PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

EXTRAORDINARIA – 2022

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

El alumno deberá escoger libremente cinco problemas completos de los diez propuestos. Se expresará claramente los elegidos. Si se resolvieran más, solo se corregirán los 5 primeros que estén resueltos (según el orden de numeración de pliegos y hojas de cada pliego) y que no aparezcan totalmente tachados. Podrán usarse calculadoras no programables, que no admitan memoria para texto, ni para resolución de ecuaciones, ni para resolución de integrales, ni para representaciones gráficas. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver, justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las propuestas, claridad y coherencia en la exposición, precisión de los cálculos y en las anotaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

1º) $a)$ Discuta el sistema $\begin{cases} x+y+mz=4 \\ 2x-y+2z=3 \\ x-2y+z=0 \end{cases}$ según los valores del parámetro m.

$b)$ Resuelva el sistema si $m=2$.

2º) $a)$ Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\ y\ C=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, hállese la matriz X tal que $AX+B=C$.

$b)$ Dadas las matrices $M=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, N=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\ y\ P=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, explíquese cuáles de los productos $M\cdot N, M\cdot P, N\cdot P$ pueden calcularse, y calcúlense cuando se pueda.

3º) $a)$ Calcule el plano π que pasa por el punto $P(1,0,1)$ y es paralelo a los siguientes vectores: $\vec{u}=(1,1,1)$ y $\vec{v}=(1,2,3)$.

$b)$ Calcule el plano β paralelo al plano $\alpha\equiv 3x+2y+2z+1=0$ que pase por el punto $Q(1,2,3)$.

4º) $a)$ Encuéntrense las ecuaciones de la recta t que está contenida en el plano $\alpha\equiv x-y=0$, es paralela al plano $\beta\equiv 2x-3y+z=4$ y pasa por el punto $P(1,1,3)$.

b) Hállese la ecuación del plano que es paralelo a la recta $r \equiv x - 1 = y + 2 = \frac{z-1}{2}$ y pasa por los puntos $A(0,3,1)$ y $B(-2,1,-1)$.

5º) Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{2-x}$, se pide:

a) Encuentre su dominio y calcule sus asíntotas, si las tiene.

b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos relativos, si los tiene.

6º) a) Calcule $\lim_{x \to 0} \frac{L(1+x)}{e^x - 1}$.

b) Estudiando previamente el signo de la función en el intervalo $[0,3]$, hállese el área limitada por la gráfica de la función $f(x) = x^3 - 9x$ y el eje de abscisas, cuando x varía en el intervalo $[0,3]$.

7º) a) Enuncie el teorema de Bolzano.

b) Averigüe si la función $f(x) = x + sen\, x - 2$ se anula en algún punto del intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

8º) a) Estudie el signo de la función $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$ en el intervalo $[0,2]$.

b) Calcule el área limitada por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje de abscisas en el intervalo $[0,2]$.

9º) Entre los participantes de un torneo internacional de ajedrez:
--- El 28 % de ellos son rusos, de los cuales las tres cuartas partes son grandes maestros.
--- El 24 % son estadounidenses y entre ellos la mitad son grandes maestros.
--- El 48 % son del resto del mundo, de los cuales un tercio son grandes maestros.
Considerando los sucesos: R: "ser ruso"; E: "ser estadounidense"; M: "no ser ruso ni estadounidense" y GM: "ser gran maestro".

a) Indique cuáles son los valores de $P(GM/R)$; $P(GM/E)$; $P(GM/M)$.

b) Calcule la probabilidad de que al elegir al azar a uno de los participantes en el torneo, sea un gran maestro.

c) Se elige al azar a uno de los grandes maestros del torneo, ¿cuál es la probabilidad de que sea ruso?

10º) La variable agudeza visual de una población se ajusta a una distribución normal de media 2 cpg (ciclos por segundo) y desviación típica 1 cpg. A los individuos con una agudeza visual inferior a 1,1 cpg se les considera con "problemas visuales graves".

a) ¿Qué porcentaje de la población tiene “problemas visuales graves”?

b) ¿Qué porcentaje de la población tiene una agudeza visual entre 2 y 2,9 cpg?

****