TEST cz.1 SZYMON CEDROWSKI

Zadanie 1.
Relatywistyczny pocisk o masie m=0,1 g wystrzelony z krążownika Imperium uwiązł w grubej osłonie kapsuły ratunkowej o masie M=500 kg, dryfującej w przestrzeni kosmicznej obok statku rebeliantów. Z jaką prędkością uderzył w kapsułę pocisk, jeśli uzyskała ona prędkość V=5 m/s względem statku-matki?

Z prędkość jest już nierelatywistyczna, zatem możemy przybliżyć:

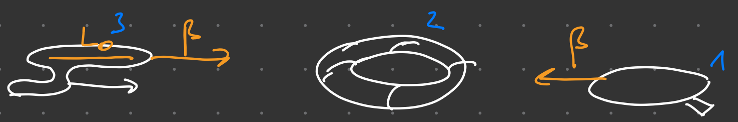
$$\frac{mu}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = (M+m)V \Rightarrow \frac{m^2u^2}{1-\frac{u^2}{c^2}} = (M+m)^2V^2 \Rightarrow u^2 = \ldots$$

Zadanie 2.
Sonda kosmiczna zbliża się do Ziemi z prędkością V. Laser umieszczony na sondzie emituje w kierunku Ziemi krótkie impulsy w odstępach czasu T_0. Jaki odstęp T_1 pomiędzy impulsami zmierzy stacja na Ziemi?

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0} \qquad \nu = \frac{1}{T}$$

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \Rightarrow T = T_0\sqrt{\frac{c-V}{c+V}}$$

Zadanie 3.
Dwie rakiety zbliżają się do stacji kosmicznej z przeciwnych kierunków, każda z prędkością ¾ c. W jednej z rakiet znajduje się pręt o długości L_0. Jaką długość pręta zmierzy obserwator na stacji kosmicznej, a jaką kosmonauta obserwujący pręt z drugiej rakiety?



Na stacji mamy: $L = L_0\sqrt{1-\beta^2} = L_0\sqrt{1-\frac{9}{16}} = L_0\sqrt{\frac{7}{16}}$

Złożenie prędkości:

$$V_{3/1} = \frac{V_{3/2}+V_{2/1}}{1+\frac{V_{3/2}V_{2/1}}{c^2}} = \frac{2\beta c}{1+\beta^2} = \frac{3/2\, c}{1+\frac{9}{16}} = \frac{3\cdot \cancel{16}^{\,8}}{\cancel{2}\cdot 25}c = \frac{24}{25}c$$

$$\Rightarrow \text{na (1)}: \quad L = L_0\sqrt{1-\frac{V_{3/1}^2}{c^2}} = L_0\sqrt{1-\frac{24^2}{25^2}}$$

Zadanie 4.
Jaką prędkość musi mieć elektron, by jego energia kinetyczna była cztery razy większa od jego energii spoczynkowej?

$$T = m_e \gamma c^2 - m_e c^2 > m_e c^2$$

$$\Rightarrow \quad \gamma > 2 \qquad \frac{1}{1-\beta^2} > 4 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{4} > 1 - \beta^2$$

$$\beta^2 > \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \beta > \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Zadanie 5
Studenci testowali rakietę na wodę, podobną do tej, jaką testowaliśmy na wykładzie. Napełnili ją wodą i ustawili pionowo na podeście startowym. Kiedy ciśnienie powietrza we wnętrzu rakiety przekroczyło pewną graniczną wartość, pionowo w dół zaczęła tryskać z niej woda. Jaką prędkość minimalną V powinna mieć woda wydobywająca się z rakiety, aby rakieta oderwała się od podestu? Przyjmij, że masa całkowita rakiety zmienia się z czasem t zgodnie ze wzorem $m=M-\alpha t$, gdzie M - masa początkowa rakiety, α- stała dodatnia.

Rakieta zaczyna lecieć gdy przyspieszenie rakiety $\dot{u} > g$

$$u(t) = V \log\frac{M}{M-\alpha t} \quad \Rightarrow \quad \frac{du}{dt} = \frac{\alpha V}{M-\alpha t} > g$$

$$V > \left(\frac{M}{\alpha} - t\right) g \quad \Rightarrow \quad V_{min} = \left(\frac{M}{\alpha} - t\right) g \quad (+\varepsilon) \ :)$$