PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

JUNIO – 2022

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

El alumno deberá escoger libremente cinco problemas completos de los diez propuestos. Se expresará claramente los elegidos. Si se resolvieran más, solo se corregirán los 5 primeros que estén resueltos (según el orden de numeración de pliegos y hojas de cada pliego) y que no aparezcan totalmente tachados. Podrán usarse calculadoras no programables, que no admitan memoria para texto, ni para resolución de ecuaciones, ni para resolución de integrales, ni para representaciones gráficas. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver, justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las propuestas, claridad y coherencia en la exposición, precisión de los cálculos y en las anotaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

1º) a) Discutir el sistema $\begin{cases} 2x+2my-z=0 \\ x+2y+mz=0 \\ x-my+mz=0 \end{cases}$, según los distintos valores del parámetro m.

b) Resuelva el sistema si $m=-2$.

2º) Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} a & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, calcule el valor de a tal que: $A^2=A^{-1}+\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

3º) a) Dada la recta $r\equiv\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+1}{4}$ y el plano $\pi\equiv 2x+y+mz=0$, calcule m para que la recta y el plano sean perpendiculares.

b) Calcule el plano β perpendicular a los planos $\pi_1\equiv x+y+z=1$ y $\pi_2\equiv x-y+z=2$, que pase por el punto $P(1,2,3)$.

4º) Considere el punto $P(2,2,1)$ y el plano $\pi\equiv 2x+3y-3z+6=0$.

a) Halle la recta r que pasa por P y es perpendicular a π.

b) Calcule la distancia del punto $Q(2,2,-2)$ al plano π.

5º) Dada la función $f(x)=x\cdot e^x$, determínense su dominio de definición, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión. Esbócese su gráfica.

6º) Calcule: $a)$ $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2}$. $b)$ $I = \int_0^1 x \cdot e^x \cdot dx$.

7º) Dadas las curvas de ecuaciones $y = \sqrt{3x},\ y = \frac{1}{3}x^2$:

$a)$ Dibuje las curvas y señale el recinto plano comprendido entre ambas.

$b)$ Calcule el área de dicho recinto.

8º) $a)$ Halle el área del recinto del plano limitado por la gráfica de $f(x) = x^3 - 3x$, el eje OX y las rectas $x = 0\ y\ x = 2$.

$b)$ Calcule: $\lim_{x\to 0} \frac{x \cdot sen\ x}{2 - 2 \cdot \cos x}$.

9º) Una corporación fabrica herramientas de tres tipos de calidades. Un 10 % de calidad Alta; un 70 % de calidad Estándar y un 20 % de calidad Baja. Se sabe que son defectuosas el 1 %; el 10 % y el 30 % del total de las herramientas, respectivamente.

$a)$ Se elige una herramienta al azar. Definiendo correctamente los sucesos que intervienen, calcúlese la probabilidad de que sea defectuosa.

$b)$ Se elige una herramienta que resulta ser defectuosa. Definiendo correctamente los sucesos que intervienen, calcúlese la probabilidad de que la elegida sea de calidad estándar.

10º) El tiempo que transcurre hasta la primera avería de una unidad de cierta marca de impresoras viene dado, aproximadamente, por una distribución normal con un promedio de 1.500 horas y una desviación típica de 200 horas.

$a)$ ¿Qué porcentaje de impresoras fallarán antes de 1.000 horas de funcionamiento?

$b)$ Si compramos 500 impresoras, ¿cuántas de esas impresoras tendrán la primera avería entre las 1.000 y 2.000 horas de uso?

****