PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

SEPTIEMBRE - 2002

MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Criterios generales de evaluación de la prueba: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.

Datos o tablas (si ha lugar): Podrá utilizarse una calculadora "en línea". No se admitirá el uso de memoria para texto, ni las prestaciones gráficas.

Optatividad: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas y cuatro cuestiones. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. El alumno deberá escoger una de las pruebas, A o B, y desarrollar las preguntas de la misma.

PRUEBA A

PROBLEMAS

1º) Se consideran los planos $\pi_1 \equiv x + y + z = 0$ y $\pi_2 \equiv x - y + z = 1$. Se pide:

a) Hallar un plano π, perpendicular a ambos y que pase por el punto P(1, 2, -1).

b) Determinar una recta r paralela a ambos pasando por el punto Q(2, 1, 1).

c) Calcular el ángulo que forman π_1 y π_2.

2º) a) Enunciar el teorema de los incrementos finitos.

b) Una función f(x), derivable en toda la recta, verifica: f(0) = -2; f(2) = 6.

> b_1) Aplicando el teorema anterior, probar que existe un punto c en el intervalo $(0,\ 2)$ tal que $f'(c) = 4$.
>
> b_2) Si además f(x) tiene derivada continua y f'(0) = 0, probar que hay un punto en el intervalo $(0,\ 2)$ en el que la derivada de f toma el valor 3.

CUESTIONES

1ª) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, hallar para qué valores de m la matriz $B + mA$ no tiene inversa.

2ª) Calcular el valor de a para que el producto vectorial de los vectores $\vec{u} = (a, -a, 2)$ y $\vec{v} = (2, a, 1)$ sea proporcional al vector $\vec{w} = (1, 1, 0)$.

3ª) Calcular $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{sen\ x}$.

4ª) Calcular $\int \dfrac{x}{\sqrt{1+2x^2}} \cdot dx$.

****

PRUEBA B

PROBLEMAS

1º) La circunferencia $x^2 + (y+4)^2 = 25$ corta al eje OX en dos puntos P_1 y P_2.
a) Hallar las coordenadas de los puntos P_1 y P_2.
b) Hallar la ecuación de la elipse cuyos focos son P_1 y P_2 y cuyo eje mayor es igual al diámetro de la circunferencia anterior.

2º) La gráfica de la función $y = \cos x$ en el intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ determina con los dos ejes de coordenadas un recinto que queda dividido en dos partes por la gráfica de la función $y = sen\ x$. Determinar el área de cada una de estas partes.

CUESTIONES

1ª) Si los determinantes de las matrices cuadradas de orden tres A y 2A son iguales, calcular el determinante de A. ¿Existe la matriz inversa de A?

2ª) Hallar el plano π que contiene a la recta $r \equiv \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$ y es paralelo a la $recta\ \ s \equiv \begin{cases} x - y - z + 2 = 0 \\ y - 2z - 1 = 0 \end{cases}$.

3ª) Dada la función $f(x) = \dfrac{sen\ x + sen(x+1)}{\cos\ x - \cos(x+1)}$ en el intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, demostrar, calculando su derivada, que f(x) es constante.

4ª) Hallar a, b, c para que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tome valor 0 para x = 1, presente un máximo relativo en x = -1 y un mínimo relativo en x = 0.

****