

Relazione di Laboratorio 2

Esperienza A8

A.A. 2023/2024

Luciano Leotta
Matricola 556372

15/12/2023

1 Cenni teorici

Lo scopo dell'esperienza è quello di determinare l'attenuazione di segnale in un cavo coassiale e la costante dielettrica del materiale isolante inserito tra i due conduttori coassiali. Un'onda elettromagnetica in un cavo coassiale subisce un'attenuazione e uno sfasamento che dipende dalla frequenza oltre che dalle caratteristiche fisiche del mezzo. Considerando due segnali sinusoidali sfasati:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi_0) y(t) = B \cos(\omega t + \phi_0 + \Delta\phi) \quad (1.1)$$

Dalla quale si ricava:

$$\frac{x}{A} = \cos(\omega t + \phi_0) \quad (1.2)$$

Ricordando la formula di addizione $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)$

$$\frac{y}{B} = \cos(\omega t + \phi_0)\cos(\Delta\phi) - \sin(\omega t + \phi_0)\sin(\Delta\phi) \quad (1.3)$$

$$\frac{y}{B} = \frac{x}{A}\cos(\Delta\phi) - \sqrt{1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2} \sin(\Delta\phi) \quad (1.4)$$

Isolando la radice a sinistra ed elevando ambo i membri al quadrato:

$$\sin^2(\Delta\phi) \left[1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2 \right] = \left(\frac{x}{A}\right)^2 \cos^2(\Delta\phi) + \left(\frac{y}{B}\right)^2 - 2xy \frac{\cos(\Delta\phi)}{AB} \quad (1.5)$$

Dalla quale si ottiene:

$$\left(\frac{x}{A \sin(\Delta\phi)}\right)^2 + \left(\frac{y}{B \sin(\Delta\phi)}\right)^2 - 2xy \left(\frac{\cos(\Delta\phi)}{AB \sin^2(\Delta\phi)}\right)^2 = 1 \quad (1.6)$$

La 1.6 risulta essere l'equazione di un'ellisse. Per determinati valori di frequenza si avrà un'ellisse degenera, più precisamente si otterrà tale condizione quando lo sfasamento tra i due segnali risulta essere 2π . Ovvero quando il tempo di propagazione $\frac{l}{c^*}$ eguaglia un numero intero di periodi dell'onda elettromagnetica, cioè:

$$f = n \frac{c^*}{l} \quad (1.7)$$

dove n è il numero di sfasamenti avvenuti tra i due segnali, l la lunghezza del cavo coassiale e $c^* = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ la velocità del segnale nel mezzo.

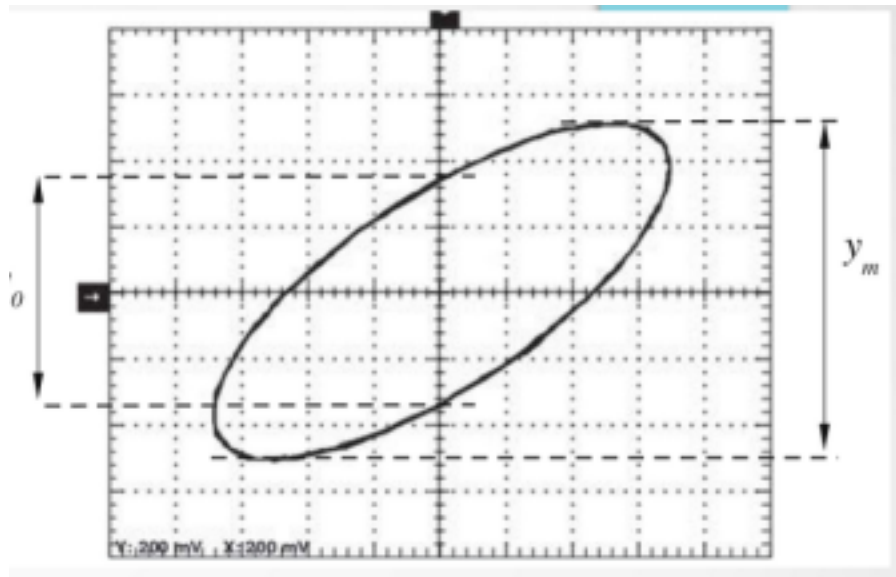


Figure 1: Ellipse sfasamento segnali

2 Strumenti e metodo di misura

Per eseguire l'esperimento sono stati usati i seguenti strumenti:

- Generatore di segnali Rigol DG1022
- Oscilloscopio Rigol DS1102
- Oscilloscopio Rs Pro IDS 6052-U
- Cavo coassiale di lunghezza nominale pari a 100m
- Cavo BNC-BNC
- Collegamento a T-BNC
- Terminatore di segnale con impedenza nominale di 50Ω

Un segnale sinusoidale, creato con il generatore di segnali, è stato sdoppiato tramite una T-BNC. Uno dei segnali è stato inviato direttamente ad uno dei canali dell'oscilloscopio. Il secondo è stato inviato all'altro canale dell'oscilloscopio collegandolo con il cavo coassiale di lunghezza $100m$. Per evitare interferenze dovute ai fenomeni di onda stazionaria è stato collegato un terminatore di segnale con impedenza di 50Ω . Per effettuare il confronto tra i due segnali, l'oscilloscopio è stato impostato in modalità YX, così da poter visualizzare le figure Lissajous (ovvero dell'ellissi). Si sono, dunque, verificate quali siano le frequenze alle quali tali figure degenerano in una retta. Successivamente è stato sostituito l'oscilloscopio Rs Pro IDS 6052-U con un oscilloscopio Rigol DS1102, il quale è stato impostato in modalità YT al fine di misurare le ampiezze dei due segnali, così da poter determinare l'attenuazione del segnale passante all'interno del cavo coassiale.

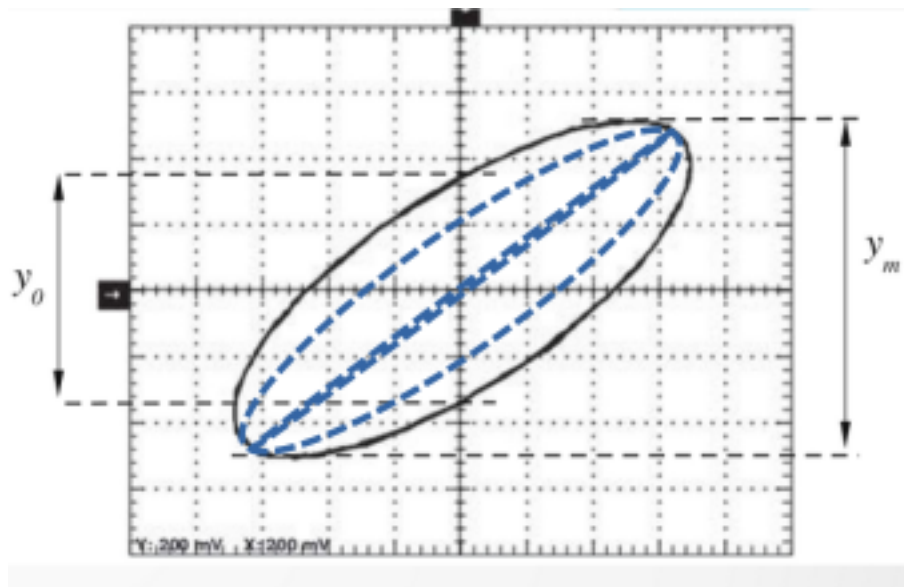


Figure 2: Figure di Lissajous

3 Analisi dati

La lunghezza del cavo coassiale è stata considerata pari al valore fornito dal costruttore e con errore trascurabile: $l = 100m$.

Dati		
$\nu(KHz)$	$\Delta\nu(KHz)$	n
1950	50	1
3950	50	2
5950	50	3
7900	50	4
9900	50	5
11870	50	6
13870	50	7
15830	50	8
17800	50	9
19800	50	10
21800	50	11
23780	50	12

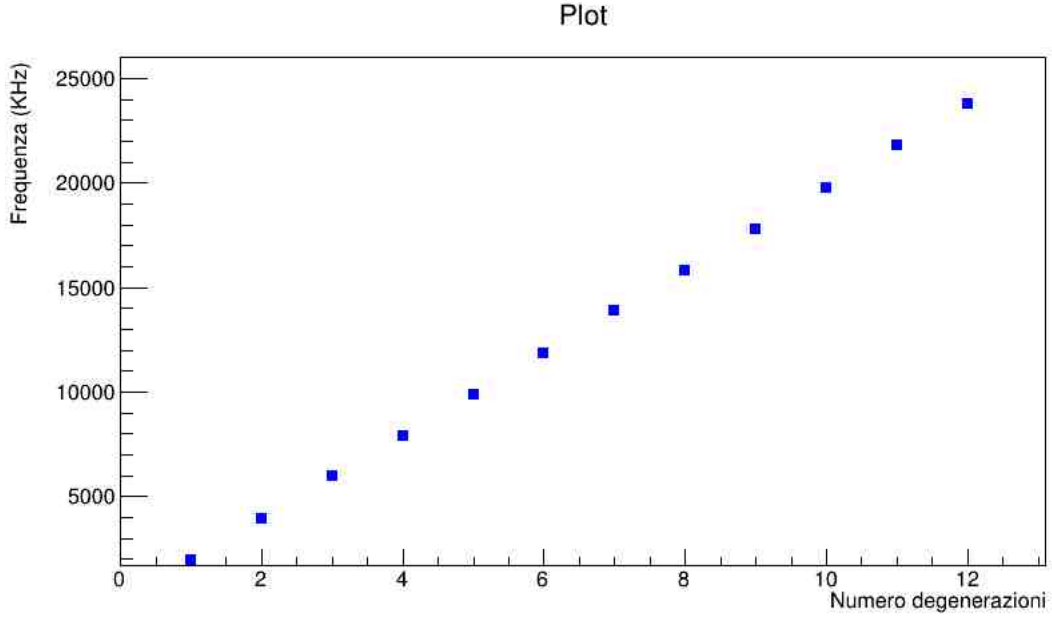


Figure 3: Plot dati

Gli errori sulle frequenze sono stati determinati osservando in quale intervallo l'ellisse formata con la figura di Lissajous smette di essere degenere. Il primo scostamento dell'ellisse dalla figura di degenerazione è stato osservato a $\nu = (31.0 \pm 1.5) KHz$.

Dati					
$V_{pp1}(V)$	$\Delta V_{pp1}(V)$	$V_{pp2}(V)$	$\Delta V_{pp2}(V)$	$\nu(KHz)$	$\Delta\nu(Khz)$
2.32	0.09	2.00	0.08	0.40000	0.00002
2.32	0.09	1.62	0.07	1000.00	0.05
2.32	0.09	1.60	0.07	2000.00	0.10
2.32	0.09	1.56	0.07	3000.00	0.15
2.32	0.09	1.48	0.07	4000.00	0.20
2.32	0.09	1.48	0.07	5000.00	0.25
2.32	0.09	1.44	0.07	6000.00	0.30
2.32	0.09	1.44	0.07	7000.00	0.35
2.32	0.09	1.44	0.07	7300.00	0.37
2.32	0.09	1.40	0.07	8000.00	0.40
2.32	0.09	1.40	0.07	9200.00	0.46
2.32	0.09	1.36	0.06	10000.00	0.50

Gli errori sui potenziali sono stati determinati utilizzando le indicazioni fornite nel manuale dell'oscilloscopio Rigol DS1102. Le incertezze sulle frequenze tramite il manuale del generatore di segnali Rigol DG1022. L'attenuazione del segnale è definita come:

$$A = \frac{V_{pp2}}{V_{pp1}} \quad (3.1)$$

Dati			
A	ΔA	$\nu(KHz)$	$\Delta\nu(KHz)$
0.862	0.046	0.40000	0.00002
0.698	0.040	1000.00	0.05
0.690	0.039	2000.00	0.10
0.672	0.039	3000.00	0.15
0.638	0.037	4000.00	0.20
0.638	0.037	5000.00	0.25
0.621	0.037	6000.00	0.30
0.621	0.037	7000.00	0.35
0.621	0.037	7300.00	0.365
0.603	0.036	8000.00	0.40
0.603	0.036	9200.00	0.46
0.586	0.036	10000.00	0.50

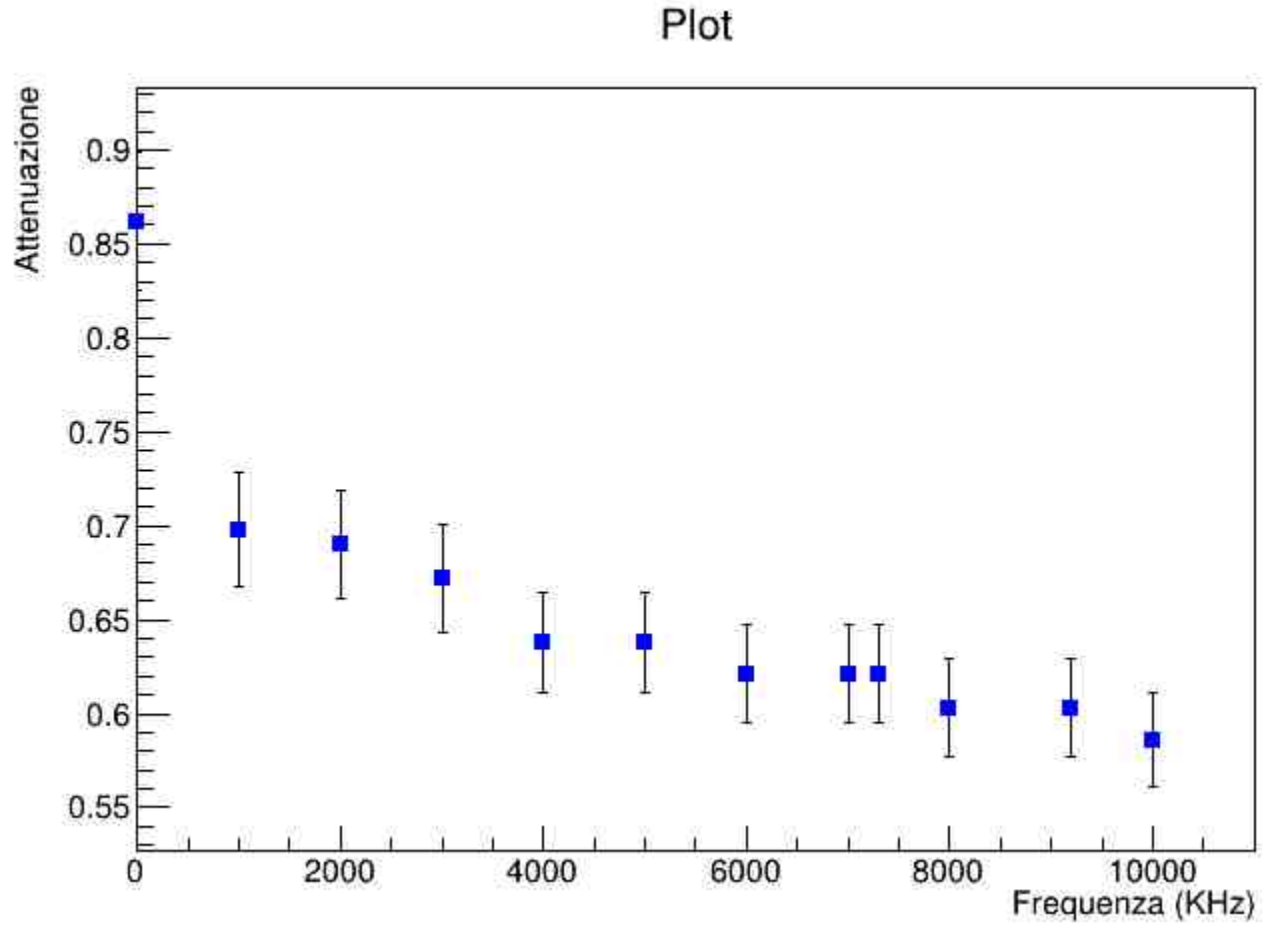


Figure 4: Attenuazione in funzione della frequenza

L'errore sull'attenuazione è stato calcolato con:

$$\Delta A = \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial V_{pp1}} \Delta V_{pp1}\right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial V_{pp2}} \Delta V_{pp2}\right)^2} \quad (3.2)$$

3.1 Best fit

La procedura di best fit che è stata utilizzata per l'analisi dei dati è basata sulla minimizzazione del χ^2 così definito:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - F(x_i))^2}{\sigma_{y_i}^2 + \left(\frac{\partial F(x_i)}{\partial x} \sigma_{x_i}\right)^2} \quad (3.3)$$

dove gli y_i sono i valori della variabile dipendente misurata, gli $F(x_i)$ sono i valori previsti dal modello nella sua forma funzionale (cioè dipendenti dai parametri che si desidera trovare), gli x_i sono i valori misurati della variabile indipendente, i σ_{y_i} sono gli errori associati alla variabile dipendente, i σ_{x_i} sono gli errori associati alla variabile indipendente ed N il numero di valori su cui si sta effettuando la procedura di best fit.

Per la verifica di 1.7 è stato eseguito un best fit considerando il seguente modello:

$$Y = MX \quad (3.4)$$

con $Y = \nu$, $X = n$ e $M = \frac{c^*}{l}$

Dati		
$Y(Hz)$	$\Delta Y(Hz)$	X
1950000	50000	1
3950000	50000	2
5950000	50000	3
7900000	50000	4
9900000	50000	5
11870000	50000	6
13870000	50000	7
15830000	50000	8
17800000	50000	9
19800000	50000	10
21800000	50000	11
23780000	50000	12

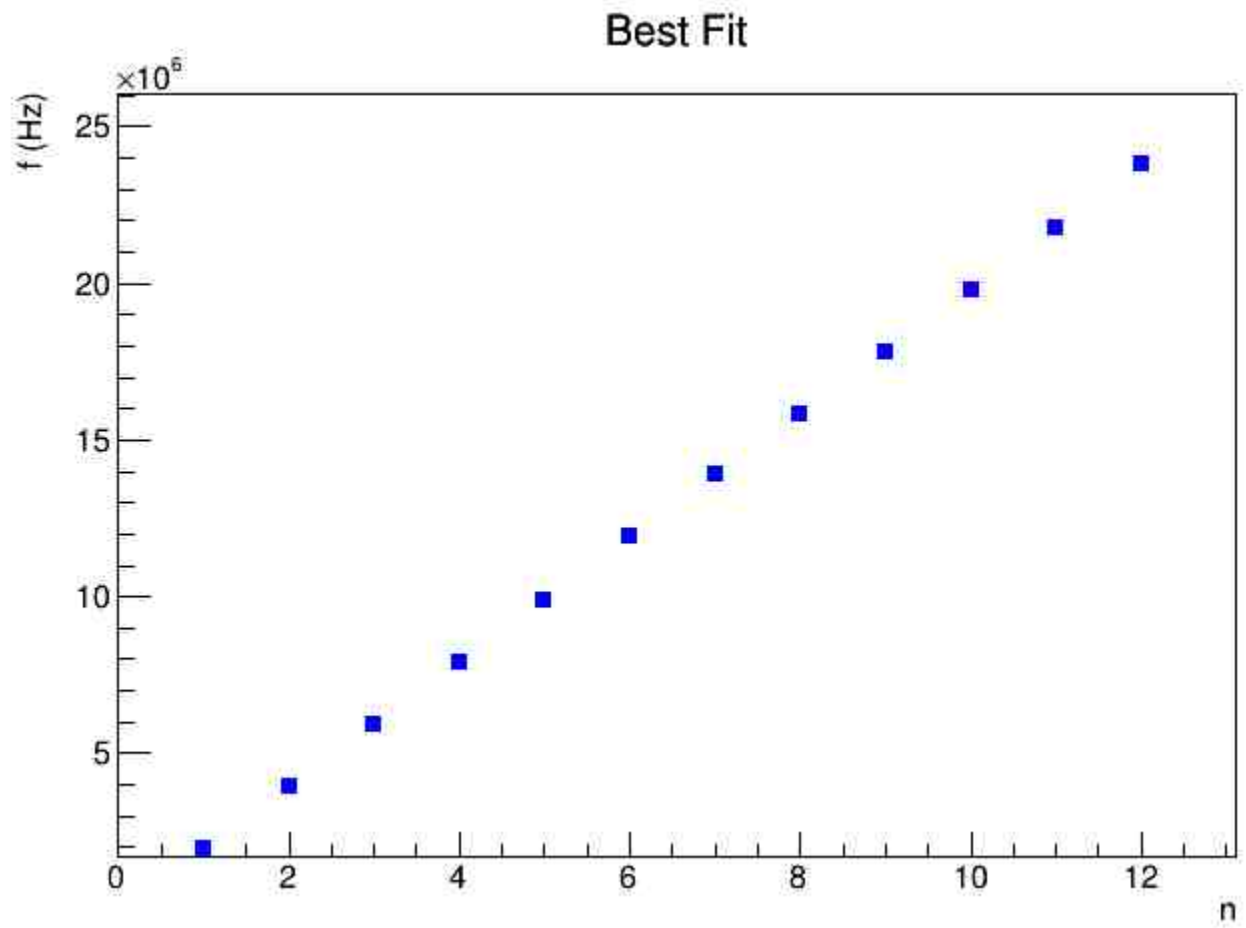


Figure 5: Plot dati best fit

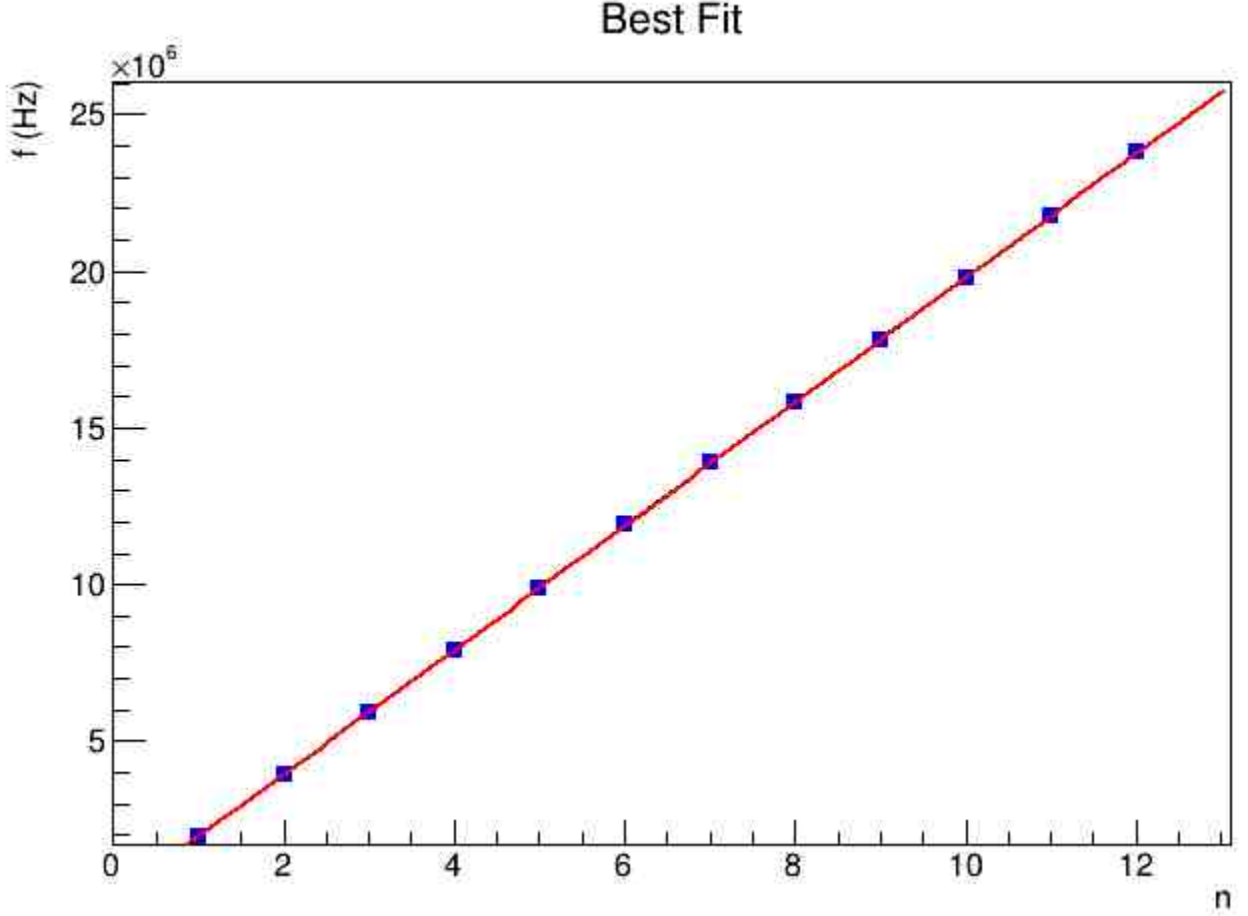


Figure 6: Best fit

La procedura di best fit ha prodotto $M = (1.980 \pm 0.002)10^6 s^{-1}$

4 Conclusioni

Si evince che il modello utilizzato 3.4 è in accordo con 1.7, dunque si ha $c^* = Ml = (1.980 \pm 0.002)10^8 \frac{m}{s}$. L'incertezza è stata calcolata tramite:

$$\Delta c^* = \sqrt{\left(\frac{\partial c^*}{\partial M} \Delta M\right)^2} = l \Delta M \quad (4.1)$$

Considerando che $c^* = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$ e ponendo la permeabilità magnetica del cavo $\mu = \mu_0 = 1.2566 \cdot 10^{-6} \frac{H}{m}$, si ha:

$$\epsilon = \frac{1}{(c^*)^2 \mu_0} = (2.028 \pm 0.004)10^{-11} \frac{C^2}{Nm^2} \quad (4.2)$$

L'incertezza è stata calcolata tramite:

$$\Delta\epsilon = \sqrt{\left(\frac{\partial\epsilon}{\partial c^*}\Delta c^*\right)^2} = \frac{2}{(c^*)^3\mu_0}\Delta c^* \quad (4.3)$$

Per cui la costante dielettrica relativa del cavo coassiale vale:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 2.292 \pm 0.005 \quad (4.4)$$

con $\epsilon_0 = 8.85 * 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$.

L'incertezza è stata determinata con:

$$\Delta\epsilon_r = \sqrt{\left(\frac{\partial\epsilon_r}{\partial\epsilon}\Delta\epsilon\right)^2} = \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon_0} \quad (4.5)$$

Si è determinato, inoltre, che l'intervallo efficace del cavo è di $\sim 1MHz$ (vedasi 4), poiché il segnale nel cavo coassiale subisce un'attenuazione superiore al valore limite imposto del $\sim 70\%$ (ovvero $\sim -3db$).

5 Bibliografia

- Slide A.A. 2023/2024, Professore F. Neri, Università degli Studi di Messina
- Mazzoldi; Nigro; Voci, Fisica 2, EdiSES
- Documentazione root: <https://root.cern/doc/v628/>