PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

JUNIO - 2003

MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Criterios generales de evaluación de la prueba: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.

Datos o tablas (si ha lugar): Podrá utilizarse una calculadora "en línea". No se admitirá el uso de memoria para texto, ni las prestaciones gráficas.

Optatividad: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas y cuatro cuestiones. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. El alumno deberá escoger una de las pruebas, A o B, y desarrollar las preguntas de la misma.

PRUEBA A

PROBLEMAS

1º) a) Hallar el valor del parámetro a para que los planos $\begin{cases} \pi_1 \equiv 2x - y + z = 3 \\ \pi_2 \equiv x - y + z = 2 \\ \pi_3 \equiv 3x - y + az = 4 \end{cases}$ se corten en una recta r.

b) Obtener la ecuación del plano π que pasa por el punto P(2, 1, 3) y contiene a la recta r del apartado anterior.

2º) Dada la función $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$, hallar:

a) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus máximos y mínimos relativos.

b) El área de la región limitada por la gráfica de f, el eje OX y las rectas x = -1 y x = 1.

CUESTIONES

1ª) Estudiar el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & m \end{pmatrix}$, según los distintos valores de m.

2ª) Hallar la distancia del punto P(2, 1, 1) a la recta $r \equiv \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} + \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$.

3ª) Calcular $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - x - \cos x}{sen^2 x}$.

4ª) Demostrar que la ecuación $x^5 + 4x^3 + 3 = 0$ tiene exactamente una raíz en el intervalo $[-1, 1]$. ¿En qué resultados te basas?

****

PRUEBA B

PROBLEMAS

1º) Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, se define la siguiente matriz: $C = A + mB$.

a) Hallar para qué valores de m la matriz C tiene rango menor que 3.

b) Para m = -1, resolver el sistema lineal homogéneo cuya matriz de coeficientes es C.

2º) a) Hallar a y b para que la función $f(x)=\begin{cases} L(e+sen\ x) & si\ \ x<0 \\ x^3+ax+b & si\ \ x\geq 0 \end{cases}$ sea continua en $x=0$.

b) Calcular $f'\left(-\frac{\pi}{2}\right)$.

CUESTIONES

1ª) Si A es una matriz cuadrada, ¿la matriz $A+A^T$ es igual a su traspuesta? Razonar la respuesta. (A^T es la matriz traspuesta de A).

2ª) Hallar la ecuación de la recta s que pasa por el punto A(1, 2, -1), es paralela al plano $\pi \equiv 2x+y-z-3=0$ y es perpendicular a la recta $r \equiv x = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{3}$.

3ª) Hallar el área de la región limitada por la curva $y=x^2$ y la recta y = 2x + 3.

4ª) ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia de centro O'(3, 2) que es tangente al eje de abscisas?

****