

Постановка задачи

$$\begin{cases} \nabla(-D\nabla u) = f, & x \in \Omega \\ u(x) = g(x), & x \in \partial\Omega \end{cases}$$

$$\Omega = [0, 1]^2$$

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ 0 & d_{22} \end{bmatrix}$$

Задача решается методом конечных разностей с шагом h_x по x и с шагом h_y по y

Численная схема

Приблизим численно частные производные

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} u(x_i, y_j) \sim \frac{u[i+1, j] - 2u[i, j] + u[i-1, j]}{h_x^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} u(x_i, y_j) \sim \frac{u[i+1, j+1] - u[i+1, j-1] - u[i-1, j+1] + u[i-1, j-1]}{4h_x h_y}$$

После подстановки приближений в дифференциальное уравнение получим СЛАУ, решив которую, получим наше приближение.

Численный эксперимент

Эксперимент проводился для задач, для которых известно точное решение

1) $f(x, y) = -\sin(x),$	$g(x, y) = \sin(x),$	$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
2) $f(x, y) = -2\sin(x)\sin(y),$	$g(x, y) = \sin(x)\sin(y),$	$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
3) $f(x, y) = -2\cos(x)\sin(y),$	$g(x, y) = \cos(x)\sin(y),$	$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

результат: 1 2 3

