PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

JULIO – 2020

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

El alumno deberá escoger libremente CINCO problemas completos de los DIEZ propuestos. Se expresará claramente los elegidos. Si se resolvieran más, solo se corregirán los 5 primeros que estén resueltos (según el orden de numeración de pliegos y hojas de cada pliego) y que no aparezcan totalmente tachados. Se permite el uso de calculadoras no programables. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las propuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión de los cálculos y en las anotaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

1º) Se considera el sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} x - y + az = 0 \\ x - z = 0 \\ 2x + ay - 2z = 0 \end{cases}$.

a) Estudie la existencia y número de soluciones según los valores del parámetro a.

b) Resuélvalo, si es posible, para el valor del parámetro $a = -1$.

2º) Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ a-3 & a-3 \end{pmatrix}$:

a) Indique para qué valores de a existe la matriz inversa A^{-1}.

b) Si $a = 4, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, encuentre la matriz X que verifica la siguiente ecuación: $B + X \cdot A = C$.

3º) Sean el plano $\pi \equiv x - 2y + 2z + 1 = 0$, la recta $r \equiv \begin{cases} x - y = 0 \\ z + 1 = 0 \end{cases}$ y $A(1, 3, -1)$. Halla la ecuación del plano β que pasa por A, es paralelo a r y perpendicular a π.

4º) Dados el punto $A(1, 2, 4)$ y la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$:

a) Halla un punto B de la recta r de forma que el vector $\overrightarrow{AB}$ sea paralelo al plano de ecuación $\pi \equiv x + 2z = 0$

b) Halla un vector $\vec{w} = (a, b, c)$ perpendicular a $\vec{u} = (1, 0, -1)$ y $\vec{v} = (2, 1, 0)$.

5º) Representar gráficamente la función $f(x) = x \cdot e^x$, calculando previamente sus extremos relativos, intervalos de crecimiento y decrecimiento, concavidad y convexidad y sus asíntotas.

6º) Demuestre que la ecuación $x^3 - 12x = -2$ tiene una solución en el intervalo $[-2, 2]$ y pruebe además que esa solución es única.

7º) $a)$ Calcular: $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - \cos x - x}{e^x + \operatorname{sen} x - 1}$.

$b)$ Calcular: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\operatorname{sen} x + \cos x) \cdot dx$.

8º) $a)$ Calcule los puntos de corte de las gráficas $f(x) = \frac{2}{x}$ y $g(x) = 3 - x$.

$b)$ Sabiendo que en el intervalo $[1, 2]$ se verifica que $g(x) \geq f(x)$ calcular el área del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones en dicho intervalo.

9º) El peso de los alumnos de 2º de bachillerato de un instituto de León, sigue una distribución normal, de media 75 kg y desviación típica 5. Si se elige al azar un alumno, calcular la probabilidad de que:

$a)$ Tenga un peso entre 70 y 80 kg.

$b)$ Tenga un peso superior a 85 kg.

10º) La probabilidad de que a un puerto llegue un barco de tonelaje bajo, medio o alto es 0,6, 0,3 y 0,1, respectivamente. La probabilidad de que necesite mantenimiento en el puerto es de 0,25 para los barcos de bajo tonelaje, 0,4 para los de tonelaje medio y 0,6 para los de tonelaje alto.

$a)$ Si llega un barco a puerto, calcule la probabilidad de que necesite mantenimiento.

$b)$ Si un barco ha necesitado mantenimiento, calcule la probabilidad de que sea de tonelaje medio.

****