PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

SEPTIEMBRE - 2004

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Criterios generales de evaluación de la prueba: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.

Datos o tablas (si ha lugar): Podrá utilizarse una calculadora “en línea”. No se admitirá el uso de memoria para texto, ni las prestaciones gráficas.

Optatividad: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas y cuatro cuestiones. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. El alumno deberá escoger una de las pruebas, A o B, y desarrollar las preguntas de la misma.

PRUEBA A

PROBLEMAS

1º) Sea m un número real y sean r y π la recta y el plano dados respectivamente por las ecuaciones $r \equiv \begin{cases} 2x - my + z = 2 - m \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$ y $\pi \equiv 3x + 2z = 2 - m$. Se pide:

a) Estudiar la posición relativa de r y π en función del valor de m.

b) Para el valor de m = 1, hallar la ecuación del plano π' que pasa por el punto de corte de r y π y es perpendicular a la recta $t \equiv x = y = z$.

2º) Sea f la función dada por $f(x) = x^2 - 3|x| + 2,\ \ x \in R$.

a) Estudiar la derivabilidad de f en x = 0 mediante la definición de derivada.

b) Determinar los intervalos de monotonía de f y sus extremos relativos.

c) Esbozar la gráfica de f.

CUESTIONES

1ª) Sea A una matriz cuadrada de orden 4 cuyo determinante vale 3, y sea la matriz $B=\sqrt[3]{3}\,A$. Calcular el determinante de B.

2ª) Calcular la distancia entre las rectas $r\equiv\begin{cases}x=1+2\lambda\\ y=0\\ z=-\lambda\end{cases}$ y $s\equiv\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

3ª) Calcular el valor de $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{tag\left(2x\right)}{tag\left(6x\right)}$.

4ª) Hallar el área del recinto limitado por las parábolas $y=6x-x^2$ e $y=x^2-2x$.

****

PRUEBA B

PROBLEMAS

1º) Se considera el sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} x+2y+3z=1 \\ x+ay+3z=2 \\ 2x+(2+a)y+6z=3 \end{cases}$.

a) ¿Existe algún valor del parámetro a para el cual el sistema es incompatible?

b) ¿Existe algún valor del parámetro a para el cual el sistema sea compatible determinado?

c) Resolverlo para a = 0.

2º)

a) Dada la función $f : [1,\ e] \rightarrow R$ *definida por* $f(x)=\frac{1}{x}+L\,x$, determinar de entre todas las rectas tangentes a la gráfica de f la que tiene máxima pendiente. Escribir la ecuación de dicha recta.

b) Calcular la función primitiva de f(x) que pase por el punto P(e, 2).

CUESTIONES

1ª) Dadas las matrices $P=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ *y* $A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, hallar la matriz B sabiendo que $P^{-1} \cdot B \cdot P = A$.

2ª) Hallar la ecuación general del plano α que pasa por los puntos $A(2,\ 2,\ -1)$, $B(4,\ 0,\ 2)$ y es perpendicular al plano $\pi \equiv x-5y+2z-6=0$.

3ª) Hallar el área limitada por las gráficas de las funciones $y=3x-x^2$ *e* $y=2x-2$.

4ª) Determinar el valor de a para que se verifique $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2+ax+1}-x\right)=2$.

****