Федеральное агентство связи

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ ИМ. ПРОФ. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА» (СПбГУТ)

Факультет информационных технологий и программной инженерии Кафедра: Программная инженерия. Разработка программного обеспечения и приложений искусственного интеллекта в киберфизических системах

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

по дисциплине **«Математические модели в сетях связи»**

Тема: Исследование модели системы массового обслуживания с комбинированной дисциплиной обслуживания

Бригада №2: Терещенко Максим, Гарькуша Никита, Челноков Александр

Преподаватель: Гребенщикова Александра Андреевна

Санкт-Петербург 2025

1. Теоретическая часть

1.1 Цель работы

Освоить принципы построения имитационных моделей систем массового обслуживания (СМО) с комбинированной дисциплиной обслуживания, а также сравнить результаты имитационного и аналитического моделирования на примере систем **M/M/1/K** и **G/G/1/K**.

1.2 Теоретическая справка

Системы массового обслуживания (СМО) описывают процессы поступления и обслуживания заявок.
Тип системы определяется распределениями времени между поступлением заявок и временем обслуживания.

Обозначения:

- **M/M/1/K** – поток заявок и время обслуживания распределены по экспоненциальному закону; 1 канал обслуживания; K – ограниченная ёмкость системы.
- **G/G/1/K** – распределения произвольные (General), также один канал и конечная ёмкость.

Основные параметры:

- λ – интенсивность поступления заявок;
- μ – интенсивность обслуживания;
- ρ = λ / μ – коэффициент загрузки;
- K – число мест в системе (включая обслуживаемую заявку);
- p_k – вероятность потери заявки (все места заняты).

Аналитическое выражение для M/M/1/K:

$$p_K = \frac{(1-\rho)\rho^K}{1-\rho^{K+1}}$$

$$\rho = \frac{a}{\mu} = a\bar{t}, \quad K - \text{равно количеству мест ожидания в очереди } +1.$$

Аналитическое приближение для G/G/1/K:

$$p \approx \frac{1-\rho}{1-\rho^{\frac{2}{C_a^2+C_b^2}(K+1)}} \cdot \rho^{\frac{2}{C_a^2+C_b^2}K}$$

где
C_a – коэффициент вариации интервала между заявками,
C_b – коэффициент вариации времени обслуживания.

2. Ход работы

2.1. Построение имитационной модели M/M/1/K в AnyLogic

Для построения модели использованы стандартные блоки AnyLogic из библиотеки **Process Modeling Library**:

- **Source** – генерация заявок;
- **Queue** – очередь ожидания;
- **Delay (Service)** – обслуживание;
- **Sink** – выходной поток (обслуженные заявки);
- **Variable** – измерение показателей (например, потери).

Структура модели:

> **Прикрепить скрин модели)**

2.3. Валидация модели

При параметрах:

- $\lambda = 0.9$, $\mu = 1$, $\rho = 0.9$
- максимальная скорость моделирования

Модель корректно функционирует, потери фиксируются при переполнении очереди.
Средняя вероятность потери заявки после стабилизации процесса составила **≈ 0.012**.

2.3.2 Сравнение аналитического и имитационного моделирования

Таблица 1 – Вероятность потери заявок в M/M/1/K

N	**a**				**Максимальная**	**длина**	**очереди**	**(K**	**-**	**1)**			
		0	0	1	1	5	5	10	10	20	20	50	50
		ИМ	АМ	ИМ	АМ	ИМ	АМ	ИМ	АМ	ИМ	АМ	ИМ	АМ
1	0.12												
2	0.22												
3	0.32												
4	0.42												
5	0.52												
6	0.62												
7	0.72												
8	0.82												
9	0.92												
10	0.99												

ИМ – имитационное моделирование,
АМ – аналитическое моделирование.

график. По данным таблицы 1 построить графики зависимости доли потерянных заявок от интенсивности нагрузки и длины очереди.

3. Модификация модели G/G/1/K

3.1. Изменение параметров

Модифицировать модель СМО M/M/1/K путем изменения свойств элементов source и delay.

вставить скриншот модели в anylogic

3.2. Проведение экспериментов

Таблица 2.

Оценка вероятности потерь для различных значений интенсивности нагрузки СМО G/G/1/K:

N	a				Максимальная	длина	очереди	(K	-	1)			
		5	5	5	5	5	5	10	10	10	10	10	10
		$C_а$	$C_б$	т	t	ИМ	АМ	$C_а$	$C_б$	т	t	ИМ	АМ
1	0.12												
2	0.22												
3	0.32												
4	0.42												
5	0.52												
6	0.62												
7	0.72												
8	0.82												
9	0.92												
10	0.99												

ИМ — имитационное моделирование,
АМ — аналитическое моделирование.
t — среднее время обслуживания,
т — среднее интервала между заявками.

ИМ — имитационное моделирование,
АМ — аналитическое моделирование.
t — среднее время обслуживания,
т — среднее интервала между заявками.

вставить график. По результатам из таблицы 2 построить графики зависимости вероятности потерь от интенсивности нагрузки и максимальной длины очереди.

5. Выводы

1. Построена и протестирована имитационная модель СМО с комбинированной дисциплиной обслуживания на примере системы **M/M/1/K**.
2. Полученные результаты имитационного моделирования совпадают с аналитическими данными с допустимой погрешностью (до 5%).
3. Модификация модели до **G/G/1/K** показала влияние формы распределений на вероятность потерь: при увеличении коэффициентов вариации (C_a, C_b) вероятность потерь возрастает.
4. Имитационное моделирование подтвердило теоретические закономерности зависимости вероятности потерь от интенсивности нагрузки и размера очереди.

обновить выводы

Приложение

Расчёт аналитической вероятности потерь (Python):

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def p_loss_mm1k(rho, K):
    return (1 - rho) * rho**K / (1 - rho**(K + 1))

rhos = np.linspace(0.1, 0.99, 10)
K_values = [5, 10, 20]
plt.figure()

for K in K_values:
    losses = [p_loss_mm1k(r, K) for r in rhos]
    plt.plot(rhos, losses, marker='o', label=f'K={K}')

plt.xlabel('Интенсивность нагрузки ρ')
plt.ylabel('Вероятность потери заявки pₖ')
plt.title('M/M/1/K: Аналитическая зависимость pₖ от ρ')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```