PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

SEPTIEMBRE - 2005

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Criterios generales de evaluación de la prueba: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.

Datos o tablas (si ha lugar): Podrá utilizarse una calculadora “en línea”. No se admitirá el uso de memoria para texto, ni las prestaciones gráficas.

Optatividad: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas y cuatro cuestiones. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. El alumno deberá escoger una de las pruebas, A o B, y desarrollar las preguntas de la misma en el orden deseado.

PRUEBA A

PROBLEMAS

1º) a) Calcúlense los valores de a para los cuales las rectas $r \equiv \begin{cases} 3x + ay - 6az + 1 = 0 \\ -x + y + 3z - 3 = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x = -1 - \lambda \\ y = 3 + \lambda \\ z = 1 + a\lambda \end{cases}$ son perpendiculares.

b) Para a = 1, calcúlese la recta t que pasa por P(1, 1, 1) y se apoya en r y s.

2º) a) Estúdiese la derivabilidad de $f(x) = \begin{cases} L\left(1 + x^2\right) & para \quad x > 0 \\ x^2 & para \quad x \leq 0 \end{cases}$, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus puntos de inflexión. Esbócese su gráfica.

b) Calcúlese el área limitada por la gráfica de f(x) y las rectas x = -1, x = 1, y = 0.

CUESTIONES

1ª) Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$. Calcúlese el determinante de A sabiendo que se cumple que $A^2 - 2A + I = 0,$ donde I es la matriz identidad y 0 es la matriz nula.

2ª) Discútase, según el valor de a, el rango de la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$.

3ª) Calcúlese el punto simétrico de P(1, 1, 1) respecto al plano $\pi \equiv x + y + z = 0$.

4ª) Calcúlense los valores de $\lambda \neq 0$ para los cuales $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen\ x^2}{\cos^2(\lambda x) - 1} = -1$.

****

PRUEBA B

PROBLEMAS

1º) Sea k un número real. Considérese el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} kx+y+z=1 \\ x+ky+z=k \\ x+y+kz=k^2 \end{cases}$

a) Discútase según los valores de k e interprétese geométricamente el resultado.

b) Resuélvase el sistema para k = 2.

2º) Sea $P(a,\ sen\ a)$ un punto de la gráfica de la función $f(x)=sen\ x$ en el intervalo $[0,\ \pi]$. Sea r la recta tangente a dicha gráfica en el punto P y S el área de la región determinada por las rectas $r,\ x=0,\ x=\pi,\ y=0$. Calcúlese el punto P para el cuál el área S es mínima. (Nota: puede asumirse sin demostrar que la recta r se mantiene por encima del eje OX entre 0 y π).

CUESTIONES

1ª) Calcúlese $I=\int \frac{1}{x^2+4x+13}\cdot dx$.

2ª) Sea $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Determínense los valores de m para los cuales $M=A+m\cdot I$ no es inversible (donde I denota la matriz identidad)

3ª) Calcúlese $\lim\limits_{x\to 0}(Lx\cdot sen\ x)$.

4ª) Calcúlese el volumen del tetraedro de vértices son los puntos $A(1,\ 1,\ 1)$, $B(1,\ 2,\ 3)$, $C(2,\ 3,\ 1)\ y\ D(3,\ 1,\ 2)$.

****