PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

JUNIO – 2012

MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Indicaciones:

1.-Optatividad: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.
2.-Calculadora: Se permitirá el uso de calculadoras no programables (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).
Criterios generales de evaluación de la prueba: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que pueden reconstruirse la argumentación lógica de los cálculos.

OPCIÓN A

1º) Sea $f(t)=\frac{1}{1+e^t}$:

a) Calcular $\int f(t)\cdot dt$.

b) Sea $g(x)=\int_0^x f(t)\cdot dt$. Calcular $\lim\limits_{x\to 0}\frac{g(x)}{x}$.

2º) Dada la función $f(x)=\frac{ae^{2x}}{1+x}$, se pide:

a) Hallar α para que la pendiente de la recta tangente a la función en x = 0 valga 2.

b) Para α = 1, estudiar el crecimiento, decrecimiento y extremos relativos.

c) Para α = 1, hallar sus asíntotas.

3º) Se considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} ax+y+z=(a-1)(a+2) \\ x+ay+z=(a-1)^2(a+2) \\ x+y+az=(a-1)^3(a+2) \end{cases}$.

a) Discutir el sistema según los valores del parámetro α.

b) Resolver el sistema para $\alpha = 1$.

c) Resolver el sistema para $\alpha = -2$.

4º) Se consideran las rectas $r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{2}$ y $s \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

a) Justificar razonadamente que ambas rectas se cruzan.

b) Hallar la perpendicular común y que corta a las dos rectas.

****

OPCIÓN B

1º) a) Calcular $\int \frac{1}{x^2+2x+3} \cdot dx$

b) Calcular los valores del parámetro α para que las tangentes a la gráfica de la función $f(x)=ax^3+2x^2+3$ en los puntos de abscisas x = 1 y x = -1 sean perpendiculares.

2º) Se considera la función $f(x)=e^x+Lx,\ x\in(0,\ \infty)$ donde L denota el logaritmo neperiano.

a) Estudiar la monotonía y las asíntotas de f(x).

b) Demuestra que la ecuación $x^2e^x-1=0$ tiene una única solución c en el intervalo $[0,\ 1]$.

c) Deducir que f presenta un punto de inflexión en c. Esbozar la gráfica de f.

3º) Sea M una matriz cuadrada que cumple la ecuación $M^2-2M=3I$, donde I denota la matriz identidad.

a) Estudiar si existe la matriz inversa de M. En caso informativo expresar M^{-1} en términos de M e I.

b) Hallar todas las matrices M de la forma $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ que cumplen la siguiente ecuación: $M^2-2M=3I$.

4º) Un cuadrado tiene dos vértices consecutivos en los puntos P(2, 1, 3) y Q(1, 3, 1); los otros dos sobre la recta r que pasa por R(-4, 7, -6).

a) Calcular la ecuación de la recta r.

b) Calcular la ecuación del plano π que contiene al cuadrado.

c) Hallar las coordenadas de uno de los otros vértices.

****