

PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LEÓN

SEPTIEMBRE – 2006

MATEMÁTICAS II

Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Criterios generales de evaluación de la prueba: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.

Datos o tablas (si ha lugar): Podrá utilizarse una calculadora “en línea”. No se admitirá el uso de memoria para texto, ni las prestaciones gráficas.

Optatividad: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas y cuatro cuestiones. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. El alumno deberá escoger una de las pruebas, A o B, y desarrollar las preguntas de la misma en el orden deseado.

PRUEBA A

PROBLEMAS

1º) a) Dados la recta $r \equiv \begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 2x + y - 5z = 2 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv ax - y + z + 1 = 0$, hállese el valor de a para que la recta r y el plano π sean paralelos.

b) Para $a = 2$, calcúlese la ecuación del plano α que contiene a r y es perpendicular a π , y hállese la distancia entre r y π .

2º) a) Estúdiense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x) = x e^{-x}$, sus máximos y mínimos relativos, asíntotas y puntos de inflexión. Demuéstrese que para todo x se tiene $f(x) \leq \frac{1}{e}$.

b) Pruébese que la ecuación $3x = e^x$ tiene alguna solución en $(-\infty, 1]$.

CUESTIONES

1ª) Sea m un número real. Discútase, en función de m , el sistema de ecuaciones lineales

homogéneo cuya matriz de coeficientes es $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & m \\ 2 & m+1 & 2 \end{pmatrix}$.

2ª.- Hállense las ecuaciones de la recta r que pasa por el punto $P(2, 1, -1)$, está contenida en el plano $\pi \equiv x + 2y + 3z = 1$, y es perpendicular a la recta $s \equiv \begin{cases} x = 2z - 3 \\ y = z + 4 \end{cases}$.

3ª.- Calcúlese $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{L \cos x - 1 + \cos x}{x^2}$.

4ª.- Calcúlese el área del recinto limitado por la curva de ecuación $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ y por la recta tangente a dicha curva en el punto $x = 0$.

PRUEBA B

PROBLEMAS

1º) Discútase, en función del valor del parámetro k , el siguiente sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} kx + 3y = 0 \\ 3x + 2y = k \\ 3x + ky = 0 \end{cases}$. Resuélvase el sistema cuando sea compatible.

2º) Sea la función $f(x) = \frac{4 - 2x^2}{x}$.

a) Determinése el dominio de f , sus asíntotas, simetrías y máximos y mínimos relativos. Esbócese su gráfica.

b) Calcúlese $\int_1^{\sqrt{2}} f(x) \cdot L x \cdot dx$.

CUESTIONES

1ª) ¿Existen máximos y mínimos absolutos de la función $f(x) = \cos x + 1$ en el intervalo $[0, \pi]$? Justifíquese su existencia y calcúlense.

2ª.- Dada la matriz $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 2 & a+1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, determínense los valores reales de a para los cuales existe la matriz inversa de P .

3ª.- Calcúlense las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1} \text{ en el punto } x = 0.$$

4ª.- El triángulo ABC es rectángulo en A, siendo A(3, 0, -1), B(6, -4, 5) y C(5, 3, z).
Calcúlese el valor de z y hállese el área del triángulo.
