

PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

SEPTIEMBRE - 2001

MATEMÁTICAS II

Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Criterios generales de evaluación de la prueba: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.

Datos o tablas (si ha lugar): Podrá utilizarse una calculadora "en línea". No se admitirá el uso de memoria para texto, ni las prestaciones gráficas.

Optatividad: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas y cuatro cuestiones. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. El alumno deberá escoger una de las pruebas, A o B, y desarrollar las preguntas de la misma.

PRUEBA A

PROBLEMAS

1º) a) Calcular el valor de α para que la recta $r \equiv \begin{cases} 2x-3y=-1 \\ x+y-z=2 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv ax-y+z=5$ sean perpendiculares.

b) ¿Existe algún valor real de α para que r y π sean paralelos?

c) Hallar el valor de α para que el ángulo formado por la recta r y el plano π sea de 30° .

2º) Dada la curva $y = x^2 + a$:

a) Calcular el valor de α para que las tangentes a la curva en los puntos de abscisa de valor absoluto 1, pasen por el origen de coordenadas.

b) Para $\alpha = 1$, hallar el área del recinto limitado por la curva y las tangentes a la curva en los puntos $A(1, 2)$ y $B(-1, 2)$.

CUESTIONES

1ª) Sea A una matriz cuadrada tal que $A^2 = A + I$, donde I es la matriz identidad. ¿Se

puede asegurar que A admite inversa? Razonar la respuesta.

2ª) Determinar α y β para que los planos $\pi_1 \equiv 6x - \alpha y + 4z + 9 = 0$ y $\pi_2 \equiv 9x - 3y + \beta z - \beta = 0$ sean paralelos. Calcular la distancia entre dichos planos.

3ª) Determinar el punto P sobre la curva $y = 12 - x^2$ situado en el primer cuadrante de forma que el área del rectángulo determinado por los dos ejes y las rectas paralelas a los ejes que pasan por el punto P sea máxima.

4ª) Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)e^x + 1}{\sin^2 x}$.

PRUEBA B

PROBLEMAS

1º) a) Discutir el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ x + (1+a)y - az = 2a \\ x + ay + (1+a)z = 1 \end{cases}$$
 según los valores de α .

b) Si para algún valor de α el sistema es compatible determinado, resolverlo.

2º) Dada la curva función $f(x) = \frac{x(x-1)}{x^2-4}$, estudiar su dominio de definición, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos y asíntotas. A partir de estos datos, representar la gráfica de $f(x)$.

CUESTIONES

1ª) Calcular el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 7 \\ -1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

2ª) Calcular la ecuación del plano que contiene a la recta $r \equiv x-3 = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$ y es paralelo a la recta $s \equiv \begin{cases} x - y - z + 2 = 0 \\ y - 2z = 1 \end{cases}$.

3ª) Calcular $I = \int \frac{e^{3x}}{2+e^x} \cdot dx$.

4ª) Sean $f(x)$ y $g(x)$ dos funciones derivables para todo valor de x , que verifican que $f(0) = g(0)$ y que $f'(x) > g'(x)$ para $x \geq 0$. ¿Se puede asegurar que $f(x) > g(x)$ para $x > 0$? Razona la respuesta indicando en que resultados te basas.
