PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

SEPTIEMBRE - 2009

MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Criterios generales de evaluación de la prueba: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.

Datos o tablas (si ha lugar): Podrá utilizarse una calculadora no programable y no gráfica.

Optatividad: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas y cuatro cuestiones. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. El alumno deberá escoger una de las pruebas, A o B, y desarrollar las preguntas de la misma en el orden deseado.

PRUEBA A

PROBLEMAS

1º) Sea la función $f(x)=\frac{x^3}{x^2+1}$. Se pide:

a) Halla su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, intervalos de concavidad y convexidad, puntos de inflexión y asíntotas. Esbozar su gráfica.

b) Calcular el valor de $I=\int_0^1 f(x)\cdot dx$.

2º) Se considera la recta $r\equiv\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=z$ y el punto P(1, 8, 2).

a) Hállese el punto A de la recta r tal que el vector $\overrightarrow{v}=\overrightarrow{AP}$ es perpendicular a r.

b) Determínese el plano π que es paralelo a r, pasa por B(5, 1, 0) y por el simétrico del punto P respecto de r.

CUESTIONES

1ª) Calcular el límite $\underset{x \to 0}{lím} \dfrac{L\,2^{sen\ x}}{e^{x}-1}$.

2ª) Hallar los puntos en los que la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)=x^3$ es paralela a la recta de ecuación y = 3x + 2.

3ª) Determinar el ángulo que forma la recta $r \equiv \dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{3}=z$ y el plano $\pi \equiv x+y-z=4$.

4ª) Resolver la ecuación $\begin{vmatrix} -x & -1 & 2x \\ 2x & -x & -1-x \\ -1 & 2x & 0 \end{vmatrix}=0$.

****

PRUEBA B

PROBLEMAS

1º) a) Discutir, según el valor del parámetro real α, el sistema $\begin{cases} 2x+y+z=4 \\ x-\alpha y+z=\alpha \\ 3x+2z=5 \end{cases}$.

b) Interpretar la discusión realizada en a) en términos de la posición relativa de los planos dados por cada una de las tres ecuaciones del sistema.

2º) Sea la función $f(x)=sen\ x+\cos\ x$, definida en el intervalo $[0,\ 2\pi]$. Se pide:

a) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los extremos relativos. Esbozar su gráfica.

b) Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de f y las rectas de ecuaciones $x=0$, $x=\frac{\pi}{4}$, e $y=2$.

CUESTIONES

1ª) Sea $\alpha \neq 0$ un número real, y las rectas $r \equiv \frac{x}{2}=y=\frac{z}{\alpha}$ y $s \equiv \begin{cases} x=1+4\lambda \\ y=2\lambda \\ z=3-2\lambda \end{cases}$. Para el valor de α para el que r y s son paralelas, hallar el plano que las contiene.

2ª) Estudiar, en función del parámetro λ, el rango de la matriz $A=\begin{pmatrix} 2-\lambda & 1 & 1 \\ 1 & -\lambda & -1 \\ 1 & -1 & 2-\lambda \end{pmatrix}$.

3ª) Probar que la ecuación $x^{2009}-e^{x}+2=0$ tiene alguna solución.

4ª) Calcular $I=\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$.

****