Постановка задачи

$$\begin{cases} \nabla(D\nabla u) = f, \ x \in \Omega \\ u(x) = g(x), \ x \in \partial\Omega \end{cases}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0, 1 \end{bmatrix}^2$$

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ 0 & d_{22} \end{bmatrix}$$

Задача решается методом конечных разностей с шагом h_x по х и с шагом h_y по у

Численная схема

Приблизим численно частные производные

$$\begin{split} &\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x}u(x_i,y_j)\sim \frac{u[i+1,j]-2u[i,j]+u[i-1,j]}{h_x^2}\\ &\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}u(x_i,y_j)\sim \frac{u[i+1,j+1]-u[i+1,j-1]-u[i-1,j+1]+u[i-1,j-1]}{4h_xh_y} \end{split}$$

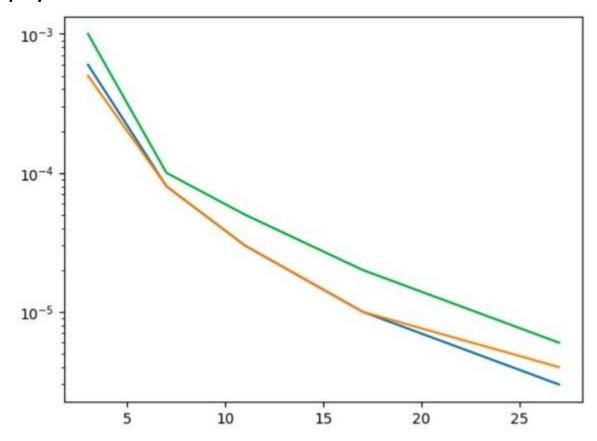
После подстановки приближений в дифференциальное уравнение получим СЛАУ, решив которую, получим наше приближение.

Численный эксперимент

Эксперимент проводился для задач, для которых известно точное решение

1)
$$f(x, y) = -\sin(x)$$
, $g(x, y) = \sin(x)$, $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
2) $f(x, y) = -2\sin(x)\sin(y)$, $g(x, y) = \sin(x)\sin(y)$, $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
3) $f(x, y) = -2\cos(x)\sin(y)$, $g(x, y) = \cos(x)\sin(y)$, $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

результат: **1 2 3**



По оси ОХ величина обратная к шагу сетки По оси ОҮ с норма погрешности