

# Relazione di Laboratorio 2

## Esperienza A1

### A.A. 2023/2024

Luciano Leotta  
Matricola 556372

20/12/2023

## 1 Cenni teorici

Lo scopo dell'esperienza è determinare le caratteristiche geometriche del filamento di una lampada ad incandescenza. Tale filamento è supposto di tungsteno e cilindrico, dunque bisogna determinare il suo diametro e la sua altezza. Per la conservazione dell'energia la potenza dissipata per effetto Joule è convertita in calore e in radiazione elettromagnetica, quest'ultima supposta analoga a quella emessa da un corpo nero, cioè in accordo con la legge di Stefan-Boltzman. Ergo si ha:

$$P = VI = \alpha(T - T_{300K}) + S\epsilon\sigma T^4 \quad (1.1)$$

dove  $\alpha$  è il coefficiente di scambio di calore,  $\epsilon$  l'emissività del materiale di cui è costituito il filamento ( $\epsilon = 0.44$  per il tungsteno),  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} W^{-2} K^{-4}$  la costante di Stefan-Boltzman e  $S$  la superficie emittente del filamento. Da cui:

$$\frac{P}{T^4} = \alpha \frac{T - T_{300K}}{T^4} + S\epsilon\sigma \quad (1.2)$$

Dunque per  $T \gg 300K$ :

$$\frac{P}{T^4} \simeq S\epsilon\sigma = \pi dl\epsilon\sigma \quad (1.3)$$

Dalla seconda legge di Ohm si ottiene:

$$R_{300K} = \rho_{300K} \frac{l}{A} = \rho_{300K} \frac{4l}{\pi d^2} \quad (1.4)$$

Da cui:

$$l = \frac{R_{300K}}{\rho_{300K}} \frac{\pi d^2}{4} \quad (1.5)$$

Inserendo 1.5 nella 1.3 si ha:

$$d = \sqrt[3]{\frac{4\rho_{300K}}{\epsilon\sigma\pi^2 R_{300K}} \left| \frac{P}{T^4} \right|_{T_\infty}} \quad (1.6)$$

Da 1.6 e inserendo tale risultato in 1.5 è possibile determinare le caratteristiche geometriche del filamento.

## 2 Strumenti e metodo di misura

Per eseguire l'esperimento sono stati utilizzati i seguenti strumenti:

- Lampadine ad incandescenza Ecoclassic ed ExtroStar
- 2 Multimetri digitali Rigol DM3058
- Alimentatore Rockseed RS605P
- Cavi di collegamento Banana-Coccodrillo

Al fine di verificare la 1.3 e calcolarne il valore asintotico è necessario misurare l'intensità di corrente passante nella lampadina e la differenza di potenziale ai suoi capi. Quindi è stato costruito il seguente circuito:

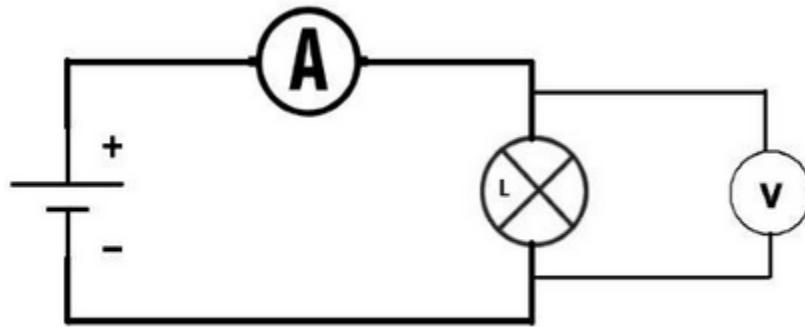


Figure 1: Circuito realizzato

Dunque è stato collegato il multmetro con funzione di voltmetro in parallelo alla lampadina e il multmetro con funzione di amperometro in serie alla lampadina. Sono, quindi, stati misurati per ogni valore di potenziale immesso dal generatore i rispettivi valori di corrente e di potenziale per la lampadina. Tale procedura è stata ripetuta anche per la seconda lampadina. Per determinare i valori  $R_{300K}$  sono state misurate con un multmetro impostato come ohmetro le resistenze interne delle lampadine a temperatura ambiente.



Figure 2: Lampadina 1: Ecoclassic



Figure 3: Lampadina 2: ExtroStar

### 3 Analisi dati

I valori misurati a temperatura ambiente delle resistenze delle lampadine sono;

- Lampadina 1 (Ecoclassic):  $R_{300K} = (131.38 \pm 0.05)\Omega$
- Lampadina 2 (ExtroStar):  $R_{300K} = (130.17 \pm 0.05)\Omega$

Tali valori sono stati determinati tramite un multmetro Rigol e l'incertezza ad essa associata è stata determinata secondo le indicazioni fornite dal costruttore dello strumento di misura.

Lampadina 1			
$I(A)$	$\Delta I(A)$	$V(V)$	$\Delta V(V)$
0.02093	0.00002	3.945	0.001
0.02613	0.00018	5.929	0.002
0.02975	0.00018	7.919	0.002
0.03227	0.00018	9.913	0.002
0.03443	0.00018	11.907	0.003
0.03626	0.00019	13.903	0.003
0.03795	0.00019	15.898	0.003
0.03933	0.00019	17.895	0.003
0.04071	0.00019	19.889	0.004
0.04202	0.00019	21.883	0.009
0.04334	0.00019	23.876	0.010
0.04585	0.00019	27.869	0.010
0.04828	0.00019	31.858	0.011
0.05057	0.00020	35.851	0.011
0.05289	0.00020	39.841	0.012
0.05511	0.00020	43.832	0.013
0.05728	0.00020	47.824	0.013
0.05943	0.00020	51.811	0.014
0.06152	0.00020	55.803	0.014
0.06247	0.00020	59.800	0.015
0.06549	0.00021	63.788	0.016

Lampadina 2			
$I(A)$	$\Delta I(A)$	$V(V)$	$\Delta V(V)$
0.02205	0.00018	3.938	0.001
0.03175	0.00018	7.910	0.001
0.03708	0.00019	11.897	0.002
0.04049	0.00019	15.882	0.002
0.04355	0.00019	19.875	0.003
0.04628	0.00019	23.860	0.004
0.04883	0.00019	27.851	0.004
0.05118	0.00020	31.840	0.005
0.05355	0.00020	35.831	0.005
0.05586	0.00020	39.823	0.006
0.05797	0.00020	43.815	0.007
0.06017	0.00020	47.805	0.007
0.06227	0.00020	51.795	0.008
0.06437	0.00021	55.783	0.008
0.06641	0.00021	59.777	0.009
0.06842	0.00021	63.767	0.010

Le incertezze sulle precedenti misure sono state valutate utilizzando le indicazioni fornite dal costruttore del multmetro Rigol. Sono stati ricavati la resistenza della lampadina al variare della temperatura e la potenza dissipata da tale resistenza, utilizzando rispettivamente la prima legge di Ohm e la legge di Joule:

$$R = \frac{V}{I} \quad (3.1)$$

$$P = VI \quad (3.2)$$

La temperatura a cui si trova la resistenza della lampadina è stata calcolata tramite la relazione:

$$R(T) = R_{300K}(a_0 + a_1 T + a_2 T^2) \quad (3.3)$$

dove  $a_0 = -4.935 \cdot 10^{-1}$ ,  $a_1 = 4.587 \cdot 10^{-3} K^{-1}$ ,  $a_2 = 3.355 \cdot 10^{-7} K^{-2}$ . La soluzione negativa dell'equazione di secondo grado è stata scartata poiché priva di significato fisico.

## Grandezze ricavate lamp. 1

$R(\Omega)$	$\Delta R(\Omega)$	$P(W)$	$\Delta P(W)$	$T(K)$	$\Delta T(K)$
188.5	0.2	0.0826	0.0001	408.1	0.4
226.9	1.6	0.1549	0.0011	468.1	2.4
266.2	1.6	0.2356	0.0014	528.9	2.5
307.2	1.7	0.3199	0.0018	591.7	2.7
345.9	1.9	0.4100	0.0022	650.5	2.8
383.5	2.0	0.5040	0.0026	707.3	3.0
418.9	2.1	0.6034	0.0030	760.4	3.1
455.0	2.2	0.7037	0.0034	814.2	3.2
488.5	2.3	0.8098	0.0038	863.6	3.3
520.8	2.4	0.9195	0.0042	911.0	3.5
550.9	2.4	1.0348	0.0046	955.0	3.5
607.9	2.6	1.2777	0.0054	1037.5	3.7
659.9	2.7	1.5380	0.0062	1112.1	3.8
709.0	2.7	1.8129	0.0070	1181.8	3.9
753.4	2.8	2.1070	0.0079	1244.4	4.0
795.3	2.9	2.4158	0.0087	1303.1	4.0
834.9	2.9	2.7394	0.0096	1358.1	4.1
871.7	3.0	3.0793	0.0105	1408.9	4.1
907.1	3.0	3.4328	0.0114	1457.4	4.1
957.3	3.1	3.7356	0.0122	1525.8	4.3
974.0	3.1	4.1776	0.0132	1548.4	4.2

<b>Grandezze ricavate lamp. 2</b>					
$R(\Omega)$	$\Delta R(\Omega)$	$P(W)$	$\Delta P(W)$	$T(K)$	$\Delta T(K)$
178.6	1.4	0.0868	0.0007	395.3	2.3
249.2	1.4	0.2511	0.0014	506.1	2.2
320.8	1.6	0.4411	0.0022	617.1	2.5
392.3	1.8	0.6430	0.0030	726.0	2.8
456.4	2.0	0.8655	0.0038	822.5	3.0
515.5	2.2	1.1043	0.0046	910.4	3.2
570.4	2.3	1.3599	0.0054	991.1	3.3
622.1	2.4	1.6296	0.0063	1066.3	3.5
669.1	2.5	1.9189	0.0071	1134.1	3.6
712.9	2.6	2.2244	0.0080	1196.8	3.7
755.9	2.6	2.5397	0.0088	1257.8	3.7
794.4	2.7	2.8766	0.0097	1312.2	3.8
831.8	2.7	3.2253	0.0106	1364.5	3.8
866.6	2.8	3.5909	0.0115	1412.9	3.9
900.1	2.8	3.9699	0.0124	1459.3	3.9
932.0	2.8	4.3629	0.0133	1503.2	3.9

L'errore associato alle precedenti grandezze è stato determinato con la teoria di propagazione dell'errore:

$$\Delta R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial I} \Delta I\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial V} \Delta V\right)^2} \quad (3.4)$$

$$\Delta P = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial I} \Delta I\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial V} \Delta V\right)^2} \quad (3.5)$$

$$\Delta T = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial R} \Delta R\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial R_{300K}} \Delta R_{300K}\right)^2} \quad (3.6)$$

Grafico

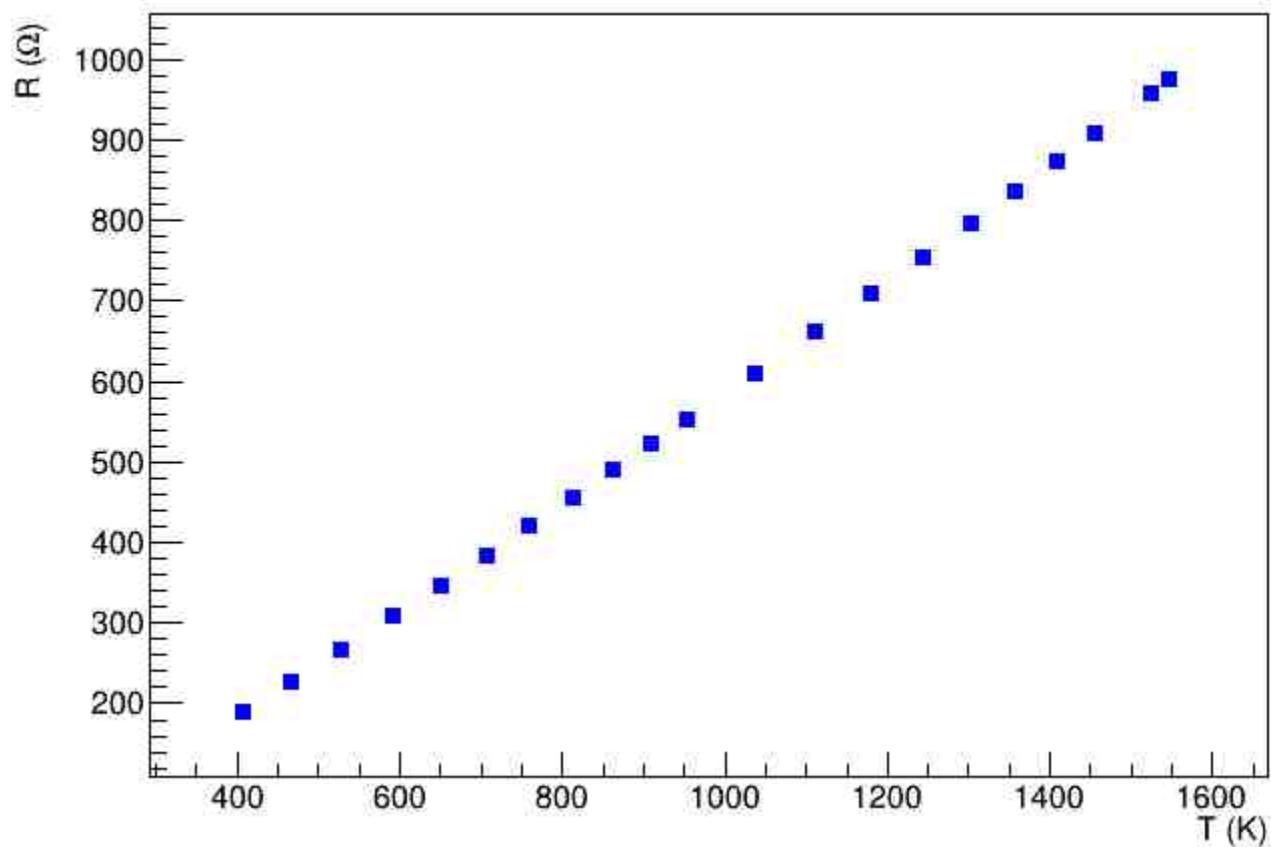


Figure 4:  $R(T)$  Lampadina 1

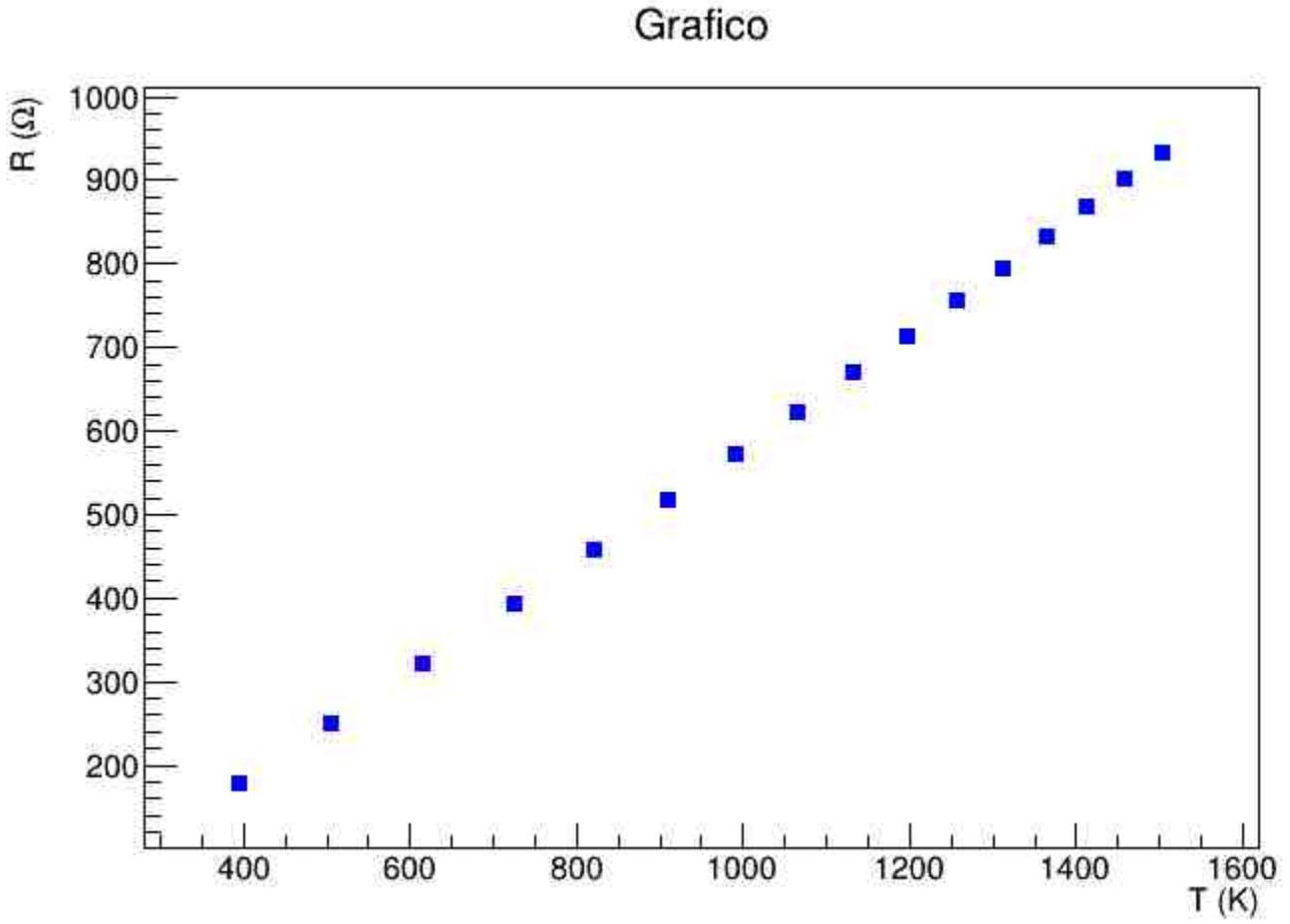


Figure 5:  $R(T)$  Lampadina 2

### 3.1 Best Fit

La procedura di best fit che è stata utilizzata per l'analisi dei dati è basata sulla minimizzazione del  $\chi^2$  così definito:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - F(x_i))^2}{\sigma_{y_i}^2 + (\frac{\partial F(x_i)}{\partial x} \sigma_{x_i})^2} \quad (3.7)$$

dove gli  $y_i$  sono i valori della variabile dipendente misurata, gli  $F(x_i)$  sono i valori previsti dal modello nella sua forma funzionale (cioè dipendenti dai parametri che si desidera trovare), gli  $x_i$  sono i valori misurati della variabile indipendente, i  $\sigma_{y_i}$  sono gli errori associati alla variabile dipendente, i  $\sigma_{x_i}$  sono gli errori associati alla variabile indipendente ed  $N$  il numero di valori su cui si sta effettuando la procedura di best fit.

Per verificare la relazione 1.2 è stato utilizzato il modello:

$$Y = M \frac{X - T_{300K}}{X^4} + K \quad (3.8)$$

con  $Y = \frac{P}{T^4}$ ,  $X = T$ ,  $M = \alpha$  e  $K = S\epsilon\sigma$ .

<b>Dati Fit 1</b>			
$Y(\frac{W}{K^4})$	$\Delta Y(\frac{W}{K^4})$	$X(K)$	$\Delta X(K)$
2.976E-12	3.6E-15	408.1	0.4
3.226E-12	2.2E-14	468.1	2.4
3.010E-12	1.8E-14	528.9	2.5
2.611E-12	1.5E-14	591.7	2.7
2.289E-12	1.2E-14	650.5	2.8
2.014E-12	1.0E-14	707.3	3.0
1.805E-12	8.9E-15	760.4	3.1
1.602E-12	7.6E-15	814.2	3.2
1.456E-12	6.7E-15	863.6	3.3
1.335E-12	6.0E-15	911.0	3.5
1.244E-12	5.5E-15	955.0	3.5
1.103E-12	4.6E-15	1037.5	3.7
1.005E-12	4.1E-15	1112.1	3.8
9.294E-13	3.6E-15	1181.8	3.9
8.787E-13	3.3E-15	1244.4	4.0
8.379E-13	3.0E-15	1303.1	4.0
8.053E-13	2.8E-15	1358.1	4.1
7.815E-13	2.7E-15	1408.9	4.1
7.608E-13	2.5E-15	1457.4	4.1
6.893E-13	2.3E-15	1525.8	4.3
7.268E-13	2.3E-15	1548.4	4.2

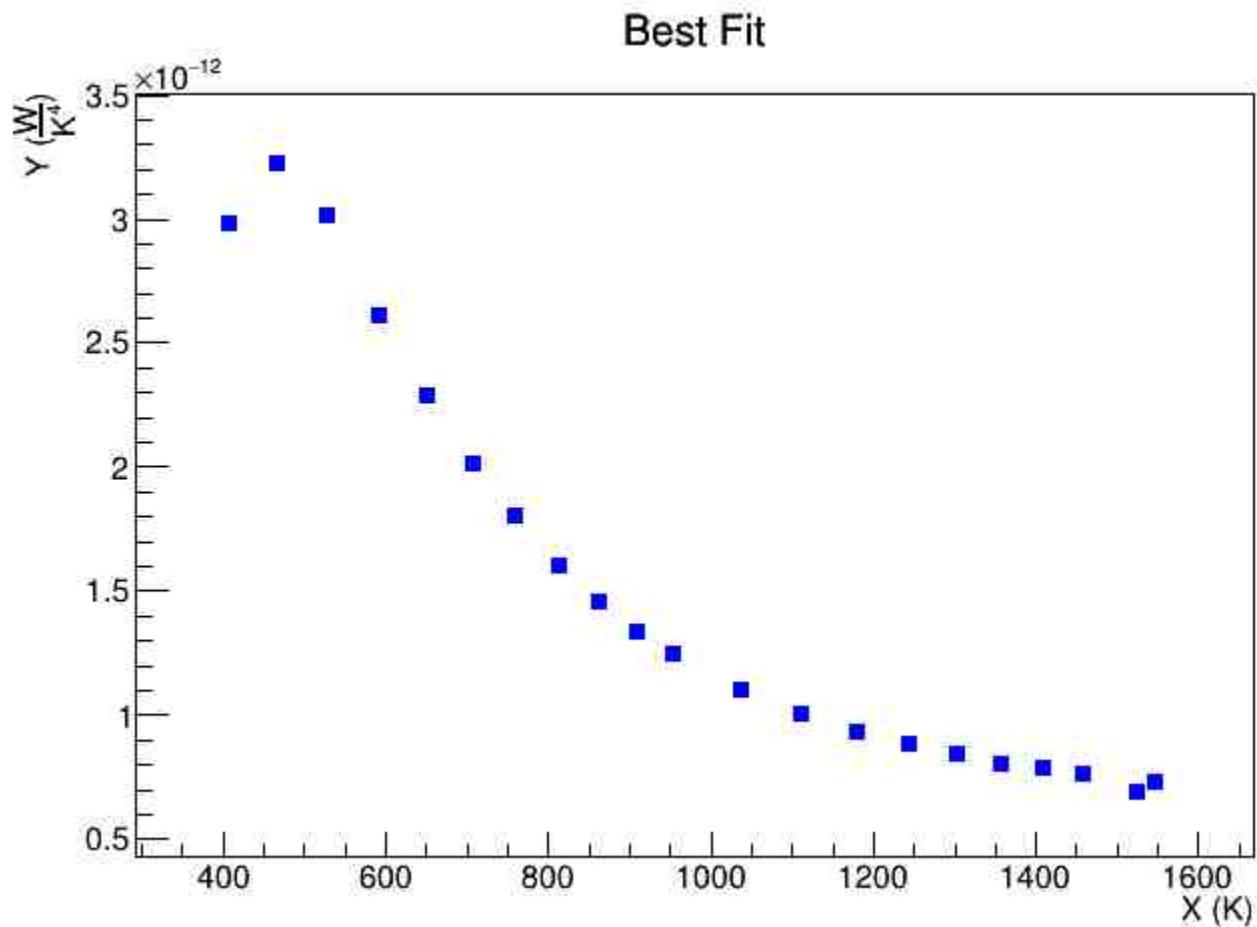


Figure 6: Plot dati fit lamp. 1

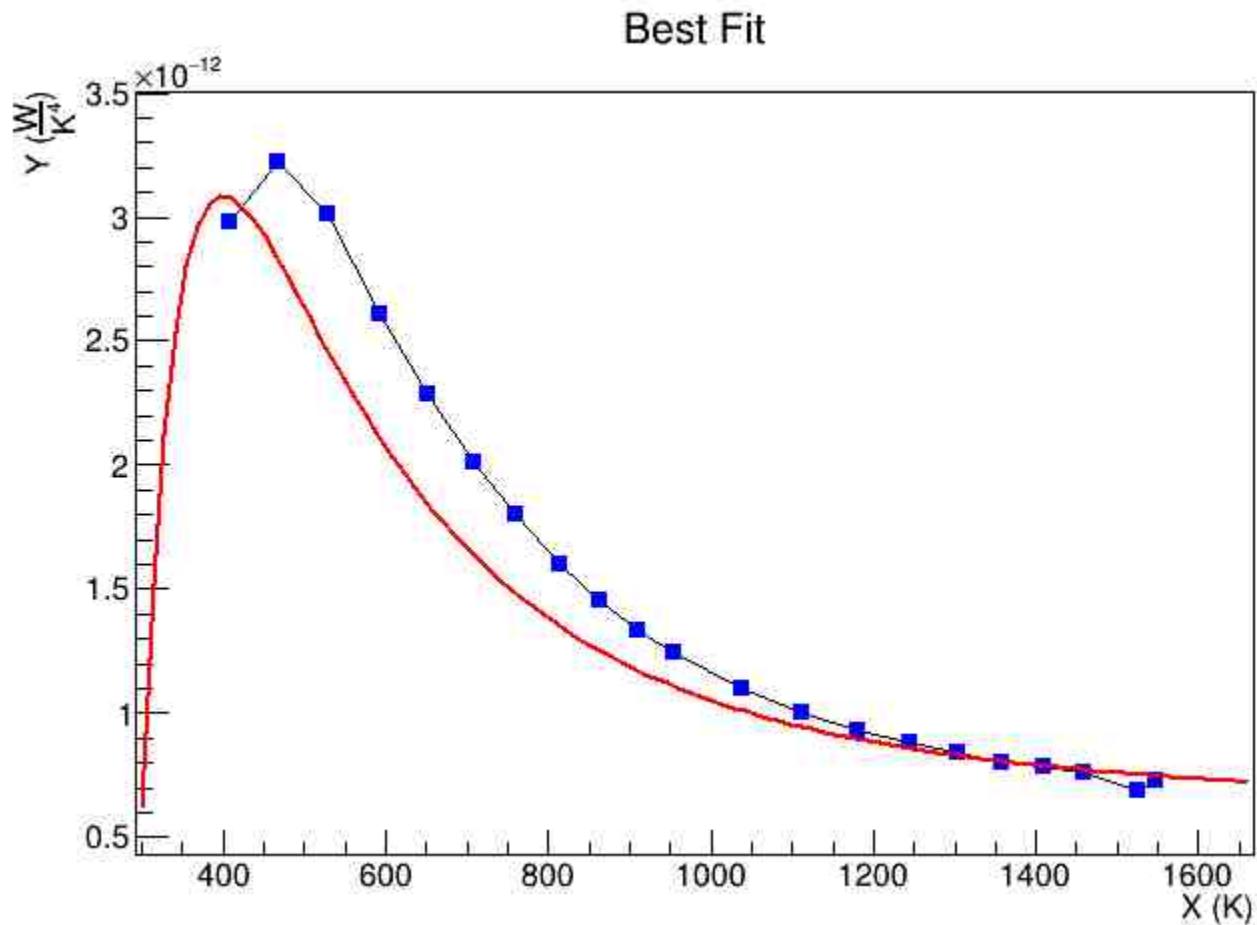


Figure 7: Best fit lamp. 1

<b>Dati Fit 2</b>			
$Y(\frac{W}{K^4})$	$\Delta Y(\frac{W}{K^4})$	$X(K)$	$\Delta X(K)$
3.555E-12	2.8E-14	395.3	2.3
3.827E-12	2.2E-14	506.1	2.2
3.043E-12	1.5E-14	617.1	2.5
2.315E-12	1.1E-14	726.0	2.8
1.892E-12	8.3E-15	822.5	3.0
1.608E-12	6.7E-15	910.4	3.2
1.410E-12	5.6E-15	991.1	3.3
1.260E-12	4.8E-15	1066.3	3.5
1.160E-12	4.3E-15	1134.1	3.6
1.084E-12	3.9E-15	1196.8	3.7
1.015E-12	3.5E-15	1257.8	3.7
9.703E-13	3.3E-15	1312.2	3.8
9.305E-13	3.1E-15	1364.5	3.8
9.011E-13	2.9E-15	1412.9	3.9
8.753E-13	2.7E-15	1459.3	3.9
8.544E-13	2.6E-15	1503.2	3.9

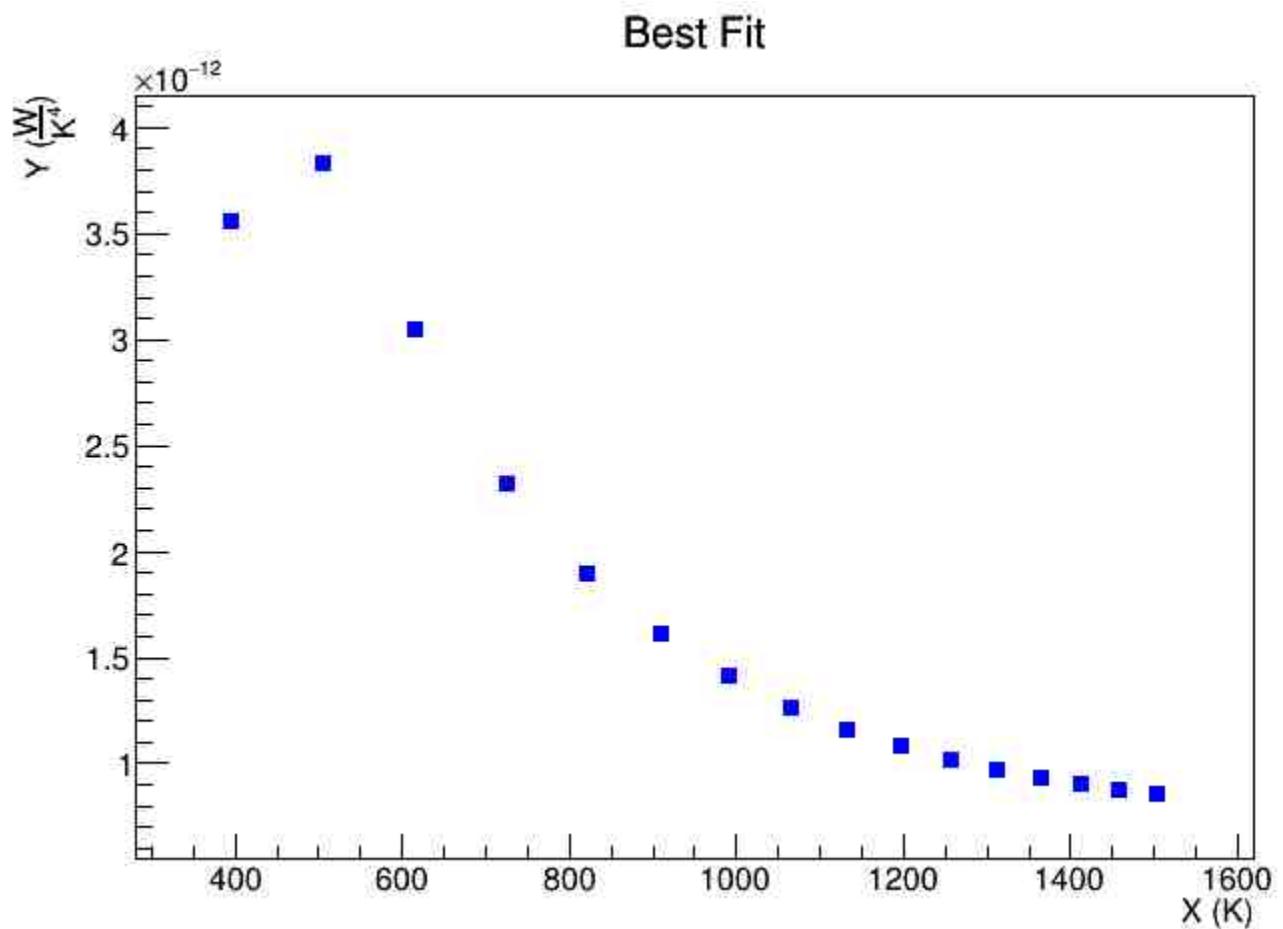


Figure 8: Plot dati fit lamp. 2

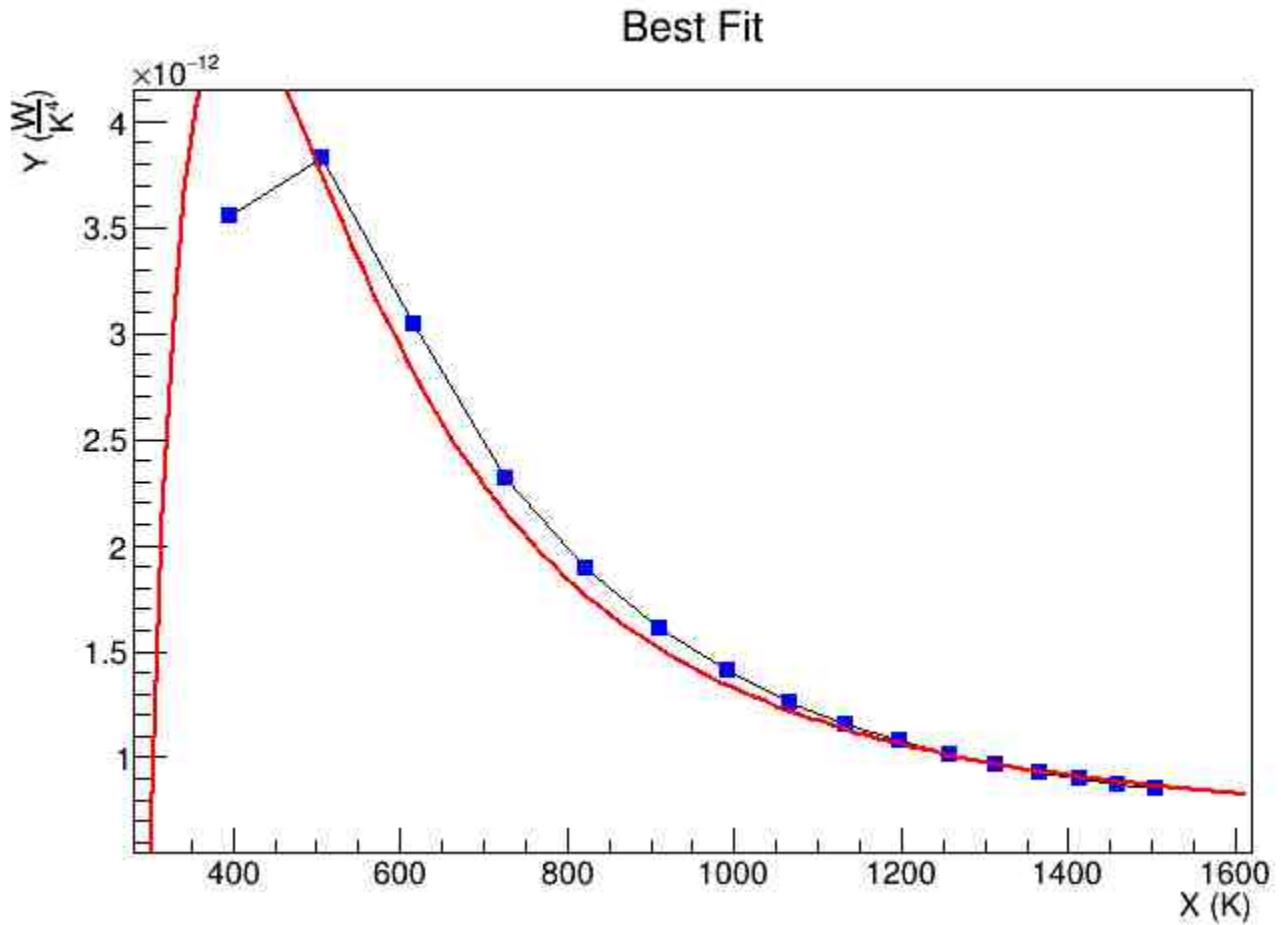


Figure 9: Best fit lamp. 2

I valori ottenuti dalla procedura del fit sono:

- Lampadina 1:  $M = \alpha = (6.333 \pm 0.009)10^{-4} \frac{W}{K}$  e  $K = (6.10 \pm 0.01)10^{-13} \frac{W}{K^4}$
- Lampadina 2:  $M = \alpha = (1.042 \pm 0.003)10^{-3} \frac{W}{K}$  e  $K = (6.32 \pm 0.02)10^{-13} \frac{W}{K^4}$

## 4 Conclusioni

Si può notare come la procedura di best fit non abbia prodotto risultati altamente concordi con i dati sperimentali. Ciò è probabilmente dovuto ad un'assenza di punti a "sinistra" del picco che comporta un'estrema inaffidabilità del valore ottenuto di  $M$ . Nonostante questa discrepanza il fit sembrerebbe restituire un valore asintotico coerente ai dati sperimentali. Dunque sono stati calcolati (supponendo le resistenze fatte di tungsteno con resistività  $\rho_{300K} = 5.6 \cdot 10^{-8} \Omega m$ ) per la lampadina 1:

- da 1.6;  $d = (1.6168 \pm 0.0009)10^{-5}m$
- da 1.5,  $l = (0.4814 \pm 0.0005)m$

Per la lampadina 2:

- da 1.6;  $d = (1.642 \pm 0.002)10^{-5}m$
- da 1.5;  $l = (0.492 \pm 0.001)m$

Le incertezze su tali misure sono state determinate con:

$$\Delta d = \sqrt{\left(\frac{\partial d}{\partial K} \Delta K\right)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial R_{300K}} \Delta R_{300K}\right)^2} \quad (4.1)$$

$$\Delta l = \sqrt{\left(\frac{\partial l}{\partial d} \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial R_{300K}} \Delta R_{300K}\right)^2} \quad (4.2)$$

Si noti che tali valori sono molto simili tra loro, ciò è dovuto alle analoghe considerazioni fatte sulla costituzione fisica e geometrica delle lampadine ed essendo il valore di resistenza misurato a temperatura ambiente molto simili.

## 5 Bibliografia

- Slide A.A. 2023/2024, Professore F. Neri, Università degli Studi di Messina
- Mazzoldi; Nigro; Voci, Fisica 2, EdiSES
- Documentazione root: <https://root.cern/doc/v628/>