PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

SEPTIEMBRE – 2020

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

El alumno deberá escoger libremente CINCO problemas completos de los DIEZ propuestos. Se expresará claramente los elegidos. Si se resolvieran más, solo se corregirán los 5 primeros que estén resueltos (según el orden de numeración de pliegos y hojas de cada pliego) y que no aparezcan totalmente tachados. Se permite el uso de calculadoras no programables. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las propuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión de los cálculos y en las anotaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

1º) a) Discutir el sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} \lambda x + y = 1 \\ x + \lambda y + z = 2 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$, según los valores del parámetro λ.

b) Resolverlo para $\lambda = 1$.

2º) Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ m & n \end{pmatrix}$:

a) Encontrar los valores de m y n para que se verifique: $A^2 = A^t$, siendo A^t la matriz traspuesta de A.

b) ¿Para qué valores de m y n la matriz A es invertible?

3º) Dado el punto $P(2, 1, 1)$ la recta $r \equiv \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-4}{-3}$:

a) Hallar la recta s paralela a r y que pase por P.

b) Hallar la ecuación del plano π que pasa por el punto P y contiene a la recta r.

4º) a) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(1, 2, 3)$ y es paralela a la recta $r \equiv \begin{cases} x - y - z - 1 = 0 \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases}$.

b) Calcular el punto A', simétrico de $A(1, 2, 3)$ respecto del plano π de ecuación general $\pi \equiv 3x + 2y + z + 4 = 0$.

5º) Determinar la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, conociendo que tiene un punto de inflexión en $x = 1$ y que la recta tangente a su gráfica en el punto $P(-1, 0)$ es el eje de abscisas.

6º) Demuestre que la ecuación $x^4 + 3x = 1 + sen\, x$ tiene alguna solución real en el intervalo $[0, 2]$. Probar que la solución es única.

7º) a) Calcular: $\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x^2-x+1}-\sqrt{2x-1}}{1-x}$.

b) Dada la función $f(x) = \frac{2x-e^{-x}}{x^2+e^{-x}}$, hallar la función primitiva suya $F(x)$ que verifique $F(0) = 3$.

8º) a) Dada la función $f(x) = \frac{Lx}{x}$. Encontrar sus extremos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Dada la función $f(x) = x^2 - 2x$. Estudiar el signo de la función en el intervalo $[1, 3]$ y encontrar el área del recinto comprendido entre su gráfica, el eje OX y las rectas $x = 1\ y\ x = 3$.

9º) El consumo de azúcar en un determinado país, calculado en kg por persona y año, varía según una distribución normal de media 15 kg y desviación típica 5.

a) ¿Qué porcentaje de personas de ese país consumen menos de 10 kg de azúcar al año?

b) ¿Cuál es el porcentaje de personas del país cuyo consumo anual de azúcar es superior a 25 kg?

10º) Los estudiantes, que comienzan los estudios en Medicina, en el conjunto formado por las comunidades de Andalucía, Baleares y Castilla y León, se distribuyen de la siguiente forma: un 50 % de Andalucía, un 15 % de Baleares y un 35 % provienen de Castilla y León. Los porcentajes de dichos estudiantes que no consiguen el título de Médico son los siguientes: 15 % de Andalucía, 10 % de Baleares y 5 % de Castilla y León.

a) Calcular la probabilidad de que uno de dichos estudiantes, elegido al azar, no consiga el título de Licenciado en Medicina.

b) Si un alumno no consigue el título de Licenciado en Medicina, ¿es más probable que provenga de Andalucía o de Castilla y León?

****