PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

JUNIO - 2000

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Criterios generales de evaluación de la prueba: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.

Datos o tablas (si ha lugar): Podrá utilizarse una calculadora "en línea". No se admitirá el uso de memoria para texto, ni las prestaciones gráficas.

Optatividad: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas y cuatro cuestiones. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. El alumno deberá escoger una de las pruebas, A o B, y desarrollar las preguntas de la misma.

PRUEBA A

PROBLEMAS

1º) Una matriz cuadrada A tiene la propiedad de que $A^2 = 2A + I$, donde I es la matriz unidad.
a) Demostrar que A admite inversa, y obtenerla en función de A.
b) Dada la matriz $B = \begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix}$, hallar para que valores de m se verifica que $B^2 = 2B + I$, y para esos valores escribir la matriz inversa de B.

2º) a) Enunciar el teorema fundamental del cálculo integral.
b) Calcular una primitiva de la función $f(x) = x \cdot L(1 + x^2)$.
c) Determinar el área encerrada por la gráfica de f(x), el eje OX y la recta x = 1.

CUESTIONES

1ª) ¿Qué relación debe existir entre a y b para que los vectores $\overrightarrow{u} = (a, b, 1)$, $\overrightarrow{v} = (-b, -1, a)$ y $\overrightarrow{w} = (-a, b, a)$ estén sobre un mismo plano.
2ª) Dados los planos $\pi_1 \equiv 3x + 4y + 5z = 0$, $\pi_2 \equiv 2x + y + z = 0$ y el punto A(-1, 2, 1). Hallar el plano π_3 que pasa por el punto A y por la recta intersección de los planos π_1 y π_2.

3ª) Calcular, simplificando el resultado todo lo posible, la derivada de la siguiente función: $f(x) = L\dfrac{1-\cos\ x}{1+\cos\ x}$.

4ª) Hallar razonadamente la excentricidad de una elipse, sabiendo que los segmentos que unen los extremos de su eje menor con cada uno de los focos forman un cuadrado.

****

PRUEBA B

PROBLEMAS

1º) a) Concepto de sistema de ecuaciones compatible determinado y de sistema incompatible.

b) Consideramos la matriz $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & a \end{pmatrix}$. Calcular, en función del parámetro a, las matrices X de la forma $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & x \end{pmatrix}$ que verifican $A' \cdot X = A \cdot X'$. (Se recuerda que A' es la matriz traspuesta de la matriz A).

2º) Tenemos que vallar un terreno circular y un terreno cuadrado, que por uno de sus lados está limitado por una casa. Calcular el área del terreno circular y del terreno cuadrado que se pueden cercar, utilizando 150 metros de valla, con la condición de que la suma de las dichas áreas sea mínima.

CUESTIONES

1ª) Sean A y B matrices cuadradas con $|A|=2$ y $|B|=3$. Razonar cuánto vale el determinante de la matriz $B^{-1} \cdot A \cdot B$.

2ª) Consideramos el punto A(1, 4, 2), la recta $r \equiv \frac{x}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z}{1}$ y el plano cuya ecuación es $\pi \equiv x+y+z-1=0$. Calcular la recta t que pasa por A, es paralela a π y corta a r.

3ª) Hallar el área del recinto limitado por la recta $y=3-2x$ y la parábola $y=2x-x^2$.

4ª) Calcular las asíntotas de la función $y=\frac{x}{\sqrt[3]{x^3-8}}$.

****