделировании. Серия «Библиотека профессионала». М.: СОЛОН-Пресс, 2005. 576 с.
6. Ермаков С. М., Бродский В. З., Жиглявский А. А. и др. Математическая теория планирования эксперимента. М.: ФИЗМАТЛИТ, 1983. 392 с.
7. Красовский Г. И., Филаретов Г. Ф. Планирование эксперимента. Мн.: Изд-во БГУ, 1982. 302 с.
8. Мещеряков В. В. Задачи по статистике и регрессионному анализу с MATLAB. М.: Диалог-МИФИ, 2009. 448 с.
9. Монтгомери Д.К. Планирование эксперимента и анализ данных. Л.: Судостроение, 1980. 380 с.
10. Рыков В. В., Иткин В. Ю. Математическая статистика и планирование эксперимента. М.: МАКС Пресс, 2010. 210 с.
11. Сидняев Н. И. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных. М.: Юрайт, 2012. 400 с.
12. Спиридонов А. А. Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов. М.: Машиностроение, 1981. 184 с.
13. Тамразов А. М. Планирование и анализ регрессионных экспериментов в технологических исследованиях. Киев: Наукова думка, 1987. 176 с.

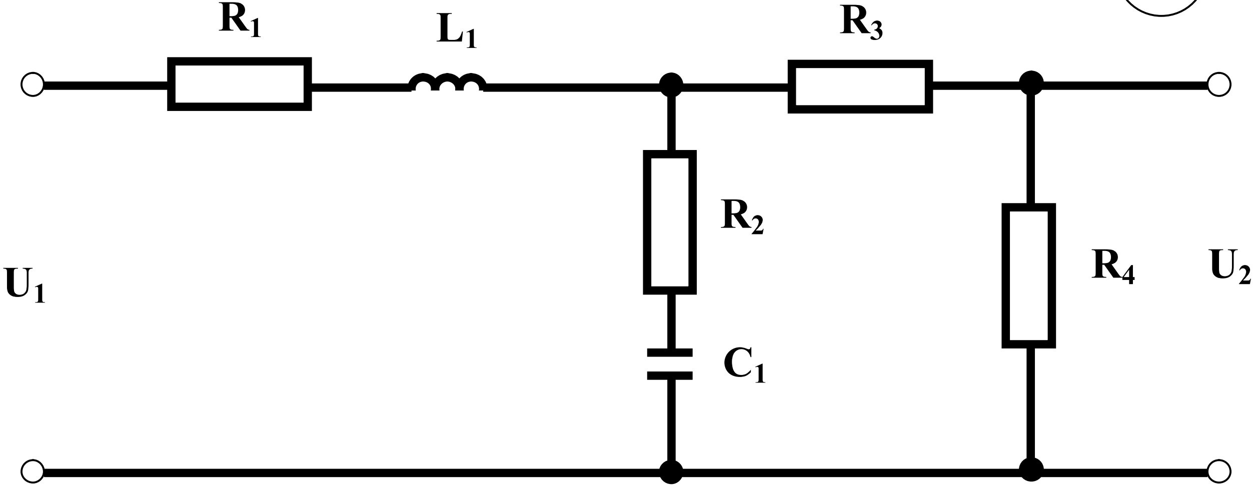
14. Тарасик В. П. Математическое моделирование технических систем. Минск: Новое знание, 2013. 584 с.

Приложение 1

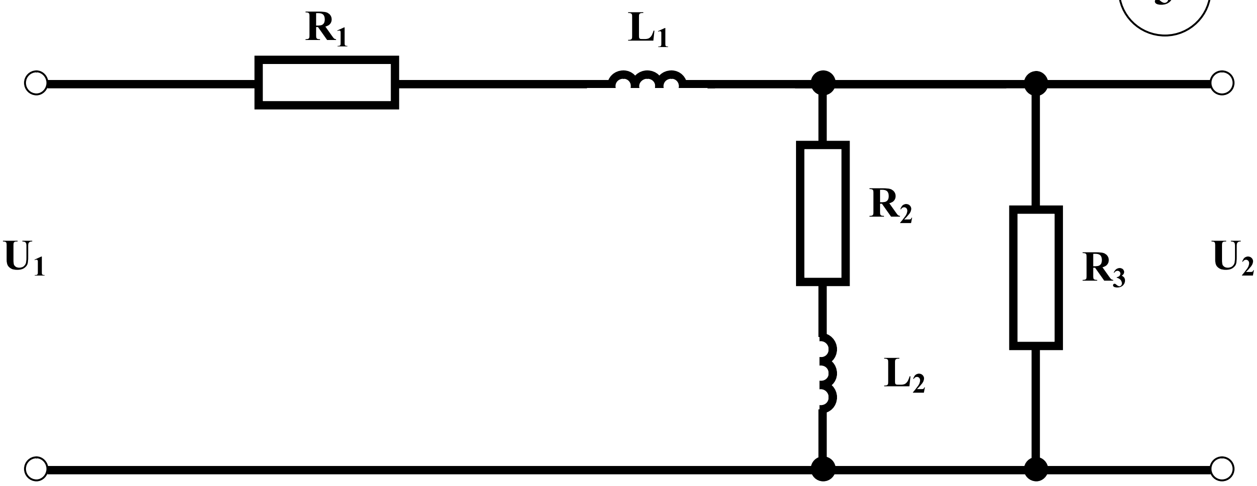
1



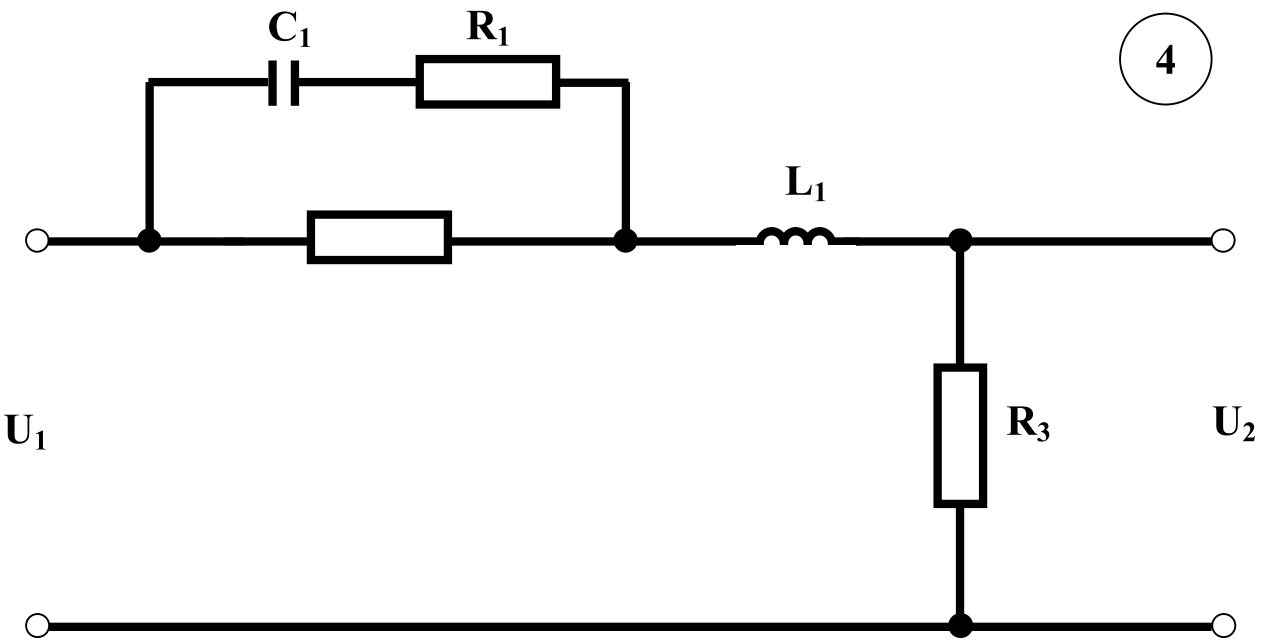
2



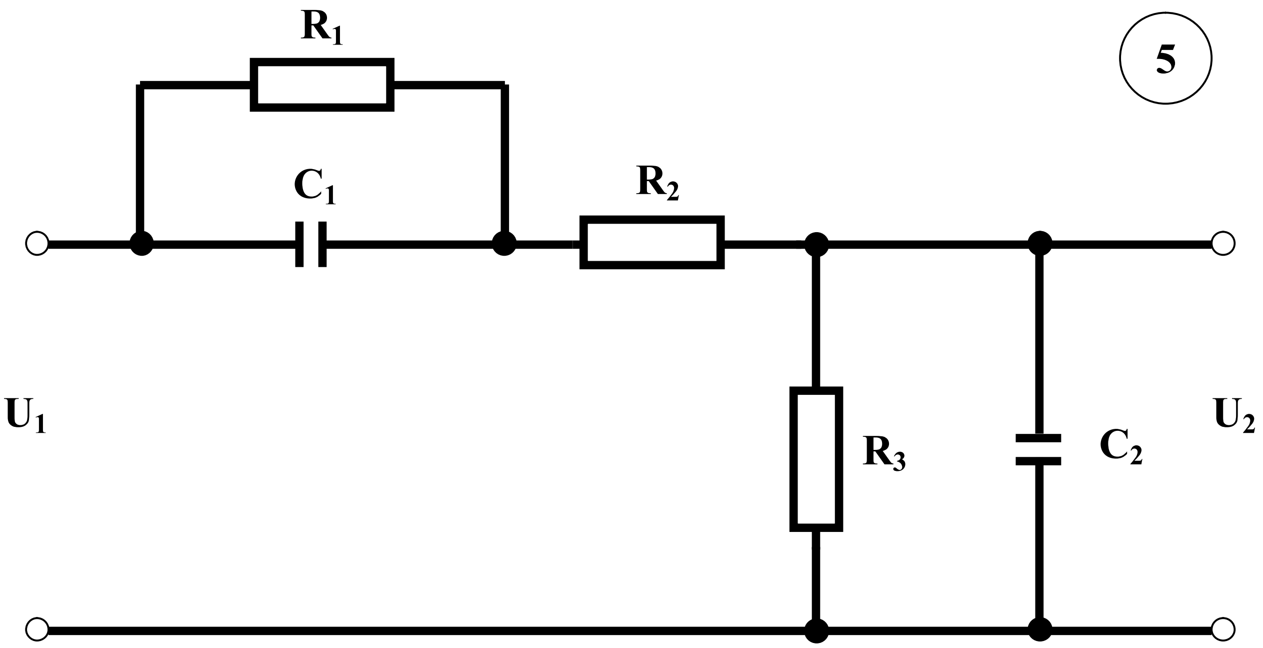
3



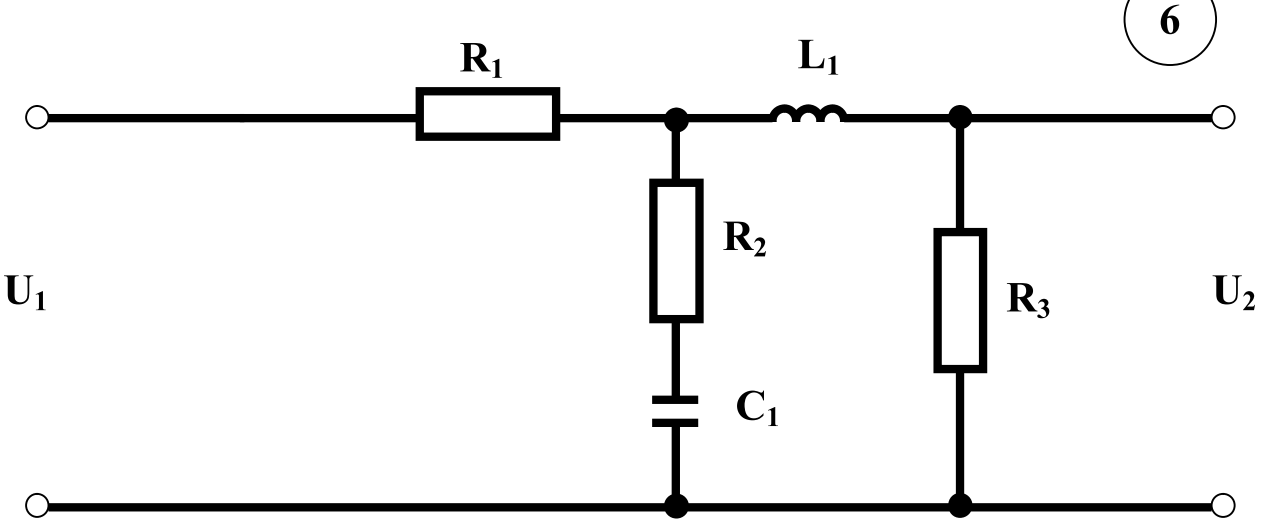
4

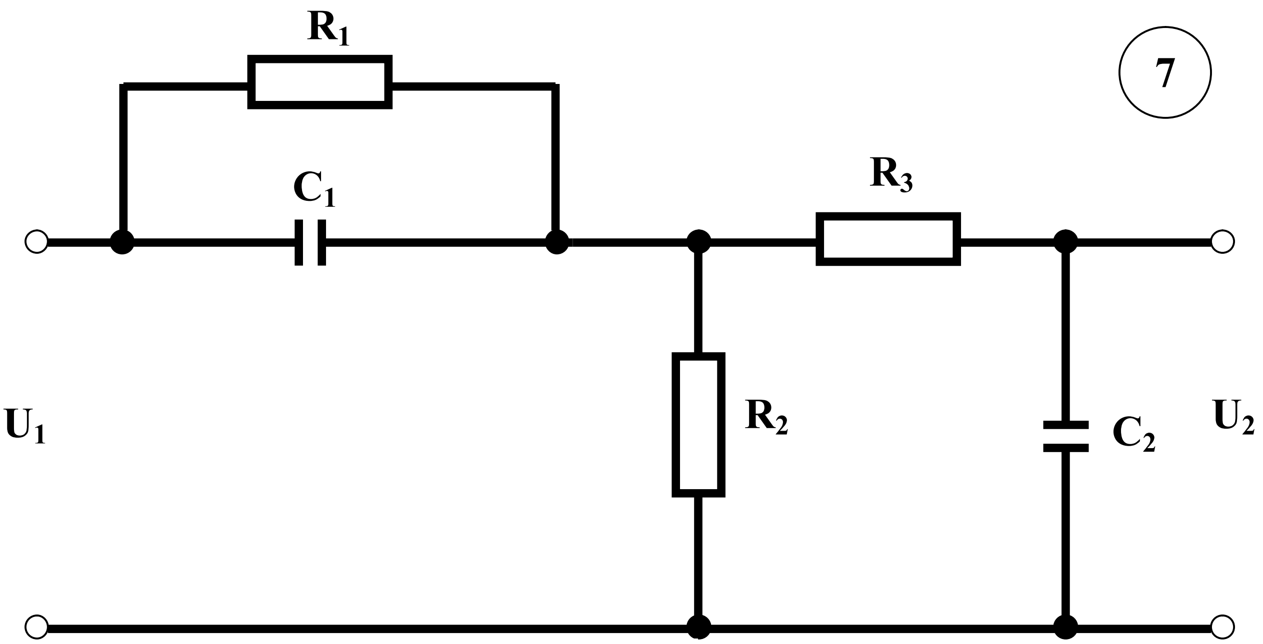


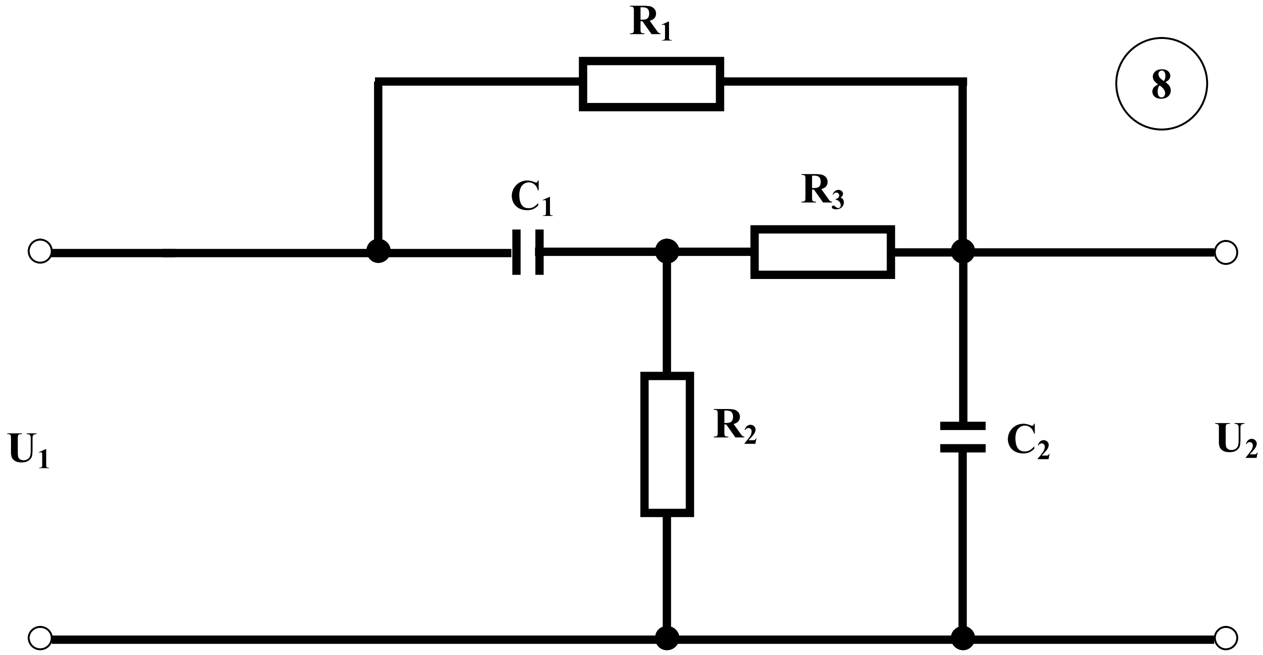
5

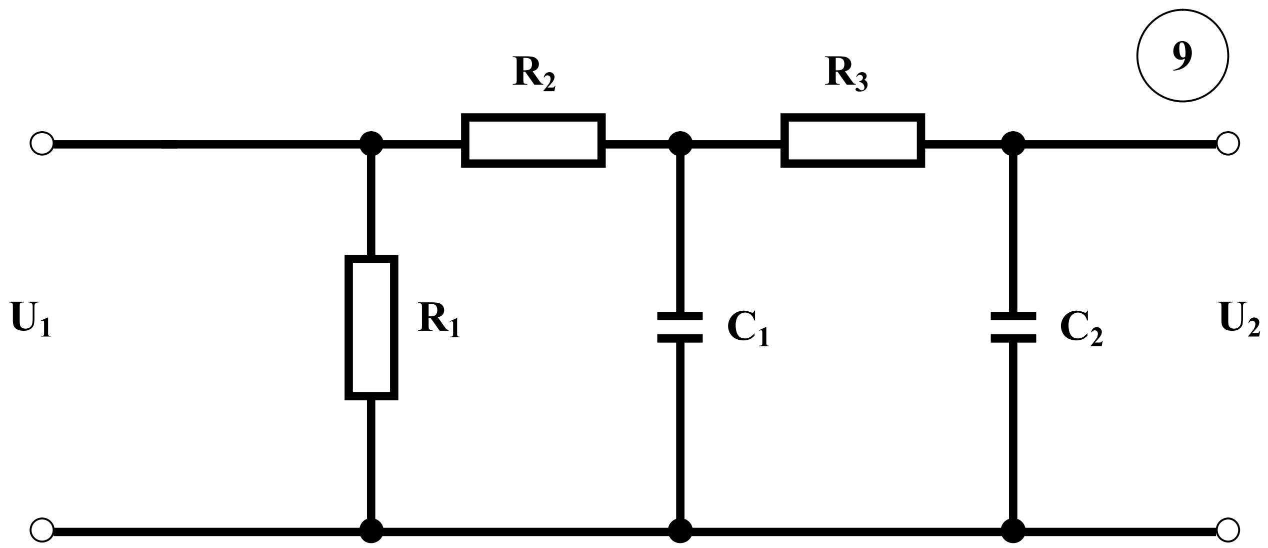


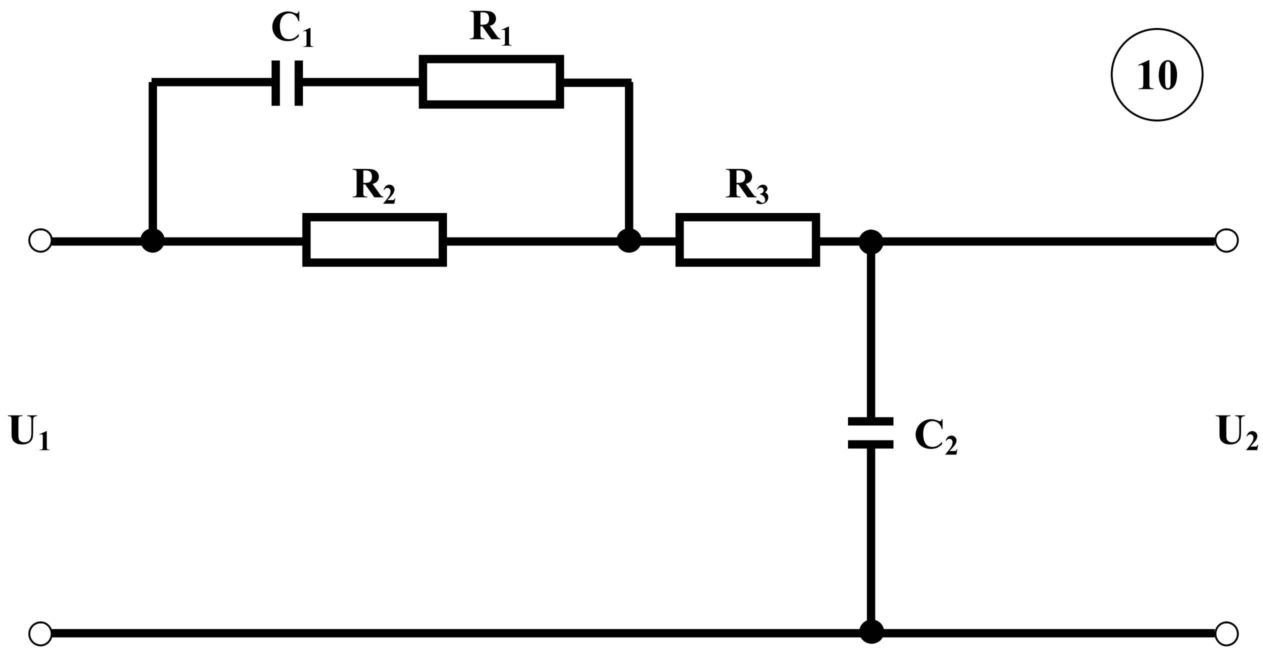
6

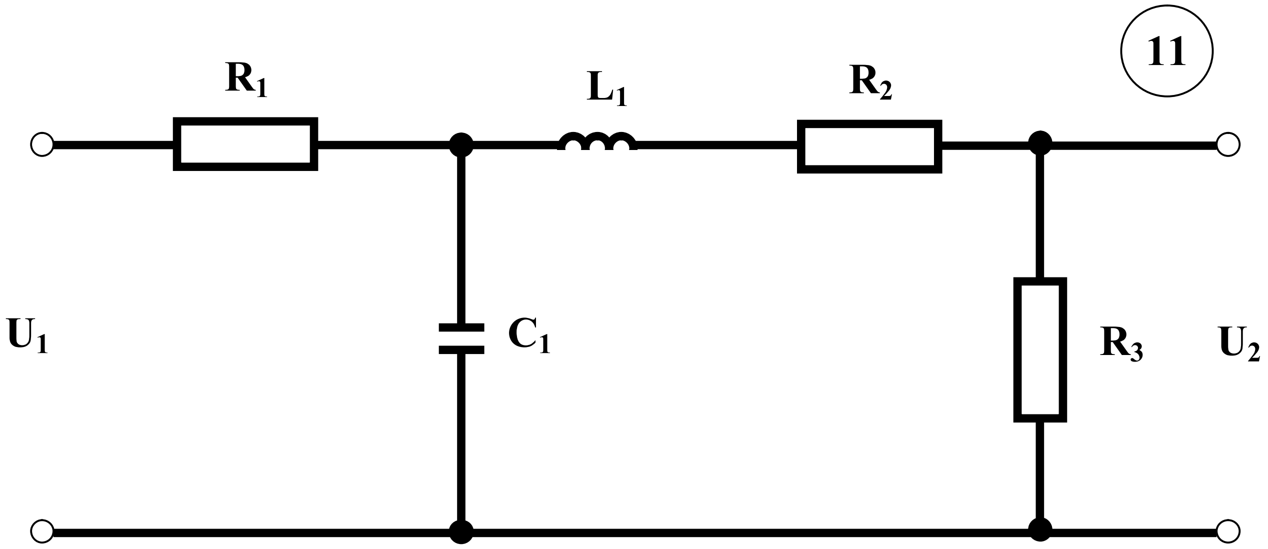


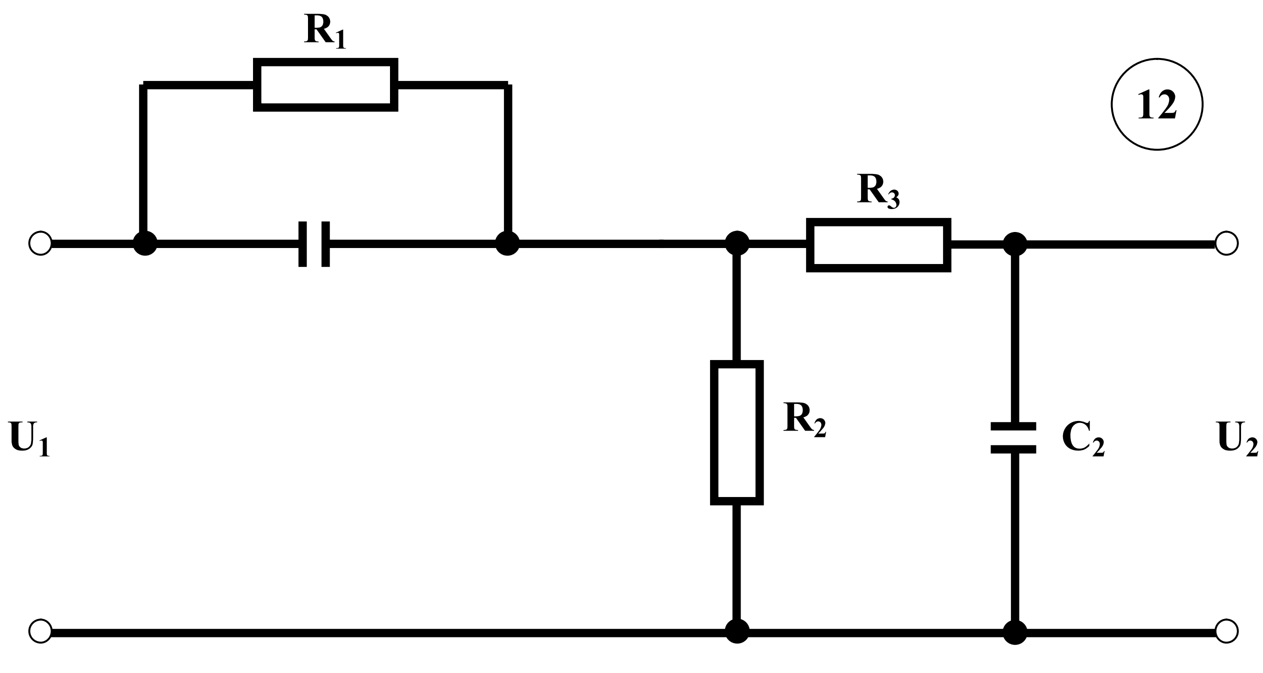

7
R1
C1
R3
R2
C2
U1
U2


8
R1
C1
R3
R2
C2
U1
U2

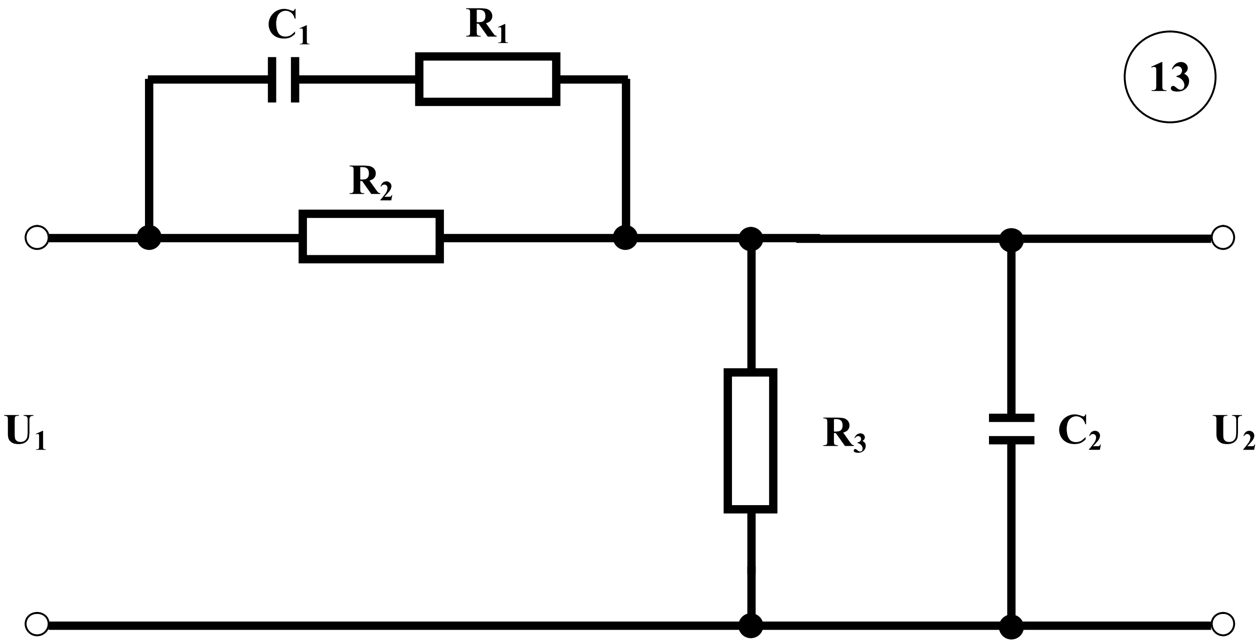

9
R2
R3
R1
C1
C2
U1
U2


C1
R1
10
R2
R3
U1
C2
U2

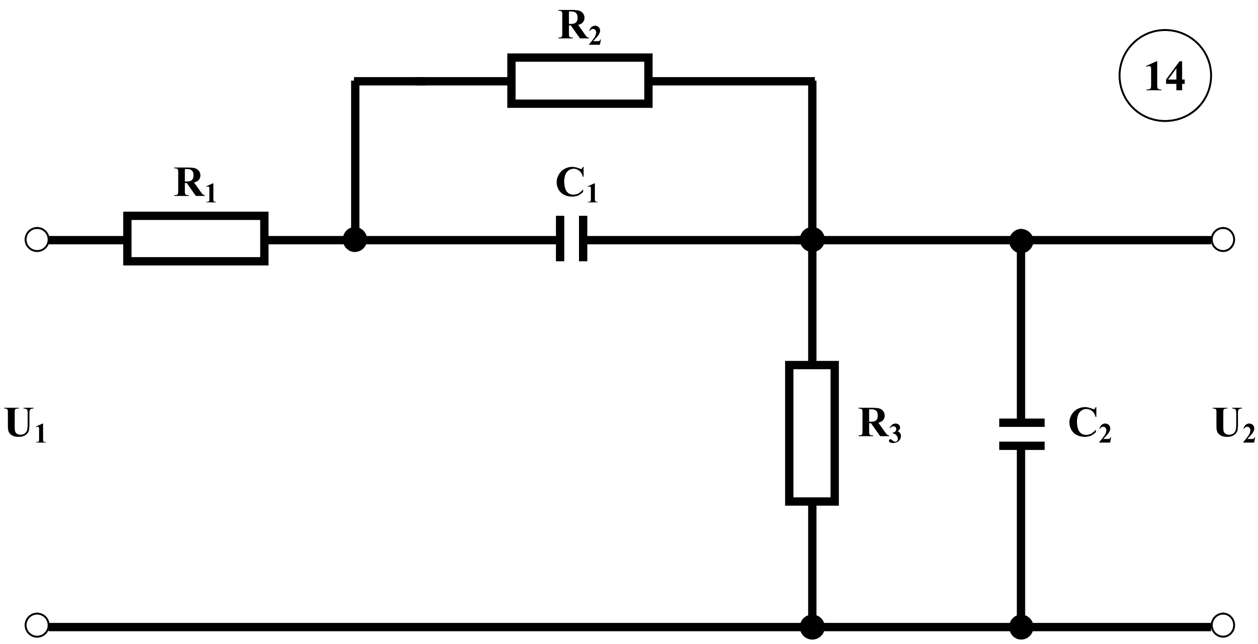

11
R1
L1
R2
U1
C1
R3
U2


R1
12
R3
U1
R2
C2
U2

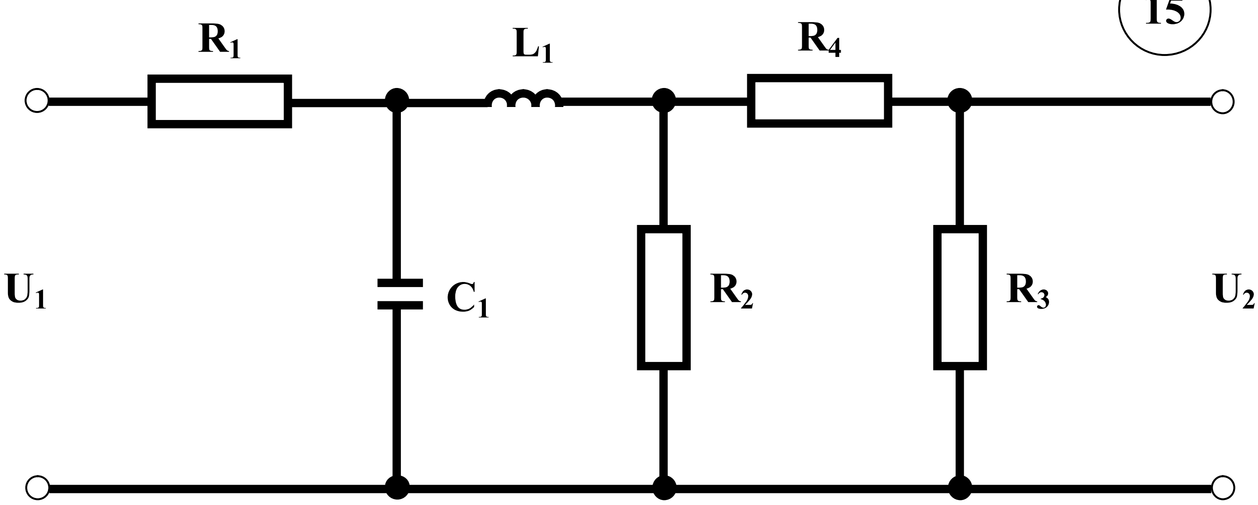
13

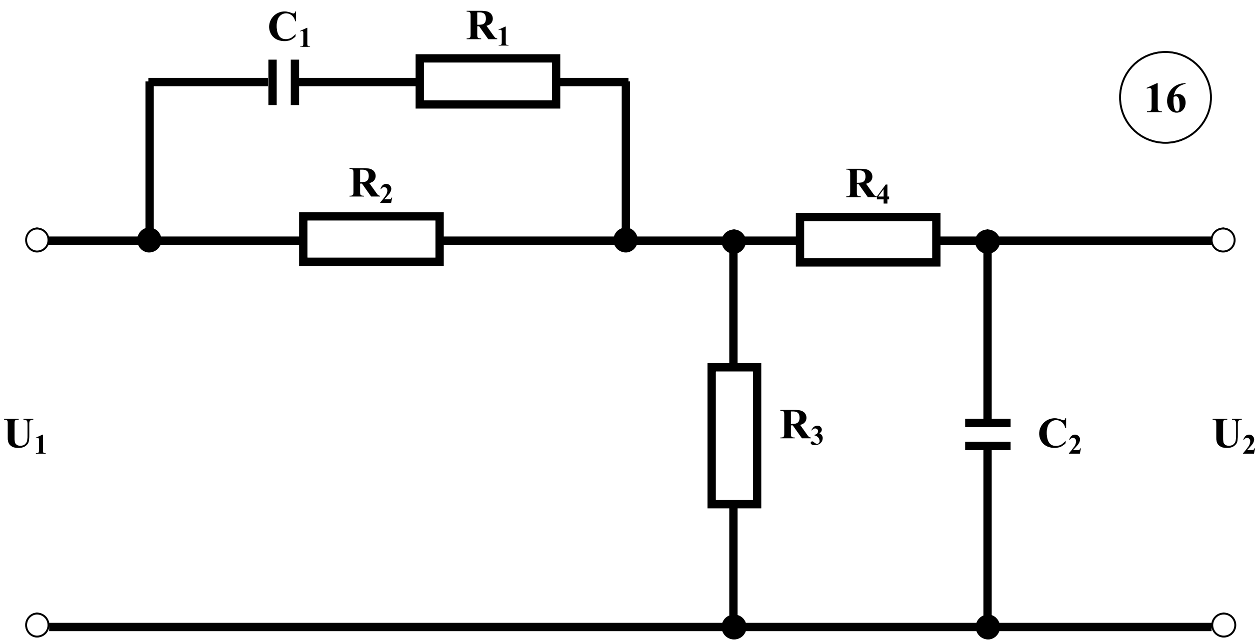


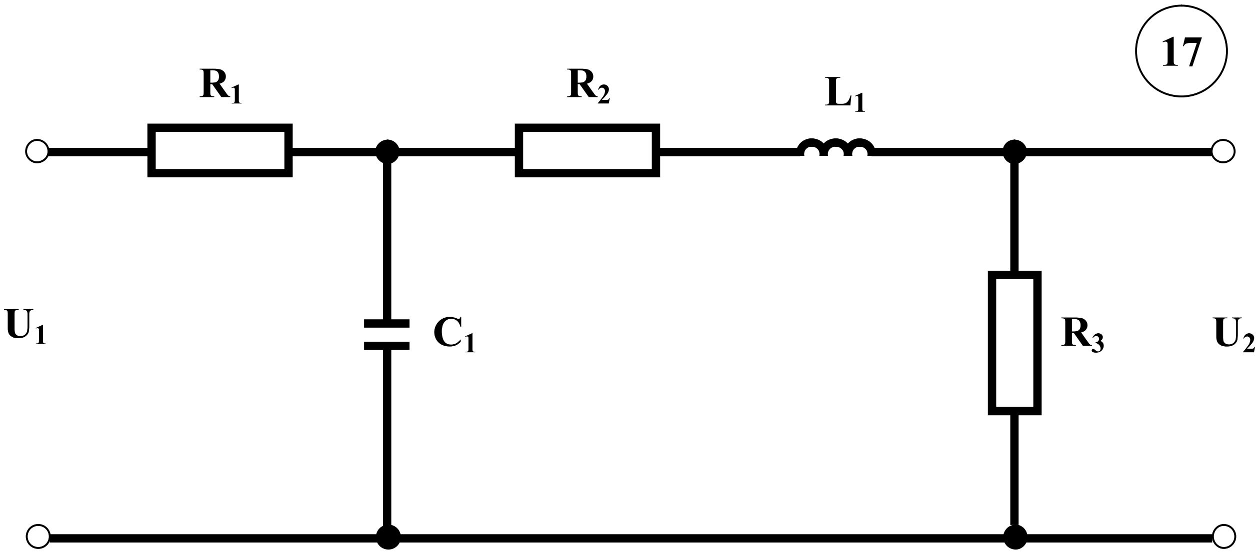
14

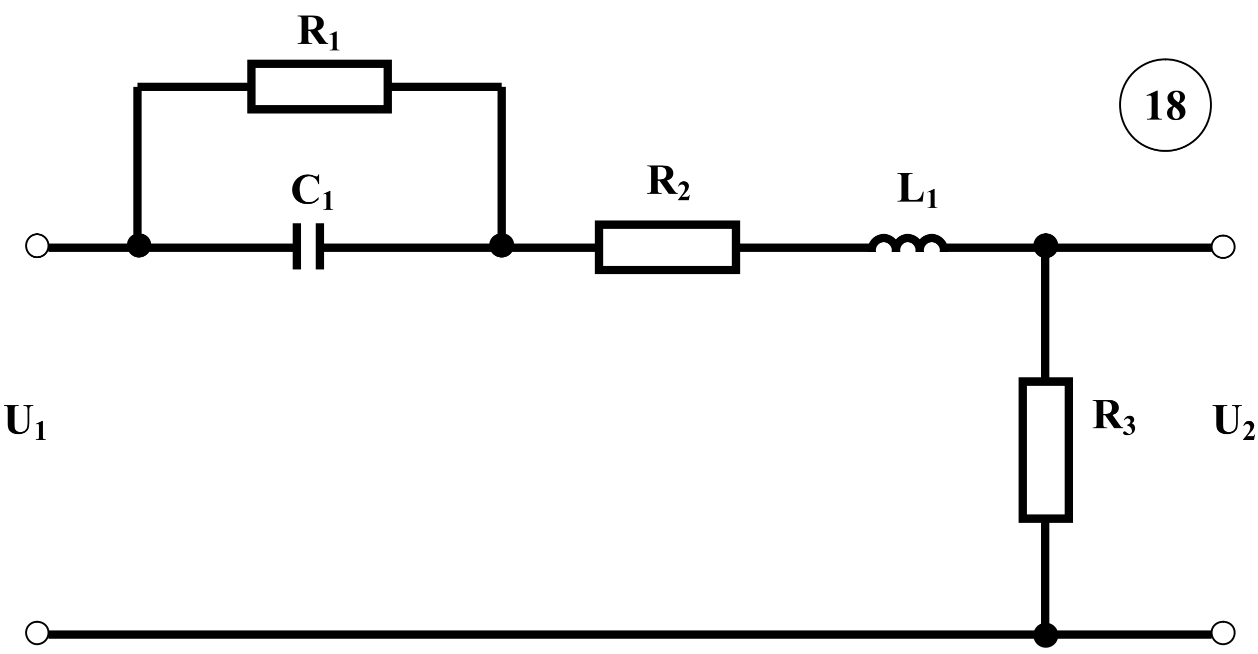


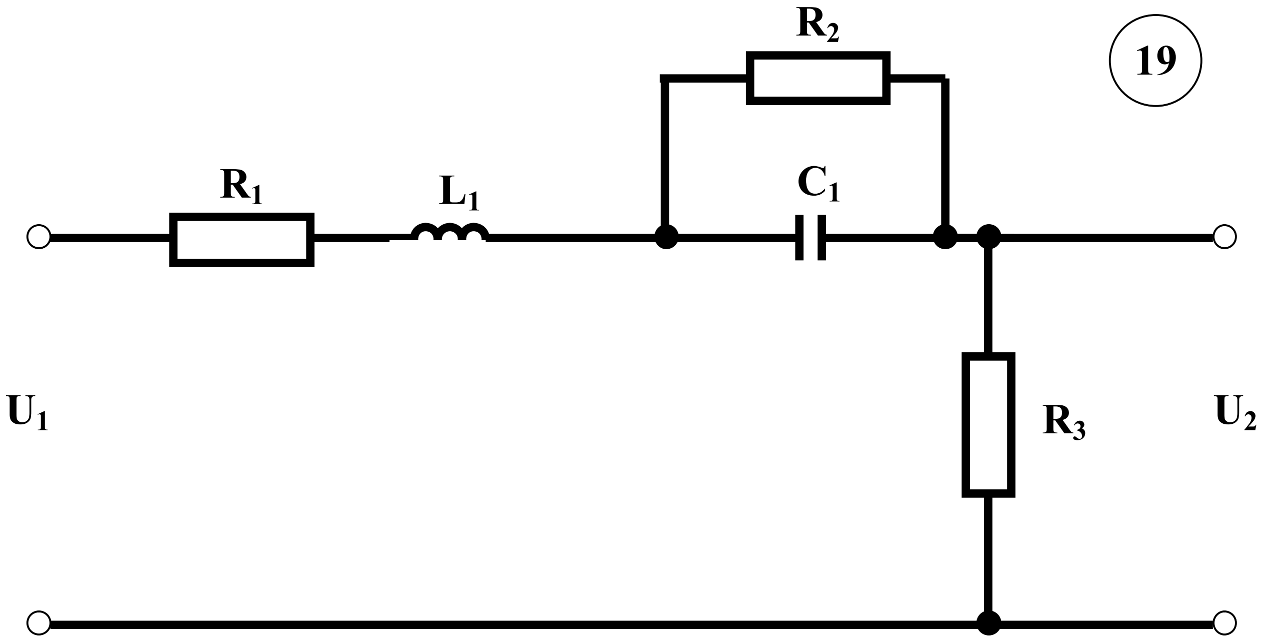
15



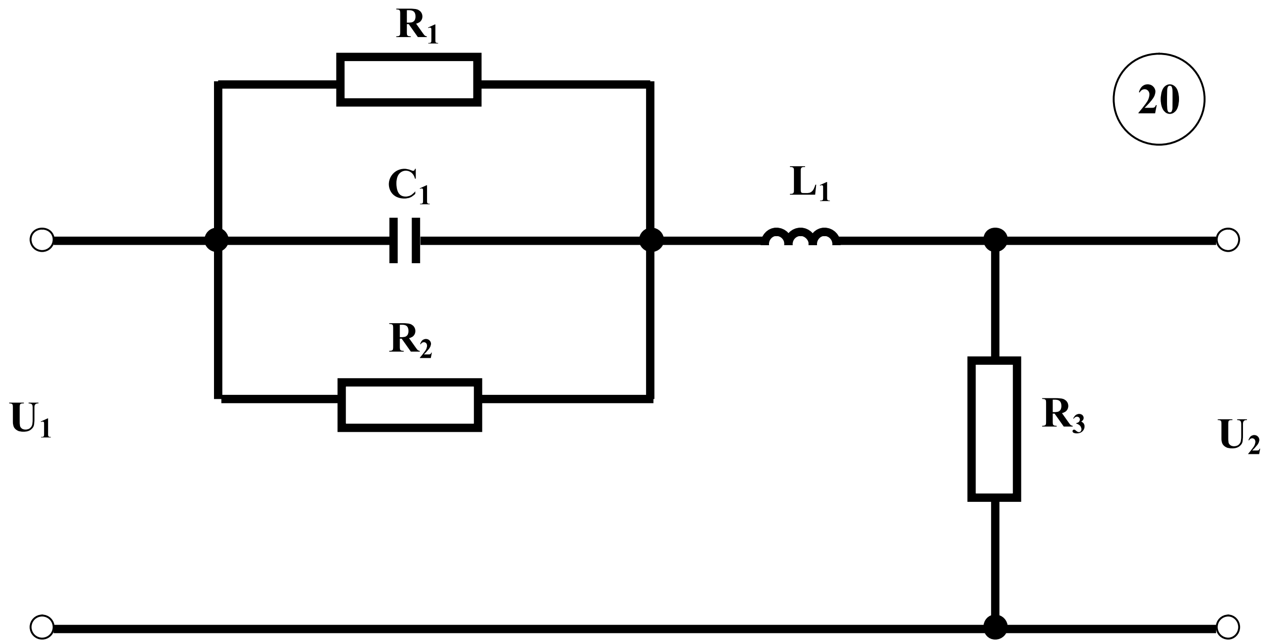

C1
R1
16
R2
R4
U1
R3
C2
U2


17
R1
R2
L1
U1
C1
R3
U2

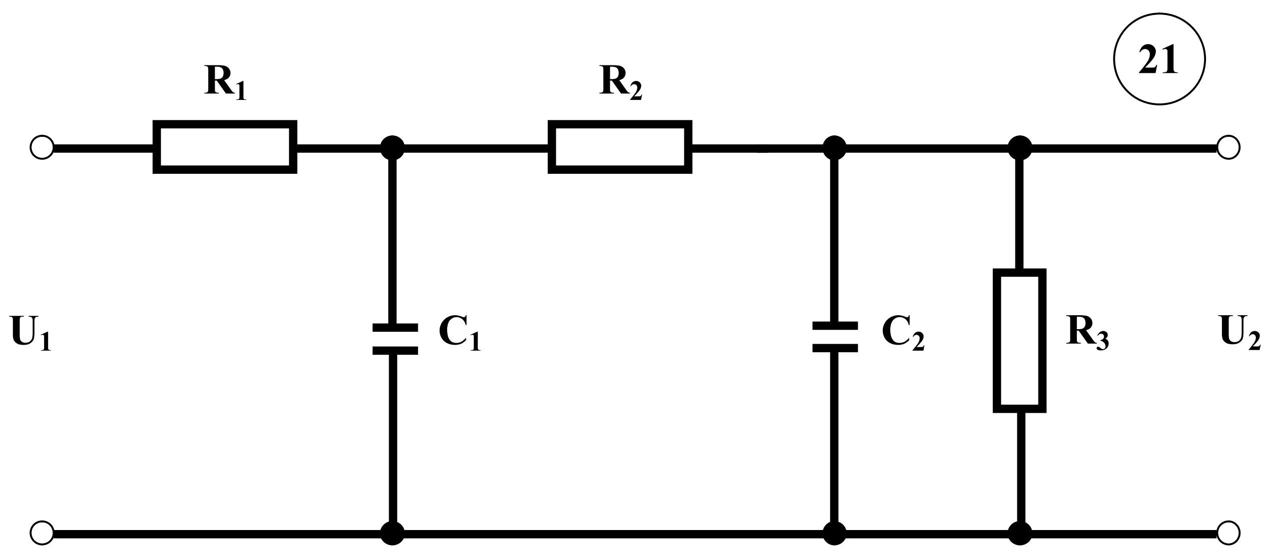

R1
18
C1
R2
L1
U1
R3
U2



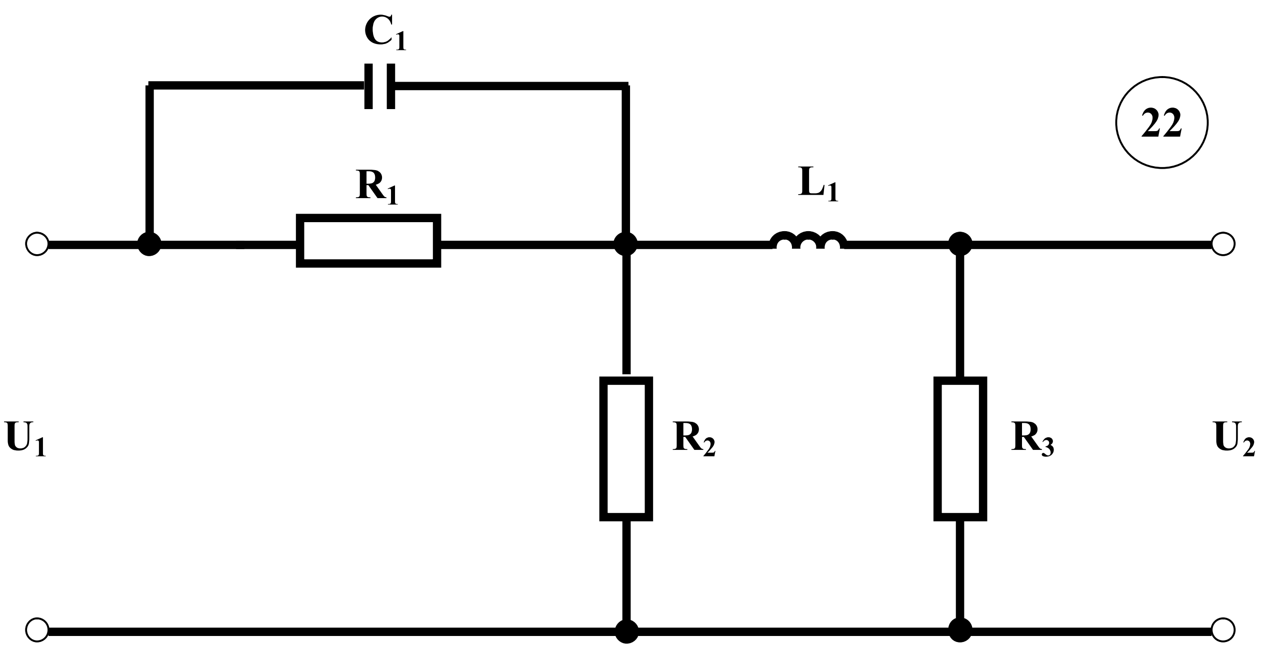
19
R2
R1
L1
C1
U1
R3
U2



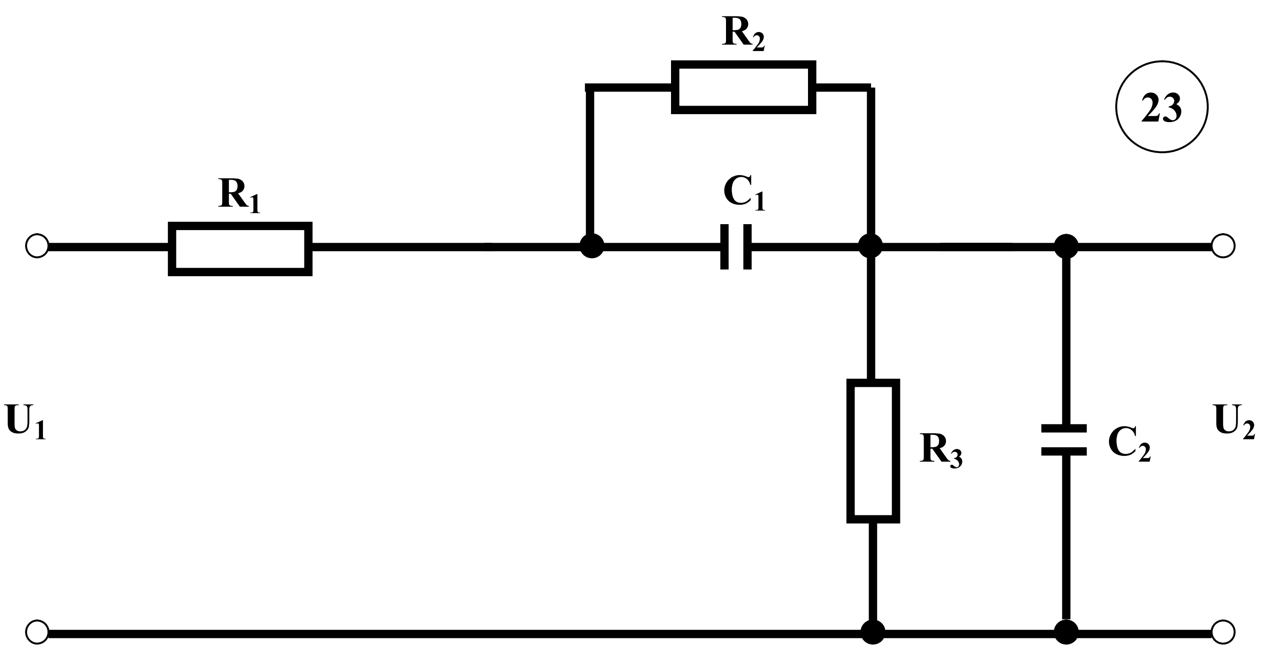
R1
20
C1
L1
R2
U1
R3
U2



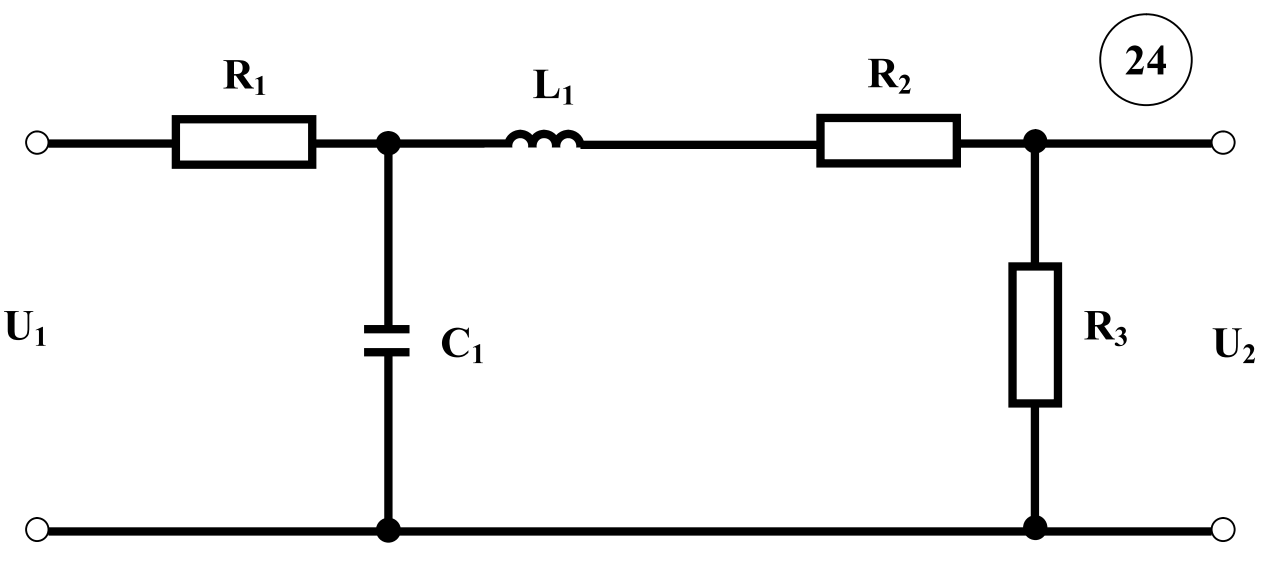
21
R1
R2
U1
C1
C2
R3
U2



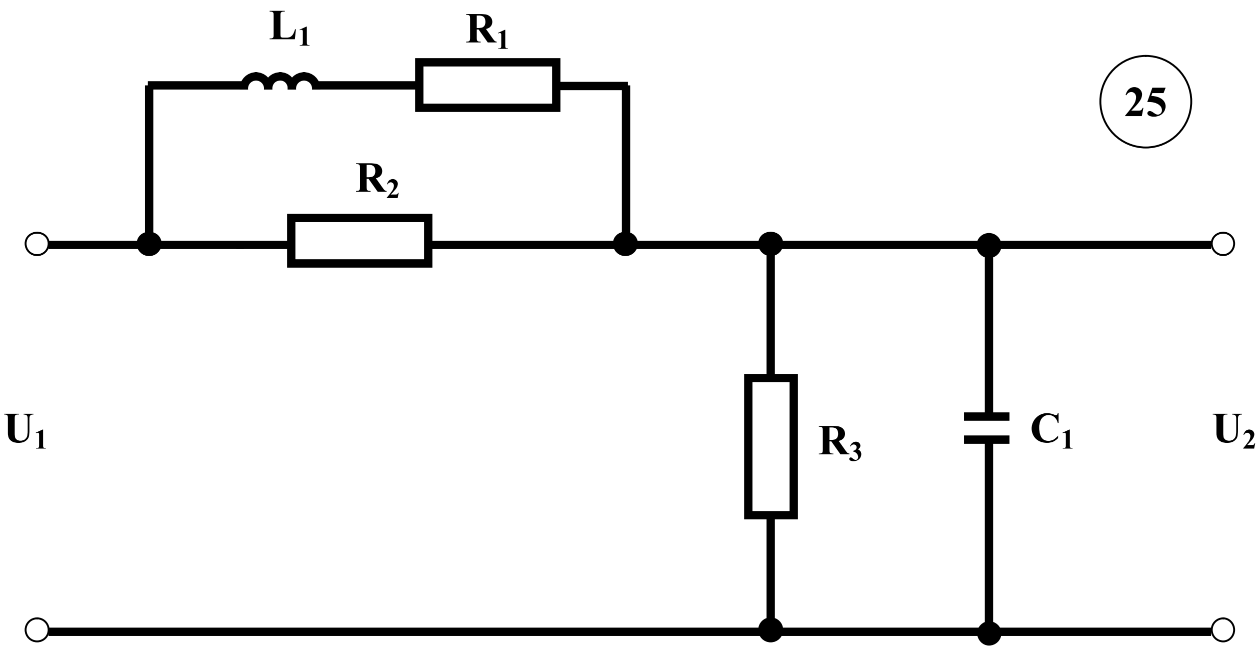
C1
22
R1
L1
U1
R2
R3
U2

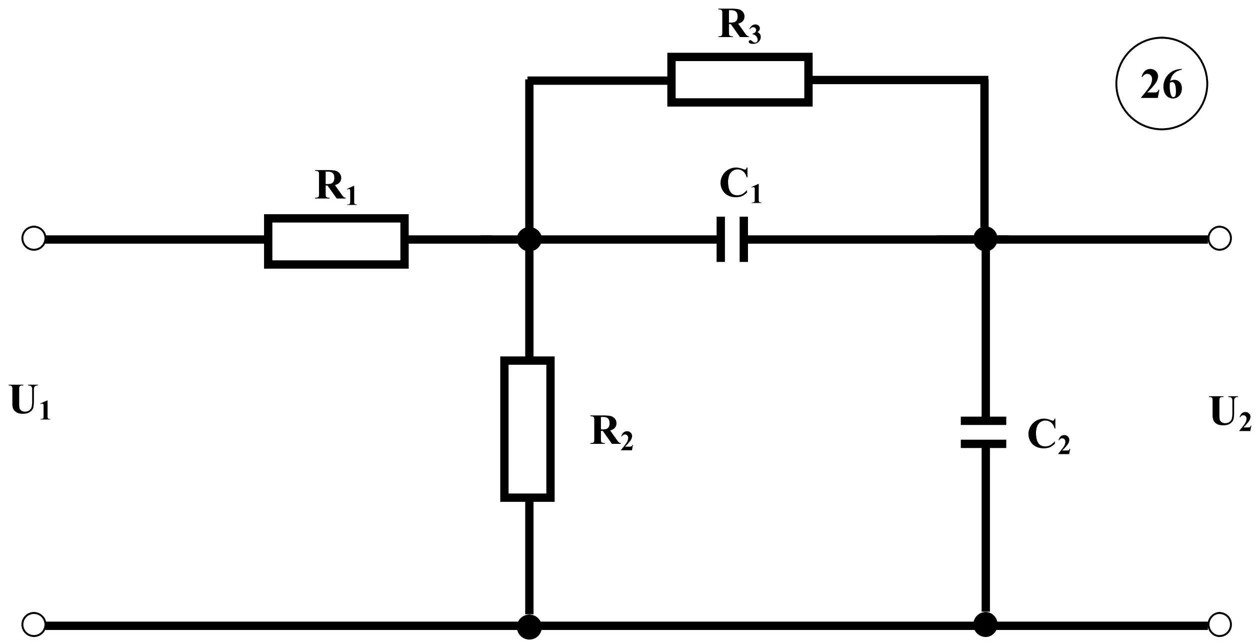


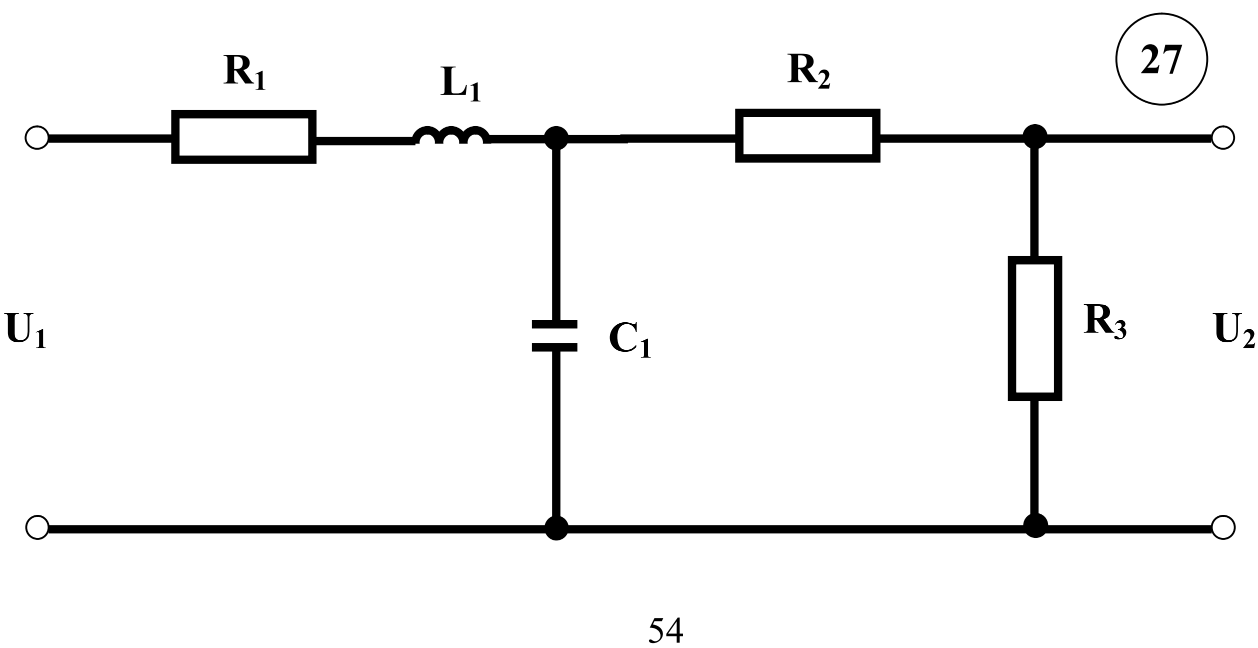
R2
23
R1
C1
U1
R3
C2
U2

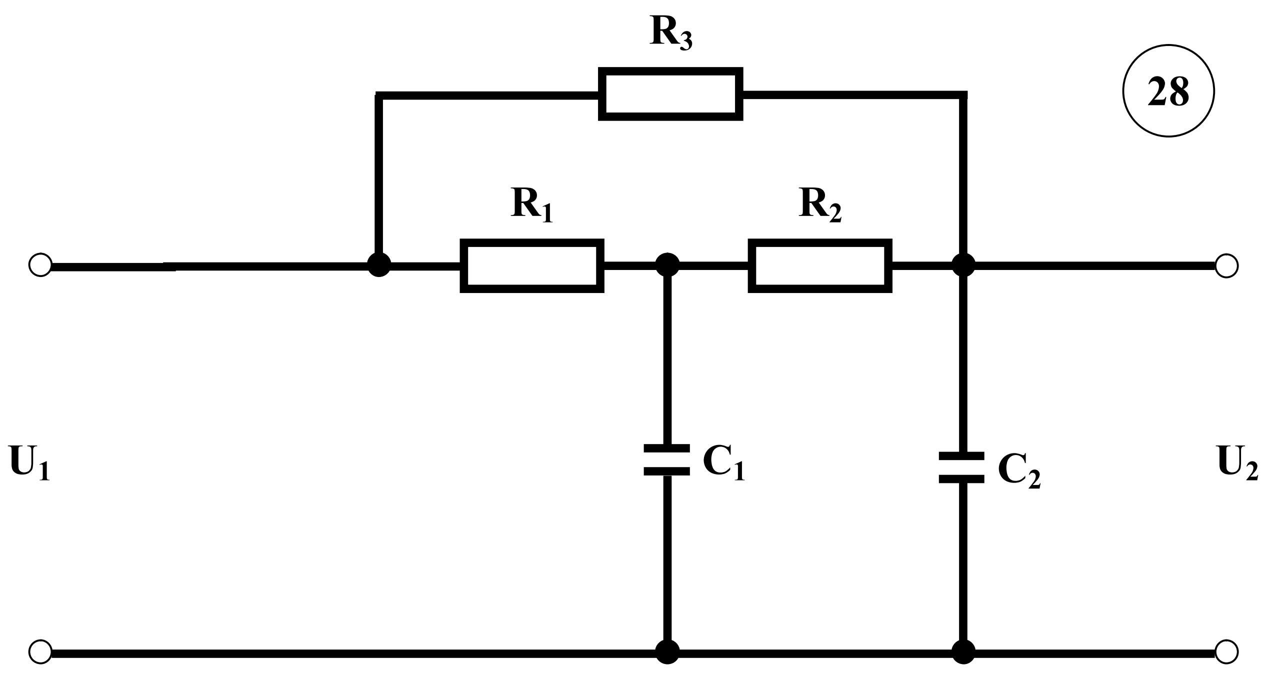


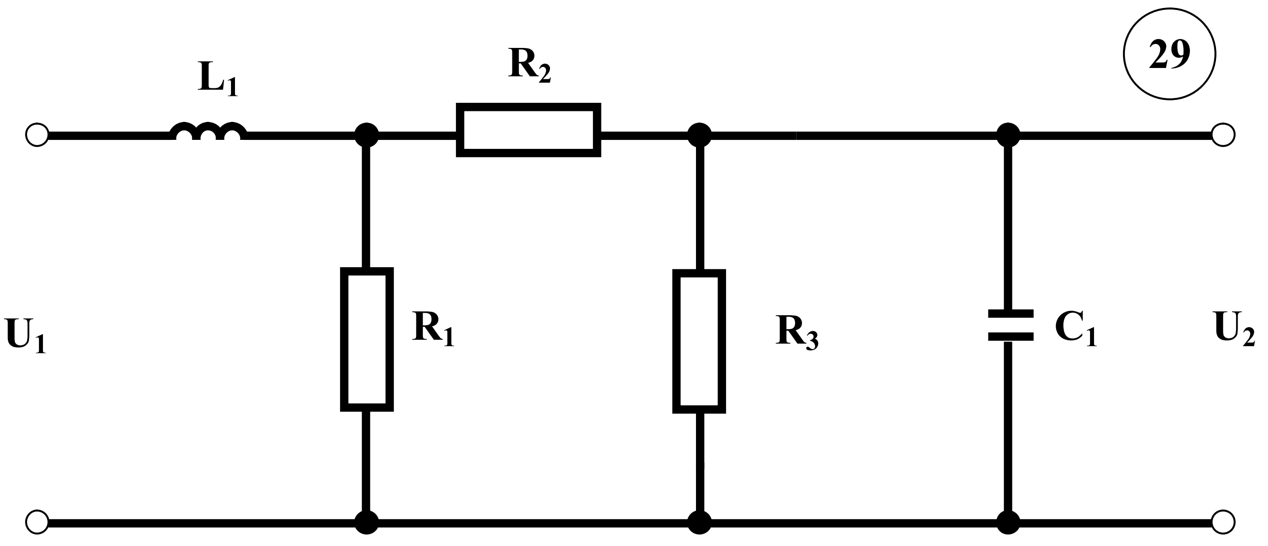
24
R1
L1
R2
U1
C1
R3
U2

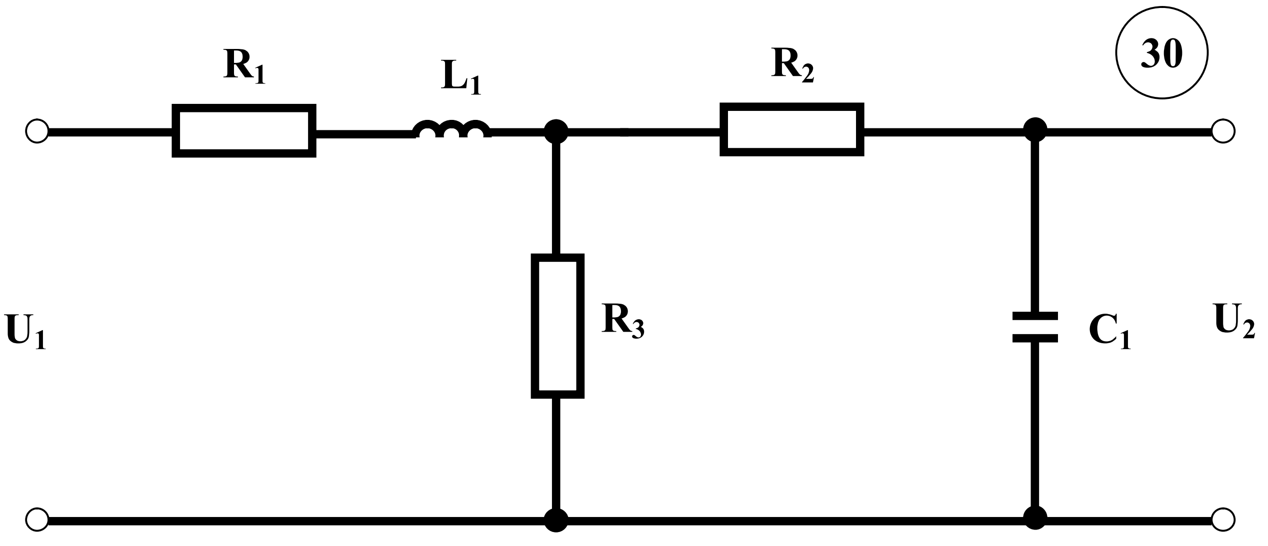

25
L1
R1
R2
U1
R3
C1
U2


26
R3
R1
C1
U1
R2
C2
U2


27
R1
L1
R2
U1
C1
R3
U2


R3
28
R1
R2
U1
C1
C2
U2


29
L1
R2
U1
R1
R3
C1
U2


30
R1
L1
R2
U1
R3
C1
U2

Приложение 2.

Квантили распределения максимального относительного отклонения

n	Уровни значимости α				n	Уровни значимости α			
	0,10	**0,05**	**0,025**	**0,01**		**0,10**	**0,05**	**0,025**	**0,01**
2	1	1	1	1	**14**	2,30	2,46	2,60	2,76
3	1,41	1,41	1,41	1,41	**15**	2,33	2,49	2,64	2,80
4	1,65	1,69	1,71	1,72	**16**	2,35	2,52	2,67	2,84
5	1,79	1,87	1,92	1,96	**17**	2,38	2,55	2,70	2,87
6	1,89	2,00	2,07	2,13	**18**	2,40	2,58	2,73	2,90
7	1,97	2,09	2,18	2,27	**19**	2,43	2,60	2,75	2,93
8	2,04	2,17	2,27	2,37	**20**	2,45	2,62	2,78	2,96
9	2,10	2,24	2,35	2,46	**21**	2,47	2,64	2,80	2,98
10	2,15	2,29	2,41	2,54	**22**	2,49	2,66	2,82	3,01
11	2,19	2,34	2,47	2,61	**23**	2,50	2,68	2,84	3,03
12	2,23	2,39	2,52	2,66	**24**	2,52	2,70	2,86	3,05
13	2,26	2,43	2,56	2,71	**25**	2,54	2,72	2,88	3,07

Приложение 3

Значения G-критерия при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$

N	***n* – 1**							
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
2	0,9985	0,9750	0,9392	0,9057	0,8772	0,8534	0,8332	0,8159
3	0,9669	0,8709	0,7977	0,7457	0,7071	0,6771	0,5330	0,6333
4	0,9065	0,7679	0,6841	0,6287	0,5895	0,5598	0,5175	0,5017
5	0,8412	0,6838	0,5981	0,5440	0,5063	0,4783	0,4564	0,4387
6	0,7808	0,6161	0,5321	0,4803	0,4447	0,4184	0,3980	0,3817
8	0,6798	0,5157	0,4377	0,3910	0,3595	0,3362	0,3185	0,3043
10	0,6020	0,4450	0,3733	0,3311	0,3029	0,2823	0,2666	0,2541
15	0,4709	0,3346	0,2758	0,2419	0,2195	0,2034	0,1911	0,1815

Приложение 4

Значения t-критерия при уровне значимости α

Число степеней свободы f	α=0,10	α=0,05	α=0,01
1	6,31	12,71	63,66
2	2,92	4,30	9,92
3	2,35	3,18	5,84
4	2,13	2,78	4,60
5	2,02	2,57	4,03
6	1,94	2,45	3,71
7	1,90	2,36	3,50
8	1,86	2,31	3,36
9	1,83	2,26	3,25
10	1,81	2,23	3,17
11	1,80	2,20	3,11
12	1,78	2,18	3,06
13	1,77	2,16	3,01
14	1,76	2,15	2,98
15	1,75	2,13	2,95
16	1,75	2,12	2,92
17	1,74	2,11	2,90
18	1,73	2,10	2,90
19	1,73	2,09	2,86
20	1,73	2,09	2,85
21	1,72	2,08	2,83
22	1,72	2,07	2,82
23	1,71	2,07	2,81
24	1,71	2,06	2,80
25	1,71	2,06	2,79
26	1,71	2,06	2,78
27	1,70	2,05	2,77
28	1,70	2,05	2,77
29	1,70	2,05	2,76
30	1,70	2,04	2,75

Приложение 5

Значения F-критерия Фишера при уровне значимости $\alpha = 0.05$

Число степеней свободы для меньшей дисперсии m_2	Число степеней свободы для большей дисперсии m_1							
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**12**	**24**
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	244,9	249,0
2	18,5	19,0	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,4
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,7	8,6
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	5,9	5,8
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,7	4,5
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,0	3,8
7	5,5	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,9	3,4
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,3	3,1
9	5,1	4,3	3,8	3,6	3,5	3,4	3,1	2,9
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	2,9	2,7
12	4,8	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,7	2,5
16	4,5	3,6	3,2	3,0	2,8	2,7	2,4	2,2
20	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,3	2,1

Приложение 6

Значения χ^2 при уровне значимости $\alpha = 0.05$

Число степеней свободы	χ^2	Число степеней свободы	χ^2
1	3,841	16	26,296
2	5,991	17	27,587
3	7,815	18	28,869
4	9,488	19	30,144
5	11,070	20	31,410
6	12,592	21	32,671
7	14,067	22	33,924
8	15,507	23	35,172
9	16,919	24	36,415
10	18,307	25	37,652
11	19,675	26	38,885
12	21,026	27	40,113
13	22,362	28	41,337
14	23,685	29	42,557
15	24,996	30	43,773

РЕЦЕНЗИЯ

на учебно-методическое пособие «Планирование эксперимента и обработка данных», часть 1 авторов Демьянова Д.Н. и Мышкиной И.Ю.

Рецензируемое пособие направлено на ознакомление студентов направлений подготовки "Прикладная математика и информатика" и "Системный анализ и управление" с основными элементами теории и практики математического планирования экспериментов и обработки результатов проведения экспериментов при выполнения лабораторных работ. В пособии приведены необходимые теоретический, алгоритмический, программный и справочный материалы для приобретения навыков решения задач математического моделирования технических систем и обработки данных численных экспериментов, тщательно подобраны и подробно показаны последовательности выполнения этапов планирования и обработки данных при решении ряда методических задач. Каждое описание лабораторной работы сопровождается теоретической справкой и контрольными вопросами.

Представленный в пособии материал дает достаточные сведения студентам для выполнения лабораторных работ, а в совокупности – представление о математическом планирования экспериментов и обработке результатов проведения полно факторных экспериментов с техническими объектами и явлениями природы при равномерном дублировании опытов.

Материал пособия методически корректно выстроен, хорошо структурирован, он последовательно вводит студентов в задачи и методы математического планирования экспериментов технических объектов и процессов физико-технической природы. Материал пособия изложен корректным научно-литературным языком, легко читается и достаточно легко воспринимается читателями.

Ряд неточностей исходного текста обсуждены с авторами и в окончательном варианте пособия они устранены.

Рекомендую рецензируемое пособие к изданию и использованию учебном процессе.

Профессор кафедры «Автоматические системы», института Кибернетики Московского технологического университета (МТУ МИРЭА),

доктор техн. наук, профессор А.З. Асанов

Рецензия

на учебно-методическое пособие Д. Н. Демьянова, И. Ю. Мышкиной

«Планирование эксперимента и обработка данных. Часть 1»

Учебно-методическое пособие «Планирование эксперимента и обработка данных. Часть 1» предназначено для студентов, обучающихся в высших профессиональных учебных заведениях по направлениям подготовки 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и 27.03.03 "Системный анализ и управление" очной формы обучения.

Основой пособия является изложение материалов для получения знаний, навыков планирования эксперимента и обработки экспериментальных данных и выполнения лабораторных работ по дисциплинам «Планирование эксперимента и обработка данных», «Компьютерная обработка результатов экспериментов».

Достоинством пособия является доступное и последовательное изложение материала. В пособии приводятся 3 лабораторные работы с подробными, иллюстрированными примерами выполнения и теоретической частью. В конце пособия содержится список использованных источников и 6 приложений. Приведенное изложение позволяет студентам лучше усваивать содержание курсов, грамотно выполнять лабораторные работы, аргументировано отвечать на поставленные вопросы и понимать основные способы и приемы моделирования динамических систем.

По своему содержанию, структуре и оформлению учебно-методическое пособие авторов Д. Н. Демьянова, И. Ю. Мышкиной «Планирование эксперимента и обработка данных. Часть 1» по дисциплинам «Планирование эксперимента и обработка данных», «Компьютерная обработка результатов экспериментов» основной образовательной программы по направлениям подготовки 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и 27.03.03 "Системный анализ и управление" очной формы обучения соответствует требованиям, предъявляемым к работам такого рода. Рекомендую данную рукопись к изданию.

Кандидат технических наук, доцент кафедры САИ Набережночелнинского института КФУ *Каримов В.С.*

Учебное издание

Планирование эксперимента и обработка данных

Демьянов Дмитрий Николаевич
Мышкина Ирина Юрьевна

Подписано в печать 18.03.2016

Формат 60x84 1/16 Бумага офсетная Печать ризографическая

Усл. печ. л. 4,0 Уч.- изд. л. 4,0 Тираж 100 экз.

Заказ № 704

Издательско-полиграфический центр
Набережночелнинского института (филиала)
Казанского (Приволжского) федерального университета

423823, Республика Татарстан, г. Набережные Челны, пр. Мира 68/19
тел./факс (8552) 39-65-99 e-mail: ic-nchi-kpfu@mail.ru