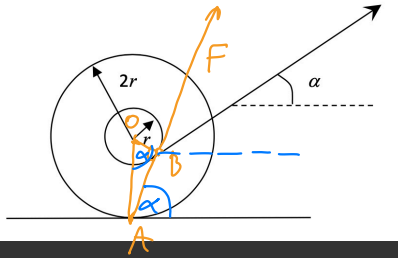


TEST cz 2

SYMON CEDROWSKI

Zadanie 6.

Na poziomym stole ustawiono szpulę z nawiniętą taśmą. Promień zewnętrzny szpulki wynosi $2r$, a promień wewnętrzny r . Po delikatnym naciągnięciu taśmy zmieniano kąt α , który tworzy ona z poziomem, i zauważono, że przy pewnej wartości tego kąta szpulka zmienia kierunek obrotu. Ile wynosi wartość graniczna kąta α , przy której to następuje?



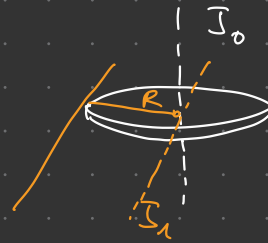
Zmiana kierunku obrotu odbywa się gdy przechodził kąt F przez punkt równowagi A.

opisanego ma $\triangle AOB \Rightarrow \angle AOB = \alpha$
 $\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$

Z geometrii okręgu
 $\cos \alpha = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2}$

Zadanie 7.

Moment bezwładności cienkiego, jednorodnego krążka o promieniu R względem osi prostopadłej do powierzchni krążka, przechodzącej przez jego środek wynosi I_0 . Wyznacz moment bezwładności I tego krążka względem osi leżącej w płaszczyźnie krążka i przechodzącej w odległości R od środka krążka.

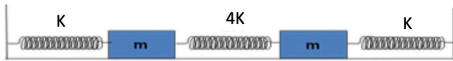


$$I_1 = \frac{1}{2} I_0$$

$$I = I_1 + MR^2 = \frac{1}{2} I_0 + MR^2$$

Zadanie 8.

Dwa wózki o masie m każdy umieszczono na torze powietrznym i połączono sprężynkami o współczynniku sprężystości $4K$ (patrz rys. poniżej). Następnie wózki zamocowano do nieruchomych zaczepów identycznymi sprężynkami o współczynniku sprężystości K , umieszczonymi na końcach toru (patrz rys.)



Podaj częstotliwości drgań własnych układu. Podaj związki pomiędzy wychyleniami obu wózków z położenia równowagi dla każdej z wyznaczonych częstotliwości drgań własnych.

$$m \frac{d^2 \psi_2}{dt^2} = -K \psi_2 - 4K \psi_1$$

$$\psi_i = A_i \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 \psi_2}{dt^2} = -\omega^2 A_2 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow -m\omega^2 A_2 = -K A_2 - 4K A_1$$

$$A_n = A \sin(kna) \Rightarrow$$

Zadanie 9

W połowie lekkiego, sprężystego pręta o długości L zamocowano ciężarek o masie m . Po odchyleniu z położenia równowagi ciężarek zaczął wykonywać drgania z częstością ω . Następnie zamocowano ciężarek w odległości $\frac{1}{4}L$ od swobodnego końca pręta. Z jaką częstością będzie drgać ciężarek po odchyleniu z położenia równowagi? W obliczeniach należy przyjąć, że masa pręta jest dużo mniejsza niż masa ciężarka, rozmiary ciężarka można pominąć, a amplituda drgań jest niewielka. Należy też pominąć wpływ pola grawitacyjnego na drgania ciężarka.

Moment J zależy od położenia ciężarka.

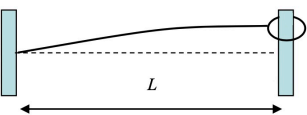
czynnik skręcania J to $(\frac{1}{4})^2 = \frac{1}{16}$

częstość drgań to:

$$\omega_n = \frac{\mu_n^2}{L^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho S}}$$

Zadanie 10

Podaj wzór na najniższą częstość własną drgań poprzecznych struny o długości L , gęstości liniowej ρ , jeśli struna zamocowana jest tak, że jeden jej koniec jest na stałe unieruchomiony, a drugi koniec może przesuwać się bez tarcia po specjalnej prowadnicy (patrz rys.). Siła naciągu struny wynosi F . Ile razy należy zwiększyć siłę naciągu struny, aby częstość drgań własnych struny wzrosła trzykrotnie?



$$y_k(x,t) = [A_k \cos kx + B_k \sin kx] \cdot [C_k \cos \omega t + D_k \sin \omega t]$$

$$y(0,t) = 0 \Rightarrow A_k = 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial x}(L,t) = 0 \Rightarrow B_k = 0 \text{ lub } \cos kL = 0$$

$$\Rightarrow kL = n\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \omega_n = \frac{v\pi}{L} (n + \frac{1}{2}) \\ v^2 = F/\rho \end{cases}$$

$$\omega_0 = \frac{v\pi}{2L} = \sqrt{\frac{F}{\rho}} \frac{\pi}{2L}$$

aby częstość wzrosła 3x,
 $v' = 3v$

$$\Rightarrow \sqrt{F'} = 3\sqrt{F} \Rightarrow F' = 9F //$$