

PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

SEPTIEMBRE - 2007

MATEMÁTICAS II

Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Criterios generales de evaluación de la prueba: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.

Datos o tablas (si ha lugar): Podrá utilizarse una calculadora "de una línea". No se admitirá el uso de memoria para texto, ni de las prestaciones gráficas.

Optatividad: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas y cuatro cuestiones. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. El alumno deberá escoger una de las pruebas, A o B, y desarrollar las preguntas de la misma en el orden deseado.

PRUEBA A

PROBLEMAS

1º) Se considera el sistema
$$\begin{cases} x + y + az = 4 \\ ax + y - z = 0 \\ 2x + 2y - z = 2 \end{cases}$$
, donde a es un parámetro real.

a) Discutir el sistema en función del valor del parámetro a .

b) Resolver el sistema para $a = 1$.

2º) Sea f la función dada por $f(x) = e^{2x-x^2}$. Se pide:

a) Calcular los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos y las asíntotas de f .

b) Determinar el número de soluciones de la ecuación $f(x) = 2$ en el intervalo $[0, 1]$.

CUESTIONES

1ª) Sea X una matriz 2×2 , I la matriz identidad 2×2 y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Hallar X sabiendo que $BX + B = B^2 + I$.

2ª) Determinar el punto simétrico de $P(4, 0, 3)$ respecto del plano de ecuación $\pi \equiv x = y$.

3ª) Determinar en qué puntos de la gráfica de la función $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$, la recta tangente a la misma es paralela a la recta $y = x + 7$.

4ª) Calcular el área del recinto limitado por la curva de ecuación $y = L x$, el eje OX y las rectas $x = 1$ y $x = 2$.

PRUEBA B

PROBLEMAS

1º) De la recta r se sabe que está contenida en el plano $\pi \equiv x - y = 0$, que $O(0, 0, 0)$ pertenece a r , y que el vector que une O y $B(1, 0, -1)$ es perpendicular a r . Determinar la recta r , y calcular la distancia entre r y el plano π' paralelo a π que pasa por B .

2º) Sea la función $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$. Se pide hallar:

a) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f , los máximos y mínimos relativos y las asíntotas. Esbozar su gráfica.

b) El área de la región limitada por la gráfica de f , el eje OX y las rectas $x = -2$ y $x = 2$.

CUESTIONES

1ª) Discutir, en función del número real m , el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & m \\ 1+m & 2 & 3 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

2ª) Sea A el punto medio del segmento de extremos $P(3, 2, 1)$ y $Q(-1, 0, 1)$. Calcular el volumen del tetraedro de vértices A , $B(2, 1, 3)$, $C(1, 2, 3)$ y $D(3, 4, 1)$.

3ª) Discutir si la ecuación $x + \operatorname{sen} x = 2$ tiene alguna solución real.

4ª) Calcular, si existe, el valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - e^{-x})^2}{x^2}$.
