PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

JUNIO – 2013

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Indicaciones:

1.-Optatividad: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.
2.-Calculadora: Se permitirá el uso de calculadoras no programables (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).
Criterios generales de evaluación de la prueba: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que pueden reconstruirse la argumentación lógica de los cálculos.

OPCIÓN A

1º) Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2\\1\\a\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3\\-1\\-4\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$.

a) Calcular, cuando sea posible, las matrices $C\cdot B^T$, $B^T\cdot C$ y $B\cdot C$.

b) Hallar α para que el sistema $x\cdot A+y\cdot B=4C$ de tres ecuaciones y dos incógnitas x, y, sea compatible determinado y resolverlo para ese valor de α.

2º) Sean los puntos A(1, 2, -1), P(0, 0, 5), Q(1, 0, 4) y R(0, 1, 6).

a) Hallar la ecuación de la recta r que pasa por el punto A, es paralela al plano π que pasa por los puntos P, Q y R, y tal que la primera componente de su vector director es doble que la segunda.

b) Hallar la distancia del punto A al plano que pasa π por P, Q y R.

3º) Sea la función $f(x)=\begin{cases}a\sqrt{x}+bx & si\ \ 0\le x\le 1\\ c\,L\,x & si\ \ 1<x\end{cases}$. Halla α, b y c sabiendo que f(x) es conti-

nua en $(0,\ \infty)$, la recta tangente a f(x) en el punto de abscisa $x=\frac{1}{16}$ es paralela a la recta $y=-4x+3$, y se cumple que $\int_1^e f(x)\cdot dx=2$.

4º) a) Estudiar el crecimiento de la función $f(x)=x^3+3x^2-3$.

b) Probar que la ecuación $x^3+3x^2-3=0$ tiene exactamente tres soluciones reales.

****

OPCIÓN B

1º) Sea $A = \begin{pmatrix} a & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$.

a) ¿Para qué valores de α la matriz A es inversible?

b) Estudiar el rango según los valores de α.

c) Hallar α para que se cumpla que $A^{-1} = \frac{1}{4}A$.

2º) Sean los puntos P(1, 4, -1), Q(0, 3, -2) y la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y - z = 4 \end{cases}$.

a) Hallar la ecuación del plano β que pasa por el punto P, por un punto R de la recta r y es perpendicular a la recta que pasa por Q y R.

b) Hallar el ángulo que forman la recta r y el plano $\pi \equiv x - y - 3 = 0$.

3º) Sea la función $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$.

a) Calcular sus asíntotas y estudiar su crecimiento y decrecimiento.

b) Dibujar el recinto comprendido entre la recta y = 1, la gráfica de la función f(x), el eje OY y la recta x = 2; calcular el área de dicho recinto.

4º) Determinar, de entre los triángulos isósceles de perímetro 6 metros, el que tiene área máxima.

****