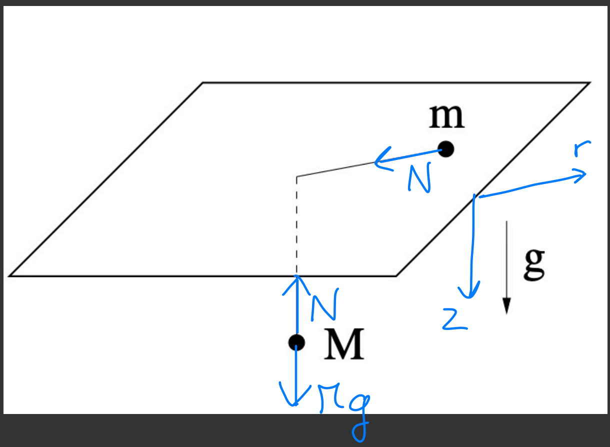
ZADANIE 2 SZYMON CEDROWSKI



Ruch ciała M:

$$Mg - N = M\ddot{z} \quad , \quad z + r = l \Rightarrow \ddot{z} = -\ddot{r}$$

Ruch ciała m:

$$-N = m\ddot{r} - mr\dot{\varphi}^2$$

$\vec{N}$ jest siłą centralną zatem $L = mr^2\dot{\varphi}$

$$\Rightarrow \quad -N = m\ddot{r} - \cancel{m}\cancel{r}\frac{L^2}{m^{\cancel{2}} r^{\cancel{4}\,3}}$$

$$\Rightarrow \quad Mg = -M\ddot{r} - m\ddot{r} + \frac{L^2}{mr^3}$$

$$(M+m)\ddot{r} - \frac{L^2}{mr^3} + Mg = 0$$

$$\ddot{r} - \frac{L^2}{(M+m)mr^3} + \frac{M}{M+m}g = 0$$

w sytuacji równowagi $\ddot{r} = 0$ zatem:

$$r_0^3 = \frac{L^2}{Mmg}$$

• Zaburzenie bez zmiany momentu pędu może odbywać się tylko poprzez pchnięcie radialne ciała

Niech $r(t) = r_0 + h(t)$, $h(t) \ll r_0$ rozw. w $h=0$

$$[r_0 + h(t)]^{-3} = r_0^{-3}\Big(1 + \underbrace{\frac{h}{r_0}}_{1 \gg}\Big)^{-3} = r_0^{-3}\left[1 - \frac{3h}{r_0} + O(h^2)\right]$$

$h \ll r_0$

$$\Rightarrow \quad \ddot{h} - \frac{L^2}{(M+m)mr_0^3}\left(1 - \frac{3h}{r_0}\right) + \frac{M}{M+m}g = 0$$

$$\ddot{h} + \frac{3L^2}{(M+m)mr_0^4}h + (\text{stałe}) = 0$$

równanie niejednorodne oscylatora harmonicznego.

$$\Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{3L^2}{(M+m)mr_0^4} \quad //$$