Федеральное агентство связи

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ ИМ. ПРОФ. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА» (СПбГУТ)**

Факультет информационных технологий и программной инженерии Кафедра: Программная инженерия. Разработка программного обеспечения и приложений искусственного интеллекта в киберфизических системах

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

по дисциплине **« Математическое и программное обеспечение киберфизических систем»**

Тема: Расчет нагрузки

Выполнил: студент 2-го курса группы ИКПИ-42 Терещенко Максим Андреевич
Преподаватель: Гребенщикова Александра Андреевна

Санкт-Петербург 2025

1. Основные сведения

1.1. Нагрузка

Нагрузка есть суммарное время обслуживания вызовов за фиксированное время t. Единицей измерения нагрузки является часозанятие, т.к. величина нагрузки складывается из промежутков времени, соответствующих отдельным занятиям.
Одно часо-занятие – нагрузка, которая может быть обслужена одним соединительным устройством (одним выходом коммутационного поля – КП) при его непрерывном занятии в течение одного часа.

Виды телефонной нагрузки:

1. Поступающая
2. Обслуженная
3. Потерянная

Нагрузка обладает аддитивным свойством:

$$Y(0, t1 + t2) = Y(0, t1) + Y(t1, t2)$$

1.2. Интенсивность нагрузки

Интенсивность нагрузки – математическое ожидание нагрузки в единицу времени. Единица измерения интенсивности нагрузки – Эрланг:

$$1\text{Эрл} = 1\text{часо} - \text{занятие}/\text{час}$$

Параметры:

- Параметр поступающего потока вызовов (λ_0) – число пакетов, поступающих в единицу времени.
- Средняя длительность занятия t_s, зависящая от скорости прохождения вызова через КП.

Поступающая нагрузка A_0, создаваемая простейшим потоком вызовов, численно равна:

$$A_0 = \lambda_0 t_s$$

Обслуженная нагрузка A_s равна среднему числу одновременно занятых соединительных линий (выходов КП):

$$A_s = \lambda_s t_s = V$$

Потерянная нагрузка A_L:

$$A_L = A_0 - A_s$$

1.3. Поток освобождений

Поток освобождения представляет собой последовательность моментов окончания обслуживания вызовов и зависит от поступающего потока вызовов, качества работы коммутационной системы и закона распределения длительности обслуживания.

$$P(i, x, t) = C_x \left(1 - e^{-\mu t}\right)^i e^{-(x-i)\mu t}$$

$$P(T \leq t) = H(t) = 1 - e^{-\mu t}$$

2. Содержание работы

2.1. Вычислить поступающую нагрузку, если абонент в течение часа произвел x1 = 2 вызова со средней длительностью x2 = 3/10 минут.

Среднее время обслуживания t_s:

$$t_s = \frac{3}{10} \text{ мин} = \frac{3}{10} \times 60 = 18 \text{ секунд}$$

Интенсивность поступающей нагрузки:

$$A_0 = \lambda_0 t_s = 2 \times 18 = 36 \text{ часо-занятий}$$

2.2. Вычислите нагрузку, создаваемую пакетом длиной 800 байт на интерфейсе со скоростью 10 Мбит/с.

Скорость интерфейса:

$$10 \text{ Мбит/с} = 10 \times 10^6 \text{ бит/с}$$

Размер пакета:

$$800 \text{ байт} = 800 \times 8 = 6400 \text{ бит}$$

Время передачи одного пакета:

$$T_{\text{packet}} = \frac{6400}{10 \times 10^6} = 6.4 \times 10^{-4} \text{ секунд}$$

Нагрузка, создаваемая пакетом:

$$A_0 = \lambda_0 t_s = \frac{1}{6.4 \times 10^{-4}} = 1562.5 \text{ часо-занятий}$$

2.3. В обслуживании системы находится x1 = 2 вызова, новые вызовы не поступают. Среднее время обслуживания вызова x2 = 3 секунд. Определите вероятности того, что за время t:

- а) освободятся все вызовы;
- б) не освободится ни один вызов;
- в) освободится хотя бы один вызов.

Используем экспоненциального распределение времени обслуживания с интенсивностью освобождения $\mu = 1/x2$.

а) Вероятность освобождения всех вызовов:

Используем формулу для вероятности освобождения **i** линий из **x** занятых:

$$P(i, x, t) = C_x \left(1 - e^{-\mu t}\right)^i e^{-(x-i)\mu t}$$

б) Вероятность, что не освободится ни один вызов:

Используем формулу для вероятности, что **i = 0**:

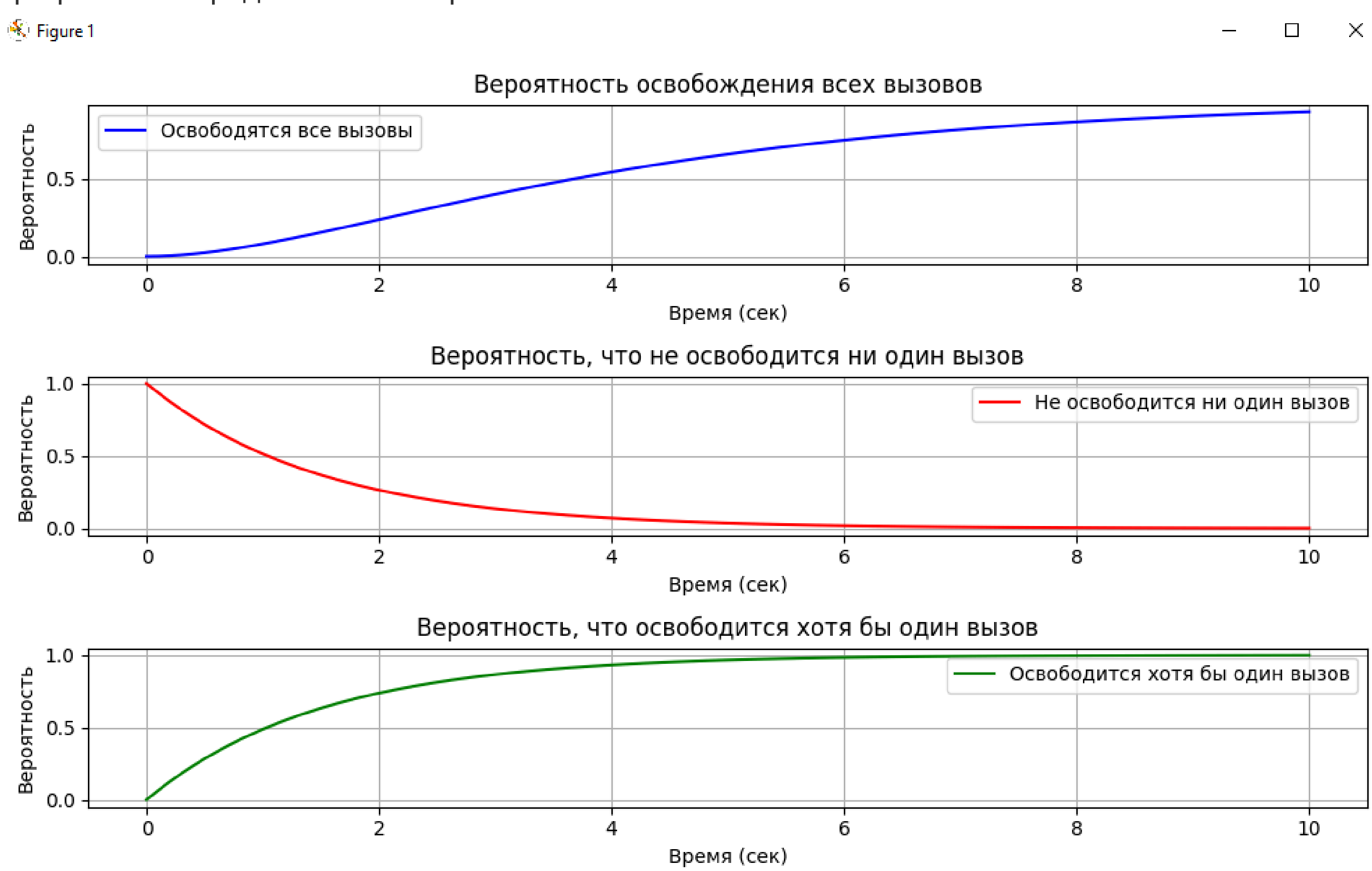
$$P(0, x, t) = C_x \left(1 - e^{-\mu t}\right)^0 e^{-x\mu t} = C_x e^{-x\mu t}$$

в) Вероятность, что освободится хотя бы один вызов:

Это дополнение к вероятности, что не освободится ни один вызов:

$$P(\text{освободится хотя бы один}) = 1 - P(0, x, t)$$

Графическое представление вероятностей:



2.4. В течение 5 минут на систему поступило 10 × x1 = 20 вызовов со средней длительностью занятия x2 = 3 секунды. Принято к обслуживанию 7 вызовов. Определите вероятность потерь, обслуженную нагрузку, потерянную нагрузку.

Общее количество вызовов: 20

Принятые вызовы: 7

Потерянные вызовы: 13

Вероятность потерь:

$$P(\text{потери}) = \frac{13}{20} = 0.65$$

Обслуженная нагрузка:

$$A_s = 7 \times 18 = 126 \text{ часо-занятий}$$

Потерянная нагрузка:

$$A_L = 13 \times 18 = 234 \text{ часо-занятий}$$

```
### Приложение:
### Python код для построения графиков в пункте 2.3:



import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.special import comb

# Параметры
x1 = 2  # Количество вызовов в обслуживании
x2 = 3  # Среднее время обслуживания в секундах
mu = 1 / x2  # Интенсивность освобождения
t_values = np.linspace(0, 10, 100)  # Время (t) от 0 до 10 секунд

# Формула для вероятности освобождения i вызовов из x
def probability_all_released(i, x, t, mu):
    return comb(x, i) * (1 - np.exp(-mu * t))**i * np.exp(-(x - i) * mu * t)

# Формула для вероятности, что не освободится ни один вызов
def probability_none_released(x, t, mu):
    return np.exp(-x * mu * t)

# Формула для вероятности, что освободится хотя бы один вызов
def probability_at_least_one_released(x, t, mu):
    return 1 - probability_none_released(x, t, mu)

# Рассчитываем вероятности
prob_all_released = [probability_all_released(i, x1, t, mu) for t in t_values for i in [x1]]
prob_none_released = [probability_none_released(x1, t, mu) for t in t_values]
prob_at_least_one_released = [probability_at_least_one_released(x1, t, mu) for t in t_values]

# Построение графиков
plt.figure(figsize=(10, 6))

# График для вероятности освобождения всех вызовов
plt.subplot(3, 1, 1)
plt.plot(t_values, prob_all_released, label="Освободятся все вызовы", color='blue')
plt.title("Вероятность освобождения всех вызовов")
plt.xlabel("Время (сек)")
plt.ylabel("Вероятность")
plt.grid(True)
plt.legend()
```

```
# График для вероятности, что не освободится ни один вызов
plt.subplot(3, 1, 2)
plt.plot(t_values, prob_none_released, label="Не освободится ни один вызов", color='red')
plt.title("Вероятность, что не освободится ни один вызов")
plt.xlabel("Время (сек)")
plt.ylabel("Вероятность")
plt.grid(True)
plt.legend()

# График для вероятности, что освободится хотя бы один вызов
plt.subplot(3, 1, 3)
plt.plot(t_values, prob_at_least_one_released, label="Освободится хотя бы один вызов", color='g
plt.title("Вероятность, что освободится хотя бы один вызов")
plt.xlabel("Время (сек)")
plt.ylabel("Вероятность")
plt.grid(True)
plt.legend()

plt.tight_layout()
plt.show()
```